



ДИНАМИКА АМПЛИТУД ВЕРОЯТНОСТИ В ВОДОРОДОПОДОБНОМ АТОМЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ С УЧЕТОМ ПЕРЕХОДОВ В КОНТИНУУМ

М.В. Рябина, Л.А. Мельников

Исследована динамика заселенностей уровней $4s$ и $3p$ атома водорода при действии сильного лазерного одночастотного линейно поляризованного поля в условиях одно-, двух- и трехфотонного резонанса, а также при достаточно большой отстройке частоты поля от частоты перехода без использования теории возмущений и приближения медленно меняющихся заселенностей. Показано, что существует низкочастотная модуляция оптических колебаний, частота которой при некоторых значениях амплитуды поля обращается в нуль. Для перехода $3s \leftrightarrow 2p$ исследована динамика заселенностей дискретных уровней $3s$ и $2p$, а также состояний в континууме, связанных с уровнем $3s$ оптическим переходом. Продемонстрированы когерентные осцилляции заселенности континуальных уровней.

Введение

Динамика процессов, происходящих в атомах под действием сильных и сверхсильных переменных полей, является в последнее время предметом интенсивных теоретических и экспериментальных исследований. Ранние работы были посвящены изучению стимулирования рекомбинации ионов и электронов лазерным излучением [1, 2, 4–13, 15] и лазерной ионизации атомов [14–17]. При этом использовались теоретические модели, связанные, в основном, с методом возмущений. Проекты, целью которых является создание антиводородных атомов [18–20], вызвали интерес к изучению лазерной стимуляции рекомбинации антипротонов и позитронов [21–26]. В настоящее время в рамках программы FLASH в DESY [27–30] проводятся эксперименты с использованием новых лазерных систем, которые обеспечивают когерентное коротковолновое излучение при интенсивностях, превышающих предел применимости теории возмущений для описания осцилляций заселенностей низколежащих состояний.

Большое число работ было посвящено теоретическому изучению поведения атомов в сильных световых полях и, в частности, генерации рентгеновского излучения и высших гармоник светового поля [31–35]. При этом использовались различные теоретические подходы. В работах [36–40] взаимодействие атома с полем исследуется в приближениях, когда длительность лазерного импульса считается настолько

малой, что волновая функция практически не успевает измениться. Однако результаты этих работ относятся только к ионизации атома сильным импульсным полем или к расчету вероятностей переходов на высележащие уровни. Использование приближения короткого импульса применялось нами к расчету вероятностей как ионизации, так и рекомбинации [41]. В работе [42] предложено матричное уравнение для решения задачи о взаимодействии атома с сильным полем, которое решается с учетом только дискретных состояний атома. Результаты расчетов динамики двухуровневой системы в сильном поле без приближения медленных изменений заселенности, но без учета переходов в континуум, представлены в статье [43]. Динамика водородного атома исследовалась путем численного решения временного уравнения Шредингера, однако при этом существуют трудности, связанные с тем, что приходится либо использовать приближение «плоского» атома [44], либо решать задачу с модельным потенциалом, с устраненной сингулярностью кулоновского потенциала [45–47].

Наиболее близким к использованному в настоящей работе теоретическому методу является метод, основанный на разложениях волновой функции по состояниям дискретного и непрерывного спектра изолированного атома [35]. В этой работе использовано приближение плоских волн для волновой функции непрерывного спектра, что привело к качественному различию результатов расчетов в рамках данной модели и результатов расчетов временной эволюции волновой функции в численном решении уравнения Шредингера.

В данной статье рассматривается динамика переходов в водородном (или водородоподобном) атоме вне рамок теории возмущений, а также с учетом переходов в континуум, причем используются точные волновые функции непрерывного спектра.

Теория возмущений предсказывает, что скорость переходов в конечные состояния вблизи резонанса пропорциональна квадрату модуля матричного элемента перехода и интенсивности света. При большей интенсивности, когда нельзя пренебрегать изменением заселенности первоначального состояния, следует использовать решение, полученное в приближении, когда можно пренебречь осцилляциями на двойной оптической частоте. Параметром, характеризующим скорость переходов между дискретными состояниями, в этом случае является частота осцилляций Раби. При больших интенсивностях частота Раби может быть сравнимой с оптической частотой перехода. При этом поле может быть еще достаточно слабым для того, чтобы было необходимо учитывать ионизацию. При дальнейшем увеличении поля переходы в континуум становятся существенными. Это происходит также и в случае, когда верхний уровень находится на таком расстоянии от границы ионизации, что поле может вызвать ионизацию. Тогда можно не учитывать ионизацию с нижнего уровня.

Частота Раби определяется как

$$\Omega = \frac{\wp E_0}{\hbar},$$

где \wp – дипольный момент перехода, E_0 – амплитуда поля плоской электромагнитной волны. Обычно при рассмотрении поведения двухуровневой системы пренебрегают слагаемыми, осциллирующими на двойной оптической частоте, что справедливо при малой частоте Раби. Отношение частоты Раби к частоте перехода

$$\frac{\Omega}{\nu} = \frac{\wp E_0}{\hbar \nu},$$

где ν – круговая частота перехода, может быть большим или малым, в зависимости от амплитуды поля, частоты и величины дипольного момента. При этом поле может оставаться малым по сравнению с внутриатомным. В то же время, частота Раби может, в принципе, оказаться больше частоты перехода. В таком случае изменение во времени амплитуд вероятностей $a(t)$ и $b(t)$ для уровней в двухуровневой системе может происходить с частотами, сравнимыми с $n\nu$, где n – целое число. Тогда нельзя пренебрегать слагаемыми с быстрыми изменениями амплитуд. То есть простого аналитического решения не существует, и даже для двухуровневой системы требуется использование численных методов [43].

1. Теоретическая модель

В данной работе исследуются переходы в атоме водорода (без учета спина электрона) под действием поля линейно поляризованной волны с направлением колебаний по оси z . Для атома водорода все матричные элементы переходов получаются в аналитическом виде, так же как и волновые функции дискретного и непрерывного спектра. Рассмотрим два перехода, длины волн которых лежат в видимом или ближнем ИК-диапазоне (рис. 1). Пусть начальным состоянием атома будет $2p$ и $3p$ (считаем, что существует источник накачки, создающий атомы в этих состояниях). Рассмотрим первый переход: $(n = 4, l = 0) \leftrightarrow (n = 3, l = 1)$, то есть переход $4s \leftrightarrow 3p$. Частота перехода в атомных единицах равна $\nu = -1/(2 \cdot 4^2) - (-1/(2 \cdot 3^2)) = 7/288$. В обычных единицах круговая частота

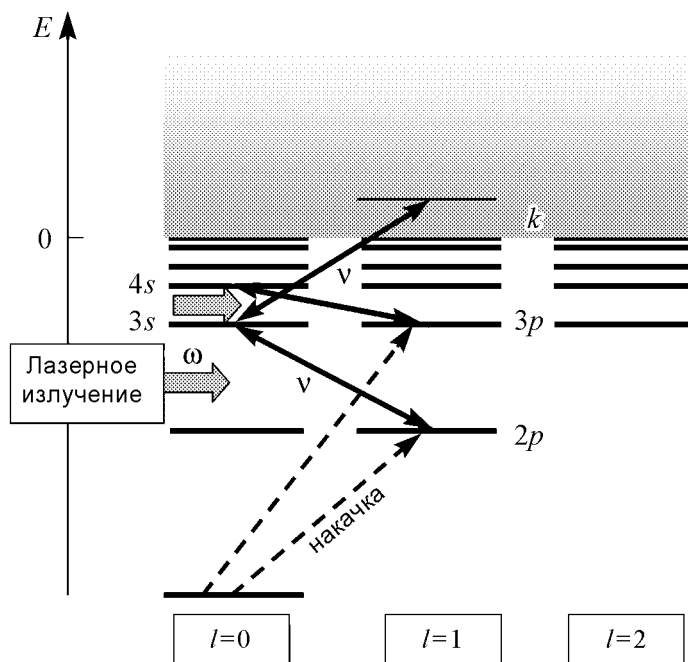


Рис. 1. Переходы $3s \leftrightarrow 2p$ и $4s \leftrightarrow 3p$ в атоме водорода и переход в континуум

равна $(7/288)(1/\hbar)4.37 \cdot 10^{-18} = 1.01 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$, что дает длину волны $\lambda = 2\pi c/\nu = = 1.86 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 1.86 \text{ мкм}$. Нетрудно проверить, что, если прибавить к энергии верхнего уровня энергию светового кванта, то ее будет недостаточно для перехода в континуум: $-1/(2 \cdot 4^2) + 7/288 = -1/144 < 0$. Это означает, что переходы в континуум будут происходить лишь при двухквантовых переходах. Поэтому для данного перехода будем пренебрегать переходами в континуум.

Рассмотрим второй переход: $(n = 3, l = 0) \leftrightarrow (n = 2, l = 1)$, то есть переход $3s \leftrightarrow 2p$. Частота перехода в атомных единицах $\nu = -1/(2 \cdot 3^2) - (-1/(2 \cdot 2^2)) = = 5/72$. В обычных единицах круговая частота равна $(5/72)(1/\hbar)4.37 \cdot 10^{-18} = = 2.89 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$, что дает длину волны $\lambda = 2\pi c/\nu = 0.652 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 0.652 \text{ мкм}$.

Нетрудно проверить, что, если прибавить к энергии верхнего уровня энергию светового кванта, то ее будет уже достаточно для перехода в континуум: $-1/(2 \cdot 3^2) + 5/72 = 1/72 > 0$. Это означает, что переходы в континуум будут происходить уже при одноквантовых переходах в состояния с $k \approx 1/6$, так как энергия в непрерывном спектре равна $k^2/2$. Поэтому для данного перехода будем явно учитывать переходы в континуум.

Для решения задачи необходимы явные выражения для волновых функций. Выберем волновые функции в сферическом базисе, когда заданы энергия состояния, орбитальное и магнитное квантовые числа [48]. Волновая функция дискретного спектра

$$\begin{aligned} \langle \vec{r} | n, l, m \rangle &= \psi(r, \theta, \varphi, n, l, m) = \\ &= \frac{2^{1+l} n^{-2-l}}{(1+2l)!} \sqrt{\frac{(l+n)!}{(-1-l+n)!}} e^{-r/n} r^l {}_1F_1(1+l-n, 2+2l, \frac{2r}{n}) Y_{lm}(\varphi, \theta). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ${}_1F_1$ – вырожденная гипергеометрическая функция, Y_{lm} – сферическая гармоника.

Волновая функция непрерывного спектра

$$\begin{aligned} \langle \vec{r} | k, l, m \rangle &= \xi(r, \theta, \varphi, k, l, m) = 2 \sqrt{\frac{k}{1 - e^{-2\pi/k}}} \sqrt{2\pi} \left(\prod_{s=1}^l \sqrt{k^{-2} + s^2} \right) \times \\ &\times \frac{(2kr)^l}{(1+2l)!} e^{-ikr} {}_1F_1(1 + \frac{i}{k} + l, 2 + 2l, 2ikr) Y_{lm}(\varphi, \theta). \end{aligned} \quad (2)$$

Вычислим матричные элементы от $z = r \cos \theta$.

Первый переход

$$\begin{aligned} \wp_{ab} &= \langle 4, 0, 0 | z | 3, 1, 0 \rangle = \\ &= \int_0^\infty r \psi(r, \theta, \varphi, 4, 0, 0)^* \psi(r, \theta, \varphi, 3, 1, 0) r^2 dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \cos \theta \sin \theta d\theta = -\frac{5750784 i}{5764801} \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Второй переход

$$\begin{aligned} \wp_{ab} &= \langle 3, 0, 0 | z | 2, 1, 0 \rangle = \\ &= \int_0^\infty r \psi(r, \theta, \varphi, 3, 0, 0)^* \psi(r, \theta, \varphi, 2, 1, 0) r^2 dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \cos \theta \sin \theta d\theta = -\frac{3456 i}{15625} \sqrt{6}. \end{aligned}$$

Матричный элемент перехода в континуум

$$\begin{aligned} \wp_{ka} &= \langle k, 1, 0 | z | 3, 0, 0 \rangle = \\ &= \int_0^{\infty} r \xi(r, \theta, \varphi, k, 1, 0)^* \psi(r, \theta, \varphi, 3, 0, 0) r^2 dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \cos \theta \sin \theta d\theta = \\ &= - \frac{(432 i) \sqrt{1+k^{-2}} k (7+27k^2) \sqrt{\pi} \sqrt{k \left(1 + \coth\left(\frac{\pi}{k}\right)\right)}}{\left(1 + \frac{6k}{i-3k}\right)^{i/k} (1+9k^2)^4}. \end{aligned}$$

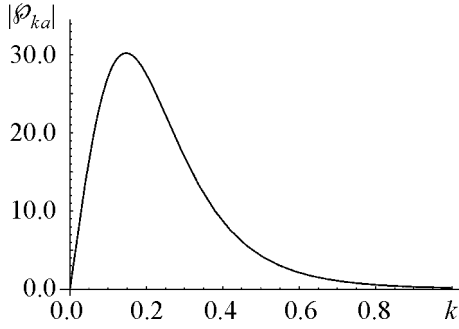


Рис. 2. Зависимость матричного элемента от k

Зависимость $|\wp_{ka}|$ от k показана на рис. 2. Видно, что диапазон изменений k ограничен: $0 < k < 1$, а матричный элемент в этом диапазоне изменяется достаточно медленно. Это позволяет интегрирование по k заменить суммированием по дискретному набору k .

Уравнения для амплитуд вероятности в первом случае выводятся стандартным образом. Представим волновую функцию в виде суперпозиции состояний

$$|\psi\rangle = a(t) |4, 0, 0\rangle \exp\left(i\frac{1}{32}t\right) + b(t) |3, 1, 0\rangle \exp\left(i\frac{1}{18}t\right)$$

и подставим это выражение в уравнение Шредингера. Спроектируем результат на базисные состояния $|4, 0, 0\rangle, |3, 1, 0\rangle$. В результате получим

$$\begin{aligned} i\dot{a} &= \wp_{ab} b(t) E_0(t) \cos(\omega t) \exp\left(i\frac{7}{288}t\right), \\ i\dot{b} &= \wp_{ab} a(t) E_0(t) \cos(\omega t) \exp\left(-i\frac{7}{288}t\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь амплитуда поля E_0 может зависеть от времени, частота $\omega \approx 7/288$. Эта система уравнений записана в атомных единицах, то есть масштаб времени равен 0.024 фс. Период оптических колебаний равен $2\pi/\nu = 2\pi 288/7 \approx 260$ а.е. Ожидаемое значение z -компоненты дипольного момента атома $P(t)$ рассчитывается по формуле

$$P(t) = \langle \psi | z | \psi \rangle = \wp_{ab} a^*(t) b(t) \exp\left(i\frac{7}{288}t\right) + \text{к.с.} \quad (4)$$

2. Переход $4s \leftrightarrow 3p$

2.1. Резонансный случай. Вначале рассмотрим резонансный случай, когда частота внешнего поля ω точно равна частоте перехода. Результаты расчетов показаны на рис. 3. В первом сверху ряду графиков частота Раби меньше оптической частоты в 10 раз, во втором – больше в 4 раза, в третьем – больше в 9 раз. На рисунках

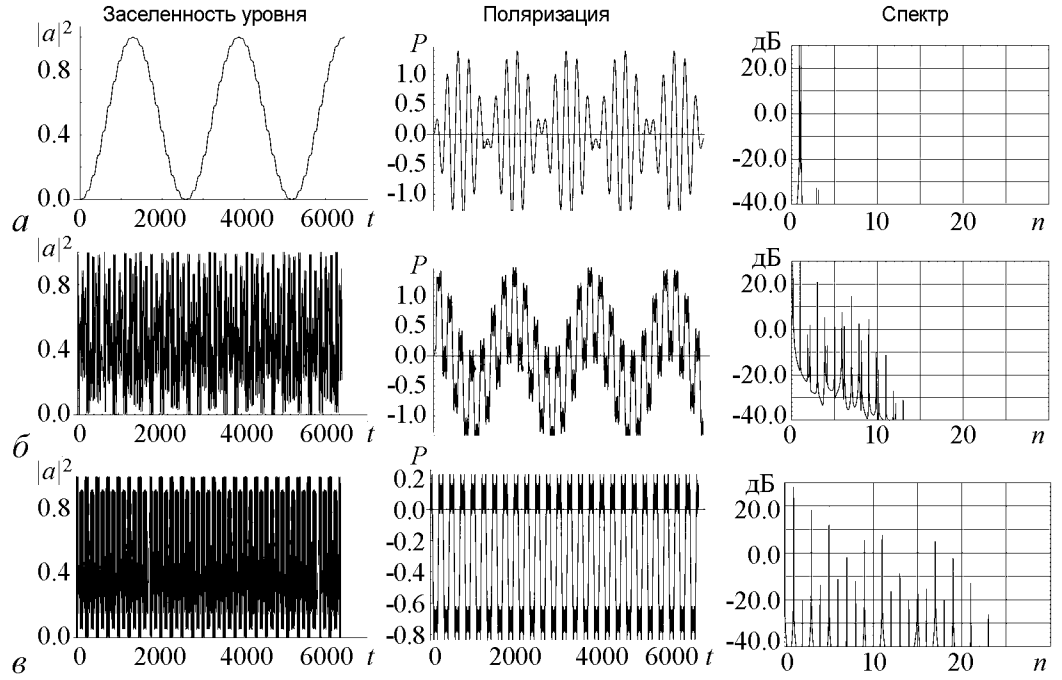


Рис. 3. Переход $4s \leftrightarrow 3p$. Точный резонанс. $(\varphi_{ab} E_0)/\nu = 0.1$ (а); 4.0 (б); 9.0 (в)

в первом ряду динамический режим представляет собой обычные Раби-осцилляции. Наведенная поляризация соответствует колебаниям на частоте перехода с модуляцией, определяемой Раби-осцилляциями. На рисунках во втором ряду (рис. 3, б) видны быстрые осцилляции Раби на экстремумах поляризации в виде темных полос. Видны также сравнительно низкочастотные колебания поляризации с периодом порядка 2000 атомных единиц времени (около 50 фс). Отметим, что аналогичные результаты получаются и при отношении частоты Раби и частоты перехода, равном 9 (рис. 3, в), однако низкочастотных пульсаций поляризации не наблюдается. Видно, что колебания несимметричны относительно оси времени, что означает существование ненулевой средней поляризации вдоль оси z . Величина ее составляет около 1 атомной единицы ($1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.53 \cdot 10^{-10} \approx 8.5 \cdot 10^{-30}$ Кл·м) на один атом. Если концентрация атомов при нормальных условиях 10^{25} м^{-3} , то соответствующая напряженность возникающего постоянного поля равна $E_{st} = P/\epsilon_0 = m \cdot 8.5 \cdot 10^{-30} \cdot 10^{25} \cdot 4\pi \cdot 10^9 = m \cdot 10^6 \text{ В/м}$, m – доля атомов, находящихся в состоянии $3p$.

Отсутствие низкочастотных колебаний поляризации наблюдается не только при $\varphi E_0/\nu = 9$, но и при отношении, равном 1.05, 2.75, 4.3, 5.8, 7.5, ... Для выяснения причин этого эффекта были проведены расчеты собственных значений параметра Флоке в решении системы уравнений (4). Напомним, что решение Флоке системы уравнений с периодическими коэффициентами отыскивается в виде

$$a(t) = \exp(i\lambda t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(ivnt),$$

$$b(t) = \exp(i\lambda t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \exp(ivnt).$$

После подстановки этих выражений в уравнение (4) и приравнивания коэффициен-

тов при одинаковых степенях e^{ivnt} , получаются соотношения

$$\begin{aligned} (i\lambda + ivn)a_n &= -i\frac{\wp_{ab}E_0(t)}{2}(b_n + b_{n-2}), \\ (i\lambda - ivn)b_n &= -i\frac{\wp_{ab}E_0(t)}{2}(a_n + a_{n+2}). \end{aligned} \quad (5)$$

Можно рассмотреть эти соотношения как матричное уравнение относительно неизвестных $a_n, b_n, -\infty < n < \infty$ с собственными значениями λ . Так как суммы, стоящие в определении a, b , являются периодическими функциями времени с периодом $2\pi/\nu$, то собственные значения λ определены с точностью до целых, умноженных на ν , так как изменение λ на ν приводит лишь к изменению номера гармоники a_n на единицу. На рис. 4 показаны зависимости собственных значений λ/ν от $\wp E_0/\nu$. Видно, что при указанных выше соотношениях частоты Раби и частоты перехода собственное значение равно точно $1/2$.

Решение уравнений (3), удовлетворяющее начальным условиям $a(0) = 0, b(0) = 1$, можно записать в виде

$$a(t) = \exp(i\lambda t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(ivnt) - \exp(-i\lambda t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(ivnt), \quad (6)$$

$$b(t) = \frac{1}{2} \left(\exp(i\lambda t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \exp(ivnt) + \exp(-i\lambda t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \exp(-ivnt) \right), \quad (7)$$

где a_n, b_n заданы решениями Флоке. При расчете дипольного момента по формуле (4) получаются слагаемые вида $\exp(-2i\lambda t + ivt)a_0^*b_0$. При $\lambda = \nu/2$, очевидно, возникает постоянный дипольный момент, наблюдающийся в численном эксперименте.

Рекуррентные соотношения для a_n, b_n можно переписать, исключив, например, b_n

$$b_n = -\frac{\wp E_0}{2}(a_n + a_{n+2})(\lambda + n\nu)^{-1}.$$

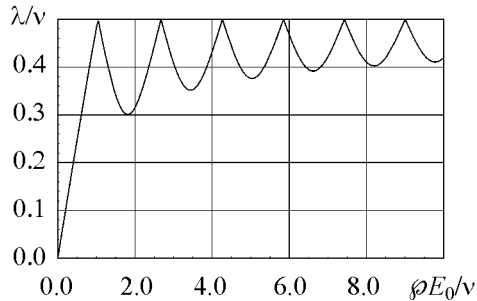


Рис. 4. Зависимость собственных значений от отношения частоты Раби и частоты перехода

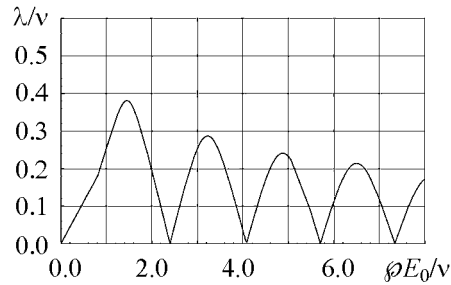


Рис. 5. Зависимость собственных значений от отношения частоты Раби и частоты перехода для двухфотонного перехода

Получим

$$A(n)a_{n-2} + B(n)a_n + C(n)a_{n+2} = 0,$$

$$A(n) = -\frac{g^2}{4(\lambda' + n - 2)}, \quad B(n) = \lambda' + n - \frac{g^2}{4(\lambda' + n)} - \frac{g^2}{4(\lambda' + n - 2)},$$

$$C(n) = -\frac{g^2}{4(\lambda' + n)}, \quad g = \frac{\varphi E_0}{\nu}, \quad \lambda' = \lambda/\nu.$$

Данная система уравнений будет иметь нетривиальное решение при определителе системы, обращаемом в нуль. Если ограничиться только членами a_{-2}, a_0, a_2 , то при $\lambda' = 1/2$ получим $g \approx 1.05, 2.77, \dots$

Найдем собственные значения для случая двухфотонных переходов, когда $\omega = \nu/2$. При этом уравнения (5) несколько изменяются:

$$(i\lambda + i\nu n)a_n = -i\frac{\varphi_{ab}E_0(t)}{2}(b_{n-1} + b_{n-3}),$$

$$(i\lambda + i\nu n)b_n = -i\frac{\varphi_{ab}E_0(t)}{2}(a_{n+1} + a_{n+3}).$$
(8)

На рис. 5 показана зависимость собственных значений от амплитуды поля для двухфотонного перехода.

Видно, что при $\varphi E_0/\nu = 1$ значение $\lambda \approx 0.25$. Следует напомнить, что значения λ определяют квазиэнергии. Собственные значения не достигают $1/2$ ни при каких амплитудах поля, однако обращаются в нуль при $\varphi E_0/\nu \approx 2.4, 4.1, 5.7, \dots$ Это означает, что следует ожидать ненулевой средней поляризации при таких полях.

2.2. Двухфотонные, трехфотонные и нерезонансные переходы. На рис. 6 показаны спектры поляризации для частоты поля, расстроенной примерно на $1/3$ своего значения (а), двухфотонного перехода $\omega = \nu/2$ (б) и трехфотонного перехода $\omega = \nu/3$ (в). Видно, что такие расстройки не препятствуют появлению высших гармоник. Спектр становится более плотным. Это связано с тем, что основная частота становится меньше и гармоники расположены ближе друг к другу.

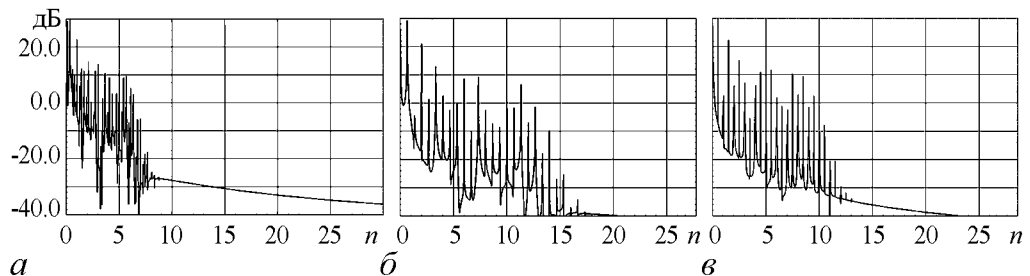


Рис. 6. Переход $4s \leftrightarrow 3p$. Нерезонансные переходы: а – $\omega = 2/3 \cdot 7/288$; б – двухфотонные переходы; в – трехфотонные переходы. $(\varphi E_0)/\nu = 9.0$

3. Переход $3s \leftrightarrow 3p$ с учетом континуума

Представим волновую функцию для данного случая в виде

$$|\psi\rangle = a(t) |3, 0, 0\rangle \exp\left(i\frac{1}{18}t\right) + b(t) |2, 1, 0\rangle \exp\left(i\frac{1}{8}t\right) + \int \frac{dk}{2\pi} d_k(t) |k, 1, 0\rangle \exp\left(-i\frac{k^2}{2}t\right).$$

Система уравнений с учетом переходов в континуум записана ниже.

$$\begin{aligned} i\dot{a} &= \wp_{ab} b(t) E_0(t) \cos(\omega t) \exp\left(i\frac{5}{72}t\right) + \int \frac{dk}{2\pi} V_{ak} d_k(t) \exp\left[-i\left(\frac{k^2}{2} + \frac{1}{18}\right)t\right], \\ i\dot{b} &= \wp_{ab} a(t) E_0(t) \cos(\omega t) \exp\left(-i\frac{5}{72}t\right), \\ i\dot{d}_k &= V_{ak} a(t) \exp\left[i\left(\frac{k^2}{2} + \frac{1}{18}\right)t\right], \\ V_{ak} &= i\wp_{ka} \cos(\omega t) E_0(t). \end{aligned} \quad (9)$$

Ожидаемое значение z -компоненты дипольного момента атома $P(t)$ рассчитывается по формуле

$$\begin{aligned} P(t) &= \langle \psi | z | \psi \rangle = \\ &= \wp_{ab} a^*(t) b(t) \exp\left(i\frac{5}{72}t\right) + a^*(t) \int \frac{dk}{2\pi} \wp_{ak} d_k(t) \exp\left[-i\left(\frac{k^2}{2} + \frac{1}{18}\right)t\right] + \text{к.с.} \end{aligned} \quad (10)$$

Интегрирование по k заменялось суммированием по правилу прямоугольников

$$\int_0^\infty \frac{dk}{2\pi} f(k) \approx \int_0^1 \frac{dk}{2\pi} f(k) = \sum_{i=1}^M \frac{1}{2\pi M} f(k_i), \quad k_i = \frac{i-1}{M},$$

где M – число точек, на которые разбита область интегрирования. При расчетах M выбиралось таким образом, чтобы результаты интегрирования слабо зависели от M . Для этого аппроксимация интеграла по k от произведения матричного элемента перехода в континуум и интеграла $B(k) = \int_0^t dt' \exp\left[i\left(\frac{k^2}{2} + \frac{1}{18}\right)t'\right] \cos \omega t' a(t') \approx \int_0^t dt' \exp\left[i\left(\frac{k^2}{2} - \frac{1}{72}\right)t'\right] a(t')$ дискретной суммой должна быть достаточно точна. При больших временах, определяемых длительностью лазерного импульса, величина $B(k)$ изменяется по k довольно быстро, что и должно быть учтено при аппроксимации интеграла. При расчетах использовались значения M из диапазона 200...1000.

3.1. Точный резонанс $\omega = 5/72$. На рис. 7 и 8 показаны результаты расчетов для резонансного случая, когда $\omega = 5/72$ для $(\wp E_0)/\nu = 0.08$. В частности, показана динамика заселенности верхнего уровня, поведение во времени дипольного момента атома, спектра излучения атома, заселенности континуальных состояний.

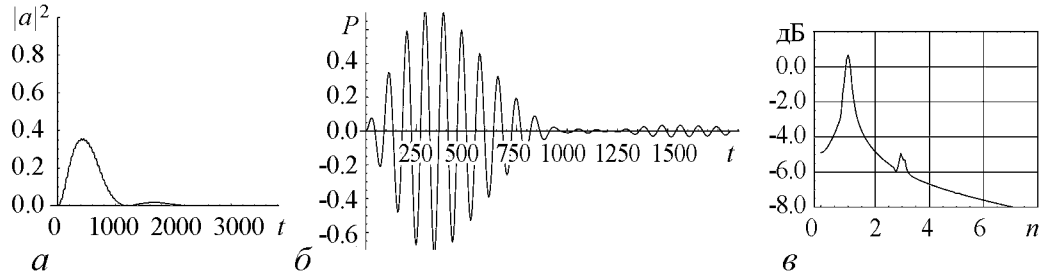


Рис. 7. Переход $3s \leftrightarrow 2p$ при $(\varphi E_0)/v = 0.08$. Резонансный переход: $\omega = 5/72$. Динамика заселенности верхнего уровня (а); зависимость от времени дипольного момента (б); спектр дипольного момента (в)

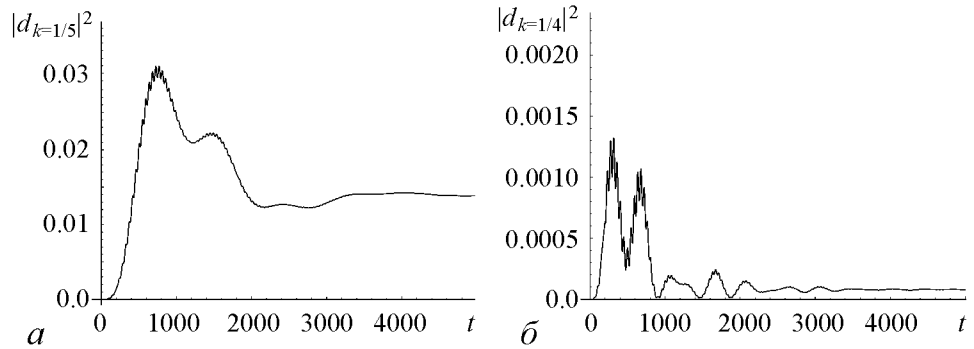


Рис. 8. Переход $3s \leftrightarrow 2p$ при $(\varphi E_0)/v = 0.08$. Резонансный переход: $\omega = 5/72$. Динамика заселенности континуальных состояний с $k = 1/5$ (а) и $1/4$ (б)

Видно, что заселенности континуальных состояний становятся существенными, начиная с момента времени $t \approx 1000$ (24 фс) (рис. 8). При этом заселенность верхнего уровня падает практически до нуля. Дипольный момент атома также становится нулевым. В спектре излучения атома можно наблюдать только первую гармонику поля.

Распределение заселенности континуальных состояний по k в различные моменты времени показано на рис. 9. С течением времени пики в распределении заселенностей становятся уже. Это означает, что фотоионизация приводит к увеличению заселенностей состояний, энергия которых удовлетворяет условию резонанса: $k \approx 1/6$. Если заселенность этой группы состояний становится заметной, то возможен и обратный процесс фоторекомбинации. При этом падает заселенность состояний, находящихся в точном резонансе (рис. 9, в). Это напоминает эффект по-

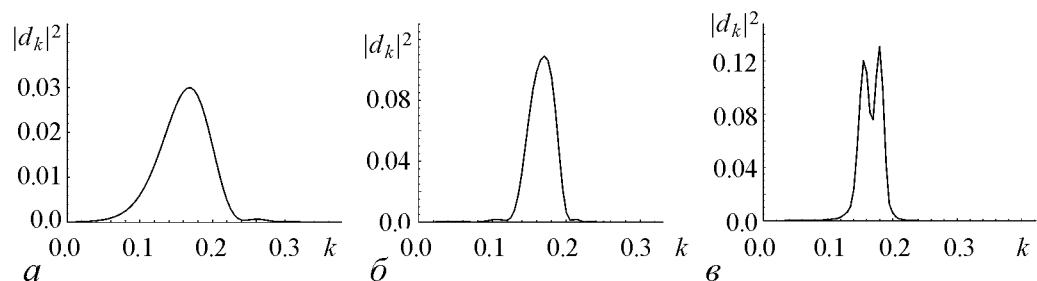


Рис. 9. Переход $3s \leftrightarrow 2p$ при $(\varphi E_0)/v = 0.08$. Резонансный переход: $\omega = 5/72$. Распределение заселенностей континуальных уровней по k при $t = 500$ (а), 1500 (б), 2500 (в)

явления сложной структуры провала Беннета в средах с неоднородно-уширенной линией перехода [49], связанный также с когерентными осцилляциями заселенностей уровней.

3.2. Двухфотонный переход $\omega = 5/144$. Как уже отмечалось, собственные значения решений Флоке задают расщепление уровней в сильном поле. Для двухфотонных переходов при достаточно больших амплитудах поля собственные значения не превышают 0.4 и даже могут обращаться в нуль (см. рис. 5). При этом расщепление уровней равно частоте перехода между уровнями.

Результаты расчетов показаны на рис. 10. Видно, что переходы в континуум уменьшают заселенность верхнего уровня и влияют на генерацию высших гармоник – спектр содержит всего 3 гармоники оптической частоты.

Следует отметить, что резонанс с континуальными уровнями наблюдается при $k \approx 0.26$. Если переход происходит с верхнего уровня, то резонансное значение k должно быть $1/6$, как в предыдущем случае. Различие в резонансных частотах происходит из-за того, что при сильном поле переходы происходят с квазиэнергетических состояний. Из рис. 10, *a* и формул (6) и (7) следует, что частота осцилляций заселенности верхнего уровня порядка $2\lambda + n\nu \approx 1.533\nu \leftarrow \lambda \approx \pm 0.467$. Это означает соответствующее расщепление уровней, типичное для системы в сильном поле. Значение λ , взятое из рис. 5 при $(\varphi E_0)/\nu = 1$ приблизительно равно 0.25. Расстояние между пиками в континууме соответствует частоте оптического перехода $k^2/2 = 0.26^2/2 + n\nu$. Это дает $k = 0.37$ при $n = 1$ и $k = 0.45$ при $n = 2$, что соответствует численным результатам, показанным на рис. 11.

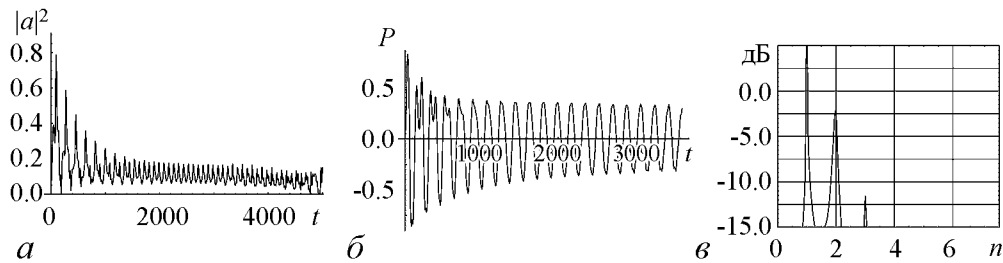


Рис. 10. Переход $3s \leftrightarrow 2p$ при $(\varphi E_0)/\nu = 1$. Двухфотонный переход: $\omega = 5/144$. *a* – заселенность верхнего уровня, *b* – дипольный момент, *в* – спектр

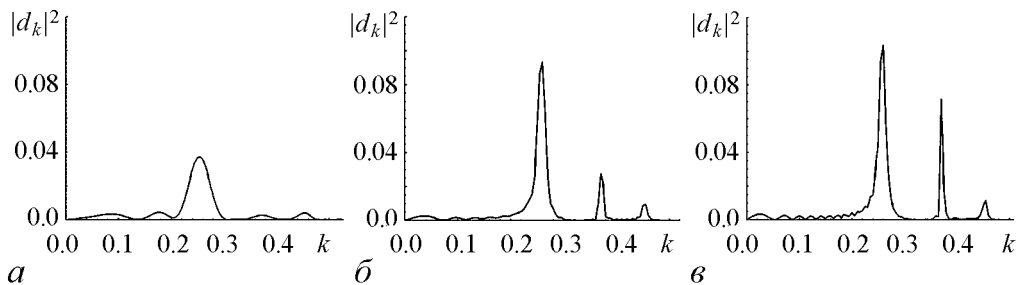


Рис. 11. Переход $3s \leftrightarrow 2p$ при $(\varphi E_0)/\nu = 1$. Двухфотонный переход: $\omega = 5/144$. Распределение заселенностей континуальных уровней по k при $t = 500$ (*a*), 1500 (*b*), 2500 (*в*)

Заключение

Сформулируем основные результаты работы.

С помощью численного моделирования и использования решений Флоке изучена динамика заселенностей уровней $4s$ и $3p$ атома водорода при действии сильного лазерного одночастотного линейно поляризованного поля в условиях одно-, двух- и трехфотонного резонанса, а также при достаточно большой отстройке частоты поля от частоты перехода без использования теории возмущений и приближения медленно меняющихся заселенностей.

Показано, что при амплитудах поля, при которых энергия взаимодействия атомного электрона с внешним полем φE_0 сравнима с энергией кванта оптического перехода, при совпадении частоты поля и частоты перехода дипольный момент атома осциллирует на частотах, соответствующих гармоникам оптической частоты, вплоть до двадцатой. Существует также низкочастотная компонента оптических колебаний, частота которой при некоторых значениях амплитуды поля обращается в нуль. Этот режим соответствует появлению постоянного ненулевого среднего дипольного момента среды. Такое явление также наблюдается для двухфотонного и трехфотонного резонансов и связано с полуцелыми или нулевыми собственными значениями решений Флоке.

Для перехода $3s \leftrightarrow 2p$ исследована динамика заселенностей дискретных уровней $3s$ и $2p$, а также состояний в континууме, связанных с уровнем $3s$ оптическим переходом. Для вычисления интегралов по континуальным состояниям использовался метод прямоугольников. При небольших полях, когда частота Раби меньше оптической, показано, что и в присутствии переходов в континуум заселенность верхнего уровня демонстрирует когерентные осцилляции, особенно в начальные моменты после включения поля. Затем заселенность верхнего уровня уменьшается за счет переходов в континуум. В спектре излучения атома присутствует только первая гармоника поля. Под действием поля заселяются континуальные уровни с энергией, соответствующей переходу с верхнего уровня, вызванному одним квантом оптического излучения. В распределении заселенностей континуальных уровней по энергиям (волновым числам) наблюдается структура, напоминающая обращенный провал, образующийся при взаимодействии газа с доплеровски уширенной линией перехода с лазерным полем. Форма этого пика связана с когерентными осцилляциями заселенности континуальных уровней (ионизацией и стимулированной рекомбинацией), связанными оптическим переходом с одним из дискретных состояний (в нашем случае – $3s$).

В условиях двухфотонного резонанса при достаточно большой амплитуде поля переходы в континууме происходят под действием одного, двух и трех квантов поля, так как каскадные переходы (континуум–континуум) в данной модели не учитывались. Учет каскадных переходов в данной модели может быть выполнен по методу, изложенному в работе [50].

Библиографический список

1. *Wolf A.* Laser-stimulated formation and stabilization of antihydrogen atoms // *Hyperfine Interact.* 1993. Vol. 76. P. 189.
2. *Borneis S., Bosch F., Engel T., Jung M., et al.* Laser-stimulated two-step recombination of highly charged ions and electrons in a storage ring // *Phys. Rev. Lett.* 1994. Vol. 72, P. 207.
3. *Schramm U., Wolf A., Scheussler T., Habs D., Schwalm D., Uwira O., Linkemann J. and Mueller A.* Laser-induced electron-ion recombination used to study enhanced spontaneous recombination during electron cooling // *Hyperfine Interactions.* 1997. Vol. 108. P. 273.
4. *Schiibler T., Schramm U., Grieser M., Habs D., Rider T., Schwalm D., Wolf A.* Laser induced two-step recombination for the study of Rydberg states in highly charged ions // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B.* 1995. Vol. 98. P. 146.
5. *Asp S., Schucha R., Dewitt D.R., Biedermann C., Gao H., Zong W., Andler G., Justiniano E.* Laser-induced recombination of D⁺ // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B.* 1996. Vol. 117. P. 31.
6. *Ritchie B.* Laser probe of the atomic ionization continuum: Stimulated recombination into an excited state // *Phys Rev.A.* 1984. Vol. 30. P. 1849.
7. *Leone C., Bivona S., Burlon R., and Ferrante G.* Strong-field and plasma aspects of multiphoton radiative recombination // *Phys. Rev. A.* 2002. Vol. 66. P. 051403.
8. *Fill E.* Gain on free-bound transitions by stimulated radiative recombination // *Phys. Rev. Lett.* 1986. Vol. 56. P. 1687.
9. *Schlusser T., Schramm U., Ruter T., Broude C. et al.* Laser-stimulated recombination spectroscopy for the study of long-range interactions in highly charged Rydberg ions // *Phys. Rev. Lett.* 1995. Vol. 75. P. 802.
10. *Wolf A., Gwinner G., Linkemann J., Saghiri A.A. et al.* Recombination in electron coolers // *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Research A.* 2000. Vol. 441. P. 183.
11. *Madsen L. B., Lambropoulos P.* Scaling of hydrogenic atoms and ions interacting with laser fields: Positronium in a laser field // *Phys. Rev.A.* 1999. V. 59, P. 4574.
12. *Gwinner G., Hoffknecht A., Bartsch T., Beutelspacher M., Eklow N. et al.* Influence of magnetic fields on electron-ion recombination at very low energies // *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. 84. P. 4822.
13. *Hahn Y.* Electron-ion recombination process – an overview // *Rep. Prog. Phys.* 1997. Vol. 60. P. 691.
14. *Keldysh L.V.* Ionization in the field of strong electromagnetic wave // *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 1964. Vol. 47. P. 1945; *Sov. Phys. JETP.* 1965. Vol. 20. P. 1307.
15. *Faisal F.H.M.* Multiple absorption of laser photons by atoms // *J. Phys. B.* 1973. Vol. 6. P. L89.
16. *Reiss H.R.* Effect of an intense electromagnetic field on a weakly bound system // *Phys. Rev. A.* 1980. Vol. 22. P. 1786.
17. *Alaterre P., Matte J.-P., Lamoureux M.* Ionization and recombination rates in non-Maxwellian plasmas // *Phys. Rev.A.* 1986. Vol. 34. P. 1578.

18. Amoretti M. et al. Production and detection of cold antihydrogen atoms // *Nature*. 2002. Vol. 419. P. 456.
19. Gabrielse G. et al. Background-free observation of cold antihydrogen with field-ionization analysis of its states // *Phys. Rev. Lett.* 2002. Vol. 89. P. 213401.
20. Bertsche W., Boston A., Bowe P.D., Cesar C.L. et al. The ALPHA experiment: a cold antihydrogen trap//*AIP Conference Proceedings*. 2005. Vol. 796, P. 301.
21. Меньшиков Л.И., Ландуа Р. Состояние исследований по холодному антиводороду//*УФН*. 2003. Т. 173, № 3. С. 233.
22. Ryabinina M.V., Melnikov L.A. Laser-induced antiproton-positron recombination in traps // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*. 2004. Vol. 214. P. 35.
23. Wolf A. Recombination physics // *Nucl. Phys. A*. 2001. Vol. 692. P. 153.
24. Pahl A., Eikema K.S.E., Walz J., Hansch T.W. Combined trap for laser-stimulated recombination // *Hyperfine Interactions*. 2000. Vol. 127. P. 181.
25. Eikema K.S.E., Walz J., and Hansch T.W. Continuous coherent Lyman-alpha excitation of atomic hydrogen // *Phys. Rev. Lett.* 2001. Vol. 86. P. 5679.
26. Storry C. H., Speck A., Le Sage D., Guise N. et al. First laser-controlled antihydrogen production // *Phys. Rev. Lett.* 2004. Vol. 93. P. 263401.
27. Laarmann T., de Castro A. R., Gurtler P., Laasch W., Schulz J., Wabnitz H. and Moller T. Photoionization of helium atoms irradiated with intense vacuum ultraviolet free-electron laser light. Part I. Experimental study of multiphoton and single-photon processes // *Phys. Rev. A*. 2005. Vol. 72. P. 023409.
28. Charalambidis D., Tzallas P., Papadogiannis N.A., Nikolopoulos L.A.A., Benis E.P. and Tsakiris G.D. Comment on «Photoionization of helium atoms irradiated with intense vacuum ultraviolet free-electron laser light. Part I. Experimental study of multiphoton and single-photon processes» // *Phys. Rev. A*. 2006. Vol. 74. P. 037401.
29. Laarmann T., de Castro A.R., Gurtler P., Laasch W., Schulz J., Wabnitz H. and Moller T. Reply to «Comment on ‘Photoionization of helium atoms irradiated with intense vacuum ultraviolet free-electron laser light. Part I. Experimental study of multiphoton and single-photon processes’» // *Phys. Rev. A*. 2006. Vol. 74. P. 037402.
30. Moshhammer R., Jiang Y. H., Foucar L. et al. Few-photon multiple ionization of Ne and Ar by strong free-electron-laser pulses // *Phys. Rev. Lett.* 2007. Vol. 98. P. 203001.
31. Zhang C., Liu X., Ding P. and Qi Y. The enhancement of efficiency of high-order harmonic in intense laser field based on asymptotic boundary conditions and symplectic algorithm // *J. Math. Chem.* 2006. Vol. 39. P. 451.
32. Benis E. P., Charalambidis D., Kitsopoulos T. N., Tsakiris G.D., and Tzallas P. Two-photon double ionization of rare gases by a superposition of harmonics // *Phys. Rev. A*. 2006. Vol. 74. P. 051402(R).
33. Uiberacker M., Uphues Th., Schultze M., Verhoef A. J. et al. Attosecond real-time observation of electron tunnelling in atoms // *Nature*. 2007. Vol. 446, doi:10.1038/nature05648.
34. Corkum P. B. and Krausz F. Attosecond science//*Nature physics*. 2007. Vol. 3. P. 381.

35. *Girju M. G., Hristov K., Kidun O. and Bauer D.* Nonperturbative resonant strong field ionization of atomic hydrogen // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 2007. Vol. 40. P. 4165.
36. *Klews M. and Schweizer W.* Three-dimensional kicked hydrogen atom // *Phys. Rev. A.* 2001. Vol. 64. P. 053403.
37. *Duchateau G., Cormier E., Bachau H., Gayet R.* Coulomb–Volkov approach of atom ionization by intense and ultrashort laser pulses // *Phys. Rev. A.* 2001. Vol. 63. P. 053411.
38. *Duchateau G., Cormier E., Gayet R.* A simple non-perturbative approach of atom ionisation by intense and ultra-short laser pulses // *Eur. Phys. J.* 2000. Vol. D11. P. 191.
39. *Kaminski J.Z., Ehlotzky F.* Optimized X-ray generation by electron–ion recombination in the presence of powerful laser fields // *Optics Communications.* 2004. Vol. 234. P. 343.
40. *Gusev A.A., Chuluunbaatar O., Vinitzky S.I., Kaschiev M.S.* High accuracy splitting algorithms for the time-dependent Schrödinger equation with a train of laser pulses // *Proc. SPIE.* 2004. Vol. 5476. P. 5476-14.
41. *Ryabinina M.V., Melnikov L.A.* Phase-sensitive ionization and recombination of anti-hydrogen atom using zero-duration high intensity laser pulse // *AIP Conference Proc.* 2005. Vol. 796. P. 325.
42. *Андреев А.В.* Взаимодействие атома со сверхсильными лазерными полями // *ЖЭТФ.* 1999. Т. 116, № 3(9). С. 793.
43. *Bordyug N.V. and Krainov V.P.* Dynamic resonances in ultra-short laser pulses // *Laser Phys.Lett.* 2007. Vol. 4, № 6. P. 418.
44. *Hu S.X. and Collins L.A.* Phase control of the inverse above-threshold-ionization process with few-cycle pulses // *Phys. Rev. A.* 2004. Vol. 70. P. 035401.
45. *Giraud S., Piraux B. et al.* Strong field atomic ionization dynamics: role of the Coulomb potential studied by means of a model // *Proc. SPIE.* 2006. Vol. 6165. P. 616513.
46. *Волкова Е.А., Попов А.М., Тихонов М.А., Тихонова О.В.* Атом в лазерном импульсе высокой интенсивности: эффект стабилизации и приближение сильного поля // *ЖЭТФ.* 2007. Т. 132. Вып. 3. С. 596.
47. *Волкова Е.А., Гридчин В.В., Попов А.М., Тихонова О.В.* Туннельная ионизация атома водорода в лазерном импульсе короткой и ультракороткой длительности // *ЖЭТФ.* 2006. Т. 129. Вып. 1. С. 48.
48. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1989.
49. *Летохов В.С., Чеботаев В.П.* Принципы нелинейной лазерной спектроскопии. М.: Наука, 1974.
50. *Ryabinina M.V., Melnikov L.A.* Coherent effects in free-bound transitions in hydrogen/antihydrogen atom under the action of ultra-short strong-field laser pulse // *Proc. SPIE.* 2007. Vol. 6537. P. 653705.

**DYNAMICS OF PROBABILITY AMPLITUDES IN HYDROGEN-LIKE
ATOMS UNDER THE ACTION OF STRONG VARIABLE
ELECTRIC FIELD OF ELECTROMAGNETIC WAVE
ACCOUNTING TRANSITIONS TO CONTINUUM**

M.V. Ryabinina, L.A. Melnikov

The dynamics of populations of $4s$ and $3p$ states in hydrogen atom is investigated under the action of ultra high laser single frequency linear-polarized pulse at one-, two- and three-photon resonance and at large detuning out of frame of perturbation theory and rotating wave approximation. It was shown the existence of low frequency modulation of optical oscillations, which frequency becomes zero at some values of laser field amplitude. For the transition $3s \leftrightarrow 2p$ the population dynamics of discrete states $3s$ and $2p$ is investigated, and also of the states in continuum which are bounded with the state $3s$ via optical transition. Coherent-like oscillations of the population of the states in continuum are demonstrated.



Рябинина Мария Викторовна – родилась в Саратове (1971). Окончила Саратовский университет (1993), защитила кандидатскую диссертацию (1999). С 2001 года работает в должности доцента кафедры лазерной и компьютерной физики. Ее научные интересы включают лазерную физику, физику лазерных систем генерации сверхкоротких световых импульсов, лазерную спектроскопию экзотических атомов. Автор 35 научных статей.