



СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КОЛЕБАНИЙ В СИСТЕМЕ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ХАОТИЧЕСКИХ АВТОГЕНЕРАТОРОВ

Т.Е. Вадивасова, А.С. Захарова

В статье исследуются спектры колебаний двух взаимодействующих автогенераторов хаоса и их связь с парциальными коэффициентами эффективной диффузии фазы. Прослеживается эволюция спектров и коэффициентов диффузии от несинхронного режима к режиму синхронизации хаоса. Выявлена аналогия между спектральными характеристиками взаимодействующих генераторов детерминированного хаоса и взаимодействующих периодических генераторов с шумом.

Введение

Хаотическая автоколебательная система в режиме фазово-когерентного (спирального) хаоса во многом подобна квазигармоническому генератору, содержащему источники шума [1, 2]. Детальные численные и натурные эксперименты, осуществленные в последние годы, показали, что скорость расщепления корреляций и спектральные характеристики хаотических колебаний в значительной степени определяются коэффициентом эффективной диффузии мгновенной фазы колебаний [3–5]. Спектральная плотность мощности хаотических автоколебаний в режиме спирального аттрактора имеет характерный максимум на частоте Ω , равной средней частоте автоколебаний [6]

$$\Omega = \langle \dot{\Phi}(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\Phi(t_0 + T) - \Phi(t_0)}{T}, \quad (1)$$

где $\Phi(t)$ – полная фаза хаотических автоколебаний. В окрестности максимума спектр имеет форму лоренциана с шириной, равной $2B_{\text{эф}}$:

$$S(\omega) = \frac{2CB_{\text{эф}}}{B_{\text{эф}}^2 + (\omega - \Omega)^2}, \quad (2)$$

где C – константа, определяемая дисперсией колебаний, связанной с флуктуациями фазы.

Ширина основной спектральной линии хаоса является не менее важной характеристикой «степени хаотичности», чем сумма положительных показателей Ляпунова (энтропия Колмогорова). Так, возможность частотно-фазовой синхронизации хаотических автогенераторов ограничивается именно шириной спектра. С ростом

ширины основной спектральной линии эффект синхронизации перестает наблюдаться [6]. Следует отметить, что взаимосвязь показателей Ляпунова со спектрально-корреляционными свойствами хаоса пока не установлена и, по-видимому, является достаточно сложной и неоднозначной [4, 7–9].

Рассмотрим взаимодействие генераторов спирального хаоса с различными спектральными характеристиками. В отсутствие связи ширина основной спектральной линии первого и второго генератора определяется соответствующим коэффициентом эффективной диффузии фазы $B_{\text{эф1}}^0$ и $B_{\text{эф2}}^0$, а спектральные максимумы расположены на частотах Ω_1^0 и Ω_2^0 . Во взаимодействующих генераторах хаотические колебания в общем случае будут характеризоваться двумя мгновенными фазами. Соответственно, будем рассматривать парциальные средние частоты Ω_1 и Ω_2 , а также попытаемся ввести парциальные коэффициенты эффективной диффузии фазы $B_{\text{эф1}}$ и $B_{\text{эф2}}$. При достаточно сильной связи наблюдается частотно-фазовая синхронизация, состоящая в захвате фаз и равенстве (в общем случае – кратности) средних частот [2, 10]. Для основной области синхронизации (соответствующей равенству средних частот) коэффициент диффузии разности фаз $\Delta\Phi(t) = \Phi_1(t) - \Phi_2(t)$ становится равным нулю. Отсюда следует равенство парциальных коэффициентов диффузии фазы $B_{\text{эф1}} = B_{\text{эф2}}$. Таким образом, в системе связанных генераторов имеются два качественно различных хаотических режима: синхронный хаос и несинхронный хаос (тор-хаос). Режим синхронного хаоса характеризуется одним коэффициентом эффективной диффузии фазы, а режим несинхронного хаоса предполагает существование двух таких коэффициентов. Очевидно, спектры колебаний в случае синхронного и несинхронного хаоса должны определенным образом отражать особенности динамики фаз парциальных систем, в частности иметь связь с величинами $B_{\text{эф1}}$ и $B_{\text{эф2}}$.

В данной работе исследуются спектры мощности колебаний взаимодействующих автогенераторов фазово-когерентного хаоса, которые не только могут быть построены по частоте, но также характеризуются различной шириной основной спектральной линии. Цель проводимых численных экспериментов – установить, возможно ли введение парциальных коэффициентов диффузии фазы взаимодействующих хаотических генераторов (то есть имеет ли место линейный рост дисперсии фазы в каждом из генераторов) и, если введение таких коэффициентов возможно, проанализировать их связь со спектрами колебаний. Мы также хотим в деталях рассмотреть особенности поведения спектров мощности колебаний для режима несинхронного хаоса и на границе фазового захвата. В частности, нас будет интересовать форма и ширина основных линий в спектрах парциальных генераторов. Кроме того, мы хотим убедиться в существовании порогового значения параметра связи для синхронизации хаотических генераторов, которое следует из теоретических представлений [2, 11].

1. Исследуемая модель

В качестве генераторов хаоса были выбраны осцилляторы Ресслера [12]. Исследуемая математическая модель задается уравнениями

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= -y_1 - z_1 + \gamma(x_2 - x_1), \\
 \dot{y}_1 &= x_1 + \alpha_1 y_1, \\
 \dot{z}_1 &= \beta_1 + z_1(x_1 - \mu_1), \\
 \dot{x}_2 &= -(1 - \Delta)y_2 - z_2 + \gamma(x_1 - x_2), \\
 \dot{y}_2 &= (1 - \Delta)x_2 + \alpha_2 y_2, \\
 \dot{z}_2 &= \beta_2 + z_2(x_2 - \mu_2).
 \end{aligned} \tag{3}$$

Были выбраны следующие значения параметров: $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = 0.2$, $\mu_1 = 6.5$, $\mu_2 = 4.5$. Параметр Δ , управляющий расстройкой базовых частот парциальных осцилляторов, и параметр связи γ менялись в ходе проведения численных экспериментов.

Рассчитывались мгновенные фазы, коэффициенты эффективной диффузии мгновенных фаз, средние частоты и спектральные плотности мощности хаотических колебаний в каждом из генераторов. Мгновенные фазы колебаний парциальных осцилляторов $\Phi_1(t)$, $\Phi_2(t)$ вводились как полные углы поворота радиуса-вектора изображающей точки в соответствующих плоскостях x_1, y_1 и x_2, y_2 . Для вычисления коэффициента эффективной диффузии фазы $\Phi(t)$ численно строилась зависимость дисперсии фазы σ_Φ^2 от времени t и по методу наименьших квадратов находилась ее линейная аппроксимация: $\sigma_{\text{аппр}}^2 = at + b$. Тогда коэффициент эффективной диффузии фазы $\Phi(t)$ определяется как $B_{\Phi} = a/2$. При расчете спектров использовалось быстрое преобразование Фурье с последующим усреднением результатов по ансамблю независимых массивов данных (обычно не менее 100 усреднений).

2. Анализ спектров в режимах несинхронного и синхронного хаоса

В обоих парциальных осцилляторах Ресслера в отсутствие связи наблюдается спиральный хаотический аттрактор. В силу расстройки параметров μ_1, μ_2 хаос в первой системе более развит, что можно видеть по проекциям аттракторов (рис. 1, *a*) и значениям показателей Ляпунова (старшие показатели для невзаимодействующих осцилляторов имеют следующие значения: $\lambda_1^0 = 0.084 \pm 10^{-3}$; $\lambda_2^0 = 0.062 \pm 10^{-3}$). Кроме того, для каждой из парциальных систем без связи характерен линейный рост дисперсии фазы, а коэффициенты эффективной диффузии отличаются более чем на порядок: $B_{\Phi_1}^0 = 0.00018 \pm 10^{-5}$; $B_{\Phi_2}^0 = 0.00001 \pm 0.5 \cdot 10^{-5}$ (рис. 1, *b*). Соответствующим образом ведут себя спектры колебаний двух систем (рис. 1, *в, г*). Они характеризуются основными спектральными линиями различной ширины. Основная спектральная линия для каждого из автогенераторов имеет максимум на средней частоте (соответственно Ω_1 или Ω_2) и по форме близка к лоренциану с полушириной на уровне половинной мощности, равной коэффициенту эффективной диффузии фазы.

Границу области синхронизации парциальных осцилляторов легко определить, проследив за средними частотами Ω_1, Ω_2 или их отношением $\theta = \Omega_1 : \Omega_2$ (числом вращения). В основной области синхронизации $\Omega_1 = \Omega_2$ и, соответственно, $\theta = 1$. Зафиксируем $\Delta = 0.02$. В этом случае в отсутствие связи ($\gamma = 0$) имеется небольшая частотная расстройка парциальных осцилляторов. Средняя частота Ω_2 немного меньше средней частоты Ω_1 . Введем связь между осцилляторами и будем ее увеличивать. Расчеты показывают, что граница фазового захвата соответствует параметру связи $\gamma_{\text{кр}} \approx 0.0095 \pm 10^{-4}$. При $\gamma > \gamma_{\text{кр}}$ средние частоты парциальных систем равны (с точностью 10^{-8}).

Рассмотрим, каким будет характер роста дисперсий фазы в области несинхронного хаоса (тор-хаоса). Результаты, полученные при $\Delta = 0.02$, $\gamma = 0.008$, представлены на рис. 2. На фоне линейного роста дисперсии фазы в обоих генераторах возникают медленные затухающие осцилляции (рис. 2, *a*). Их частота соответствует

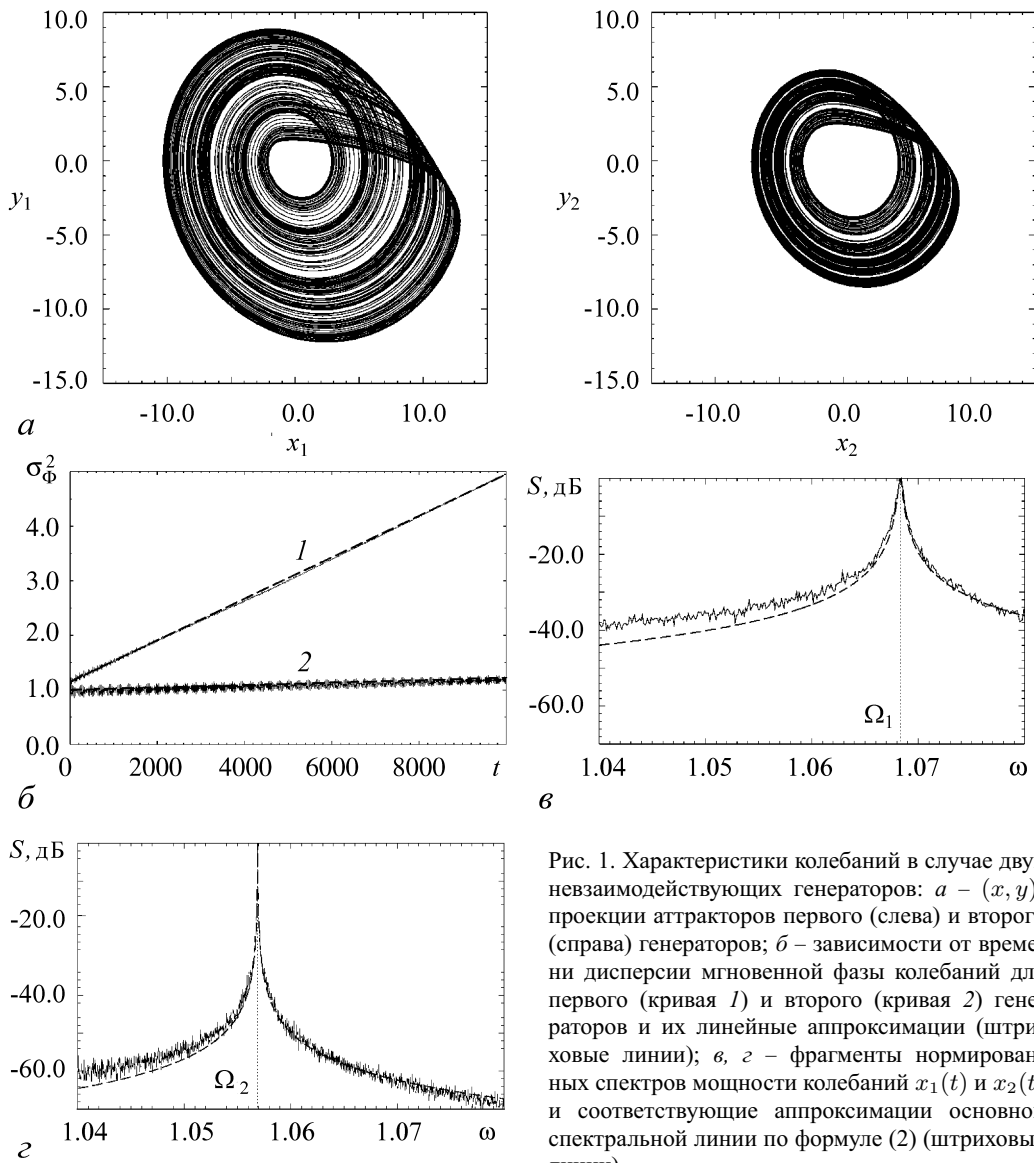


Рис. 1. Характеристики колебаний в случае двух не взаимодействующих генераторов: *a* – (x, y) -проекции аттракторов первого (слева) и второго (справа) генераторов; *b* – зависимости от времени дисперсии мгновенной фазы колебаний для первого (кривая 1) и второго (кривая 2) генераторов и их линейные аппроксимации (штриховые линии); *v, z* – фрагменты нормированных спектров мощности колебаний $x_1(t)$ и $x_2(t)$ и соответствующие аппроксимации основной спектральной линии по формуле (2) (штриховые линии)

разностной частоте $\delta\Omega = \Omega_1 - \Omega_2$. Однако в целом линейный рост сохраняется и можно ввести коэффициенты $B_{\text{эф1}}$ и $B_{\text{эф2}}$: $B_{\text{эф1}} = 0.00014$, $B_{\text{эф2}} = 0.00022$. Можно заметить также, что соотношение между коэффициентами диффузии заметно меняется. Спектр автоколебаний каждого из генераторов имеет основную спектральную линию в форме лоренциана, полуширина которого по-прежнему определяется парциальным коэффициентом диффузии фазы данного генератора, а максимум соответствует средней частоте колебаний. Кроме того, в спектре присутствует другая спектральная линия с максимумом на средней частоте второго генератора. Ширина этой линии определяется вторым коэффициентом диффузии фазы (рис. 2, *b, v*). Имеются также спектральные линии на комбинационных частотах. Таким образом, режим несинхронного хаоса подобен режиму биений в двух взаимодействующих зашумленных квазигармонических генераторах, и название «тор-хаос» в этом смысле вполне оправданно.

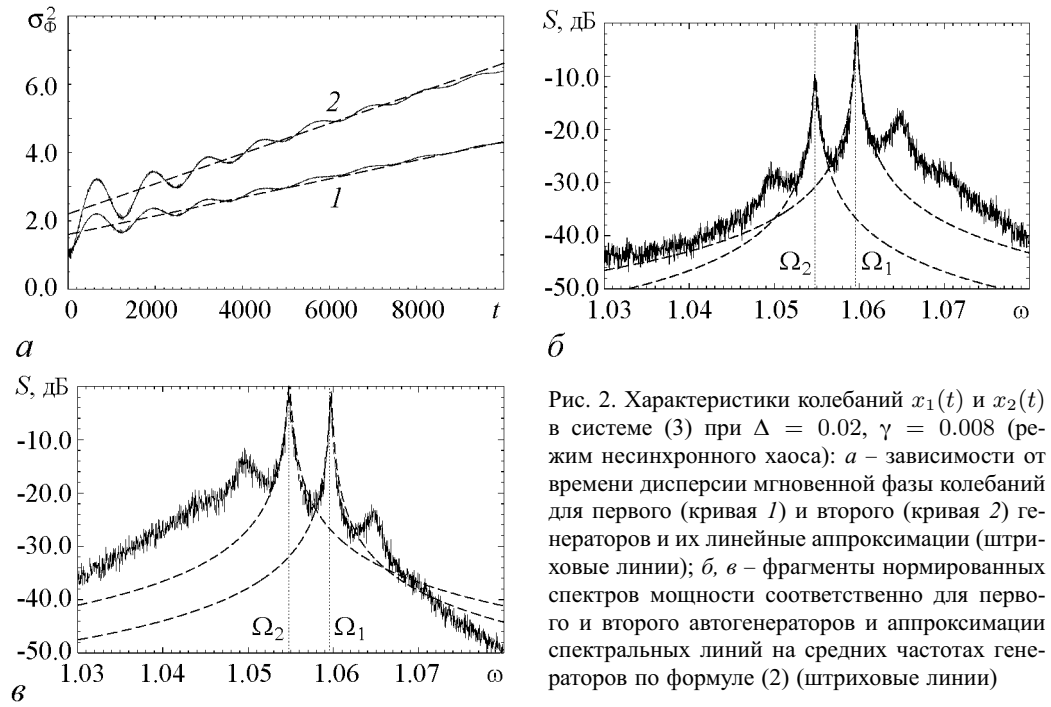


Рис. 2. Характеристики колебаний $x_1(t)$ и $x_2(t)$ в системе (3) при $\Delta = 0.02$, $\gamma = 0.008$ (режим несинхронного хаоса): a – зависимости от времени дисперсии мгновенной фазы колебаний для первого (кривая 1) и второго (кривая 2) генераторов и их линейные аппроксимации (штриховые линии); b , ν – фрагменты нормированных спектров мощности соответственно для первого и второго автогенераторов и аппроксимации спектральных линий на средних частотах генераторов по формуле (2) (штриховые линии)

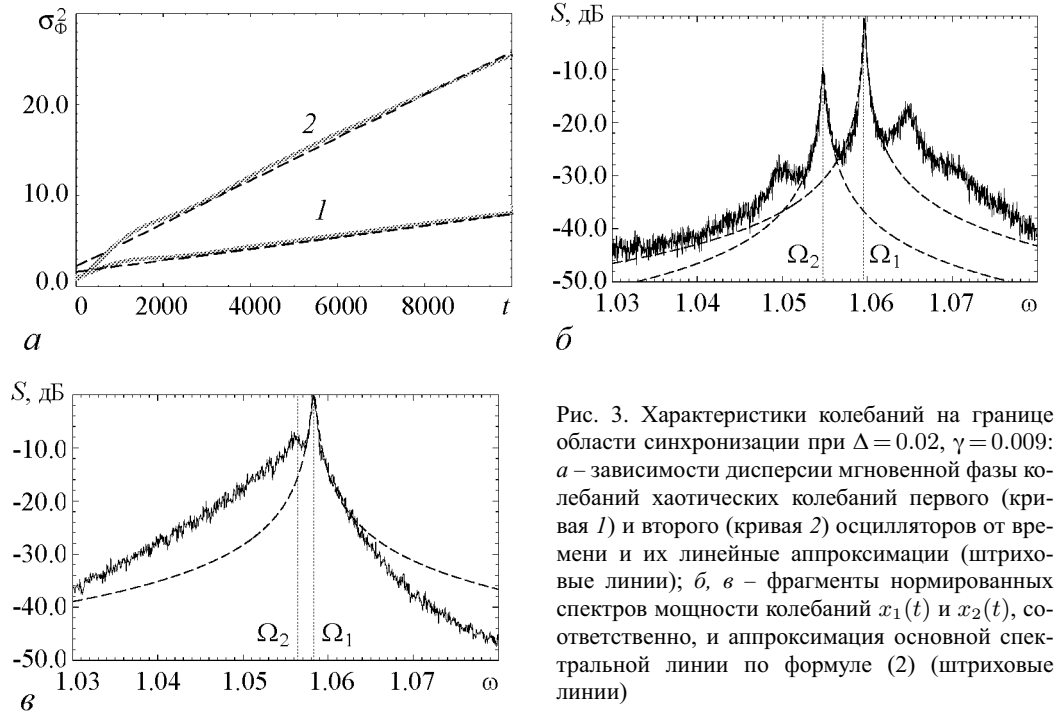


Рис. 3. Характеристики колебаний на границе области синхронизации при $\Delta = 0.02$, $\gamma = 0.009$: a – зависимости дисперсии мгновенной фазы колебаний хаотических колебаний первого (кривая 1) и второго (кривая 2) осцилляторов от времени и их линейные аппроксимации (штриховые линии); b , ν – фрагменты нормированных спектров мощности колебаний $x_1(t)$ и $x_2(t)$, соответственно, и аппроксимация основной спектральной линии по формуле (2) (штриховые линии)

Исследуем характер роста дисперсии фазы и вид спектров колебаний на границе области синхронизации ($\gamma = 0.009$), где значения коэффициентов $B_{\phi 1}$ и $B_{\phi 2}$ значительно возрастают. Для каждого генератора дисперсия мгновенной фазы растет во времени почти линейно, а парциальные коэффициенты диффузии фазы существенно различны: $B_{\phi 1} = 0.00032$, $B_{\phi 2} = 0.00118$ (рис. 3, a). Различие $B_{\phi 1}$

и $B_{\text{эф}2}$ означает, что фазовый захват еще не произошел. Однако в спектрах обоих генераторов главный максимум расположен на одной и той же частоте, которая с точностью до численной ошибки совпадает со средней частотой первого генератора $\Omega_1 = 1.0582 \pm 10^{-4}$ (рис.3, б, в). То есть в первом генераторе средняя частота совпадает с частотой основного максимума, а во втором – не совпадает. Таким образом, совпадение частот главных максимумов в спектрах парциальных колебаний еще не означает синхронизации, и в этом смысле расчет средних частот дает правильный результат. Кроме главного максимума в спектрах обоих генераторов присутствует еще один максимум. Он соответствует средней частоте второго генератора $\Omega_2 = 1.0565 \pm 10^{-4}$ (рис. 3, б, в). То, что этот максимум в спектре второго генератора не является главным, легко объяснить. Хотя связь симметричная, но интенсивность колебаний в первом генераторе больше, следовательно, воздействие первого генератора на второй более существенно, чем второго на первый. Спектральная линия с максимумом на частоте Ω_2 является широкой и образует пьедестал для основной линии. Поскольку ее форма отлична от лоренцевой (она несимметрична относительно Ω_2 и различается для двух генераторов), то связать ее ширину с коэффициентом $B_{\text{эф}2}$ не удастся. Однако, по-видимому, именно образованный этой линией широкий пьедестал связан с более сильной диффузией фазы во втором генераторе. В целом же спектры колебаний для данного режима шире, чем для синхронных или несинхронных режимов при удалении от границы.

В области фазового захвата диффузия разности фаз $\Delta\Phi(t) = \Phi_1(t) - \Phi_2(t)$ должна быть равна нулю. Это очевидный факт, поскольку захват «строгий» (на сколько угодно больших временах). Отсюда следует равенство $B_{\text{эф}1} = B_{\text{эф}2}$ (см. рис 4, а, где $B_{\text{эф}1} = B_{\text{эф}2} = 0.000026$). Фрагменты спектров колебаний $x_1(t)$ и $x_2(t)$ приведены на рис. 4, б, в. Основным максимум в спектрах колебаний обоих генераторов расположен на одной и той же частоте $\Omega = \Omega_1 = \Omega_2$, а спектральные линии имеют одну и ту же лоренцеву форму с шириной $2B_{\text{эф}}$.

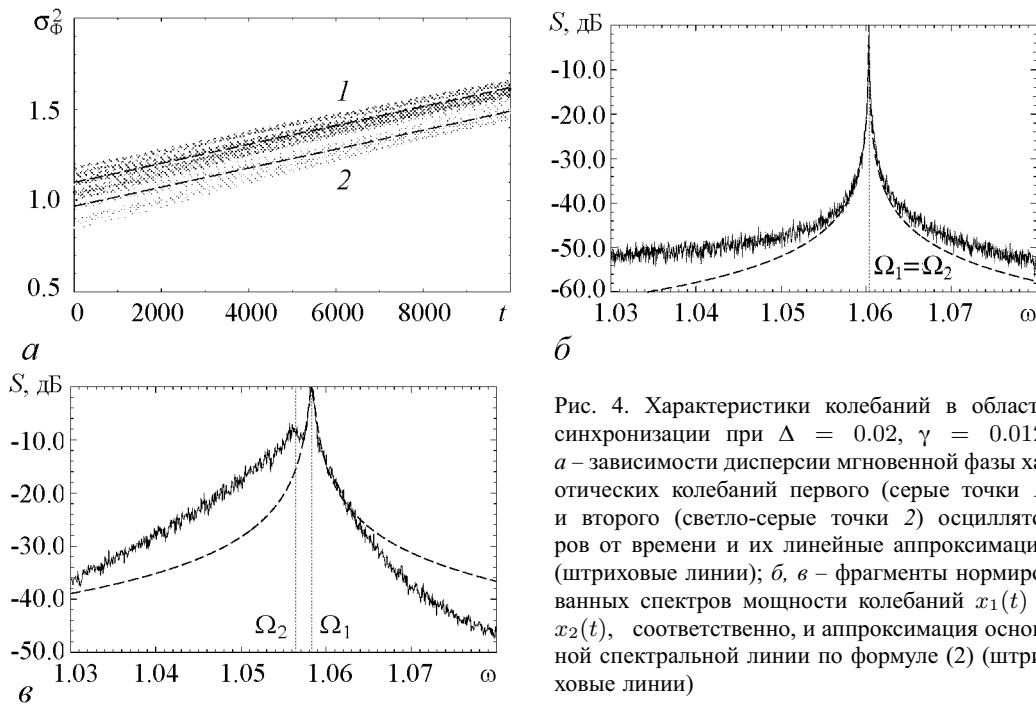


Рис. 4. Характеристики колебаний в области синхронизации при $\Delta = 0.02$, $\gamma = 0.012$: а – зависимости дисперсии мгновенной фазы хаотических колебаний первого (серые точки 1) и второго (светло-серые точки 2) осцилляторов от времени и их линейные аппроксимации (штриховые линии); б, в – фрагменты нормированных спектров мощности колебаний $x_1(t)$ и $x_2(t)$, соответственно, и аппроксимация основной спектральной линии по формуле (2) (штриховые линии)

3. Зависимость парциальных коэффициентов диффузии фазы и коэффициента диффузии разности фаз от параметра связи

Рассмотрим, как зависят парциальные коэффициенты диффузии фазы $B_{\text{эф1}}$, $B_{\text{эф2}}$ и коэффициент диффузии разности фаз $B_{\text{эф12}}$ от параметра связи γ при фиксированном значении расстройки $\Delta = 0.02$ (рис. 5, *a*). В области несинхронного хаоса значения коэффициентов $B_{\text{эф1}}$ и $B_{\text{эф2}}$ не просто сближаются при усилении связи, но, начиная с некоторого значения γ , выстраиваются в другом порядке: коэффициент $B_{\text{эф2}}$ становится больше, чем $B_{\text{эф1}}$. Впрочем, какой из двух коэффициентов будет больше вблизи границы синхронизации, зависит от расстройки. На самой границе синхронизации имеет место резкий скачок коэффициентов диффузии фазы в обеих парциальных системах, но особенно во второй. Причина роста коэффициентов диффузии фазы на границе фазового захвата нам пока не совсем понятна. Можно отметить, что данный эффект типичен и для других задач взаимной и вынужденной синхронизации, например для синхронизации зашумленных автоколебаний. Значение $B_{\text{эф12}}$ в области несинхронного хаоса меняется слабо и немонотонно. Вблизи границы синхронизации имеет место заметный рост $B_{\text{эф12}}$. При переходе в область фазового захвата численно полученные значения $B_{\text{эф12}}$ резко (на несколько порядков) уменьшаются, а значения парциальных коэффициентов диффузии фазы, как уже отмечалось, становятся равными: $B_{\text{эф1}} = B_{\text{эф2}} = B_{\text{эф}}$. Таким образом, по поведению коэффициентов $B_{\text{эф1}}$, $B_{\text{эф2}}$ и $B_{\text{эф12}}$ легко определить границу фазового захвата. Как показывают проведенные вычисления, она совпадает с границей $\gamma_{\text{кр}} \approx 0.0095 \pm 10^{-4}$, определенной по числу вращения (пунктирная линия на рис. 5, *a*) В области синхронизации коэффициент эффективной диффузии фазы $B_{\text{эф}}$ синхронных автоколебаний убывает с удалением от границы и становится ближе к наименьшему из двух коэффициентов $B_{\text{эф1}}^0$ и $B_{\text{эф2}}^0$, соответствующих невзаимодействующим генераторам. Для сравнения на рис. 5, *a* штрихпунктирной линией показано среднее арифметическое значение для $B_{\text{эф1}}^0$ и $B_{\text{эф2}}^0$. Однако при изменении параметра связи в широких пределах характер синхронного хаоса может существенно меняться, что приводит к сильным колебаниям значений $B_{\text{эф}}$.

Теперь выберем значение расстройки Δ таким образом, чтобы базовые (и, соответственно, средние) частоты невзаимодействующих генераторов, несмот-

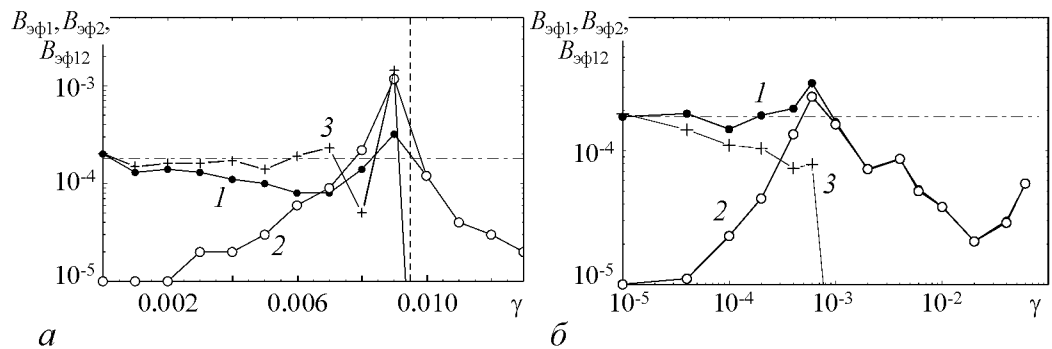


Рис. 5. Зависимости парциальных коэффициентов эффективной диффузии фаз $B_{\text{эф1}}$, $B_{\text{эф2}}$ (кривые 1 и 2) и коэффициента эффективной диффузии разности фаз $B_{\text{эф12}}$ (кривая 3) от параметра связи γ : *a* – при $\Delta = 0.02$ (средние частоты невзаимодействующих генераторов различны); *b* – при $\Delta = 0.095$ (средние частоты невзаимодействующих генераторов одинаковы). Горизонтальная штрихпунктирная линия соответствует среднему арифметическому $(B_{\text{эф1}}^0 + B_{\text{эф2}}^0)/2$. Вертикальной пунктирной линией на рис. (*a*) отмечена граница фазового захвата, установленная по числу вращения

ря на различную степень их хаотичности, были бы равны. Такое равенство (с точностью до 10^{-4}) имеет место при $\Delta = 0.0095$. В соответствии с теорией [2, 11] захват фаз хаотических автогенераторов даже в случае одинаковых средних частот происходит при конечном значении коэффициента связи, то есть существует некоторый порог γ_{\min} . При $\gamma < \gamma_{\min}$ синхронизация невозможна и коэффициент $B_{\text{эф}12}$ отличен от нуля. На рис. 5, б приведены полученные для этого случая зависимости $B_{\text{эф}1}$, $B_{\text{эф}2}$ и $B_{\text{эф}12}$ от параметра γ . Для большей наглядности значения γ , как и значения коэффициентов диффузии фаз, даны в логарифмическом масштабе. По приведенным зависимостям действительно можно сделать вывод о существовании порога синхронизации. Для исследуемого случая $\gamma_{\min} \approx 0.001$. В целом полученные графики подобны представленным на рис. 5, а, хотя некоторые детали поведения коэффициентов $B_{\text{эф}1}$, $B_{\text{эф}2}$ и $B_{\text{эф}12}$ в области несинхронного хаоса различаются. Так, коэффициент $B_{\text{эф}1}$ всюду в области несинхронного хаоса больше, чем $B_{\text{эф}2}$, а $B_{\text{эф}12}$ монотонно убывает. Величина коэффициента диффузии фазы синхронных автоколебаний $B_{\text{эф}}$ для различных значений параметра связи сильно изменяется, но всюду, где были проведены вычисления, остается на порядок меньше, чем $B_{\text{эф}1}^0$. Как следует из теории [2] и проведенных численных расчетов, порог синхронизации существует и при взаимодействии совершенно идентичных хаотических генераторов. Так, при $\mu_1 = \mu_2 = 6.5$, $\Delta = 0$ нами было получено пороговое значение $\gamma_{\min} \approx 0.002$, что даже больше, чем в рассмотренном выше случае, когда хаос во втором генераторе является менее развитым ($\mu_2 = 4.5$). Можно предположить, что высота порога связана с коэффициентами эффективной диффузии фазы хаотических генераторов $B_{\text{эф}1}^0$ и $B_{\text{эф}2}^0$. Однако пока данный вопрос нами не рассматривался. Ответ на него требует проведения специальных исследований.

Заключение

Полученные результаты показывают, что при взаимодействии двух автогенераторов спирального хаоса, так же как и в отдельно взятом генераторе, коэффициент эффективной диффузии фазы определяет ширину основной спектральной линии в каждой из двух парциальных систем. Режим несинхронного хаоса (за исключением близкой окрестности границы синхронизации) подобен квазипериодическим колебаниям взаимодействующих периодических генераторов с источниками шума. В спектрах имеются две независимые линии конечной ширины, причем ширина линий определяется парциальными коэффициентами диффузии. На границе синхронизации из-за сильного взаимного влияния парциальных систем наблюдается более сложная связь коэффициентов диффузии фазы со спектрами колебаний. Хотя дисперсия фазы в каждом из генераторов растет во времени почти линейно, форма основной спектральной линии отличается от лоренциана. Оба парциальных коэффициента диффузии фазы при приближении к границе синхронизации существенно возрастают.

Синхронный хаос является фазово-когерентным, так же как хаос в невзаимодействующих генераторах. Парциальные колебания имеют один и тот же коэффициент диффузии фазы, что является следствием фазового захвата. С точки зрения эволюции спектров синхронизация хаоса проявляется не только в захвате средних частот, но и в установлении одной и той же ширины спектральных линий обоих автогенераторов. Подобно эффективной синхронизации шумящих генераторов [13–15], синхронизация хаотических генераторов имеет порог по параметру связи, который

зависит от коэффициентов диффузии фазы взаимодействующих генераторов. Однако при синхронизации детерминированного хаоса диффузия разности фаз подавляется полностью, что невозможно в стохастических системах.

Для рассмотренного типа связи синхронный хаотический режим вблизи границы своего возникновения характеризуется небольшим значением коэффициента диффузии фазы. В наших расчетах он был на порядок меньше, чем наибольший из двух коэффициентов диффузии невзаимодействующих генераторов. То есть взаимная синхронизация двух хаотических генераторов приводит к упорядочиванию фазовой динамики и более медленному перемешиванию.

Данная работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках программы «Развитие научного потенциала высшей школы» (НОЦ СГУ) и гранта Президента РФ (НШ-4319.2006.2).

Библиографический список

1. *Farmer J.D.* Spectral broadening of period-doubling bifurcation sequences // *Phys. Rev. Lett.* 1981, Vol. 47. № 5. P. 179.
2. *Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю.* Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003.
3. *Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Kurths J., Okrokvertskhov G.A., Strelkova G.I.* Autocorrelation function and spectral linewidth of spiral chaos in a physical experiment // *Phys. Rev. E.* 2004. Vol. 69. P. 036215.
4. *Anishchenko V.S., Okrokvertskhov G.A., Vadivasova T.E.* Mixing and spectral-correlation properties of chaotic and stochastic systems: numerical and physical experiments // *New Journal of Physics.* 2005. Vol. 7. P. 76.
5. *Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Окрокверцхов Г.А., Стрелкова Г.И.* Корреляционный анализ режимов детерминированного и зашумленного хаоса // *Радиотехника и электроника.* 2003. Т. 48, № 7. С. 824.
6. *Вадивасова Т.Е., Анищенко В.С.* Взаимосвязь частотных и фазовых характеристик хаоса. Два критерия синхронизации // *Радиотехника и электроника.* 2004. Т. 49, № 1. С. 77.
7. *Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Kopeikin A.S., Kurths J., Strelkova G.I.* Effect of noise on the relaxation to an invariant probability measure of nonhyperbolic chaotic attractors // *Phys. Rev. Lett.* 2001. Vol. 87, № 5. P. 4101.
8. *Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Kopeikin A.S., Kurths J., Strelkova G.I.* Peculiarities of the relaxation to an invariant probability measure of nonhyperbolic chaotic attractors in the presence of noise // *Phys. Rev. E.* 2002. Vol. 65, № 2. P. 036206.
9. *Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Strelkova G.I., Okrokvertskhov G.A.* Statistical properties of deterministic and noisy chaotic systems // *Прикладная нелинейная динамика.* 2003. Т. 11, № 3. С. 4.
10. *Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И., Шиманский-Гайер Л.* Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.
11. *Pikovsky A., Osipov G., Rosenblum M., Zaks M., Kurths J.* Attractor – repeller

collision and eyelet intermittency at the transition to phase synchronization // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol.79. P. 47.

12. *Rössler O.E.* An equation for continuous chaos // Phys. Lett. A. 1976. Vol. 57. P. 397.
13. *Стратонович Р.Л.* Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1961.
14. *Малахов А.Н.* Флуктуации в автоколебательных системах. М.: Наука, 1968.
15. *Ланда П.С.* Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М.: Наука, 1980.

Саратовский государственный университет

Поступила в редакцию 02.03.2007

SPECTRAL ANALYSIS OF OSCILLATIONS IN THE SYSTEM OF COUPLED CHAOTIC SELF-SUSTAINED OSCILLATORS

T.E. Vadivasova, A.S. Zakharova

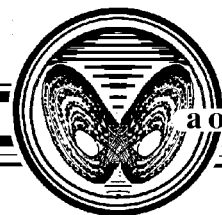
Spectra of oscillations in the system of two coupled self-sustained chaotic oscillators are investigated in present work. The relation between spectra and partial effective phase diffusion coefficients is determined. We follow the evolution of spectra and diffusion coefficients from the asynchronous regime to the regime of synchronous chaos. The analogy between spectral characteristics of coupled chaotic oscillators and noisy coupled periodic oscillators is drawn.



Вадивасова Татьяна Евгеньевна – родилась в 1958 году. Окончила физический факультет Саратовского государственного университета (1981), доктор физико-математических наук. В настоящее время - профессор кафедры радиоп физики и нелинейной динамики СГУ. Научные интересы сосредоточены в области нелинейной динамики: эффекты синхронизации в ансамблях хаотических осцилляторов, явление фазовой мультистабильности взаимодействующих хаотических систем, свойства различных типов нерегулярных аттракторов, статистические характеристики динамического хаоса, роль флуктуаций в нелинейных системах и др. Автор более 60 публикаций в отечественной и зарубежной печати, включая 3 монографии.
E-mail: tanya@chaos.ssu.runnet.ru



Захарова Анна Сергеевна – инженер учебной лаборатории кафедры радиоп физики и нелинейной динамики. Область научных интересов: теория динамического хаоса, статистические характеристики хаоса, стохастические процессы в нелинейных системах, влияние случайного воздействия на динамику нелинейных систем. Имеет 9 научных публикаций по данному направлению.



**ВЫДЕЛЕНИЕ НЕУСТОЙЧИВЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ
ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЙ
ДИНАМИКИ ПРОСТРАНСТВЕННО РАСПРЕДЕЛЕННОЙ
ХАОТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ**

А.А. Короновский, А.Е. Храмов

В работе предложен метод выделения неустойчивых периодических пространственно-временных состояний хаотической динамики пространственно распределенных систем, аналогичных неустойчивым орбитам хаотических аттракторов систем с малым числом степеней свободы. Предложенный метод применен к анализу пространственно-временного хаоса в пучково-плазменной системе со сложным поведением – гидродинамической модели диода Пирса.

При исследовании сложной динамики хаотических систем с малым числом степеней свободы одной из важных характеристик оказываются наборы неустойчивых периодических орбит, встроенных в хаотический аттрактор. Неустойчивые периодические орбиты (НПО) представляют собой седловые периодические решения уравнений, описывающих исследуемую динамическую систему. Интерес к НПО хаотических аттракторов определяется, во-первых, тем, что набор НПО является важной характеристикой динамической системы, позволяя сделать выводы о сложности хаотического режима [1–3]. Во-вторых, особенности динамики связанных хаотических систем в терминах неустойчивых периодических орбит часто используются для объяснения особенностей различных типов хаотической синхронизации, в частности, полной [4], фазовой синхронизации [5], синхронизации временных масштабов [23]. В-третьих, знание НПО имеет большое прикладное значение в задачах управления хаосом, под которым понимаются методы стабилизации НПО малыми воздействиями на систему с помощью различных типов обратной связи. В частности, в методе непрерывной обратной связи [7], наиболее часто используемом на практике, для такой стабилизации необходимо знать траекторию в фазовом пространстве, соответствующую НПО. Для нахождения НПО используется либо метод построения распределения времен возврата [8], либо метод, предложенный P. Schmelcher и F. Diakonov (SD-метод) [9, 10].

В пространственно распределенных хаотических системах аналогом НПО являются неустойчивые периодические пространственно-временные состояния