

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЙ СЕВЕРНОГО ПОЛЮСА ЗЕМЛИ С ПОМОЩЬЮ ОТОБРАЖЕНИЙ НА ПЕРИОДЕ ВНЕШНЕЙ СИЛЫ

Н.Н. Иващенко, Н.С. Сидоренков, Д.М. Сонечкин

Из обработки астрономических наблюдений известно, что движения Северного полюса Земли состоят из тренда в направлении Гренландии и наложенной на этот тренд вращательной компоненты, в которой доминируют периоды в 12 месяцев, вызываемые сезонным перераспределением масс в атмосфере и гидросфере Земли, и периоды, примерно, в 14 месяцев, называемые чандлеровскими, природа которых не ясна. Из-за несоизмеримости этих периодов во временных рядах координат полюса видны примерно шести-семилетние биения. До сих пор не установлено с определенностью, каков характер этих биений. Цель настоящей работы – прояснить этот вопрос, используя ряд наиболее точных данных о координатах Северного полюса за период с 5 января 1962 года до 18 июля 2004 года (временная дискретность ряда – пять дней). Для этого использована математическая техника точечных отображений на секущих фазовых траекториях, построенных по годовому периоду внешней силы. Найдено, что частота биений меняется квазипериодическим образом, а их амплитуда зависит от сезонов года.

В 1765 году (более двухсот лет назад!) для описания вращения Земли как твердого тела Л. Эйлер [1] вывел систему трех квадратично-нелинейных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} A\dot{\omega}_1 &= (B - C)\omega_2\omega_3, & B\dot{\omega}_2 &= (C - A)\omega_1\omega_3, \\ C\dot{\omega}_3 &= (A - B)\omega_1\omega_2, & C > B > A > 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где A, B, C и ω_i ($i = 1, 2, 3$) – компоненты момента инерции и вектора мгновенной угловой скорости Земли, соответственно.

Принимая во внимание, что экваториальное сечение фигуры Земли почти не отличается от окружности, а именно: $\varepsilon = (B - A)/C \approx 10^{-5}$, Эйлер предположил, что (1) можно редуцировать к уравнению линейного осциллятора

$$\ddot{\omega}_i = -\Omega^2\omega_i, \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

если положить $\varepsilon = 0$, то есть $B = A$. При этом частота $\Omega = (C - A)\omega_3/A$ дает период свободной нутации Земли (периодических отклонений мгновенных координат полюсов от их среднего положения) в приблизительно десять месяцев.

О том, что небольшие периодические отклонения полюсов имеют место наряду с очень длительными и большими изменениями взаимного расположения полюсов и материков Земли, астрономы догадывались издавна. Эти периодические отклонения действительно очень невелики (сейчас они оцениваются как достигающие максимум 15 метров), но даже такие отклонения являются существенными для некоторых современных навигационных систем. Кроме того, нутация, как выяснено уже в наше время, возбуждает особый, распространяющийся с запада на восток противофазно в северном и южном полушариях прилив в атмосфере и океанах (он называется полюсным), который, как полагают некоторые исследователи, влияет на динамику погоды и короткопериодные колебания климата. В те же давние времена вопрос о существовании нутации представлял немалый познавательный интерес. Так, во второй половине XIX века проблемой движения полюсов Земли заинтересовался У. Томсон (лорд Кельвин). Он посчитал, что нахождение 305-дневного периода в этих движениях полюсов может послужить доказательством того, что Земля не является жидкой внутри, как тогда полагало большинство геологов. Авторитет лорда Кельвина был велик, и астрономы начали поиск соответствующего пика в энергетических спектрах движений полюсов по данным наблюдений изменений широт ряда географических пунктов (Берлина, Вашингтона, Пулкова и некоторых других). Точность этих наблюдений была достаточной для безусловного выявления нутации как таковой, но располагаемые ряды были слишком короткими для того, чтобы расчеты по ним энергетических спектров отклонений полюсов были надежными. Некоторые астрономы, правда, утверждали, что они нашли 305-дневный пик в этих спектрах. Однако в 1891 году американский любитель астрономии С. Чандлер провел очень аккуратные вычисления и нашел (см. [2] и последующие пять публикаций Чандлера в 1891–1892 годах) в энергетическом спектре движений Северного полюса Земли целых два, причем мощных, пика. Их периоды оказались резко отличными от периода эйлеровской свободной нутации. Они составили 12 месяцев и примерно 14 месяцев. Профессионалы сначала отвергали этот результат как недостоверный, но, в конце концов, признали его. Живое и подробное описание этой истории можно найти в книге Ю.А. Авсюка [3]. Обзоры современных результатов обработки данных астрономических наблюдений, которые подтверждают результат Чандлера, хотя и уточняют его в ряде отношений, можно найти в [4, 5].

Что касается периода в 12 месяцев, его происхождение вполне понятно (см., например, [6–8]): это – реакция вращения Земли на сезонное перераспределение масс в атмосфере и гидросфере, возникающая из-за стремления Земли в целом сохранять свой момент инерции. Однако природа колебания с периодом около 14 месяцев (его традиционно называют чандлеровским) остается до конца не понятой даже сейчас. Основную причину чандлеровского колебания многие исследователи видят в пластических деформациях внутренних сфер Земли [9], другие исследователи считают необходимым учитывать также магнитные поля Земли [10], а в [3], например, указано на необходимость рассмотрения совместных движений системы Земля – Луна, что должно приводить к перемещениям самой оси вращения внутри тела Земли.

Нам представляется важным обратить внимание на то, что в любом случае астрономы продолжают пользоваться линеаризованными уравнениями Эйлера. Вместе с тем, из теории асимптотических методов решений дифференциальных уравнений с малыми параметрами сейчас уже хорошо известно, что понижение порядка дифференциальной системы после пренебрежения малым параметром служит признаком

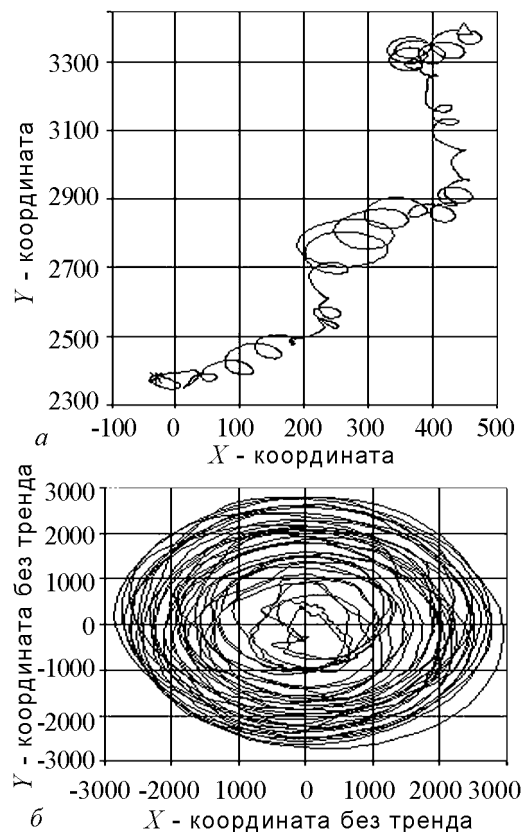


Рис. 1. *a* – траектория скользяще осредненных по шестилетнему периоду координат Северного полюса Земли, представляющая тренд полюса в общем направлении к Гренландии; начальная точка траектории дана звездочкой, конечная – треугольником. *b* – траектория отклонений координат полюса для последовательных пятidineвок в результате тренда для отрезка времени с 5.01.1962 по 18.07.2004, представляющая вращательную компоненту движений полюса

ординат полюса от нуля [14, 15]. Они представляли собой последовательности почти замыкающихся петель, и авторы истолковали это как свидетельство квазипериодичности рассматриваемой динамики. Однако петли почти полностью заполняли секущую плоскость. Не усматривалось даже общего для них центра вращения. Это может быть обязано наличию в движениях полюса систематического изменения – тренда и/или третьей существенной периодичности (внешней или собственной). Ясно, что при тренде нельзя получить отображение типа окружности или кольца, даже если число периодичностей определено правильно. Тренд сдвигает последовательные петли отображения друг относительно друга.

Для исключения тренда из ряда координат Северного полюса в настоящей работе использовано простое скользящее шестилетнее осреднение данных. Результат осреднения – тренд, то есть более или менее систематическое смещение координат полюса в общем направлении Гренландии, показан на рис. 1, *a*, а представляющие вращательную компоненту движений полюса отклонения координат полюса от тренда для последовательных пятidineвок за рассматриваемый период с 5 января 1962 по

сингулярности соответствующих возмущений, и, следовательно, недопустимости такого пренебрежения. Поэтому для объяснения чандлеровского колебания полюсов кажется необходимым [11] вернуться к исходным нелинейным уравнениям (1), а при анализе данных астрономических наблюдений за движениями полюсов исходить из их нелинейной природы [12]. Поэтому в [11] исходная система (1) была преобразована к виду двух кубично-нелинейных осцилляторов (типа осциллятора Дуффинга). Но анализ решений этих осцилляторов (в принципе, они выражаются через эллиптические функции) с целью выявить в них те признаки нелинейности, которые были найдены в данных астрономических наблюдений, например, наличие суб- и супергармоник основного чандлеровского колебания [12], затруднен. Поэтому имеет смысл использовать для анализа различные техники, применяемые при исследовании простых нелинейных динамических систем, в частности технику точечных отображений [13].

Техника отображений уже применялась при исследованиях движений Северного полюса. Так были построены отображения на секущей по годовому периоду для амплитуды отклонений координат полюса от нуля [14, 15].

18 июля 2004 – на рис. 1, б. На рис. 2 можно видеть, что обе координаты вращательной компоненты движений полюса и сама амплитуда этой компоненты обнаруживают примерно шестилетние биения. На рис. 3 для вращательной компоненты показаны отображения на сечениях фазовых траекторий этой компоненты по годовому периоду. На рис. 3, а показано отображение для текущей по фазе января, как и в вышеупомянутых работах [14, 15], а на рис. 3, б – по фазе июля. Сравнивая рис. 3, а с рисунками в [15], можно видеть некоторое сходство в расположении петель траектории относительно начала координат. У первого все петли явно смещены влево и вниз, что соответствует смещению Северного полюса в сторону Сибири. В [15] для тех же самых лет это смещение видно менее четко из-за тренда. Все петли июльского отображения на рис. 3 смещены в противоположную сторону по сравнению с январским отображением, то есть в направлении от Сибири в сторону Гренландии. Можно предположить, что эти противоположные смещения обязаны сезонному перераспределению масс в гидросфере и атмосфере Земли.

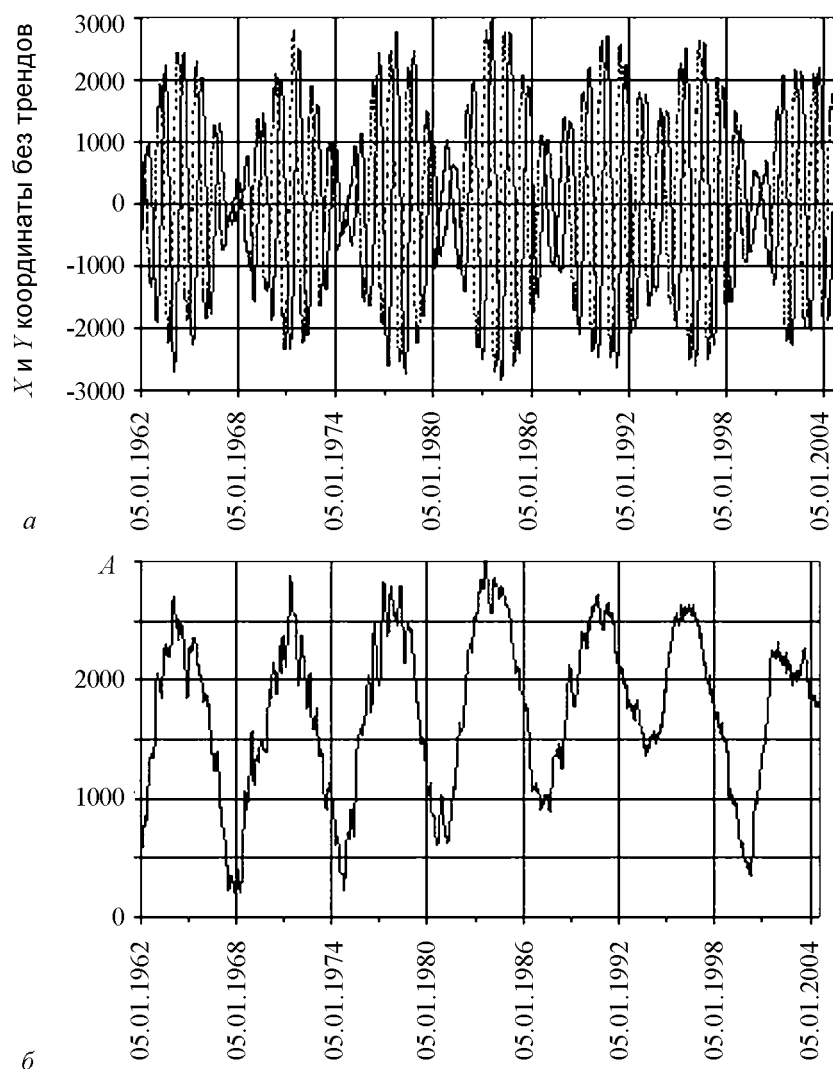


Рис. 2. Временной ход: а – координат X (сплошная линия) и Y (пунктирная линия); б – амплитуды A вращательной компоненты движений Северного полюса

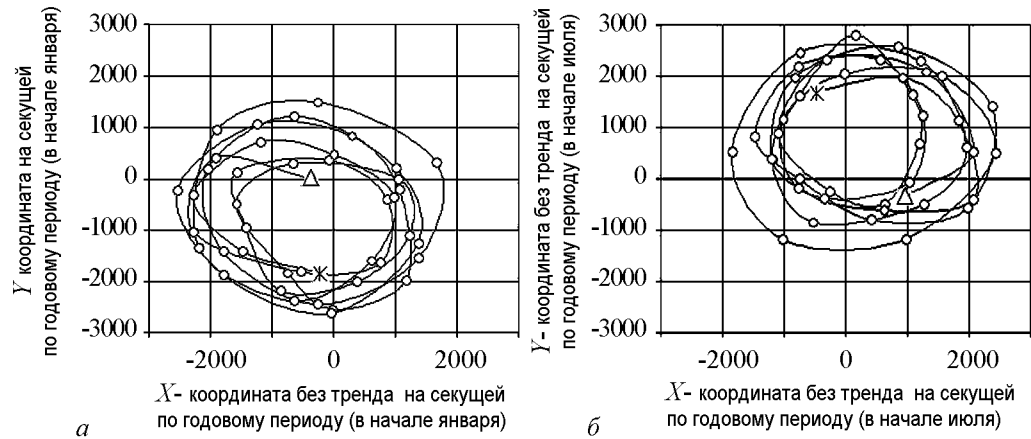


Рис. 3. Отображения вращательной компоненты движений Северного полюса на секущей годового периода в координатах X и Y . a – секущая выбрана по фазе начала января, b – по фазе начала июля. Последовательные точки отображения (малые кружочки) соединены плавными линиями, начальная точка показана звездочкой, а последняя точка – треугольником. Обход точек происходит по часовой стрелке, так что фаза текущей точки почти всегда меньше фазы предыдущей точки

Соотношение между амплитудой вращательной компоненты каждого года и изменением фазы этой компоненты от предыдущего к текущему году показано на рис. 4. Секущая на этом рисунке выбрана по фазе начала января (картина для фазы июля качественно такая же, а потому не приводится). Показаны аппроксимации этого соотношения линейной и квадратичной функциями, свидетельствующие, что при малой амплитуде изменение фазы отображения всегда отрицательно и велико по модулю по сравнению со случаями большой амплитуды, когда оно ближе к нулевому. Поскольку точности показанных аппроксимаций (особенно квадратичной – $R^2 = 0.4809$) довольно велики, это соотношение может быть использовано для предсказаний характера чандлеровского колебания на несколько лет вперед.

Не только тренд усложняет геометрию отображения для движений Северного полюса, но и биения вращательной компоненты. Чтобы учесть биения, были построены отображения первого возвращения на секущую (лестницы Ламерея) для фаз вращательной компоненты $F(t) \rightarrow F(t+1)$. На рис. 5 показана такая лестница Ламерея для последовательности фаз, наблюдавшихся в первые пятидневки январей ($F(t)$, $t=1962, 1963, \dots, 2004$). Видимые на рис. 5 шесть полных обходов лестницы (направление показано стрелками) соответствуют шести периодам биений амплитуды вращательной компоненты. Как завершается очередной обход, легче всего проследить по той ступени лестницы, которая соответствует скачку от почти нулевой фазы к фазе немногим менее 360 градусов (верхний левый угол координатной плоскости на рис. 5). Если бы на этой ступени произошло замыкание, то есть очередная точка совпала с какой-то более ранней точкой, то это доказало бы строгую периодичность рассматриваемой динамики (период равен произведению числа обходов лестницы до замыкания на средний период биения амплитуды). Но, как видно на рис. 5, эта ступень лестницы оканчивается на линии, идущей слева круто вверх направо, то есть величина рассматриваемой ступени отображения неустойчива. Отсюда следует, что динамика фазы вращательной компоненты, хотя и рекуррентна, но, строго говоря, апериодична.

Построенное отображение с учетом трендовой компоненты может быть использовано в целях долгосрочного (минимум на год вперед) прогноза движения Се-

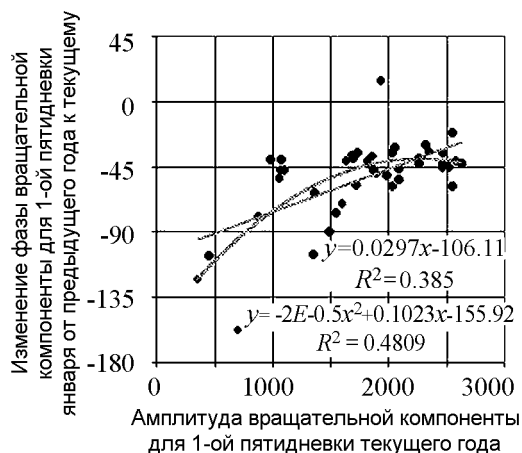


Рис. 4. Соотношение между амплитудой вращательной компоненты каждого года и изменением фазы этой компоненты от предыдущего года к текущему для секущей на рис. 1, выбранной по фазе начала января. Показаны аппроксимации этого соотношения линейной и квадратичной функциями с оценками их точности средними квадратами коэффициентов корреляции между одновременными значениями сравниваемых величин

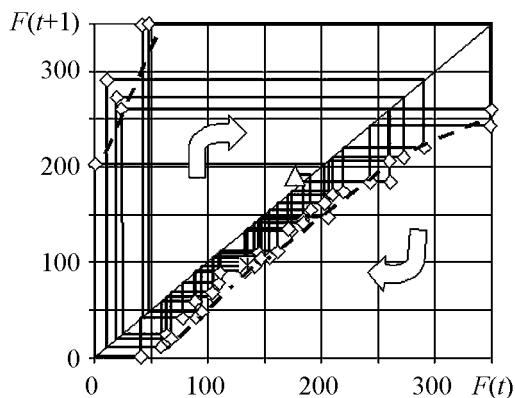


Рис. 5. Лестница Ламерея для фазы вращательной компоненты движений полюса $F(t) \rightarrow F(t+1)$, построенная по значениям фаз, наблюдаемым в первой пятидневке января каждого года. Точки отображения показаны малыми квадратиками. Стрелки указывают направление обхода лестницы. Штриховые линии дают приближенный вид отображения окружности, которое может быть использовано для моделирования рекуррентной динамики вращательной компоненты движений Северного полюса

верного полюса Земли. Однако для этого надо построить также аналогичное отображение для амплитуды вращательной компоненты. К сожалению, учитывая существование примерно шестилетнего биения этой амплитуды, ряд имеющихся данных слишком короток. Поэтому надо строить какие-то дополнительные гипотезы о характере биений, которые можно было бы использовать, чтобы компенсировать недостаток данных наблюдения. Таким образом, на пути к долгосрочному прогнозу движения полюсов Земли предстоит преодолеть еще много препятствий. Но сам такой прогноз очень важен для многих прикладных исследований и даже для чисто практического применения. Например, он необходим для расчета полюсного прилива в атмосфере и океанах, который может быть использован, в свою очередь, как предиктор междугодовых колебаний крупномасштабных процессов в системе атмосфера – океан, в частности, известного процесса Эль Ниньо (см., например, [16]). Заметим, процесс Эль Ниньо сам оказывает обратное воздействие на нутацию Земли, перераспределяя воздушные и водные массы, тем самым еще усложняя проблему долгосрочного прогноза движения полюсов.

Данная работа была выполнена при частичной финансовой поддержке по гранту РФФИ №05-05-64130.

Библиографический список

1. Эйлер Л. Сборник статей в честь 250-летия со дня рождения. М.: Изд-во АН СССР, 1958.
2. Chandler C. On the variation of the latitude // Astron. J. 1891. Vol. 248. P. 59.
3. Авсюк Ю.Н. Приливные силы и природные процессы. М.: Объединенный институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, 1996.

4. *Арато М.* Линейные стохастические системы с постоянными коэффициентами: Статистический подход. М.: Наука, 1989.
5. *Hoerpfner J.* Low-frequency variations, Chandler and annual wobbles of polar motion as observed over one century // *Surveys in Geophysics*. 2004. Vol. 25. P. 1.
6. *Манк У., Макдоналд Г.* Вращение Земли. М.: Мир, 1968.
7. *Монин А.С.* Вращение Земли и климат. Л.: Гидрометеиздат, 1972.
8. *Сидоренков Н.С.* Физика нестабильностей вращения земли. М.: Физматлит, 2002.
9. *Legros H., Amalvict M.* Rotation of a deformable Earth with dynamical superficial fluid layer and liquid core. Part 1: Fundamental equations // *Annales Geophysicae*. 1985. Vol. 3, № 5. P. 655.
10. *Greff-Lefftz M., Legros H.* Magnetic field and rotational eigenfrequencies // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 1999. Vol. 112. P. 21.
11. *Сонечкин Д.М.* О нелинейной природе чандлеровского движения полюсов Земли // *Доклады АН*. 2001. Т. 381, № 5. С. 681.
12. *Иващенко Н.Н., Сидоренков Н.С., Сонечкин Д.М.* Свидетельства нелинейности в чандлеровском движении полюсов Земли // *ДАН*. 2006. Т. 409, № 1. С. 110.
13. *Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А.* Введение в теорию нелинейных колебаний // М.: Наука, 1976.
14. *Курбасова Г.С., Корсунь Ф.Ф., Рыхлова Л.В., Рыбалова М.Н., Шликатьев Г.Н.* Сравнение низкочастотных вариаций в двух сериях данных о координатах полюса Земли // *Астроном. журн.* 1997. Т. 74, № 5. С. 785.
15. *Курбасова Г.С., Рыхлова Л.В.* Идентификация режима полярного движения с использованием данных за 1900–1990 гг. // *Астроном. журн.* 1998. Т. 75, № 4. С. 632.
16. *Сидоренков Н.С.* Механизмы междугодовой изменчивости атмосферы и океана // *Труды Гидрометцентра России*. 2000. Вып. 335. С. 26.

*Гидрометеорологический
научно-исследовательский
центр России, Москва,*

Институт океанологии им. П.П. Ширшова, РАН, Москва

*Поступила в редакцию 20.02.2007
После доработки 30.03.2007*

STUDY OF THE EARTH'S POLE MOTION USING A MAPPING ON AN EXTERNAL FORCE PERIOD

N.N. Ivashchenko, N.S. Sidorenkov, D.M. Sonechkin

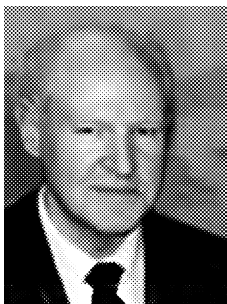
It is known from astronomic observations that the motions of the North pole of the Earth consist of a trend to the Greenland direction, and a rotational component superimposed on the trend. The periods of 12 and about 14 months dominate in these motions. The first period is resulted from the seasonal mass redistribution in atmosphere and oceans. The second period is its called the Chandlerian and nature is vague. Because of incommensurability of both periods each with another one can see six/sevel year beats in the time series of the Earth's pole coordinates. It is not known definitely what is the

character of these beats. The aim of this paper is to clear up this question using the most accurate time series of the North pole coordinates covering the time from 5 January 1962 up to 18 July 2004 (sampled over 5 day period). A mathematical technique of mapping is used for the phase trajectory section chosen at the annual period of the external force. It is found that the beat frequency varies by a quasi-periodic manner, and the beat amplitude is seasonal dependent one.

Иващенко Надежда Назаровна – родилась в 1938 году в Москве, окончила Московский институт электронного машиностроения, после чего занималась экспериментальной работой по полупроводниковой электронике, а в 1980-х годах – вопросами автоматизации проектирования химических производств. С 1991 года работала сначала инженером-программистом, а в настоящее время – научным сотрудником лаборатории динамико-стохастических методов Гидрометеорологического научно-исследовательского центра России. Научные интересы: разработка программ для многомасштабного анализа нестационарных хаотических процессов и временных рядов с приложениями к динамике погоды и климата; исследование роли колебаний полюсов Земли и вызываемых ими приливов в атмосфере и океанах в возбуждении и поддержании междугодовых и междудекадных колебаний климата. Имеет более 20 научных публикаций в отечественных и зарубежных журналах.
E-mail: nnivach@mecom.ru



Сидоренков Николай Сергеевич – доктор физико-математических наук. Закончил Ленинградский Гидрометеорологический институт (1961) и аспирантуру астрономического отделения МГУ (1966). В 1963–1977 г. работал в Государственном астрономическом институте им. П.К. Штернберга. Затем перешел в Гидрометцентр Российской Федерации, где и работает по настоящее время. Автор работ по проблемам: неравномерности вращения Земли, движения географических полюсов, общей циркуляции атмосферы, колебаний климата, солнечно-земной физики и т.д. Опубликовал около 170 работ, включая 3 монографии.



Сонечкин Дмитрий Михайлович – родился в Москве (1937). Окончил географический факультет МГУ (кафедра метеорологии и климатологии, 1959) и был направлен на работу оперативным синоптиком в Центральный институт прогнозов Главного управления гидрометслужбы СССР. С начала 1960-х годов участвовал в работах по созданию метеорологической космической системы «Метеор». В 1970-х годах организовал лабораторию динамико-стохастических методов в Гидрометеорологическом научно-исследовательском центре СССР, где руководил работами по проблеме численного долгосрочного прогноза погоды с использованием понятий и методов теории нелинейных динамических систем. С 2000 года работает главным научным сотрудником Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН. Доктор физико-математических наук (1991), профессор геофизики (1992). Академик РАН, Член Европейского общества истории окружающей среды. Научные интересы: теоретические проблемы долгопериодных колебаний погоды и климата; динамика климатов прошлого и современное изменение климата. Автор монографий: «Метеорологическое дешифрирование космических снимков Земли: количественные методы» Л.: Гидрометеоиздат, 1979; «Стохастичность в моделях общей циркуляции атмосферы» Л.: Гидрометеоиздат, 1984; «Колебания климата по данным наблюдений. Тройной солнечный и другие циклы», М.: Наука, 2005 (в соавторстве с А.С.Мониним); «Хаос и порядок в динамике погоды и климата. Водный и тепловой балансы тропосферы», С.-Пб.: Гидрометеоиздат, 2005 (в соавторстве с Р.Ф.Бурлуцким). Общее количество научных публикаций около 200.
E-mail: dsonech@mecom.ru





МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПУСКОВЫХ ТОКОВ МНОГОРЕЗОНАТОРНЫХ КЛИСТРОННЫХ АВТОГЕНЕРАТОРОВ

Ю.Д. Жарков

На основе теории каскадной группировки рассмотрена методика расчета пусковых токов многорезонаторных клистронных автогенераторов.

Многорезонаторные клистроны являются традиционными приборами вакуумной сверхвысокочастотной электроники, получившими широкое практическое применение [1]. В последние годы интерес к ним возрос еще и в связи с тем, что на их основе возможно создание автогенераторов хаотических колебаний с большой мощностью и значительным КПД [2].

Одним из основных параметров таких автогенераторов является пусковой ток. Теоретические оценки возможностей клистронных автогенераторов хаотических колебаний с различным числом резонаторов, а также изложение этих вопросов в общих и специальных курсах требуют последовательного расчета пусковых токов клистронных автогенераторов с учетом эффекта группировки электронов в каждом из резонаторов. Эту задачу можно решить только на основе теории каскадной группировки электронов [3].

В настоящей работе дается методика расчета пусковых токов клистронных автогенераторов с разным числом резонаторов на основе каскадной группировки. Для начала колебаний естественным является предположение о малом сигнале. Кроме того, будем считать группировку кинематической, а все резонаторы одинаковыми и настроенными на одну частоту (синхронный режим).

Последовательно рассмотрим расчет пускового тока для двух-, трех-, четырех- и пятирезонаторного клистронов.

Двухрезонаторный клистрон. Допустим, что к первому высокочастотному зазору клистроны приложено напряжение

$$u(t) = u_1 \sin \omega t_1,$$

где u_1 – амплитуда ВЧ-напряжения первого зазора, t_1 – время пролета электроном первого зазора, ω – резонансная частота резонатора. Тогда в приближении малого сигнала скорость электрона v на выходе этого зазора будет