



ДИНАМИКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЛИНЕЙНОЙ ВОЛНЫ И ВОЛНЫ С ИНЕРЦИОННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ШУМА

А.П. Четвериков, Н.Б. Фролова

Представлены результаты численного моделирования колебаний в простой модели взаимодействия волн с инерционной нелинейностью, которые применимы для анализа в простейшем приближении процессов в лампе обратной волны типа О. Для идентификации непериодических колебаний использованы удобные численные характеристики – декремент автокорреляционной функции и характерное время корреляции. Обнаружено, что под воздействием аддитивного шума возможно как усложнение, так и упорядочивание формы генерируемого сигнала. Определена зависимость критического значения интенсивности шумового воздействия, при котором происходит разрушение автономной динамики системы, от параметра неравновесности системы.

Введение

Исследуемая однопараметрическая модель взаимодействия линейной волны и волны с инерционной нелинейностью возникла в простейшем варианте нестационарной теории лампы обратной волны типа О [1–3]. В силу своей простоты она удобна и для исследования воздействия внешних флуктуаций на динамику моделей взаимодействующих волн с инерционной нелинейностью и лампы обратной волны типа О (ЛОВО). Интерес к подобным проблемам обусловлен целым рядом причин. В частности, все реальные автогенераторы подвержены влиянию внутренних шумов, то есть шумов, не связанных с их динамикой, в связи с чем различные тонкие эффекты в динамике не могут быть корректно исследованы [4–6] без учета влияния шума. Кроме того, внешними шумами малой интенсивности можно, хотя бы грубо, моделировать разного рода возмущающие факторы, присущие реальным системам, но не учтенные в модели. Наконец, обнаружено [6], что внешние флуктуации не

всегда повышают уровень шума в системе, возможна другая реакция динамики системы, как, например, в модели взаимодействия встречной электромагнитной волны и электронной волны с кубичной фазовой нелинейностью [7]. Важен также вопрос о максимально допустимых значениях интенсивности внешнего шума, при которых сохраняется автономная динамика системы.

1. Однопараметрическая модель взаимодействия линейной волны и волны с инерционной нелинейностью с учетом флуктуаций

Рассмотрим распространенную модель исследования процессов взаимодействия волн в электронном потоке со встречной электромагнитной волной в ЛОВ типа О [2, 8, 9]. Добавим в модель источник шума, полагая, что на электронный поток помимо излучаемой им электромагнитной волны воздействует распределенный в пространстве взаимодействия дополнительный флуктуационный компонент электромагнитного поля. В результате взаимодействие электронного потока с волной в присутствии внешнего шумового воздействия описывается системой дифференциальных уравнением в частных производных

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} - \frac{\partial F}{\partial \xi} = -AI, \quad (1)$$

$$I = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-ju} du_0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} = -A^2 \text{Re}[F e^{ju}] + B_G \zeta(\xi, \tau). \quad (3)$$

Здесь F и I – безразмерные медленно меняющиеся во времени и пространстве по сравнению с несущей $\exp(j(\Omega t - k_0 x))$ комплексные амплитуды взаимодействующих волн; τ и ξ – безразмерные время и координата. Единственный параметр взаимодействия системы $A = k_0 LC$, от величины которого зависит характер устанавливающегося автоколебательного режима, является безразмерным и имеет смысл нормированной длины пространства взаимодействия системы.

Система уравнений (1)–(3) дополняется граничными условиями $I|_{\xi=0} = 0$, $F|_{\xi=1} = 0$. В качестве начальных используются условия, задаваемые начальными шумовыми возмущениями пучка и волны с малыми амплитудами.

Отличие представленного уравнения движения электронов (3) от традиционного в нестационарной теории ЛОВО заключается в наличии дополнительного члена, описывающего источник аддитивного шума интенсивностью B_G . Полагая спектральную плотность источника шума в полосе взаимодействия волн постоянной, будем рассматривать вводимый в систему шум как белый, то есть считать функцию $\langle \zeta(\xi, \tau) \rangle$ удовлетворяющей условиям $\langle \zeta(\xi, \tau) \rangle = 0$, $\langle \zeta(\xi, \tau) \zeta(\xi', \tau') \rangle = \delta(\xi - \xi') \delta(\tau - \tau')$. Величина B_G в конкретных случаях может быть рассчитана исходя из представлений об источнике шума.

Уравнения (1)–(3) решаются численно методом второго порядка на основе двухслойной разностной схемы [10, 11]. В процессе моделирования накапливается модуль амплитуды «выходного сигнала» $|F_k| = |F(0, \Delta \tau k)|$, где $\Delta \tau = \Delta \xi / 2$ –

шаг интегрирования по времени, а $\Delta\xi$ – шаг интегрирования по координате (обычно использовалось $\Delta\xi = 0.01$), и действительная часть амплитуды выходного сигнала $\text{Re}F_k = |F_k| \cos \varphi_F$. Изучение временного поведения функции $\text{Re}F_k$ позволяет оценить вклад модуляции фазы комплексной амплитуды в автоколебательных режимах. Идентификация сложных автоколебательных режимов проводится на основе сравнительного анализа результатов расчета спектральной плотности мощности $S(f)$, плотности распределения вероятностей значений $|F_k|$, двумерной проекции «фазового пространства» системы и автокорреляционной функции $R(\tau)$.

Степень развитости нерегулярных автоколебаний оценивается на основе зависимостей от бифуркационного параметра системы A и амплитуды внешнего шумового воздействия показателей стандартных статистических характеристик, таких как декремент χ автокорреляционной функции, отношение декремента к частоте автомодуляции колебаний χ/f_a , характерное время корреляции τ_c АКФ, отношение шум/сигнал P .

Автокорреляционная функция процесса может быть представлена в следующей форме

$$R(\tau) \approx e^{-\chi|\tau|} F(f_0\tau), \quad (4)$$

где декремент χ характеризует хаотическую компоненту, $F(f_0\tau)$ – периодическая функция, описывающая регулярную компоненту, причем в рассматриваемом случае $f_0 = f_a$. Если в спектре превалирует основная спектральная компонента с частотой автомодуляции f_a , то соотношение (4) переписывается в виде

$$R(\tau) \approx e^{-\chi|\tau|} \cos(2\pi f_a \tau), \quad (5)$$

чему соответствует спектральная плотность мощности

$$S(f) = 2\chi[1/(\chi^2 + 4\pi^2(f + f_a)^2) + 1/(\chi^2 + 4\pi^2(f - f_a)^2)]. \quad (6)$$

Определяя из последнего выражения $S_{max} = S(f_a)$ и величину $S(f_a + \Delta f/2)$ на уровне $S_{max}/2$, получим $\Delta f \approx \chi/\pi$. Полагаем режим развитым хаотическим, если ширина спектральной линии $\Delta f > f_a$ (или, по крайней мере, близка к этому значению). Отсюда следует

$$\chi(A)/f_a(A) \geq \pi/2. \quad (7)$$

По мере увеличения параметра неравновесности относительная мощность регулярной компоненты уменьшается вплоть до исчезновения, а декремент АКФ растет, свидетельствуя об увеличении степени хаотизации автоколебаний.

На графиках спектральная плотность мощности представлена в виде

$$S = 10 \lg(S(f)/S_{max}),$$

где S_{max} – максимальное значение $S(f)$ для данной реализации.

Однако не всегда рассматриваемые автокорреляционные функции могут быть аппроксимированы соотношениями (4) или (5). В более общем случае подходящей количественной характеристикой в численных экспериментах с конечной длиной временных реализаций является введенное в [12] характерное (нормированное) время корреляции τ_c

$$\tau_c = \frac{1}{T} \int_0^T |R(\tau)| d\tau, \quad (8)$$

которое применимо для любых типов процессов. Усложнению поведения системы соответствует уменьшение значений характерного времени корреляции.

В данной работе для сравнения приведены результаты расчетов обеих характеристик – как декремента АКФ, так и характерного времени корреляции.

Степень влияния аддитивного шума на интегральные характеристики определяется по графикам зависимостей мощности выходного сигнала от параметра B_G . Так, в ходе обработки выходной реализации рассчитывается общая мощность сигнала P , мощность несущей P_0 и мощность автомодуляционной компоненты P_a

$$P = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k |F_i|^2; P_0 = \left(\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k |F_i|\right)^2; P_a = P - P_0. \quad (9)$$

2. Параметры автокорреляционной функции в отсутствие внешнего воздействия

Поскольку бифуркационные значения параметра неравновесности A хорошо известны из многочисленных работ [1, 2, 8, 9, 13–15] по изучению динамики ЛОВО в рамках рассматриваемой простой модели, перейдем сразу к определению степени развитости сложных, в первую очередь хаотических, автоколебаний в ней, используя введенные характеристики автокорреляционной функции.

Напомним, что одночастотная генерация возникает при $A = A_1 \approx 1.98$, а при $A = A_2 \approx 2.9$ одночастотный режим терит устойчивость, сменяясь двухчастотным. Таким образом, в системе возникает периодическая автомодуляция [2, 8, 9, 13], а далее, при $A = A_3 \approx 4.11$ происходит переход к хаотическим колебаниям через удвоение периода [4]. Однако в широком диапазоне значений параметра $A > A_3$ наблюдается большое количество окон периодичности [4], а шумовой компонент в выходном сигнале остается незначительным (или исчезает вовсе), о чем свидетельствует рассчитанная зависимость декремента автокорреляционной функции $\chi(A)$ (рис. 1, линия 1). Видно, что эта величина, как и отношение декремент/частота $\chi(A)/f_a(A)$ (линия 2), остаются малыми до значения $A = A_4 \approx 6.0$, при превышении которого стремительно возрастают. И хотя отношение $\chi(A)/f_a(A)$ в довольно широком диапазоне остается меньшим $\pi/2$, то есть значения, которое ранее было определено как граничное для развитых хаотических колебаний (см. рис. 1, линия 4), именно $A = A_4 \approx 6.0$ следует считать бифуркационным значением возникновения в ЛОВО развитых хаотических колебаний. Подтверждением этого вывода являются также данные расчета отношения шум/сигнал P_s (см. рис. 1, линия 3), где под сигналом понимается мощность спектральной компоненты $S(f_a)$ и ее гармоник, а под шумом – мощность всех остальных компонент в полосе $\Delta f \approx 5f_a$, а также характерного времени корреляции $\tau_c(A)$ (рис. 2). В параметрической области вблизи значения A_4 его малое изменение в пределах 5.95...6.05 приводит к увеличению декремента почти в десять раз, при этом значение характерного времени корреляции уменьшается более чем в восемь раз. Расчет характерного времени корреляции τ_c позволяет уточнить значение бифуркационного параметра и определить его как $A_4 = 5.96$. Эти данные согласуются с результатами расчета других статистических

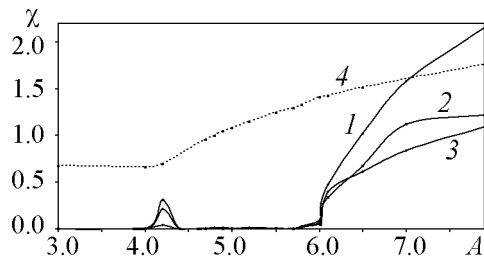


Рис. 1. Зависимость декремента χ (линия 1), отношения декремент/частота автомодуляции χ/f_0 (линия 2), отношения шум/сигнал $0.01P_s$ (линия 3) и частоты автомодуляции f_a (линия 4) от параметра A в отсутствие шума, $B_G = 0$

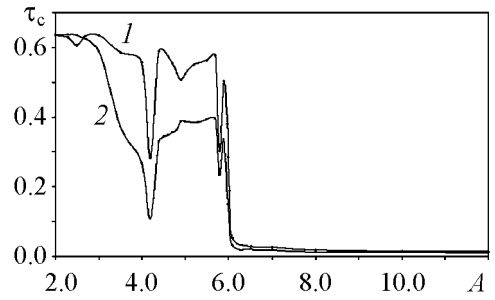


Рис. 2. Зависимость характерного времени корреляции τ_c от параметра A в отсутствие шума ($B_G = 0$), рассчитанная для модуля выходной реализации $|F(\tau)|$ (линия 1) и действительной части поля $\text{Re}F(\tau)$ (линия 2)

характеристик [16], на основании которых хаотические режимы при $A \leq 6.0$ квалифицируются как «слабый хаос», а при $A \geq 6.0$ – как гиперхаос.

На графике зависимости характерного времени корреляции $\tau_c(A)$ (см. рис. 2) представлены две кривые: первая отображает характерное время корреляции, рассчитанное для модуля выходной реализации $|F(\tau)|$, вторая построена для действительной части выходного массива $\text{Re}F(\tau)$. В обоих случаях на графиках характерного времени корреляции наблюдаются «клювы» уменьшенных значений τ_c для A вблизи значений 4.2 и 5.8, которые объясняются возникновением в этой области хаотических колебаний даже в отсутствие внешнего воздействия. В целом в диапазоне значений $A_3 < A < A_4$ наблюдается смена различных режимов колебаний в системе [4], что отображается на представленной зависимости $\tau_c(A)$ разбросом значений характерного времени корреляции около величины, определяющей упорядоченные колебания – $\tau_c \sim 0.55 \dots 0.65$ для модуля выходной реализации $|F(t)|$. Поведение системы в этом диапазоне является достаточно сложным [4], однако воздействие внешнего шума, как показано ниже, сглаживает все описанное разнообразие режимов.

Обращает на себя внимание обнаруженная разница в степени автокорреляций значений модуля выходного сигнала $|F(\tau)|$ и его действительной части $\text{Re}F(\tau)$ (сравнивая данные анализа этих двух величин, можно оценить влияние модуляции фазы выходного сигнала на динамику). Для $|F(\tau)|$ наблюдаются небольшие дополнительные минимумы τ_c при значениях $A \approx 2.5$ и $A \approx 4.9$. Действительная часть $F(\tau)$ при этом выраженного уменьшения характерного времени корреляции не демонстрирует. Необходимо отметить, что после первого провала в функции $\tau_c(A)$, рассчитанной по реализации $\text{Re}F(\tau)$, ее значения при увеличении A не возвращаются к первоначальному уровню значений характерного времени корреляции. Такая ситуация может быть связана с большим влиянием вариаций фазы волны, которое слабо «улавливается» при оперировании с модулем амплитуды волны в тех случаях, когда модуляция фазы может быть сильной при относительно слабой модуляции модуля. Кроме того, существенную роль играет уровень средних значений обеих величин: для $|F(\tau)|$ среднее значение отлично от нуля и максимально, как установлено, для развитых колебаний в диапазоне $A_3 < A < A_4$, для $\text{Re}F(\tau)$ среднее значение функции прак-

тически равно нулю. Таким образом, малое отклонение системы от периодических колебаний при обработке временной зависимости $|F(\tau)|$ не заметно в отличие от существенной реакции на это возмущение действительной части функции $F(\tau)$.

3. Воздействие внешнего шума на характеристики системы

Влияние шума на динамику рассматриваемой системы изучалось в численных экспериментах, в ходе которых изменялась амплитуда внешнего аддитивного шума B_G от значений, соответствующих слабому шуму, к значениям, соответствующим сильному, при нескольких характерных фиксированных значениях параметра неравновесности A . Но прежде чем анализировать полученные результаты, уточним понятия слабого и сильного шума для рассматриваемой системы.

Полагаем, что источник возбуждает в системе слабый шум, если его мощность P_{noise} составляет менее 0.01 максимальной мощности $P_{1\text{max}}$ выходного сигнала в одночастотном режиме генерации, и сильный, если P_{noise} более $0.05P_{1\text{max}}$. В промежуточном случае шум считается умеренным. Соответствующие области значений амплитуд источника шума с гауссовым распределением представлены на графике зависимости $P_{\text{noise}}(B_G)$ (рис. 3, а). На рис. 3, б показана зависимость общей мощности реализации от параметра A при некоторых характерных значениях амплитуды шума.

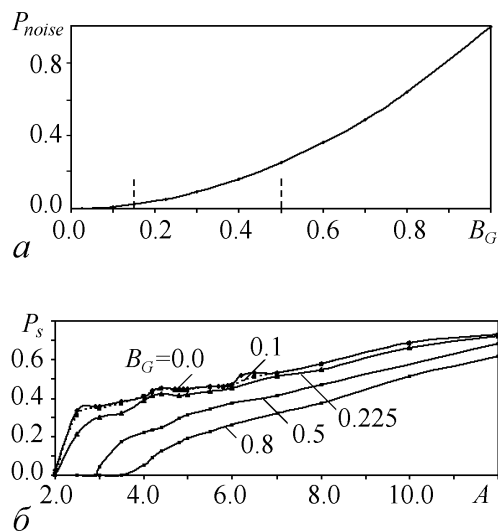


Рис. 3. Зависимость мощности шумового сигнала на выходе из системы от амплитуды шумового источника B_G (а) и общей мощности выходного сигнала от значений параметра A для некоторых характерных значений амплитуды внешнего шума (б)

Все приведенные зависимости $\tau_c(A)$ (рис. 4) получены для некоторых характерных значений амплитуды B_G , взятых из каждой выделенной области:

0.0, 0.025, 0.1, 0.225, 0.5 и 0.8. На рис. 4, а зависимости $\tau_c(A)$ рассчитаны на основе реализации модуля выходного сигнала $|F(\tau)|$ с вычтенным средним, а зависимости, представленные на рис. 4, б, получены в результате обработки функции $\text{Re}F(\tau)$. Проведем их анализ, выделяя области различных автоколебательных режимов.

Рассмотрим сначала воздействие шума на одночастотный режим колебаний. Как показывают результаты исследований, в области одночастотных автоколебаний $1.98 < A < 2.9$ внешний шум фактически «складывается» с генерируемым сигналом. При увеличении амплитуды шума происходит превращение одночастотного автоколебательного режима в режим генерации одночастотных колебаний, модулированных внешним шумовым сигналом, что соответствует известным выводам об устойчивости предельного цикла по отношению к внешним флуктуациям не слишком большой интенсивности [17]. Однако дальнейшее повышение амплитуды шума выше определенного (критического) значения $B_G^{(\text{cr})}$ приводит к прекращению вза-

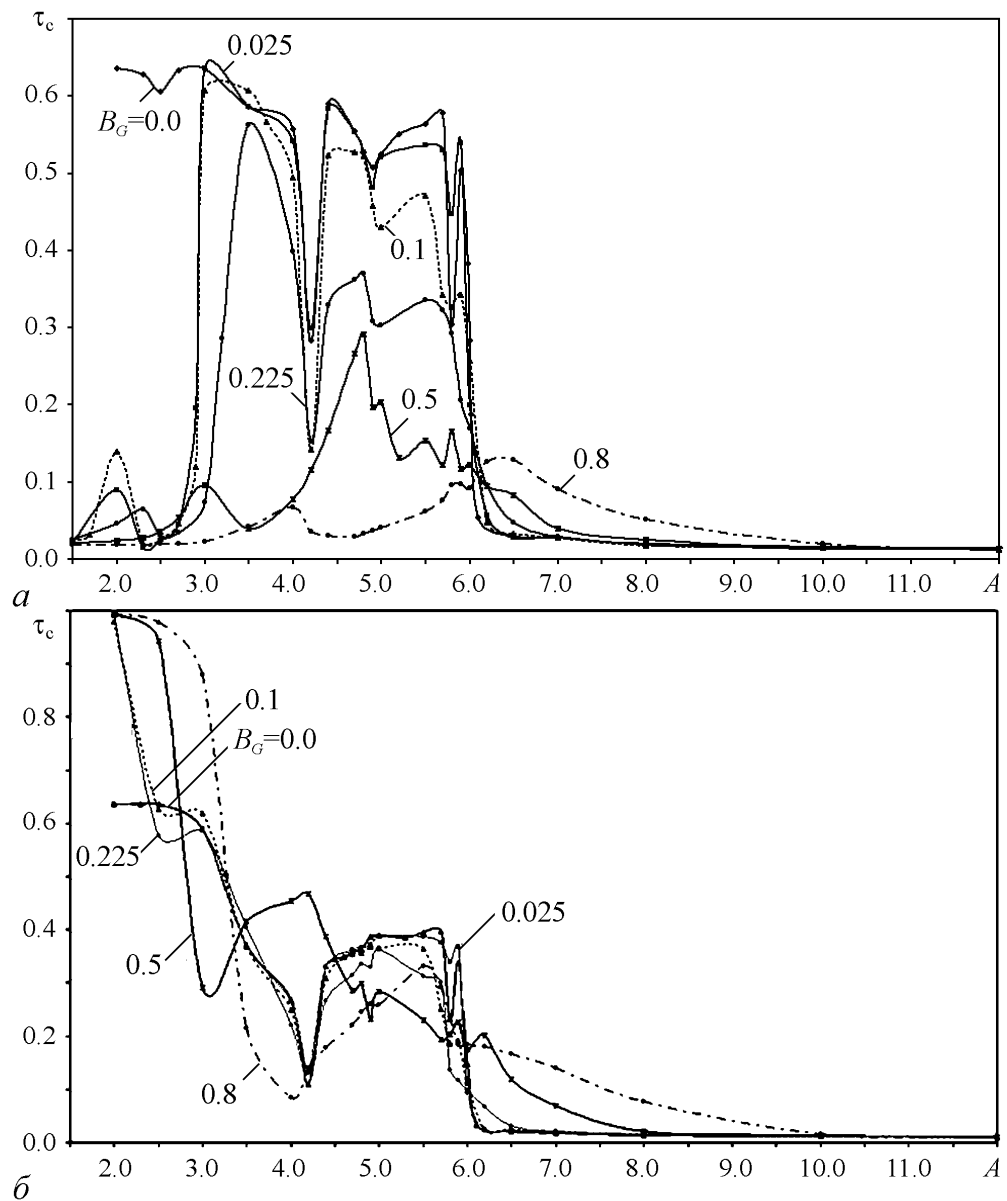


Рис. 4. Зависимость характерного времени корреляции τ_c от параметра A , рассчитанное для $|F_0(\tau)|$ (а) и действительной компоненты поля $\text{Re}F(\tau)$ (б), для нескольких характерных значений амплитуды шума B_G

имодействия волн и срыву автоколебаний. В частности, это хорошо видно из графика временной зависимости амплитуды. Это означает, что сильный шум нарушает условия пространственно-временного резонанса и внутренняя динамика системы разрушается. Такой эффект наблюдается и в режиме автомодуляции, по крайней мере, периодической (рис. 5). Поэтому график зависимости критического значения $B_G^{(cr)}(A)$ (рис. 6) приведен сразу для всех значений параметра неравновесности A , при которых значения $B_G^{(cr)}$ не превышают разумных пределов. Из рис. 6 видно, что

величина $B_G^{(cr)}$ растет с увеличением A . В частности, на границе устойчивости одночастотного режима вблизи $A = 2.9$, чтобы сорвать автоколебания, в систему нужно подать внешний шум с мощностью, составляющей 14.3% мощности генерируемого сигнала.

Эти выводы подтверждаются и данными анализа остальных статистических характеристик. Воздействие внешнего шума малой амплитуды ($B_G = 0.015$) незначительно «размывает» автономную динамику системы, например, с $A = 2.7$ (рис. 5, а). Шум средней ($B_G = 0.225$) амплитуды приводит к хаотическому поведению на фоне колебаний с частотой автомодуляции системы (рис. 5, б), а увеличение значений его амплитуды выше критического значения ($B_G \geq 0.5$) ведет к полному разрушению внутренней динамики системы (рис. 5, в). Рассчитанное характерное время корреляции τ_c при всех значениях бифуркационного параметра A для разных значений амплитуды B_G в области одночастотных колебаний имеет малые величины. Они соответствуют узкополосному шуму, «вырезанному» из внешнего шума системой благодаря ее селективным частотным свойствам, обеспечиваемым пространственно-временным резонансом (см. рис. 4).

Влияние внешнего шума на различные не одночастотные режимы колебаний можно оценить на основе зависимостей от амплитуды шума декремента $\chi(B_G)$ [6] и характерного времени корреляции $\tau_c(B_G)$ (рис. 7) при некоторых характерных значениях бифуркационного параметра A .

Обнаружено, что в режимах периодических (в отсутствие шума) колебаний, наблюдающихся в области параметра $2.9 < A < 4.02$, внешний

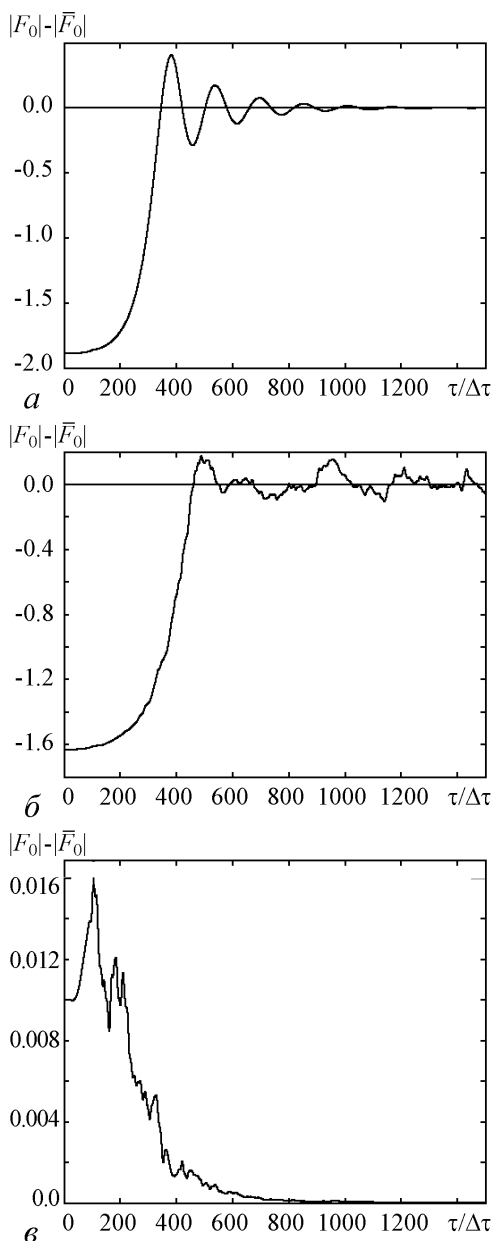


Рис. 5. Реализация $|F_0(\tau)| - |\bar{F}_0|$, где $|\bar{F}_0|$ – среднее значение $|F_0(\tau)|$, при $A = 2.7$ и характерных значениях амплитуды внешнего шума B_G : 0.015 (а); 0.225 (б); 0.5 (в)

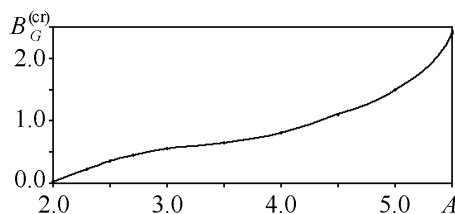


Рис. 6. Зависимость критической амплитуды шума B_G от параметра A

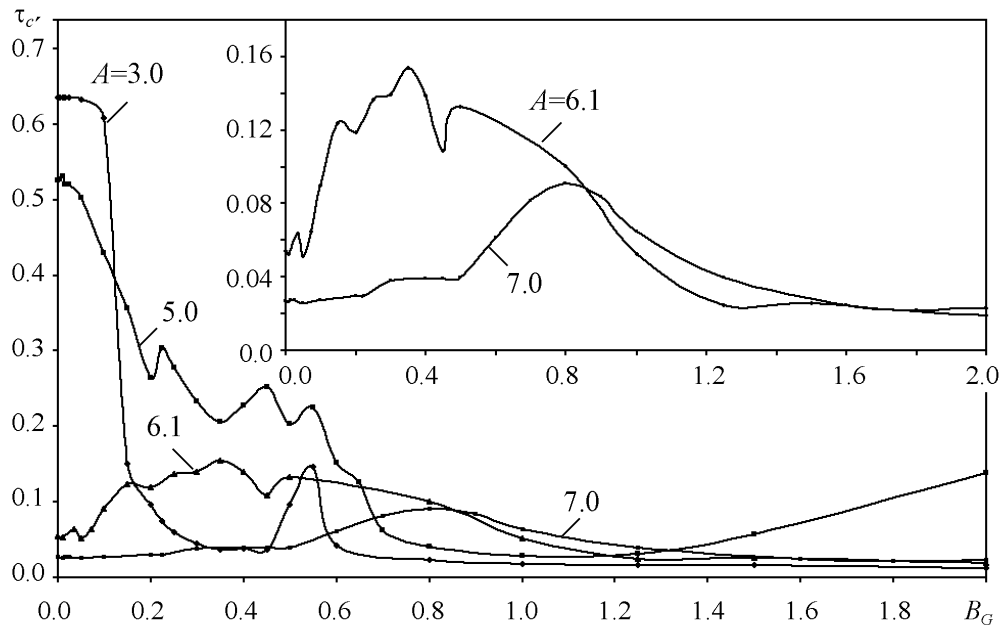


Рис. 7. Зависимость характерного времени корреляции от амплитуды шума для нескольких значений параметра A : 3.0, 5.0, 6.1, 7.0

шум малой амплитуды также фактически складывается с генерируемым сигналом. Это приводит к расширению основной спектральной линии и спектральных линий ее гармоник в остающемся сильно неоднородном спектре практически без изменения автокорреляционной функции (точнее, с появлением спада АКФ с очень маленьким декрементом (рис. 8, *a*)). Плотность распределения вероятностей теряет вид, характерный для синусоидальной функции, но пока сохраняет два максимума (см. рис. 8, *a*), «предельный цикл» на проекции фазового портрета начинает размываться, хотя его структура еще вполне различима. Дальнейшее увеличение амплитуды внешнего шума приводит к быстрому усложнению колебаний системы с полным разрушением ее внутренней динамики при превышении критического значения амплитуды флуктуаций (рис. 8, *б*).

Из графиков зависимостей $\chi(B_G)$ и $\tau_c(B_G)$ (см. рис. 7) видно, что влияние шума на поведение системы тем сильнее, чем меньше значения бифуркационного параметра. Так, при $A = 3.0$ декремент при небольших значениях амплитуды внешнего шума B_G растет, а характерное время корреляции падает быстрее, чем при других значениях параметра A .

Таким образом, внешний шум в этом режиме понижает степень корреляции колебаний в системе и вызывает существенную непериодическую модуляцию выходного сигнала, что подтверждается также графиками пространственно-временных распределений амплитуд поля и тока для характерных значений амплитуды внешнего воздействия (рис. 9).

Воздействие шума малой амплитуды в области значений бифуркационного параметра A , соответствующих сложной динамике системы ($4.11 < A < 6.0$), приво-

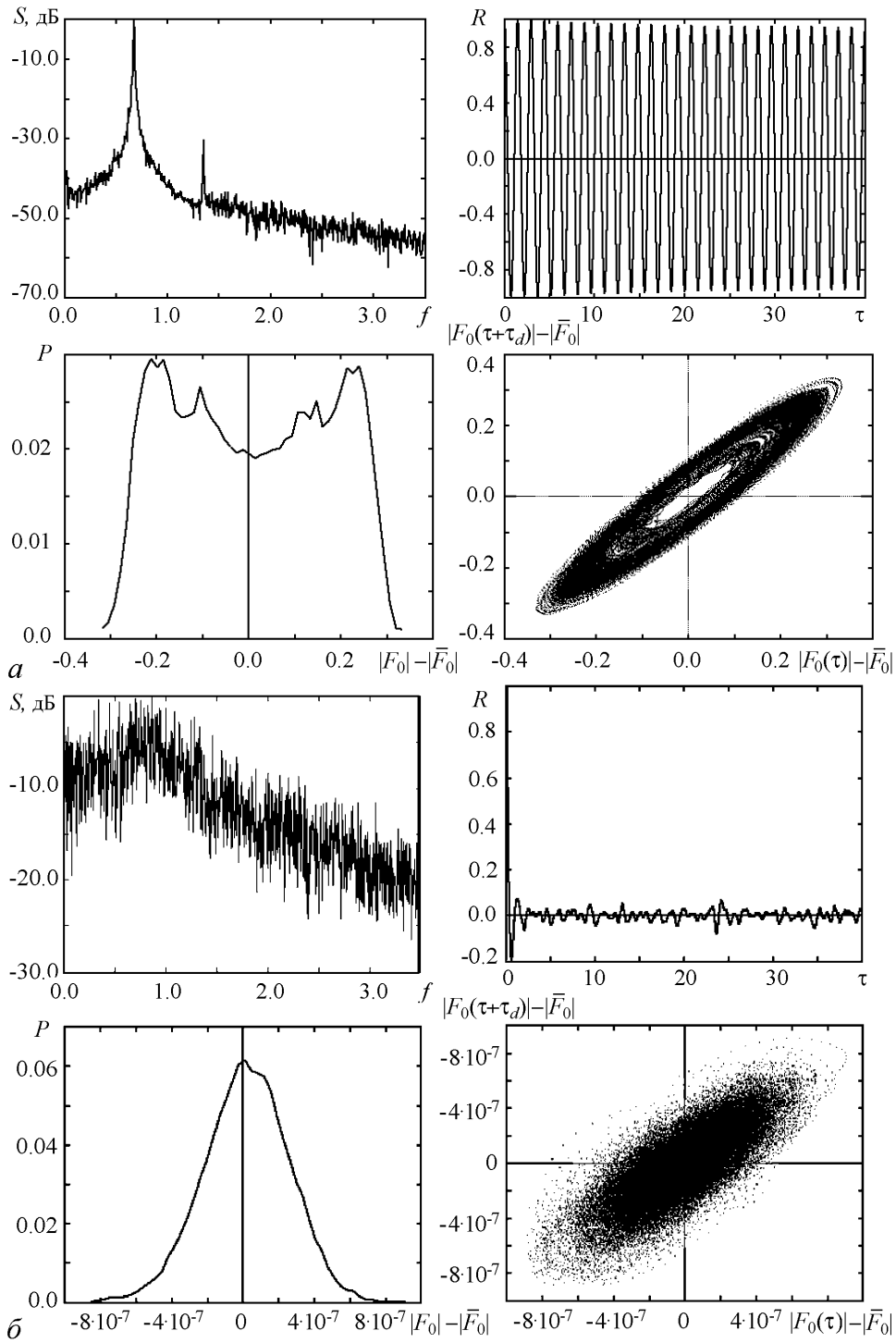


Рис. 8. Спектральная плотность мощности $S(f)$, автокорреляционная функция $R(\tau)$, плотность распределения вероятностей P и проекция фазового портрета (τ_d – время запаздывания) для $A = 3.0$ при характерных значениях амплитуды внешнего шума B_G : 0.1 (а), 0.8 (б)

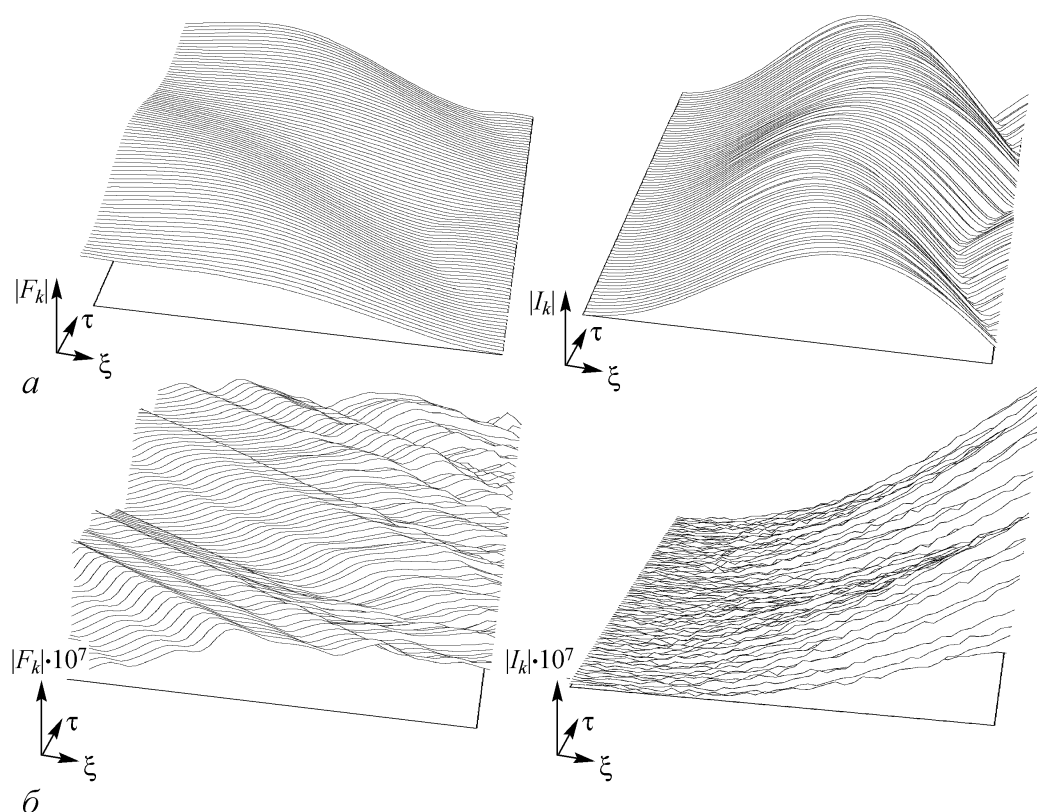


Рис. 9. Пространственно-временные распределения поля $|F_k|$ и тока $|I_k|$ в ЛОВО для $A = 3.0$ и характерных значений амплитуды внешнего шума B_G : 0.1 (а), 0.8 (б)

дит к постепенному (по мере роста B_G) усложнению поведения. Это хорошо видно из графика зависимостей характерного времени корреляции $\tau_c(A)$ (см. рис. 4), построенных как на основе $|F(\tau)|$, так и по реализации действительной части комплексной амплитуды волны. В частности, для слабой и средней амплитуды шумового воздействия при $A = 4.2$ характерное время корреляции τ_c имеет гораздо меньшее значение, чем, например, при $A = 5.0$. Это согласуется с известными результатами численного моделирования ЛОВО в этой области параметров [3, 4]. Однако следует отметить, что внешний шум «размывает» сложную картину динамики системы, не изменяя общей тенденции поведения. Действительно, в отсутствие шума система при $A = 4.2$ демонстрирует более хаотическое поведение, чем при $A = 5.0$, эта же закономерность остается и при внешнем воздействии небольшой интенсивности.

В области параметров $4.11 < A < 6.0$ на графиках характерного времени корреляции $\tau_c(A)$ (см. рис. 4) для модуля поля можно выделить три основных минимума значений τ_c при $A = 4.2, 4.9$ и 5.8 , для действительной части поля – только два (при $A = 4.2$ и 5.8). Такое поведение обусловлено неустойчивой динамикой системы в этой области [4]. Отсутствие минимума при $A = 4.9$ связано с тем, что значения характерного времени корреляции после первого минимума не возвращаются на прежний уровень, что свидетельствует о более сложной эволюции действительной части поля $\text{Re}F(\tau)$ (и, естественно, $\text{Im}F(\tau)$), чем модуля $F_0(\tau)$.

В целом, можно заключить, что слабый аддитивный шум в нелинейной волне не инициирует развития в системе сильных хаотических автоколебаний, чего нельзя сказать о шуме с большей интенсивностью.

В области параметров $A > 6.0$, условно выделенной по признаку характерного поведения системы, реализуются развитые хаотические автоколебания («гиперхаос» [16]). В системе с $A = 6.1$, где в отсутствие шума декремент $\chi \approx 0.5$ [6], то есть в системе с достаточно развитым динамическим хаосом, внешний шум может не только повышать степень хаотизации сигнала, но и стимулировать возникновение режимов, в которых уровень хаотичности сигнала примерно такой же, как в автономной системе, и даже ниже. В частности, в интервале значений $0.15 < B_G < 0.8$ декремент остается почти постоянным и примерно в два с половиной раза меньшим ($\chi \approx 0.2$), чем при меньших значениях B_G . Характерное время корреляции τ_c в этом же диапазоне увеличивается приблизительно в два–три раза, от $\tau_c \approx 0.05$ до $\tau_c \approx 0.15$ (см. рис. 7 на общем графике и в более крупном масштабе на врезке). Однако зависимости характерного времени корреляции от интенсивности шума фиксируют более сложную картину влияния шума различной интенсивности, чем зависимости декремента, что связано с не совсем однозначным определением декремента для столь сложного поведения наблюдаемых автокорреляционных функций. Из полученных статистических характеристик следует, что наибольшую степень упорядоченности вносят средние значения амплитуды внешнего шума. Наиболее характерное проявление эффекта упорядочения хаотических автоколебаний внешним сигналом наблюдается при большом значении параметра A , например, $A = 7$. В этом случае значение декремента может быть более чем в 5 раз меньше соответствующего значения автономной системы, но достигается при больших значениях $B_G \approx 0.8$ [6]. Характерное время корреляции при этих же значениях B_G увеличивается примерно в четыре раза (см. рис. 7). По мере увеличения внешнего воздействия на графике спектральной плотности мощности постепенно формируется ярко выраженный максимум, автокорреляционная функция спадает все медленнее (рис. 10, а, б). Дальнейшее увеличение амплитуды внешнего шума возвращает систему к первоначальному хаотическому поведению со значениями χ и τ_c , присущими системе без внешнего воздействия.

Такое свойство влияния внешнего шума на рассматриваемую динамическую систему характерно для эффектов разного рода стохастических резонансов [12, 18]. Поэтому есть основания полагать, что обнаруженное явление понижения степени хаотичности автоколебаний аналогично эффектам резонансного воздействия внешнего шума, хотя без проведения специальных исследований утверждать это с полной уверенностью нельзя.

В самом деле, колебания амплитуды выходного сигнала определяются характерным временем прохождения сигнала по петле обратной связи системы, часть которого составляет время переноса возмущения нелинейной волной вдоль системы. Этот компонент включает в себя время движения вдоль системы относительно мощных импульсов и время «установления» мощного импульса из сложного распределения волн, остающихся в системе после ухода из нее предыдущего импульса. В хаотическом режиме импульсы разные, их «хвосты» также разные и поэтому время образования и сам импульс могут существенно различаться. Подаваемый в систему внешний шум выравнивает условия развития мощных импульсов, и их последовательность оказывается более регулярной (рис. 10, в, г). Такой эффект должен быть

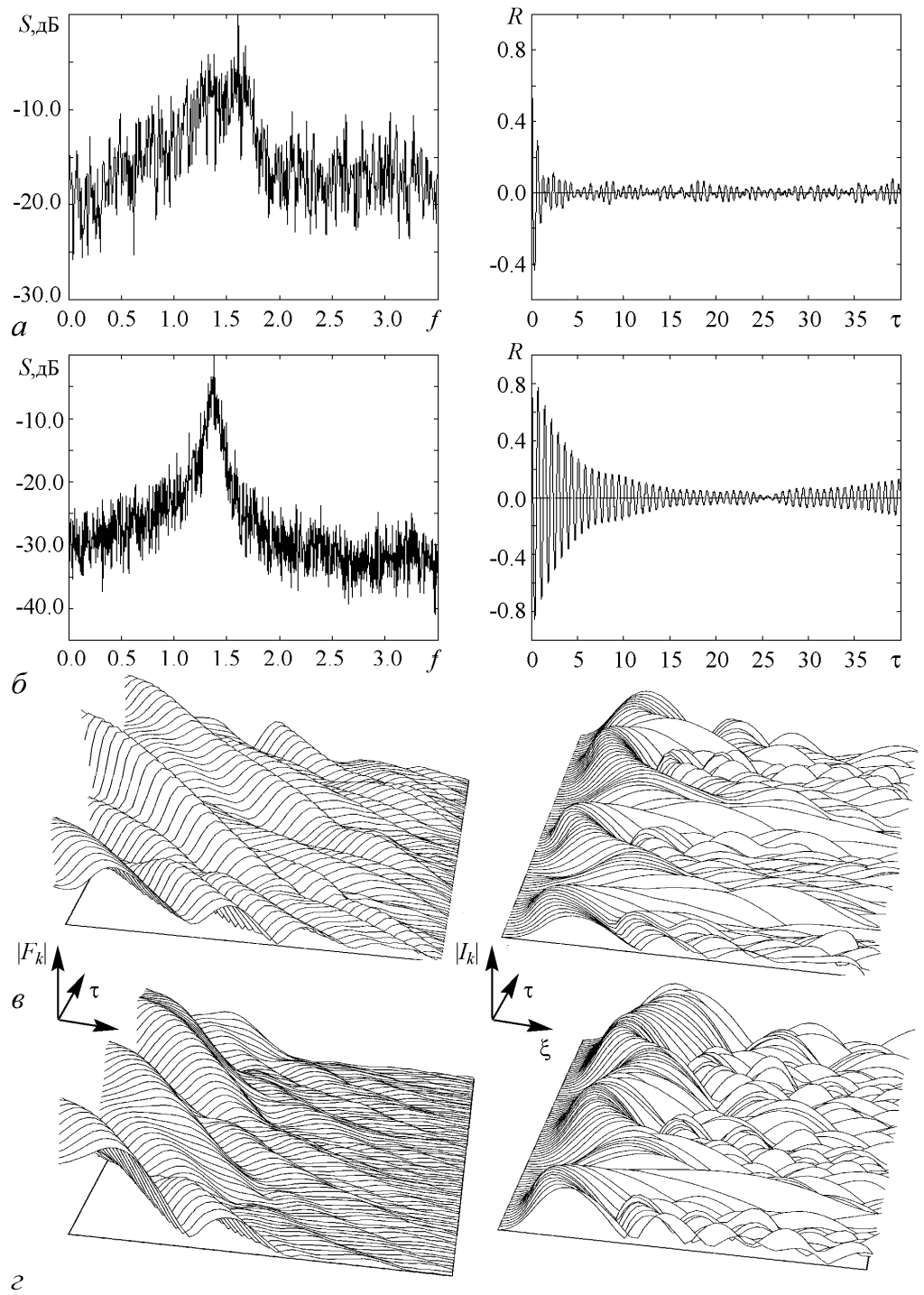


Рис. 10. Спектральная плотность мощности $S(f)$ и автокорреляционная функция $R(\tau)$ (а, б) и пространственно-временные распределения поля $|F_k|$ (левая колонка) и тока $|I_k|$ (правая колонка) (в, г) в ЛОВО для $A = 7.0$ и характерных значений амплитуды внешнего шума B_G 0.1 (а, в); 0.8 (б, г)

резонансным по уровню амплитуды шума, поскольку совсем слабый шум практически не влияет на процесс выравнивания условий формирования импульсов, а очень большой шум просто разрушает динамику системы. Поэтому в режиме развитого хаоса существует оптимальное значение амплитуды внешнего шума, при котором достигается наибольшая степень упорядоченности.

Заключение

Рассчитаны значения декремента автокорреляционной функции выходного сигнала и время его автокорреляции для характерных автоколебательных режимов автономной модели взаимодействия волн. Показано, что хаотические колебания, возникающие при $A = A_3 \approx 4.11$, в широком параметрическом диапазоне $A_3 < A < A_4 = 6.0$ представляют собой сильно окрашенный шум с маленьким значением декремента АКФ. Только при превышении значения $A_4 = 6.0$ автоколебания могут рассматриваться как развитый динамический хаос («гиперхаос»).

Изучено влияние внешнего шума различной амплитуды B_G на динамику поведения системы. Определены границы областей мощности шума по степени его влияния. Обнаружено, что увеличение шумовой компоненты может как усложнять, так и упорядочивать автоколебания в системе. В одночастотной области ($A_1 < A < A_2$) влияние даже самого слабого шума приводит к хаотическим колебаниям со свойствами воздействующего шума. В области периодических колебаний (при $A_2 < A < A_3$) внешний шум малой амплитуды не оказывает существенного влияния на динамику системы. Шум средней амплитуды приводит к постепенному зашумлению периодических колебаний. Шум большой амплитуды приводит к срыву автоколебаний в системе. Область сложного поведения ($A_3 < A < A_4$) более чувствительна к внешнему шуму. Он может существенно усложнить периодические и сложнопериодические колебания в системе, в целом сглаживая разницу между множеством различных режимов и переходов между ними. Увеличение амплитуды внешнего шума приводит на границе области шума большой амплитуды сначала к упорядочиванию колебаний, а далее к полному разрушению динамики системы. В области хаотических автоколебаний ($A \geq A_4$) существенное влияние на динамику системы оказывает только шум большой амплитуды, особенно вблизи границы возникновения хаотических колебаний. Наблюдается упорядочение колебаний, которые, однако, становятся полностью хаотическими при дальнейшем увеличении значений бифуркационного параметра и амплитуды шума. Такое поведение позволяет сделать предположение о возможности управления характеристиками хаотических колебаний в лампах обратной волны, подавая тем или иным способом внешний шум различной амплитуды.

Библиографический список

1. Электроника ламп с обратной волной / Под ред. В.Н. Шевчика, Д.И. Трубецкова. Саратов: Изд-во СГУ, 1975.
2. Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П., Федосеева Т.Н. Теория переходных процессов в релятивистской ЛОВ // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, №7. С. 1037.
3. Четвериков А.П. Периодические и хаотические автоколебания в простых распределенных электронно-волновых системах // Известия АН. Сер. Физическая. 1994. Т. 58, №8. С. 171.

4. Рыскин Н.М., Титов В.Н., Трубецков Д.И. Детали перехода к хаосу в системе электронный пучок – обратная электромагнитная волна // Докл. РАН. 1998. Т. 358, №5. С. 620.
5. Четвериков А.П. Нелинейная динамика системы взаимодействующих встречных электромагнитной волны и электронной волны с кубичной фазовой нелинейностью // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, №5. С. 46.
6. Четвериков А.П., Фролова Н.Б. Влияние флуктуаций на динамику лампы обратной волны // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 4, №7. С. 876.
7. Фролова Н.Б., Четвериков А.П. Автоколебания в распределенной системе взаимодействующих встречных волн в присутствии флуктуаций // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2002. Т. 10, №5. С. 50.
8. Безручко Б.П., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Экспериментальное наблюдение стохастических колебаний в динамической системе электронный пучок – обратная электромагнитная волна // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 29, №3. С. 180.
9. Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П. Периодические и стохастические автомодуляционные режимы в электронных генераторах с распределенным взаимодействием // Релятивистская высокочастотная электроника. Проблемы повышения мощности и частоты излучения. Горький: ИПФ АН СССР, 1981. С. 101.
10. Garcia-Ojalo J., Sancho J.M. Noise in Spatially Extended Systems. Springer-Verlag, New York, 1999.
11. Никитин Н.Н., Разевич В.Д. Методы цифрового моделирования стохастических дифференциальных уравнений и оценка их погрешностей // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1978. Т. 18, №1. С. 106.
12. Ланда П.С. Теория флуктуационных переходов и ее приложения // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, №10. С. 1157.
13. Безручко Б.П., Булгакова Л.В., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Стохастические автоколебания и неустойчивость в лампе обратной волны // Радиотехника и электроника. 1983. Т. 28, №6. С. 1136.
14. Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Две лекции по нестационарной теории взаимодействия электронных пучков с электромагнитными волнами // Лекции по электронике СВЧ. Саратов: Изд-во СГУ, 1974. С. 88.
15. Кузнецов С.П., Пищик Л.А., Трубецков Д.И., Четвериков А.П. Программа численного моделирования нестационарных процессов и автоколебательных режимов в ЛОВО // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1983. Вып.4. С. 66.
16. Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Хаос и гиперхаос в лампе обратной волны // Известия вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47, №6. С. 383.
17. Малахов А.Н. Флуктуации в автоколебательных системах. М.: Наука, 1968.
18. Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И., Шиманский-Гайер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. Москва–Ижевск, Институт компьютерных исследований, 2003.

*Саратовский государственный
университет
Саратовский государственный
социально-экономический университет*

Поступила в редакцию 23.05.2005

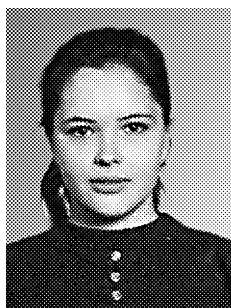
**DYNAMICS OF INTERACTION OF LINEAR WAVE
AND A WAVE WITH INERTIAL NONLINEARITY
UNDER INFLUENCE OF NOISE**

A.P. Chetverikov, N.B. Frolova

The results of numerical simulation of oscillations in a simple model of interaction of waves with inertial nonlinearity applicable to study of phenomena in a backward wave oscillator are produced. Convenient numerical characteristics for identification of anharmonic oscillations – a decrement of the autocorrelation function and the characteristic correlation time – have been used. It has been found that both sophistication and ordering of an excited signal were possible under influence of additive noise. The dependence of a critical value of noise intensity at which disintegration of autonomous dynamics of the system on the nonequilibrium parameter of a system has been determined.



Четвериков Александр Петрович – родился в 1953 году, окончил Саратовский государственный университет (1975). Работал в НИИ механики и физики СГУ, затем на физическом факультете СГУ. В настоящее время профессор кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ. Доктор физико-математических наук (1996). Область научных интересов: нелинейная динамика распределенных систем, физика неравновесных процессов, вакуумная сверхвысокочастотная электроника, компьютерное моделирование сложных процессов. Автор более 100 работ в отечественных и международных изданиях.



Фролова Наталья Борисовна – родилась в 1975 году, окончила Саратовский государственный университет (1997), аспирантуру на кафедре электроники, колебаний и волн (2003). Кандидат физико-математических наук (2004). В настоящее время доцент кафедры Информационные системы в экономике Саратовского государственного социально-экономического университета. Область научных интересов: нелинейная динамика распределенных систем, компьютерное моделирование сложных процессов, информационные технологии в экономике. Автор 10 работ в отечественных и международных изданиях.