

ТЕОРИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ ВОЛНОВОДОВ

В.А. Солнцев

Изложена теория возбуждения волноводов заданными сторонними источниками, основанная на разложениях возбуждаемого электромагнитного поля по собственным волнам волновода. Приведены необходимые свойства собственных волн гладких и периодических волноводов, в том числе условия ортогональности волн по сечению и объёму волновода. Кратко описаны основные свойства псевдопериодических волноводов, представляющих новый класс волноводящих систем. Рассмотрены различные формы теории возбуждения волноводов. Волноводная форма теории использует представление возбуждаемого электромагнитного поля рядами по собственным волнам на частоте возбуждения с выделением неразлагаемой части поля, которая может быть обусловлена продольным током (Л.А. Вайнштейн), квазистатическим полем (В.А. Солнцев) и др. Приведено доказательство существенного улучшения сходимости рядов при выделении квазистатического поля. Другая, резонаторная форма теории возбуждения использует разложение поля в ряды по собственным волнам с фиксированным волновым числом и разными частотами; при этом, как и в теории возбуждения резонаторов, сразу выделяется квазистатическое электрическое поле. Доказана эквивалентность волноводной и резонаторной форм теории возбуждения. На основании общих уравнений теории возбуждения проведен анализ свойств полного возбуждаемого поля, его разделение на резонансную часть, включающую синхронные волны, и поле пространственного заряда, включающее квазистатическое поле и динамические поправки. Приведено разностное уравнение возбуждения собственных волн, не имеющее особенностей и применимое внутри, на границах и вне полос пропускания волноводов. Отмечена возможность существенного влияния динамических поправок в поле пространственного заряда на законы взаимодействия электронов.

Ключевые слова: Волновод, замедляющая система, псевдопериодическая структура, теория возбуждения, собственные волны, пространственный заряд.

Введение

Статья написана на основе двух лекций по теории волноводов, прочитанных автором на XIV международной зимней школе-семинаре по электронике сверхвысоких частот и радиофизике [1]. Изложена теория возбуждения волноводов заданными сторонними источниками, основанная на разложениях возбуждаемого электромагнитного поля по собственным волнам волновода. В настоящее время наиболее широко применяется разложение по собственным волнам, взятым на частоте возбуждения. Такая волноводная форма теории возбуждения волноводов первоначально разрабатывалась многими авторами [2–6] для конкретных видов возбудителей (точечных источников, диполей, линейных токов и др.). Общие уравнения для коэффициентов

возбуждения собственных волн произвольными источниками были получены в [7, 8] отдельно для ТЕ, ТМ, ТЕМ-волн гладких регулярных волноводов с односвязным и многосвязным сечением. В [9] теория возбуждения гладких волноводов была построена через определение функций источников, которые также представлялись рядами по собственным волнам, взятым на частоте возбуждения. Для частного случая возбуждения ТМ-волн в замедляющих системах в [10] было показано, что в области, занятой источниками, полное возбуждаемое поле помимо ряда по собственным волнам включает слагаемое, пропорциональное продольному току. В [11–13] дана наиболее простая компактная волноводная форма теории возбуждения, учитывающая потери и поперечную неоднородность заполнения волновода, основанная на использовании ортогональности собственных волн по сечению при разложении возбуждаемого поля по собственным волнам, взятым на частоте возбуждения, и выделении слагаемого, обусловленного продольным током. Во всех указанных работах в ряды по собственным волнам, электромагнитное поле которых является вихревым, разлагается полное возбуждаемое поле, имеющее как вихревую, так и потенциальную части. Поэтому полученные ряды сходятся медленно и практически непригодны для решения задач, где необходимо знание полного возбуждаемого поля, например в задачах электроники СВЧ. Существенно улучшить сходимость представляющих поле рядов и провести анализ его физических свойств удастся при выделении квазистатического поля, не разлагаемого в ряды [14]. В общем случае возможно выделение различных неразлагаемых частей поля для решения задач электроники СВЧ или других систем, где необходимо знание полного возбуждаемого поля, а не только отдельных собственных волн [15].

Другая, резонаторная форма теории возбуждения использует разложение поля в ряды по собственным волнам с фиксированным волновым числом и разными частотами; при этом, как и в теории возбуждения резонаторов [12, 16], сразу выделяется квазистатическое электрическое поле. Эта форма теории возбуждения применялась в [17] и сформулирована в наиболее общем виде в [14, 18]. Вычисление определяющих амплитуд собственных волн интегралов с помощью теории вычетов приводит точно к волноводной форме теории возбуждения с выделенным квазистатическим полем (Приложение).

Помимо систематического анализа и изложения известных результатов теории возбуждения волноводов в статье приведены также некоторые неопубликованные ранее результаты – вывод соотношения между резонаторной и волноводной нормами собственных волн за пределами волноводов и волн с учетом потерь, данный в [19] и обобщающий соотношение между запасенной энергией и ее потоком для распространяющихся волн; доказательство эквивалентности волноводной и резонаторной форм теории возбуждения, данное в [18]; основанный на теории цепочек четырехполосников вывод уравнения возбуждения псевдопериодических волноводов, представляющих новый класс волноводных систем [20–23].

Обоснование полноты системы собственных волн и другие математические вопросы теории возбуждения исследовались в работах [9] и при последующем развитии идей в этом направлении в работах [24–27]. Эти вопросы здесь не рассматриваются.

Изложенная в данной статье теория возбуждения волноводов использует некоторые общие соотношения электродинамики и свойства собственных волн волноводов, которые приведены в разделах 1, 2 статьи.

1. Исходные уравнения и двухчастотная лемма Лоренца

Электромагнитное поле, возбуждаемое на частоте ω заданными сторонними токами и зарядами, определяется уравнениями Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{H} = -i\omega\epsilon\vec{E} + \vec{j}, \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = i\omega\mu\vec{H}, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \epsilon\vec{E} = \rho, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \mu\vec{H} = 0, \quad (4)$$

где \vec{E} и \vec{H} – комплексные амплитуды напряженности электрического и магнитного полей; \vec{j} , ρ – комплексные амплитуды плотности тока и заряда; ϵ , μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости, взятые на частоте возбуждения. Временной множитель $e^{-i\omega t}$ везде опущен. Если не рассматривать процессы эмиссии и оседания электронов на поверхности, то величины \vec{j} и ρ удовлетворяют отдельному уравнению непрерывности

$$-i\omega\rho + \operatorname{div}\vec{j} = 0. \quad (5)$$

В теории возбуждения волноводов полезны полученные из уравнений Максвелла квадратичные формы [28] и вытекающая из них двухчастотная лемма Лоренца и ее следствия, выведенные в [8, 19] и приведенные в [29]. Рассмотрим электромагнитные поля, возбуждаемые на частотах ω_1 , ω_2 токами с плотностью \vec{j}_1 , \vec{j}_2 . Они удовлетворяют уравнениям Максвелла (1)–(4) на этих частотах при соответствующих значениях ϵ_1 , ϵ_2 , μ_1 , μ_2 , учитывающих дисперсию диэлектрической и магнитной проницаемости. Умножим скалярно на \vec{H} уравнение (2), взятое на частоте ω_1 , и на \vec{E} уравнение (1), взятое на частоте ω_2 , и вычтем их друг из друга. Тогда, применяя формулу векторного анализа

$$\vec{H} \operatorname{rot} \vec{E} - \vec{E} \operatorname{rot} \vec{H} = \operatorname{div}[\vec{E}\vec{H}], \quad (6)$$

получим

$$\operatorname{div}[\vec{E}_1\vec{H}_2] = i\omega_1\mu_1\vec{H}_1\vec{H}_2 + i\omega_2\epsilon_2\vec{E}_1\vec{E}_2 - \vec{j}_2\vec{E}_1. \quad (7)$$

Аналогично из другой пары уравнений Максвелла можно получить

$$\operatorname{div}[\vec{E}_2\vec{H}_1] = i\omega_2\mu_2\vec{H}_1\vec{H}_2 + i\omega_1\epsilon_1\vec{E}_1\vec{E}_2 - \vec{j}_1\vec{E}_2. \quad (8)$$

Складывая и вычитая формулы (7) и (8), придем к дифференциальной форме двухчастотной леммы Лоренца. Интегрируя полученное соотношение по объему V , ограниченному поверхностью S , и учитывая теорему Гаусса–Остроградского

$$\int_V \operatorname{div}\vec{A}dV = \oint_S \vec{A}d\vec{S}, \quad (9)$$

получим интегральную формулу двухчастотной леммы Лоренца

$$\begin{aligned} \oint_S \{[\vec{E}_1\vec{H}_2] \pm [\vec{E}_2\vec{H}_1]\}d\vec{S} = & i \int_V (\omega_2\epsilon_2 \pm \omega_1\epsilon_1)\vec{E}_1\vec{E}_2dV - \\ & - i \int_V (\omega_1\mu_1 \pm \omega_2\mu_2)\vec{H}_1\vec{H}_2dV - \int_V (\vec{j}_2\vec{E}_1 \pm \vec{j}_1\vec{E}_2)dV. \end{aligned} \quad (10)$$

2. Свойства собственных волн

Рассматриваем закрытые волноводы с ограниченным поперечным сечением S . Приведем некоторые свойства их собственных волн, полезные в теории возбуждения.

Однородные волноводы характеризуются независимостью всех параметров от продольной координаты z , но возможно изменение диэлектрической и магнитной проницаемости в сечении волновода: $S = \text{const}$, $\varepsilon = \varepsilon(x, y)$, $\mu = \mu(x, y)$ (рис. 1). Поля прямой (+s) и встречной (-s) собственных волн имеют вид

$$\vec{E}_{\pm s}(x, y, z) = \vec{E}_{\pm s}^p(x, y) \cdot e^{ih_{\pm s}z}, \quad \vec{H}_{\pm s}(x, y, z) = \vec{H}_{\pm s}^p(x, y) \cdot e^{ih_{\pm s}z}, \quad (11)$$

причем в изотропных волноводах $h_{-s} = -h_s$. Дисперсия волн, то есть зависимость $h_s(\omega)$, определяется характером заполнения волновода и граничными условиями. Для гладких металлических волноводов

$$h_s = \sqrt{k^2 - k_s^2}, \quad (12)$$

где $k = \omega/c$ – волновое число в свободном пространстве, $k_s = \omega_s/c$ – критическое волновое число s -й волны (рис. 2).

Периодические волноводы характеризуются периодической зависимостью параметров от продольной координаты z : $S(z + L) = S(z)$, $\varepsilon(x, y, z + L) = \varepsilon(x, y, z)$, $\mu = \mu(x, y, z + L) = \mu(x, y, z)$ (рис. 3). Для них справедлива теорема Флоке, согласно которой при сдвиге координаты z на период L поля собственных волн умножаются на постоянную величину, которую записывают в виде $e^{\pm ih_s L}$:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\pm s}(x, y, z + L) &= \vec{E}_{\pm s}(x, y, z) \cdot e^{\pm ih_s L}, \\ \vec{H}_{\pm s}(x, y, z + L) &= \vec{H}_{\pm s}(x, y, z) \cdot e^{\pm ih_s L}. \end{aligned} \quad (13)$$

Из теоремы Флоке следует

$$\vec{E}_{\pm s}(x, y, z) = \vec{E}_{\pm s}^p(x, y, z) \cdot e^{\pm ih_s z}, \quad \vec{H}_{\pm s}(x, y, z) = \vec{H}_{\pm s}^p(x, y, z) \cdot e^{\pm ih_s z}, \quad (14)$$

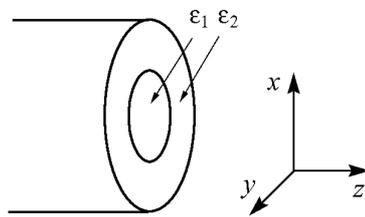


Рис. 1. Гладкий волновод с поперечно-неоднородным заполнением

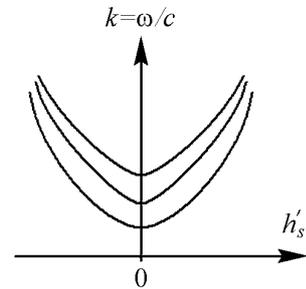


Рис. 2. Дисперсионные характеристики собственных волн гладкого волновода

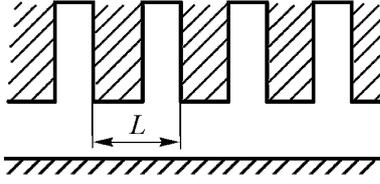


Рис. 3. Схематическое изображение периодического волновода с периодом L

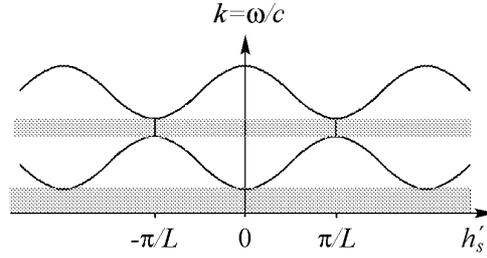


Рис. 4. Диаграмма Бриллюэна для периодического волновода

где $\vec{E}_{\pm s}^p$, $\vec{H}_{\pm s}^p$ – периодические функции z с периодом L . Разлагая эти функции в ряды Фурье по z , получим представление поля в виде суммы пространственных гармоник. Для электрического поля

$$\vec{E}_{\pm s}(x, y, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \vec{E}_{\pm s, m}^p(x, y) \cdot e^{\pm i h_{s, m} z}, \quad (15)$$

где $\vec{E}_{\pm s, m}^p(x, y) = (1/L) \int_0^L \vec{E}_{\pm s}(x, y, z) \cdot e^{\mp i h_{s, m} z} dz$, $h_{s, m} = h_s + (2\pi m)/L$ – амплитуда и волновое число m -й пространственной гармоники $\pm s$ -й волны. Аналогично записывается разложение для магнитного поля. В периодическом волноводе имеется ряд чередующихся полос пропускания и непропускания по частоте; характерный вид дисперсии в них представлен на рис. 4 в виде диаграммы Бриллюэна. В полосах пропускания без учета потерь в волноводе поля прямой и встречной волны связаны соотношением

$$\vec{E}_{-s}(x, y, z) = \pm \vec{E}_s^*(x, y, z), \quad \vec{H}_{-s}(x, y, z) = \mp \vec{H}_s^*(x, y, z). \quad (16)$$

Применим лемму Лоренца (10) при $\vec{j}_1 = \vec{j}_2 = 0$ к s -й и r -й собственным волнам периодического волновода на частотах ω_s , ω_r , рассматривая объем одного периода $V = V_L$. Этот объем ограничен двумя одинаковыми торцевыми поверхностями $S(z)$, $S(z + L)$ и боковой поверхностью S_6 , лежащей на достаточной глубине внутри металла, так что поля на ней можно считать равными нулю. Тогда в левой части (10) интеграл по S_6 равен нулю, а интегралы по $S(z)$ и $S(z + L)$ отличаются, согласно (13), множителями $e^{i(h_s + h_r)L}$. В результате получаем следующее соотношение для собственных волн периодического волновода

$$\begin{aligned} (e^{i(h_s + h_r)L} - 1) \int_{S(z)} \{[\vec{E}_s \vec{H}_r] - [\vec{E}_r \vec{H}_s]\} d\vec{S} = \\ = i \int_{V_L} (\omega_r \epsilon_r \pm \omega_s \epsilon_s) \vec{E}_s \vec{E}_r dV + \int_{V_L} (\omega_r \mu_r \pm \omega_s \mu_s) \vec{H}_s \vec{H}_r dV. \end{aligned} \quad (17)$$

Условия ортогональности собственных волн по сечению волновода получаются, если рассматривать эти волны на одной частоте $\omega_r = \omega_s = \omega$ и, соответственно,

$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_s(\omega) = \varepsilon(\omega)$, $\mu_r = \mu_s = \mu$ (рис. 5, *a*). Тогда правая часть (17) при нижнем знаке обращается в ноль, и находим

$$\int_S \{[\vec{E}_s \vec{H}_r] - [\vec{E}_r \vec{H}_s]\} d\vec{S} = \begin{cases} 0 & \text{при } h_s + h_r \neq \frac{2\pi n}{L}, \\ N_s & \text{при } h_s + h_r = \frac{2\pi n}{L}. \end{cases} \quad (18)$$

В полосе пропускания периодических волноводов без учета потерь норма s -й волны N_s связана с потоком энергии через поперечное сечение волновода

$$P_{\pm s} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S [\vec{E}_{\pm s} \vec{H}_{\pm s}^*] d\vec{S} \quad (19)$$

соотношением

$$N_s = \int_S \{[\vec{E}_s \vec{H}_{-s}] - [\vec{E}_{-s} \vec{H}_s]\} d\vec{S} = \mp 4P_s = \pm 4P_{-s}, \quad (20)$$

получаемся при учете (16).

Условия ортогональности по объему одного периода волновода получаются для собственных волн при $h_s + h_r = (2\pi n)/L$ (рис. 5, *б*) на, вообще говоря, различных собственных частотах колебаний, берущихся на частоте возбуждения ω . Тогда левая часть (17) обращается в ноль, и получаем при нижнем знаке правой части

$$\int_{V_L} (\varepsilon \vec{E}_s \vec{E}_r - \mu \vec{H}_s \vec{H}_r) dV = \begin{cases} 0 & \text{при } \omega_s \neq \omega_r, \text{ то есть при } r \neq -s, \\ M_s & \text{при } \omega_s = \omega_r, \text{ то есть при } r = -s. \end{cases} \quad (21)$$

В полосе пропускания периодических волноводов без учета потерь объемная норма s -й волны связана с запасенной на одном периоде волновода энергией

$$W_s = \frac{1}{4} \int_{V_L} (\varepsilon \vec{E}_s \vec{E}_s^* + \mu \vec{H}_s \vec{H}_s^*) dV \quad (22)$$

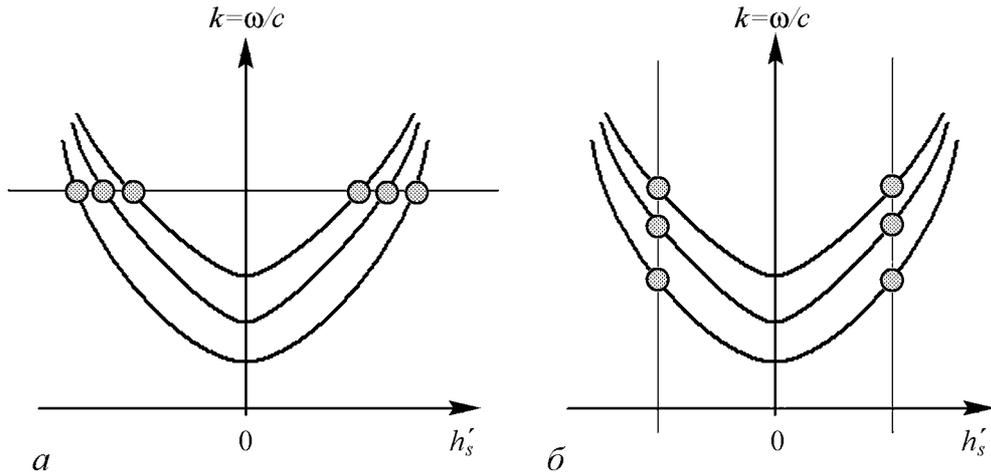


Рис. 5. К ортогональности собственных волн: *a* – по сечению (при заданной частоте); *б* – по объему волновода (при заданном волновом числе)

соотношением

$$M_s = \int_{V_L} (\epsilon \vec{E}_s \vec{E}_{-s} - \mu \vec{H}_s \vec{H}_{-s}) dV = \pm 4W_s, \quad (23)$$

получающимся при учете (16). Если $h_s + h_r = 2\pi n/L$, то при выборе верхнего знака в (17) получим соотношение

$$\int_{V_L} (\epsilon \vec{E}_s \vec{E}_r - \mu \vec{H}_s \vec{H}_r) dV = 0. \quad (24)$$

В полосе пропускания волновода без потерь при $r = -s$ с учетом (16) оно устанавливает равенство электрической и магнитной энергии, запасенной на одном периоде волновода

$$W_{sE} = \frac{1}{4} \int_{V_L} \epsilon \vec{E}_s \vec{E}_s^* dV, \quad W_{sH} = \frac{1}{4} \int_{V_L} \mu \vec{H}_s \vec{H}_s^* dV, \quad W_{sH} = W_{sE}. \quad (25)$$

Связь между нормами N_s и M_s , а следовательно, между потоком энергии и запасенной энергией, можно найти, если положить в (17) $r = -s$ и считать, что частоты ω_r и ω_s мало отличаются друг от друга, $\omega_{-s} = \omega_s + \Delta\omega$. Тогда

$$h_r = h_r(\omega_r) = h_{-s}(\omega_s + \Delta\omega) \approx h_{-s}(\omega_s) + \left. \frac{dh_{-s}}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_s} \cdot \Delta\omega = -h_s(\omega_s) - \left. \frac{dh_s}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_s} \cdot \Delta\omega,$$

$$\omega_r \epsilon_r - \omega_s \epsilon_s \approx \left. \frac{d\omega\epsilon}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_s} \cdot \Delta\omega, \quad \omega_r \mu_r - \omega_s \mu_s \approx \left. \frac{d\omega\mu}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_s} \cdot \Delta\omega$$

и при $\Delta\omega \rightarrow 0$ получаем

$$\left. \frac{dh_s}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_s} \cdot N_s L = -M_s. \quad (26)$$

В этом соотношении объемная норма

$$M_s = \int_{V_L} \left\{ \left. \frac{d(\omega\epsilon)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_s} \cdot \vec{E}_s \vec{E}_{-s} - \left. \frac{d(\omega\mu)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_s} \cdot \vec{H}_s \vec{H}_{-s} \right\} dV \quad (27)$$

учитывает зависимость ϵ и μ от частоты собственных колебаний и поэтому отличается от объемной нормы (23), использованной в условиях ортогональности. Там ϵ и μ брались на заданной частоте возбуждения ω , то есть рассматривался некоторый вспомогательный волновод, по собственным волнам которого и разлагается в дальнейшем возбуждаемое поле. Если ϵ и μ не зависят от частоты, то (27) совпадает с (23).

Полученное в [19] соотношение (26) является обобщением на волноводы с потерями и заперделные волноводы известного для распространяющихся волн [30] соотношения между потоком энергии и запасенной энергией

$$P_s = u_s \frac{W_s}{L}, \quad (28)$$

где $u_s = d\omega/dh$ – групповая скорость.

Псевдопериодические волноводы и среды являются особым классом электродинамических структур [20–23], где вдоль структуры изменяются как шаг расположения, так и параметры входящих в нее элементов (щелей в гребенчатой структуре, диафрагм в круглом волноводе, резонаторов в цепочках связанных резонаторов, диэлектрической проницаемости слоев среды и др., рис. 6). Согласованным выбором

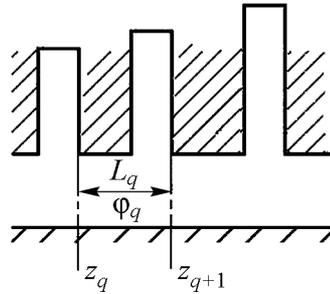


Рис. 6. Схематическое изображение псевдопериодического волновода; L_q , φ_q – величина q -го шага и сдвига фазы на нем

Известным примером псевдопериодической системы может служить плоская логарифмическая спираль, возбуждаемая бегущей вдоль витков волной тока. Длина витка в ней, так же как и набег фазы на шаге, прямопропорциональны изменяющемуся шагу намотки спирали, так что фазовая скорость основной пространственной гармоники радиальной волны постоянна вдоль радиуса, а другие пространственные гармоники подавлены. Основанные на этом свойстве электродинамические системы используются как логопериодические сверхширокополосные антенны. В работе [31] найден другой класс плоских спиральных систем, в которых существует только одна из высших пространственных гармоник. Такие «синхронные» спирали существенно отличаются по форме и электродинамическим свойствам от логарифмической спирали.

Аналогом псевдопериодических волноводных систем являются неэквидистантные антенные решетки с неравномерным распределением шага и фаз излучателей по решетке, позволяющим устранить побочные главные максимумы излучения. Однако, в отличие от антенн, распределение фаз по элементам псевдопериодического волновода не задано внешними источниками, а определяется формой и размерами его элементов, которые должны выбираться из условий пространственной и частотной селекции волн. Совместное выполнение условий по селекции пространственных гармоник и формированию необходимой амплитудно-частотной характеристики фильтра открывает возможность создания новых типов широкополосных одноволновых замедляющих систем.

В общем случае можно рассматривать целый класс псевдопериодических систем разных типов – по существу, каждая периодическая система может быть преобразована в псевдопериодическую, отличающуюся сочетанием указанных выше свойств.

В псевдопериодическом волноводе вместо теоремы Флоке (13) запишем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\pm s}(x, y, z_q + L_q) &= \vec{E}_{\pm s}(x, y, z_q) \cdot e^{\pm i\varphi_{s,q}}, \\ \vec{H}_{\pm s}(x, y, z_q + L_q) &= \vec{H}_{\pm s}(x, y, z_q) \cdot e^{\pm i\varphi_{s,q}}, \end{aligned} \quad (29)$$

где z_q и L_q – начальная координата и величина q -го шага волновода (см. рис. 6), а сдвиг фазы поля на q -м шаге $\varphi_{s,q} = h_{s,q}L_q$ удовлетворяет условию

$$\varphi_{s,q} + 2\pi m = h_{s,m,q}L_q \quad \text{при} \quad h_{s,m,q} \equiv h_{s,m} \quad (30)$$

для одного выбранного значения m из $m = 0, \pm 1, \dots$. Для этого значения m волновое число $h_{s,m} = h'_{s,m} + ih''_{s,m}$ и фазовая скорость $v_{s,m} = \omega/h'_{s,m}$ не меняются вдоль волновода. Для других m волновые числа меняются на каждом шаге и соответствующие им пространственные гармоники разрушаются, происходит селекция пространственных гармоник, их спектр становится непрерывным с преобладанием m -й гармоники. Поэтому вместо ряда Фурье (15) следует применять преобразование Фурье для комплексной амплитуды поля на заданной частоте ω

$$\vec{E}_s(x, y, z, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_s(x, y, h, \omega) \cdot e^{+ihz} dh, \quad (31)$$

$$\vec{E}_s(x, y, h, \omega) = \frac{1}{l} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_s(x, y, z, \omega) \cdot e^{-ihz} dz, \quad (32)$$

и аналогично для $\vec{H}_s(x, y, h, \omega)$. Функция $\vec{E}_s(x, y, h, \omega)$ отличается от пространственной спектральной плотности лишь делением на полную длину l выбранного отрезка волновода из Q шагов

$$l = \sum_{q=1}^Q L_q.$$

Она может быть представлена как амплитудная поверхность дисперсии над плоскостью переменных h, ω . Для периодического волновода эта поверхность вырождается в систему гребней, проекции которых на плоскость h, ω являются диаграммой Бриллюэна. Пример такой поверхности, рассчитанной для компоненты поля E_z в периодическом и псевдопериодическом волноводе типа петляющей длинной линии [32], приведен на рис. 7.

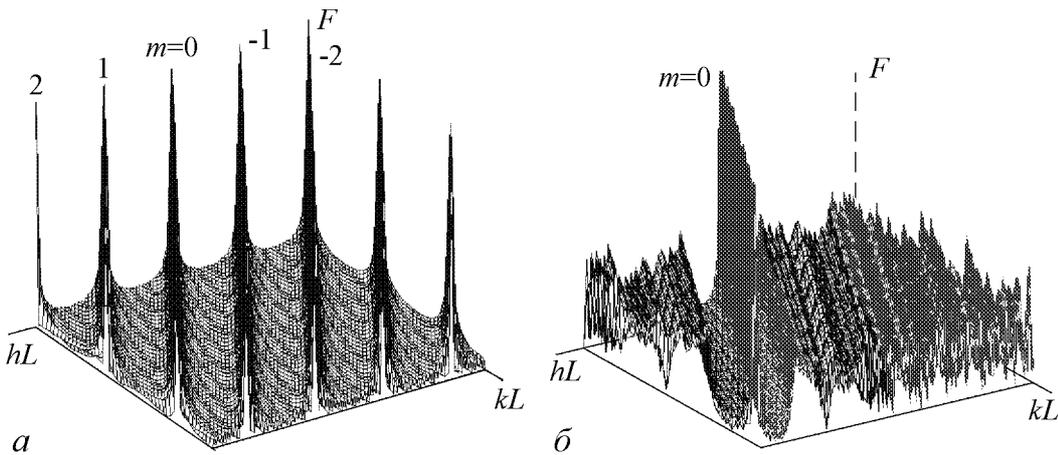


Рис. 7. Амплитудные поверхности дисперсии: a – для периодического волновода; b – для псевдопериодического волновода [32]

3. Волноводная форма теории возбуждения

Рассматриваем разложение возбуждаемого поля по собственным волнам одной частоты.

Пусть возбуждающие токи и заряды сосредоточены на отрезке волновода $z_1 < z < z_2$. Рассмотрим сначала поле, возбуждаемое вне отрезка, занятого токами. Справа от токов должны быть прямые волны, переносящие энергию направо, слева – встречные волны, переносящие энергию налево. Поэтому

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \sum_s C_s \vec{E}_s, & \vec{H} &= \sum_s C_s \vec{H}_s & \text{при } z > z_2, \\ \vec{E} &= \sum_s C_{-s} \vec{E}_{-s}, & \vec{H} &= \sum_s C_{-s} \vec{H}_{-s} & \text{при } z < z_1, \end{aligned} \quad (33)$$

причем C_s и C_{-s} постоянны. Применим лемму Лоренца (10) при нижнем знаке к полям \vec{E} , \vec{H} и \vec{E}_s , \vec{H}_s (или \vec{E}_{-s} , \vec{H}_{-s}), взятым на частоте возбуждения ω , в объеме волновода V , заключенном между сечениями z_1 и z_2 . Тогда, учитывая, что $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, $\epsilon_1 = \epsilon_2$, $\mu_1 = \mu_2$, а интеграл по боковой поверхности равен нулю, и применяя условие ортогональности (18), найдем

$$C_{\pm s} = \frac{1}{N_s} \int_V \vec{j} \vec{E}_{\mp s} dV. \quad (34)$$

Рассмотрим теперь электромагнитное поле в объеме, занятом током, следуя [12, 33]. Если мысленно удалить токи в бесконечно тонком слое ($z - \delta, z + \delta$) в окрестности сечения z при малом δ , то в этом слое справедливы формулы (33), (34), если для прямых волн под V подразумевать объем слева от z , а для встречных – справа от z . Однако поле такой «препарированной» системы отличается от поля реальной системы, так как при вырезании слоя возникает плоский конденсатор, на плоскостях которого имеется некоторая поверхностная плотность заряда σ . Она связана с продольной компонентой плотности тока уравнением непрерывности (5), дающим

$$\sigma = \frac{1}{i\omega} j_z,$$

что приводит к различию полей реальной и «препарированной» системы на величину поля плоского конденсатора

$$E_z = \frac{1}{i\omega\epsilon} j_z. \quad (35)$$

Учитывая это различие, в итоге получаем следующее выражение для полного возбуждаемого поля в любом сечении волновода:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \sum_s (C_s \vec{E}_s + C_{-s} \vec{E}_{-s}) + \frac{1}{i\omega\epsilon} j_z \vec{z}_0, \\ \vec{H} &= \sum_s (C_s \vec{H}_s + C_{-s} \vec{H}_{-s}). \end{aligned} \quad (36)$$

Для коэффициентов возбуждения $C_{\pm s}$ нетрудно получить из (34) дифференциальные уравнения

$$\frac{dC_{\pm s}}{dz} = \pm \frac{1}{N_s} \int_S \vec{j} \vec{E}_{\mp s} dV, \quad (37)$$

если учесть, что в области, занятой током, объем V слева и справа от сечения z изменяется при изменении z . Уравнения (36), (37) можно получить более строго методом вариации постоянной [12, 33].

4. Выделение квазистатического поля и улучшение сходимости рядов

Ряды (36) в общем случае при произвольном распределении стороннего тока в волноводе сходятся весьма медленно, что приводит к значительным трудностям в тех задачах, где требуется знание полного возбуждаемого поля, например в задачах электроники СВЧ. Если выделять из полного возбуждаемого поля \vec{E}, \vec{H} неразлагаемую квазистатическую часть поля, а в ряды по собственным волнам разлагать только вихревую часть поля, то можно существенно улучшить сходимость рядов и ограничиться небольшим количеством их членов.

Покажем это, следуя [14, 33]. Для выделения квазистатической части поля введем формально переменную частоту $\tilde{\omega}$ и устремим эту частоту к нулю, сохраняя распределение плотности стороннего тока \vec{j} , а также ϵ и μ такими же, как и на частоте возбуждения ω . Тогда из уравнения непрерывности получим, что плотность пространственного заряда должна изменяться вместе с частотой $\tilde{\omega}$ следующим образом:

$$\rho(x, y, z, \tilde{\omega}) = \frac{\text{div } \vec{j}(x, y, z)}{i\tilde{\omega}} = \frac{\omega}{\tilde{\omega}} \tilde{\rho}(x, y, z, \tilde{\omega}). \quad (38)$$

Обозначая все переменные величины на частоте $\tilde{\omega}$ знаком « \sim », например $\tilde{\rho} = \rho(x, y, z, \tilde{\omega})$, запишем уравнения поля на этой частоте

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= -i\tilde{\omega}\epsilon\vec{E} + \vec{j}, & \text{div } \mu\vec{H} &= 0, \\ \text{rot } \vec{E} &= i\tilde{\omega}\mu\vec{H}, & \text{div } \epsilon\vec{E} &= \tilde{\rho}. \end{aligned} \quad (39)$$

При $\tilde{\omega} \rightarrow 0$ поле становится статическим, однако его величина неограниченно возрастает вместе с $\tilde{\rho}$ как $1/\tilde{\omega}$. Поэтому, совершая в уравнениях (39) предельный переход $\tilde{\omega} \rightarrow 0$, с учетом соотношения (38) получим уравнения квазистатики для полей

$$\hat{E} = \lim_{\tilde{\omega} \rightarrow 0} \frac{\tilde{\omega}}{\omega} \vec{E}, \quad \hat{H} = \lim_{\tilde{\omega} \rightarrow 0} \vec{H}$$

на частоте ω

$$\begin{aligned} \text{rot } \hat{H} &= -i\omega\epsilon\hat{E} + \vec{j}, & \text{div } \mu\hat{H} &= 0, \\ \text{rot } \hat{E} &= 0, & \text{div } \epsilon\hat{E} &= \rho. \end{aligned} \quad (40)$$

Записывая теперь выражения (36) на частоте $\tilde{\omega}$, умножая после этого (35) на $\tilde{\omega}/\omega$ и совершая такой же предельный переход $\tilde{\omega} \rightarrow 0$, найдем разложение квазистатиче-

ского поля $\hat{\vec{E}}, \hat{\vec{H}}$ по собственным волнам периодической системы

$$\hat{\vec{E}} = \sum_s \lim_{\tilde{\omega} \rightarrow 0} \frac{\tilde{\omega}}{\omega} (\tilde{C}_s \tilde{\vec{E}}_s + \tilde{C}_{-s} \tilde{\vec{E}}_{-s}) + \frac{1}{i\omega\epsilon} j_z \vec{z}_0, \quad (41)$$

$$\hat{\vec{H}} = \sum_s \lim_{\tilde{\omega} \rightarrow 0} (\tilde{C}_s \tilde{\vec{H}}_s + \tilde{C}_{-s} \tilde{\vec{H}}_{-s}). \quad (42)$$

Вычитая эти соотношения из (36), получим следующие выражения для полного поля, возбуждаемого заданным током в периодической системе

$$\vec{E} = \sum_{s=1}^{\infty} [(C_s \vec{E}_s + C_{-s} \vec{E}_{-s}) - \lim_{\tilde{\omega} \rightarrow 0} \frac{\tilde{\omega}}{\omega} (\tilde{C}_s \tilde{\vec{E}}_s + \tilde{C}_{-s} \tilde{\vec{E}}_{-s})] + \hat{\vec{E}}, \quad (43)$$

$$\vec{H} = \sum_{s=1}^{\infty} [(C_s \vec{H}_s + C_{-s} \vec{H}_{-s}) - \lim_{\tilde{\omega} \rightarrow 0} \frac{\tilde{\omega}}{\omega} (\tilde{C}_s \tilde{\vec{H}}_s + \tilde{C}_{-s} \tilde{\vec{H}}_{-s})] + \hat{\vec{H}}. \quad (44)$$

Члены полученных рядов представляют собой разности соответствующих членов рядов (36), (41), (42), взятых на частотах ω и $\tilde{\omega} \rightarrow 0$, а структура поля собственных волн высших порядков мало отличается на этих частотах. Поэтому разностные члены полученных рядов (43), (44) убывают с ростом s быстрее, чем члены исходных рядов.

Для исследования сходимости рядов, входящих в выражения поля (43), (44), рассмотрим поведение собственных волн системы в нуле частоты и при больших номерах s . Поля этих волн при $\tilde{\omega} = 0$ удовлетворяют уравнениям (39) с нулевыми правыми частями, то есть однородным уравнениям статики. Однако и в этом случае они имеют вид (41), причем волновые числа $h_s|_{\tilde{\omega}=0} = h_s^0$ возрастают по абсолютной величине с увеличением номера s . Например, для гладких волноводов

$$h_s^0 = ik_s = i\sqrt{\epsilon\mu}\omega_s,$$

где k_s, ω_s – критическое волновое число и критическая частота s -й волны, возрастающие с ростом s . Введем для каждой волны свой параметр

$$\delta_s = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}\omega}{ih_s^0} = \frac{k}{ih_s^0}. \quad (45)$$

Этот параметр убывает с уменьшением частоты и возрастанием номера волны s . Поэтому поля этих волн можно представить в виде разложения по степеням δ_s . Неважно, чем обусловлена малость δ_s – малостью частоты ω или большим номером s , в обоих случаях разложение будет одинаковым. Для записи разложения укажем некоторые свойства собственных волн. Запишем уравнения поля, деля их на h_s^0 ,

$$\frac{\text{rot } \vec{H}_s}{ih_s^0} = -i\delta_s \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \vec{E}_s, \quad \frac{\text{rot } \vec{E}_s}{ih_s^0} = -i\delta_s \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \vec{H}_s. \quad (46)$$

Из уравнений видно, что при перемене знака частоты (то есть δ_s) возможны два варианта поведения полей.

$$1) \vec{E}_{\pm s}(-\omega) = \vec{E}_{\pm s}(\omega), \quad \vec{H}_{\pm s}(-\omega) = -\vec{H}_{\pm s}(\omega), \quad (47)$$

$$2) \vec{E}_{\pm s}(-\omega) = -\vec{E}_{\pm s}(\omega), \quad \vec{H}_{\pm s}(-\omega) = \vec{H}_{\pm s}(\omega). \quad (48)$$

Как известно из теории гладких волноводов (см. например, [12]), поле электрических волн удовлетворяет соотношениям (47), а поле магнитных волн – соотношениям (21). Соответственно и в периодических системах можно разделить собственные волны на два типа – квазиэлектрические (QE), удовлетворяющие соотношениям (47), и квазимагнитные (QH), удовлетворяющие соотношениям (48). Эти типы волн, вообще говоря, могут иметь все компоненты электрического и магнитного полей, но характер их поведения на малой частоте существенно различный [14].

Ограничимся исследованием разложений для волн типа E в гладком волноводе [33]. Учитывая (47), можем написать

$$\begin{aligned}\vec{E}_s &= \vec{E}_s^{(0)} + \vec{E}_s^{(2)}\delta_s^2 + \vec{E}_s^{(4)}\delta_s^4 + \dots, \\ \vec{H}_s &= \vec{H}_s^{(1)}\delta_s + \vec{H}_s^{(3)}\delta_s^3 + \dots,\end{aligned}\quad (49)$$

где векторные коэффициенты $\vec{E}_s^{(n)}, \vec{H}_s^{(n)}$ от частоты не зависят. Используя эти разложения, при больших значениях s получим

$$C_s \vec{E}_s = \frac{1}{\delta_s} (\vec{F}_s^{(0)} + \vec{F}_s^{(2)}\delta_s^2 + \dots)$$

и аналогично

$$\tilde{C}_s \tilde{\vec{E}}_s = \frac{1}{\tilde{\delta}_s} (\vec{F}_s^{(0)} + \vec{F}_s^{(2)}\tilde{\delta}_s^2 + \dots),$$

где $\vec{F}_s^{(0)}, \vec{F}_s^{(2)}$ также не зависят от частоты. Следовательно,

$$C_s \vec{E}_s - \lim_{\tilde{\omega} \rightarrow 0} \frac{\tilde{\omega}}{\omega} \tilde{C}_s \tilde{\vec{E}}_s = \vec{F}_s^{(2)}\delta_s^2 + \dots,$$

то есть члены ряда (43), соответствующие волнам типа E , по порядку величины равны членам исходного ряда (36), умноженным на δ_s^2 , то есть убывают с ростом номера s значительно быстрее. Аналогичный результат можно получить для слагаемых, соответствующих волнам типа H , и для магнитного поля (44). Исследование периодических волноводов [14] показывает, что для них ряды (43) и (44) сходятся также быстрее исходных рядов (36).

Рассмотрим подробнее смысл квазистатических полей $\hat{\vec{E}}$ и $\hat{\vec{H}}$. Прежде всего, мы получили не совсем то, что в резонаторах, где было только квазистатическое электрическое поле, определяемое зарядами, а теперь мы имеем также магнитное поле $\hat{\vec{H}}$, которое определяется плотностью электронного тока \vec{j} и, кроме того, электрическим полем $\hat{\vec{E}}$, то есть током проводимости и током смещения. Чтобы понять, почему так получилось, нужно иметь в виду, что из общих уравнений электромагнитного поля можно вывести две различные системы уравнений квазистатического поля. Обычно пренебрегают токами смещения, но учитывают закон электромагнитной индукции

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq 0 \quad (50)$$

и таким образом приходят к уравнениям низкочастотных электрических цепей, в которых токами смещения пренебрегают всюду, за исключением небольшой части

пространства внутри конденсаторов. В задачах, которые нас интересуют, пространство внутри волноводной системы на низких частотах можно рассматривать как конденсатор (или как электронную лампу) и токами смещения пренебрегать нельзя. Поэтому мы пришли к другим уравнениям квазистатики, которые вытекают из уравнений поля, если пренебречь в них электромагнитной индукцией, но сохранить токи смещения

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \neq 0. \quad (51)$$

На возможность такого вида уравнений квазистатики указывалось в [34]. Таким образом, квазистатическое электрическое поле определяется переменной плотностью заряда по тем же законам, что и в резонаторах. Квазистатическое магнитное поле, которое можно назвать «магнитным полем пространственного заряда», как правило, не имеет значения, поскольку магнитное взаимодействие электронов, движущихся со скоростью v , по порядку величины равно их электрическому взаимодействию, умноженному на v^2/c^2 , то есть при обычных нерелятивистских скоростях пренебрежимо мало (по крайней мере, в свободном пространстве).

5. Выделение произвольных неразлагаемых электрического и магнитного полей

Следуя [15], полное возбуждаемое поле представим в виде суммы полей \vec{E}, \vec{H} , разлагаемых по собственным волнам системы, и выделенных неразлагаемых полей \vec{E}_0 и \vec{H}_0 .

$$\vec{E} = \vec{\tilde{E}} + \vec{E}_0, \quad \vec{H} = \vec{\tilde{H}} + \vec{H}_0. \quad (52)$$

Значком « \sim » обозначено здесь, в отличие от п. 4, разлагаемое электромагнитное поле. Тогда из уравнений Максвелла (1), (2) получим

$$\text{rot } \vec{\tilde{H}} = -i\omega\epsilon\vec{\tilde{E}} + (\vec{j} - i\omega\epsilon\vec{E}_0 - \text{rot } \vec{H}_0), \quad (53)$$

$$\text{rot } \vec{\tilde{E}} = -i\omega\mu\vec{\tilde{H}} - (\text{rot } \vec{E}_0 - i\omega\mu\vec{H}_0). \quad (54)$$

Будем поля \vec{E}_0, \vec{H}_0 считать заданными. Тогда задачу о нахождении полей $\vec{\tilde{E}}, \vec{\tilde{H}}$ можно рассматривать как задачу возбуждения волновода эквивалентными электрическими и магнитными сторонними токами, которые определяются следующими соотношениями:

$$\vec{j}_e = \vec{j} - i\omega\epsilon\vec{E}_0 - \text{rot } \vec{H}_0, \quad (55)$$

$$\vec{j}_m = -i\omega\mu\vec{H}_0 + \text{rot } \vec{E}_0. \quad (56)$$

Таким образом, система уравнений (1), (2) принимает вид

$$\text{rot } \vec{\tilde{E}} = i\omega\mu\vec{\tilde{H}} - \vec{j}_m, \quad (57)$$

$$\text{rot } \vec{\tilde{H}} = -i\omega\epsilon\vec{\tilde{E}} - \vec{j}_e, \quad (58)$$

причем знак эквивалентного магнитного тока \vec{j}_m выбирается так, чтобы система уравнений (57), (58) обладала свойством «перестановочной инвариантности» [35].

С учетом магнитных токов решение уравнений (57), (58) можно записать в виде разложения по полям $\vec{E}_{\pm s}$, $\vec{H}_{\pm s}$ прямых и встречных собственных волн аналогично (35), (36):

$$\vec{E} = \sum_s (C_s \vec{E}_s + C_{-s} \vec{E}_{-s}) + \frac{1}{i\omega\epsilon} \vec{j}_e^l, \quad (59)$$

$$\vec{H} = \sum_s (C_s \vec{H}_s + C_{-s} \vec{H}_{-s}) + \frac{1}{i\omega\epsilon} \vec{j}_m^l, \quad (60)$$

где коэффициенты возбуждения $C_{\pm s}(z)$ определяются следующим образом:

$$\frac{dC_{\pm s}}{dz} = \pm \frac{1}{N_s} \int_S (\vec{E}_{\mp s} \vec{j}_e - \vec{H}_{\mp s} \vec{j}_m) dS. \quad (61)$$

Как видно из выражений (59), (60), поля \vec{E} , \vec{H} оказались разложенными по собственным волнам не полностью, что противоречит исходной постановке задачи. Чтобы устранить это противоречие, на эквивалентный электрический и магнитный токи необходимо наложить следующие условия:

$$\vec{j}_e^l = 0, \quad \text{то есть } \vec{j}^l - \text{rot}^l \vec{H}_0 - i\omega\epsilon \vec{E}_0^l = 0, \quad (62)$$

$$\vec{j}_m^l = 0, \quad \text{то есть } -i\omega\mu \vec{H}_0 + \text{rot}^l \vec{E}_0 = 0, \quad (63)$$

которым должны удовлетворять выделяемые поля. Из формулы (61) получаем уравнение для коэффициентов возбуждения

$$\begin{aligned} \frac{dC_{\pm s}}{dz} = \pm \frac{1}{N_s} \int_S (\vec{E}_{\mp s} (\vec{j}^t - \text{rot}^t \vec{H}_0 - i\omega\epsilon \vec{E}_0^t) - \\ - \vec{H}_{\mp s} (-i\omega\mu \vec{H}_0^t + \text{rot}^t \vec{E}_0)) dS. \end{aligned} \quad (64)$$

В итоге для полного возбуждаемого поля имеем выражения с выделенными полями \vec{E}_0 , \vec{H}_0 :

$$\vec{E} = \sum_s (C_s \vec{E}_s + C_{-s} \vec{E}_{-s}) + \vec{E}_0, \quad (65)$$

$$\vec{H} = \sum_s (C_s \vec{H}_s + C_{-s} \vec{H}_{-s}) + \vec{H}_0, \quad (66)$$

при коэффициентах возбуждения $C_{\pm s}$, определяемых уравнениями (64). Для такого разложения необходимо выполнение условий связи (62), (63), налагаемых на заданные поля. Отметим, что такой же результат получается, если не вводить эквивалентные токи, а использовать исходную систему уравнений Максвелла, применяя для нахождения $C_{\pm s}$ метод вариации постоянных; при этом получаются те же условия связи (62), (63).

Рассмотрим подробнее выражение для коэффициентов возбуждения. Используя векторное соотношение

$$\text{div} [\vec{A}\vec{B}] = \vec{B} \text{rot} \vec{A} - \vec{A} \text{rot} \vec{B},$$

а также условия связи (62), (63) и уравнения Максвелла для полей собственных волн, вместо выражения (64) получим

$$\frac{dC_{\pm s}}{dz} = \pm \frac{1}{N_s} \int_S (\vec{j} \vec{E}_{\mp s}) dS \pm \frac{1}{N_s} \int_S ([\vec{E}_{\pm s}^t \vec{H}_0^t] - [\vec{E}_0^t \vec{H}_{\mp s}^t]) dS. \quad (67)$$

Введем скалярные функции $u_{\pm s}(x, y, z)$ и $U_{\pm s}(z)$ соотношениями

$$\begin{aligned} [\vec{E}_{\mp s}^t \vec{H}_0^t] - [\vec{E}_0^t \vec{H}_{\mp s}^t] &= \pm N_s u_{\pm s}(x, y, z) \vec{z}_0, \\ U_{\pm s}(z) &= \int_S u_{\pm s}(x, y, z) ds. \end{aligned} \quad (68)$$

С учетом этих соотношений формулу (67) можно записать следующим образом:

$$\frac{dC_{\pm s}}{dz} = \frac{dU_{\pm s}(z)}{dz} \pm \frac{1}{N_s} \int_S \vec{j} \vec{E}_{\mp s} dS. \quad (69)$$

При этом получаем

$$\begin{aligned} C_{+s} &= U_{+s}(z) + \frac{1}{N_s} \int_{-\infty}^z \int_S \vec{j} \vec{E}_{-s} dz, \\ C_{-s} &= U_{-s}(z) - \frac{1}{N_s} \int_z^{+\infty} \int_S \vec{j} \vec{E}_s dz. \end{aligned} \quad (70)$$

Полученные выражения позволяют четко разделить вклад заданного тока $\vec{j}(x, y, z)$ и выделенных полей \vec{E}_0, \vec{H}_0 в коэффициенты возбуждения. Видно, что выделенные поля лишь локально влияют на коэффициенты $C_{\pm s}$ через функцию $U_{\pm s}(z)$ в данном сечении, в то время как интегральный вклад по объему волновода, как обычно, определяется заданным током \vec{j} .

Из изложенного следует, что в системах, в которых осуществляется синхронизм электронов или волн тока с собственными волнами (например, в электровакуумных приборах СВЧ) пространственно резонансная часть поля не зависит от выделенных полей. В частности, несмотря на различие правых частей уравнений для коэффициентов $C_{\pm s}$, уравнение для их резонансной части $C_{\pm s} - U_{\pm s}$ остается неизменным во всех формах теории возбуждения, что не учитывалось в ряде работ.

Выделяемые поля можно задавать в явном виде или с помощью уравнений. Рассмотрим несколько вариантов теории возбуждения, при выполнении условий связи (62), (63). При $\vec{E}_0^t = 0, \vec{H}_0^t = 0$ из условий связи имеем $\vec{H}_0^l = 0, \vec{E}_0^l = \vec{j}^l / i\omega\epsilon$ и получаем исходную теорию возбуждения (36).

Рассмотрим возможность выделения квазистатических полей, удовлетворяющих уравнениям (40).

Если полагать $\vec{E}_0 = \hat{\vec{E}}$, то для удовлетворения условий связи (62), (63) в качестве выделяемого магнитного поля надо брать $\vec{H}_0 = \hat{\vec{H}}^t$. Тогда уравнение возбуждения можно записать в виде

$$\frac{dC_{\pm s}}{dz} = \pm \frac{i\omega\mu}{N_s} \int_S \hat{\vec{H}} \vec{H}_{\mp s} dS. \quad (71)$$

В этой форме теории процесс возбуждения может рассматриваться последовательно как возбуждение токов смещения $-i\omega\epsilon\hat{\vec{E}}$ переменным зарядом, далее возбуждение магнитного квазистатического поля $\hat{\vec{H}}$ заданным током и током смещения, а затем возбуждение вихревых полей «магнитным током смещения» $i\omega\mu\hat{\vec{H}}$. Заметим, что для выделения полных квазистатических электрического и магнитного полей надо использовать метод, изложенный в предыдущем разделе. Для получения формы теории возбуждения, изложенной в работе [36], надо положить $\vec{E}_0 = 0$ и доопределить \vec{H}_0 из условий связи: $\text{rot } \vec{H}_0^t = \vec{j}^t$, $\hat{H}_0^t = 0$.

В работе [37] в качестве возбуждающего тока вводится «вихревой» ток \vec{j}_V при кулоновской калибровке потенциалов, когда квазистатическое потенциальное электрическое поле $\hat{\vec{E}}$ имеет потенциал, удовлетворяющий уравнению Пуассона, а магнитное квазистатическое поле не выделяется, $\hat{\vec{H}} = 0$. Однако и в этом случае уравнения для коэффициентов возбуждения $C_{\pm s}$ принимают вид (69), то есть обмен энергией между электронами и полем определяется только заданным током \vec{j} , а не вихревым током \vec{j}_V .

6. Резонаторная форма теории возбуждения волноводов

При выделении квазистатической части поля в п. 4 исходили из выражений (36), полученных путем разложения возбуждаемого поля по собственным волнам системы на частоте ω . Здесь будет рассмотрен другой путь построения теории возбуждения волноводных систем [14, 18], позволяющий выделить квазистатическую часть электрического поля. Этот путь аналогичен тому, который используется в теории возбуждения резонаторов [12, 16], и основан на применении объемных условий ортогональности собственных волн (21).

Будем искать вихревую часть возбуждаемого током поля в виде интеграла Фурье по волновым числам h и разложим спектральную плотность этого поля в ряд по собственным волнам системы, взятым при постоянном значении h на частотах $\omega_s = \omega_s(h)$. Поскольку поле каждой собственной волны периодически зависит от h , то достаточно рассматривать изменение волнового числа в пределах $-\pi/L, \pi/L$; учитывая также, что $h_{-s}(\omega) = -h_s(\omega)$, будем искать полное возбуждаемое поле в виде

$$\vec{E} = \sum_{s=1}^{\infty} \int_0^{\pi/L} (A_s \vec{E}_s + A_{-s} \vec{E}_{-s}) dh + \hat{\vec{E}}, \quad (72)$$

$$\vec{H} = \sum_{s=1}^{\infty} \int_0^{\pi/L} (B_s \vec{H}_s + B_{-s} \vec{H}_{-s}) dh, \quad (73)$$

сразу выделяя квазистатическую часть электрического поля.

Для определения коэффициентов $A_{\pm s}(h)$ и $B_{\pm s}(h)$ используем соотношения (10), принимая за V весь объем системы, и подставляя вместо первого поля искомое поле \vec{E}, \vec{H} в виде (72), (73), а вместо второго поля – поле r -й собственной волны

системы. Учитывая, что $\vec{E}, \vec{H} \rightarrow 0$ при $z \rightarrow \pm\infty$ (так как возбуждающие токи находятся в ограниченной области $z_1 < z < z_2$ и в системе всегда имеются малые потери), получим, что левая часть соотношений (10) обращается в нуль. В правой части изменим порядок интегрирования и суммирования. Тогда, учитывая условия ортогональности по всему объему V , найдем следующие выражения для коэффициентов $A_{\pm s}(h)$ и $B_{\pm s}(h)$:

$$A_{\pm s} = \frac{\omega}{i(\omega^2 - \omega_s^2)} \frac{1}{M_s^E} \frac{L}{2\pi} \int_V \vec{j} \vec{E}_{\mp s} dV, \quad (74)$$

$$B_{\pm s} = \frac{\omega}{i(\omega^2 - \omega_s^2)} \frac{1}{M_s^H} \frac{L}{2\pi} \int_V \vec{j} \vec{E}_{\mp s} dV. \quad (75)$$

С учетом (24) имеем:

$$B_{\pm s} = \frac{\omega_s}{\omega} A_{\pm s}.$$

В выражениях (74), (75) можно перейти от интегрирования по объему всей периодической системы V к интегрированию по объему одной ячейки V_L , если представить ток в виде

$$\vec{j} = \int_{-\pi/L}^{\pi/L} \vec{j}^p e^{ihz} dh, \quad (76)$$

где

$$\vec{j}^p = \vec{j}^p(x, y, z, h) = \frac{L}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{j}(x, y, z - nL) e^{ih(z-nL)} \quad (77)$$

– периодическая функция z с периодом L . Используя (76), (77), записывая интеграл по объему V в виде бесконечной суммы интегралов по отдельным ячейкам и применяя формулу

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{ikhL} = \frac{2\pi}{L} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(h - \frac{2\pi n}{L}),$$

получим

$$\frac{L}{2\pi} \int_V \vec{j} \vec{E}_{\mp s} dV = \int_{V_L} \vec{j}^p \vec{E}_{\mp s}^p dV. \quad (78)$$

С учетом этого соотношения формулы (74), (75) для коэффициентов возбуждения получаются точно такими же, как и в случае резонатора, представляющего одну ячейку системы с условиями периодичности на торцах и возбуждаемого «эквивалентным» током \vec{j}^p . Этот ток учитывает действие реальных токов, имеющих в других ячейках системы, согласно соотношению (77).

Полученные выражения для полей (72)–(75) приводят к формулам (43) и (44), если вычислять интегралы по h с помощью теории вычетов, принимая во внимание, что полюсы подынтегральной функции в плоскости комплексного переменного h определяются уравнениями $\omega_s(h) = \omega$, а также уравнениями $\omega_s(h) = 0$ для QE-волн в интегралах (72) (Приложение). Выражения (72)–(75) могут иметь также самостоятельное значение, например, при возбуждении системы током, близким по форме к бегущей волне.

7. Синхронные волны и поле пространственного заряда

Принцип действия многих электронных приборов и ряда других устройств СВЧ основан на синхронизме одной или нескольких собственных волн периодического волновода с возбуждающим его электронным потоком. Например, в лампе бегущей волны с резонаторной замедляющей системой (ЗС) при работе на частоте около границы полосы пропускания электроны эффективно взаимодействуют с прямой волной ЗС и обратной пространственной гармоникой встречной волны. Ограничиваясь случаем двух синхронных волн – прямой и встречной, представим полное возбуждаемое поле (43), (44) в виде

$$\vec{E} = C_s \vec{E}_s + C_{-s} \vec{E}_{-s} + \sum_{s' \neq \pm s} \{ \dots \} + \hat{\vec{E}}, \quad (79)$$

$$\vec{H} = C_s \vec{H}_s + C_{-s} \vec{H}_{-s} + \sum_{s' \neq \pm s} \{ \dots \} + \hat{\vec{H}}, \quad (80)$$

где в суммы по s' входят все распространяющиеся и запердельные волны, возбуждаемые на частоте ω и нулевой частоте, кроме синхронных на частоте ω . Эти суммы составляют нерезонансный фон, определяющий динамические поправки к квазистатическому полю $\hat{\vec{E}}$, $\hat{\vec{H}}$ и вместе с последним представляют поле пространственного заряда. Обычно динамические поправки к кулоновскому полю взаимодействия электронов невелики. Однако в некоторых случаях, например в гребенке [38], или тонкой спирали [33, 39], влияние этих поправок становится определяющим. При этом из-за того, что фаза нерезонансного поля зависит от вида ЗС, законы взаимодействия электронов могут сильно изменяться – например, вместо отталкивания получим притяжение, то есть неустойчивость электронного пучка. Наиболее просто описание этих явлений получается при использовании коэффициента депрессии сил пространственного заряда Γ , характеризующего изменение продольного поля пространственного заряда при переходе от бесконечно широкого электронного пучка к пучку конечного сечения. В бесконечно широком пучке при независимости от поперечных координат x , y поле пространственного заряда с точностью до константы сводится к одной компоненте (35). В пучке конечного сечения поле пространственного заряда изменяется из-за рассеяния на стенки волновода или ЗС, так что среднее по сечению пучка поле записывают в виде

$$E_z = \Gamma \frac{j_z}{i\omega\epsilon}. \quad (81)$$

Коэффициент депрессии для прямолинейного круглого потока радиуса « b » в цилиндрическом волноводе радиуса « a » приведен на рис. 8 [33]. При замене волновода спирально проводящим цилиндром, моделирующим спиральную ЗС, и учете связанных с этим динамических поправок коэффициент депрессии существенно изменяется при малом радиусе

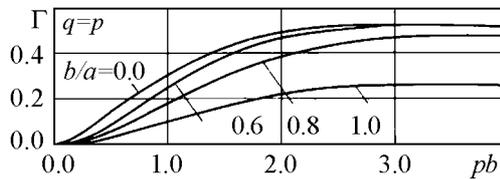


Рис. 8. Коэффициент депрессии Γ для круглого электронного пучка радиуса « b » в волноводе радиуса « a »

ЗС и принимает отрицательные значения (рис. 9) [33, 40]. Этот эффект проявляется и для электронных потоков в диафрагмированном волноводе [38, 41]. Возникающую при этом неустойчивость можно использовать для усиления волн в лампах с резистивной или индуктивной стенками [42].

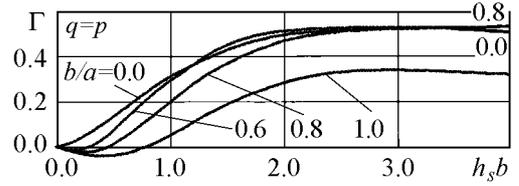


Рис. 9. Коэффициент депрессии Γ для круглого электронного пучка радиуса «а» в спирально проводящем цилиндре радиуса «b»

8. Разностная форма уравнений возбуждения

Уравнения (37) для коэффициентов возбуждения собственных волн $C_{\pm s}$ имеют особенность правой части вблизи частот отсечки периодического волновода, так как на этих частотах поток энергии и, соответственно, N_s близки к нулю. Устранение этой особенности имеет как принципиальное, так и практическое значение для расчета мощных ламп бегущей волны поскольку в них используются периодические замедляющие системы, работающие вблизи отсечки. Этому вопросу посвящено много работ [43–47 и др.], в которых рассматривались разные варианты устранения особенности. Наиболее общим является переход к уравнению возбуждения периодических волноводов в конечных разностях второго порядка для суммарного поля прямой и встречной волн, определяемого двумя первыми слагаемыми в соотношениях (79), (80). Здесь мы рассмотрим вывод этого уравнения, следуя [48, 49], сопоставим его с уравнением возбуждения периодических цепочек четырехполюсников [50], а также дадим обобщение этого уравнения на псевдопериодические цепочки четырехполюсников, моделирующие псевдопериодические волноводы. Обозначим через \vec{E} суммарное электрическое поле прямой и встречной волн s -го типа

$$\vec{E}(x, y, z) = C_s(z)\vec{E}_s(x, y, z) + C_{-s}(z)\vec{E}_{-s}(x, y, z). \quad (82)$$

Введем конечные разности первого и второго порядков для этого поля

$$\begin{aligned} \pm\Delta_{\pm}\vec{E} &= \vec{E}(x, y, z \pm L) - \vec{E}(x, y, z), \\ \Delta^2\vec{E} &= \Delta_+\vec{E} - \Delta_-\vec{E} = \vec{E}(x, y, z + L) - 2\vec{E}(x, y, z) + \vec{E}(x, y, z - L), \end{aligned} \quad (83)$$

а также и для коэффициентов возбуждения C_s

$$\pm\Delta_{\pm}C_s = C_s(z \pm L) - C_s(z) \quad (84)$$

на периоде системы; аналогично можно записать конечные разности для C_{-s} ; средние по двум соседним периодам системы приращения имеют вид

$$\overline{\Delta\vec{E}} = \frac{1}{2}(\Delta_+\vec{E} + \Delta_-\vec{E}), \quad \overline{\Delta C_{\pm s}} = \frac{1}{2}(\Delta_+C_{\pm s} + \Delta_-\overline{C_{\pm s}}). \quad (85)$$

Из выражения (82) с учетом соотношений (13), (84) имеем

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z \pm L) &= [C_s(z) \pm \Delta_{\pm}C_s]\vec{E}_s(x, y, z)e^{\pm i\varphi_s} + \\ &+ [C_{-s}(z) \pm \Delta_{\pm}C_{-s}]\vec{E}_{-s}(x, y, z)e^{\mp i\varphi_s}, \end{aligned}$$

где $\varphi_s = h_s L$.

Опуская для краткости аргументы x, y, z , отсюда получаем

$$\begin{aligned}\vec{E} + \Delta_+ \vec{E} &= (C_s + \Delta_+ C_s) \vec{E}_s e^{i\varphi_s} + (C_{-s} + \Delta_+ C_{-s}) \vec{E}_{-s} e^{-i\varphi_s}, \\ \vec{E} - \Delta_- \vec{E} &= (C_s - \Delta_- C_s) \vec{E}_s e^{-i\varphi_s} + (C_{-s} - \Delta_- C_{-s}) \vec{E}_{-s} e^{i\varphi_s}.\end{aligned}$$

Складывая эти соотношения, приходим к разностному уравнению для полного поля \vec{E}

$$\Delta^2 \vec{E} + 2\vec{E}(1 - \cos \varphi_s) = \vec{G}, \quad (86)$$

где правая часть уравнения

$$\vec{G} = (\Delta_+ C_s e^{i\varphi_s} - \Delta_- C_s e^{-i\varphi_s}) \vec{E}_s + (\Delta_+ C_{-s} e^{-i\varphi_s} - \Delta_- C_{-s} e^{i\varphi_s}) \vec{E}_{-s}$$

определяется возбуждающим током и с помощью соотношений (84), (85) может быть представлена в виде $\vec{G} = (2i\Delta C_s \sin \varphi_s + \Delta^2 C_s \cos \varphi_s) \vec{E}_s + (-2i\Delta C_{-s} \sin \varphi_s + \Delta^2 C_{-s} \cos \varphi_s) \vec{E}_{-s}$.

Согласно соотношениям (37) и (84), имеем также

$$\begin{aligned}\Delta_+ C_{\pm s} &= \pm \frac{1}{N_s} \int_{V_+} \vec{j} \vec{E}_{\mp s} dV, \\ \Delta_- C_{\pm s} &= \pm \frac{1}{N_s} \int_{V_-} \vec{j} \vec{E}_{\mp s} dV,\end{aligned} \quad (87)$$

где V_+, V_- – объемы одного периода системы соответственно справа и слева от данного сечения z .

Разностное уравнение (86) является точным следствием обычных формул возбуждения и справедливо при произвольном выборе сечения z . От выбора z зависит только вид ячеек, на которые разбивается система сечениями $z, z + L, \dots$, причем при наличии поперечных плоскостей симметрии целесообразно разбивать систему по этим плоскостям; в этом случае вычисление \vec{G} упрощается. Согласно определению (83), разностное уравнение (86) связывает значения возбуждаемого поля на трех соседних периодах системы и может быть записано в виде

$$\vec{E}(x, y, z + L) - 2\vec{E}(x, y, z) \cos \varphi_s + \vec{E}(x, y, z - L) = \vec{G}. \quad (88)$$

Его решение для конечного отрезка периодического волновода, состоящего из n периодов, можно свести к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно n неизвестных значений возбуждаемого поля, причем на \vec{E} и $\Delta \vec{E}$ или их комбинацию налагаются краевые условия на границах отрезка.

9. Дискретное возбуждение периодических волноводов продольным током

Применим полученное общее разностное уравнение (86) или (88) к периодическим волноводам с дискретным взаимодействием электронов и поля в последовательности зазоров, расположенных около сечений $z_q, q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, и будем рассматривать возбуждение такой системы продольным током вида

$$\vec{j}(x, y, z) = J(z) \psi(x, y) \vec{z}_0, \quad (89)$$

где функция распределения $\psi(x, y)$ в поперечном сечении пучка S_e задана и удовлетворяет соотношению

$$\int_{S_e} \psi(x, y) dS = 1. \quad (90)$$

Тогда $J(z)$ – ВЧ-ток пучка, а $S = 1/(\int_{S_e} \psi^2(x, y) dS)^{-1}$ – эффективная площадь его поперечного сечения [33].

В одномерной модели поле и другие величины усредняются с помощью соотношения

$$\bar{E}_z(z) = \int_{S_e} \psi(x, y) E_z(x, y, z) dS, \quad (91)$$

причем в пределах каждого периода поле, взаимодействующее с электронным пучком, можно считать синфазным вдоль оси ЗС. Усредняя поле (13), запишем на q -м периоде

$$\bar{E}_{\pm s, z}(z) = E_{\pm s}^0 \bar{e}_{\pm}(z) \exp(\pm i h_s z) = E_{\pm s}^0 \bar{e}(z) \exp(\pm i q \varphi_s), \quad (92)$$

где $\bar{e}(z)$ – вещественная усредненная по сечению функция распределения, одинаковая (например, из соображений симметрии) для прямой и встречной волн.

Усредняя так же (86), можно показать [49, 51], что усредненное полное продольное поле на q -м периоде будет иметь вид

$$\bar{E}_q(z) = \bar{e}(z) E_q, \quad (93)$$

где E_q удовлетворяет разностному уравнению

$$\Delta^2 E_q + 2E_q(1 - \cos \varphi_s) = -i R_s^0 \sin \varphi_s J_q d. \quad (94)$$

В этом уравнении

$$R_s^0 = -\frac{2E_{+s}^0 E_{-s}^0}{N_s} \quad (95)$$

– удельное сопротивление связи в точке (x^0, y^0, z^0) ,

$$d = \int_{z_q - L/2}^{z_q + L/2} \bar{e}(z) dz \quad (96)$$

– эффективная ширина эквивалентного плоского зазора, выбранная таким образом, чтобы напряжение на зазоре равнялось напряжению на шаге

$$U_q = -E_q d = -E_q \int_{z_q - L/2}^{z_q + L/2} \bar{e}(z) dz = - \int_{z_q - L/2}^{z_q + L/2} \bar{E}(z) dz, \quad (97)$$

где z_q – координата середины q -го зазора. Величина

$$J_q = \frac{1}{d} \int_{z_q - L/2}^{z_q + L/2} J(z) \bar{e}(z) dz \quad (98)$$

имеет смысл наведенного на q -м зазоре тока.

Разностное уравнение для напряжения получается из (94) простым умножением на $-d$

$$\Delta^2 U_q + 2U_q(1 - \cos \varphi_s) = iR_s^0 J_q d^2 \sin \varphi_s. \quad (99)$$

Локальный импеданс связи зазора вводится посредством соотношения

$$Z_s = R_s^0 d^2 \sin \varphi_s. \quad (100)$$

Он входит в правую часть разностного уравнения (99) и характеризует интенсивность возбуждения поля током. Подчеркнем также, что локальный импеданс не имеет особенностей на границе полосы прозрачности, так как $\sin \varphi_s \rightarrow 0$ при $R_s^0 \rightarrow \infty$ на границе [49, 51].

Представление ЗС цепочкой последовательно включенных четырехполюсников (рис. 10) широко используется во многих работах по теории и расчету ЛБВ. Для определения Z_s через параметры четырехполюсников выведем разностное уравнение возбуждения вида (99) непосредственно из эквивалентной схемы рис. 10. При решении задачи возбуждения заданным током ток электронного пучка $J(z)$ задан. При этом токи возбуждения цепочки четырехполюсников совпадают с заданными наведенными токами, что показано на схеме рис. 10. Тогда имеем следующую связь токов и напряжений на одном периоде:

$$\begin{aligned} U_k &= A_{11}U_{k+1} + A_{12}I_{k+1}, \\ U_{k-1} &= A_{11}U_k + A_{12}(I_k - J_k^-), \\ I_k + J_k^+ &= A_{21}U_{k+1} + A_{22}I_{k+1}, \\ I_{k-1} &= A_{11}U_k + A_{22}(I_k - J_k^+), \\ J_k &= J_k^+ + J_k^-. \end{aligned} \quad (101)$$

Отсюда, составляя конечные разности второго порядка $\Delta^2 U = U_{q+1} - 2U_q + U_{q-1}$, с учетом условий обратимости четырехполюсников $A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1$ и уравнения дисперсии

$$\cos \varphi_s = \frac{A_{11} + A_{12}}{2}, \quad (102)$$

придем к уравнению, аналогичному (99)

$$\Delta^2 U_k + 2U_k(1 - \cos \varphi_s) = -A_{12}J_k. \quad (103)$$

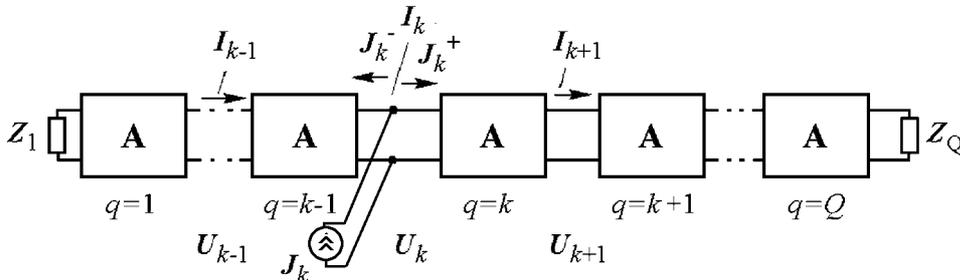


Рис. 10. Периодическая цепочка идентичных четырехполюсников с матрицами передачи A , возбуждаемая током J_k

Сравнивая (99) и (103), получим элементарное выражение

$$Z_s = iA_{12}. \quad (104)$$

Подчеркнем, что четырехполюсники, входящие в цепочку, могут описывать ячейки ЗС сложной формы, а соответствующие им матрицы передачи могут иметь сложные выражения для коэффициентов A_{ij} , удовлетворяющие, однако, условию обратимости.

Обычно используемое в теории ЛБВ сопротивление связи m -й пространственной гармоники s -й волны $K_{s,m}$ связано с Z_s следующим соотношением:

$$K_{s,m} = |Z_s| \frac{|e_{s,m}|^2}{\varphi_{s,m}^2 \sin \varphi_s}, \quad (105)$$

где $\varphi_{s,m} = \varphi_s + 2\pi m$ – сдвиг фазы поля m -й гармоники на полный период L , $|e_{s,m}|$ – амплитуды пространственных гармоник. Оно имеет особенности на границах полос пропускания, где φ_s кратно π .

В нелинейной теории ЛБВ при моделировании ЗС цепочкой четырехполюсников напряжение в q -м зазоре записывают часто в виде

$$U_q = U_1 \exp(i(q-1)\varphi_s) + U_Q \exp(-i(q-Q)\varphi_s) + \sum_{k=1}^Q Z_{qk} J_k, \quad (106)$$

где взаимные импедансы Z_{qk} определяют вклад тока k -го зазора в напряжение q -го зазора. Эти импедансы вычисляются через параметры четырехполюсников и импедансы входной и выходной нагрузок Z_1 , Z_Q с помощью рекуррентных формул пересчета. Используя эти формулы и образуя с помощью (106) конечную разность второго порядка $\Delta^2 U = U_{q+1} - 2U_q + U_{q-1}$, можно показать, что запись U_q в виде (106) через дискретную функцию источника (дискретную функцию Грина), определяемую совокупностью импедансов Z_{qk} , точно удовлетворяет разностному уравнению второго порядка (103). Возможны и другие методы решения системы линейных уравнений (103), в том числе методы прогонки. Выбор того или иного метода в нелинейной теории ЛБВ определяется возможностями минимизации времени расчетов и необходимых вычислительных ресурсов.

10. Дискретное возбуждение псевдопериодических волноводов продольным током

Для псевдопериодических систем с переменным шагом расположения зазоров взаимодействия L_q и меняющимися согласованно с шагом параметрами ячеек используем их представление цепочкой неидентичных четырехполюсников [32, 51]. Общие конечно-разностные соотношения, описывающие возбуждение заданным током цепочек неидентичных шестиполюсников, даны в [50]. Здесь мы приведем простой вывод конечно-разностного уравнения возбуждения второго порядка для цепочки неидентичных четырехполюсников, представленной на рис. 11 [52].

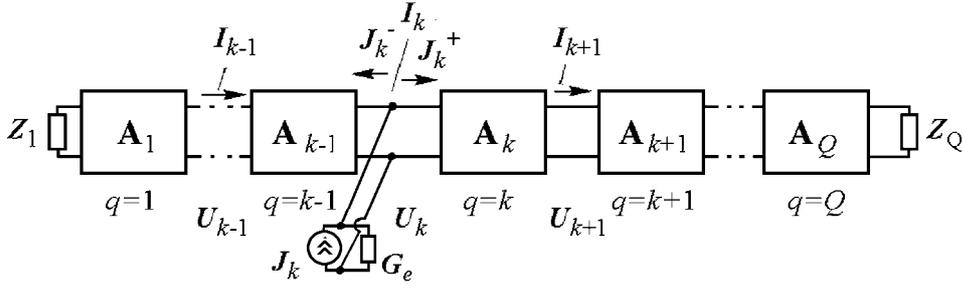


Рис. 11. Псевдопериодическая цепочка неидентичных четырехполюсников с матрицами передачи A_q , возбуждаемая током J_k , при учете электронной проводимости G_e .

Имеем следующую связь токов и напряжений на $(k-1)$ -м и k -м шагах при возбуждающем токе J_k

$$\begin{aligned} U_k &= A_{11}^k U_{k+1} + A_{12}^k I_{k+1}, & U_{k-1} &= A_{11}^{k-1} U_k + A_{12}^{k-1} (I_k - J_k^-), \\ I_k + J_k^+ &= A_{21}^k U_{k+1} + A_{22}^k I_{k+1}, & I_{k-1} &= A_{21}^{k-1} U_k + A_{22}^{k-1} (I_k - J_k^-). \end{aligned}$$

Исключая из этих соотношений токи I_k , I_{k+1} и учитывая условие обратимости четырехполюсника $A_{11}^k A_{22}^k - A_{12}^k A_{21}^k = 1$, получим разностное уравнение возбуждения цепочки неидентичных четырехполюсников, описывающих псевдопериодическую ЗС

$$U_{k+1} + \frac{A_{12}^k}{A_{12}^{k-1}} U_{k-1} - \left(A_{22}^k + A_{11}^{k-1} \frac{A_{12}^k}{A_{12}^{k-1}} \right) U_k = -A_{12}^k J_k. \quad (107)$$

Для периодической ЗС элементы матрицы передачи одинаковы для всех четырехполюсников и (107) совпадает с (103), так как $\cos \varphi_s = 1/2(A_{11} + A_{22})$.

При использовании известных соотношений между коэффициентами матриц передачи обратимых симметричных четырехполюсников, уравнение (107) можно представить в разных видах, в частности ввести сдвиг фазы на каждом шаге $\varphi_{s,q}$ с помощью (102) и использовать условия (30) на сдвиг фазы в псевдопериодическом волноводе.

Заключение

Рассмотрены различные формы теории возбуждения волноводов заданными сторонними источниками, основанные на представлении возбуждаемого электромагнитного поля рядами по собственным волнам с выделением неразлагаемой части поля. Коэффициенты этих рядов определяются сторонним током и полем собственных волн, которое может вычисляться с помощью различных методов, применяемых в теории электродинамических систем без источников. Укажем здесь использование эквивалентных схем, применение метода частичных областей и вариационных методов для расчета замедляющих систем и волноводов сложной формы [29, 53], метод отображения гофрированного волновода на гладкий [54–56], использованный в теории ламп бегущей волны [57]. В последние годы все большее применение находят методы прямого численного решения уравнений Максвелла без источников, реализованные в программах ISFEL-3D, HFSS и др.

Кроме изложенной здесь теории возбуждения волноводов, основанной на разложении электромагнитных полей по собственным волнам, возможны иные подходы к анализу и вычислению возбуждаемых полей. Так, при представлении гладких или периодических волноводов эквивалентными RLC-схемами для вывода уравнений возбуждения таких схем используют законы Ома и Кирхгофа. При этом, однако, необходимо тщательное обоснование величины и точек подключения возбуждающих наведенных токов на основании более строгой, в том числе изложенной в статье, теории. В противном случае можно получить ошибочные результаты, как например уравнения с возбуждающей второй производной тока, а не самим током [58].

В ряде частных случаев, например в линейной теории лампы бегущей волны для плоских или цилиндрических однородных замедляющих систем с электронными потоками удастся решить самосогласованную задачу возбуждения полей методом разделения переменных [39], сводя ее к решению трансцендентных уравнений дисперсии для электронных волн. Такие решения полезны при анализе физических явлений в ЛБВ и как тестовые примеры для более общей теории.

Как и для «холодных» систем без источников в последние годы все больше применяется прямое численное решение задачи возбуждения путем численного решения уравнений Максвелла с источниками с помощью метода конечных разностей или конечных элементов. На этой основе построены коды трехмерного моделирования взаимодействия электронных потоков с электромагнитным полем «Karat», «Mafla», «Magic», позволяющие исследовать тонкие эффекты взаимодействия. Однако применение таких кодов можно рассматривать, скорее, как численный эксперимент, требующий значительных вычислительных ресурсов и разработки специальных методов обработки результатов. Поэтому в настоящее время основным методом решения задачи возбуждения волноводов остается изложенная в данной статье теория возбуждения, основанная на разложении полей по собственным волнам, позволяющая с достаточной точностью рассчитать возбуждаемые поля и проанализировать их физические свойства.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 07-02-00947).

Приложение

Сравнение двух видов теории возбуждения волноводов

Покажем, что две разные формы теории возбуждения волноводов, данные в разделе 4 и разделе 6, приводят к одинаковым результатам.

Рассмотрим сначала преобразование интеграла Фурье к виду (72), (73). При представлении функции $f(z)$ в виде интеграла Фурье

$$f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(h) e^{ihz} dh \quad (\text{П.1})$$

спектральная плотность

$$\varphi(h) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(z) e^{-ihz} dz \quad (\text{П.2})$$

зависит только от h и интегрирование производится по всем значениям h от $-\infty$ до ∞ . В периодических системах собственные волны, волновые числа которых отличаются на величину $(2\pi n)/L$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), физически неразличимы. Поэтому при исследовании процессов в таких системах удобно представлять различные величины в следующем виде

$$f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(h) e^{ihz} dh = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{\frac{\pi}{L}(2n-1)}^{\frac{\pi}{L}(2n+1)} \varphi(h) e^{ihz} dh = \int_{-\frac{\pi}{L}}^{\frac{\pi}{L}} \varphi^p(z, h) e^{ihz} dh, \quad (\text{П.3})$$

где $\varphi^p(z, h) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varphi(h + \frac{2\pi n}{L}) e^{i(2\pi n)z/L}$ – периодическая функция z с периодом L .

Эту функцию можно выразить также непосредственно через $f(z)$, подставляя $\varphi(h + (2\pi n)/L)$ в виде интеграла (П.2), меняя порядок интегрирования и суммирования и используя формулу для δ -функции $\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{ikhL} = \frac{2\pi}{L} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(h - \frac{2\pi n}{L})$, получим

$$\varphi^p(z, h) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(z') e^{ihz'} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{i\frac{2\pi n}{L}(z-z')} dz' = \frac{L}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(z - nL) e^{-ih(z-nL)}. \quad (\text{П.4})$$

Заметим, что величину L можно выбирать произвольным образом. Таким образом, функция $\varphi^p(z, h)$ является изображением функции $f(z)$ в классе функций двух переменных z с периодом L .

Перепишем формулы (72), (73) в виде

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \sum_{s=1}^{\infty} \int_{-\pi/L}^{\pi/L} A_s \vec{E}_s dh + \widehat{\vec{E}}, \\ \vec{H} &= \sum_{s=1}^{\infty} \int_{-\pi/L}^{\pi/L} B_s \vec{H}_s dh. \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

Используя выражения (П.5) и (74), (75) и меняя порядок интегрирования по h и V , получим

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \sum_{s=1}^{\infty} \int_V dV' \int_{-\pi/L}^{\pi/L} P_s \vec{E}_s^p dh + \widehat{\vec{E}}, \\ \vec{H} &= \sum_{s=1}^{\infty} \int_V dV' \int_{-\pi/L}^{\pi/L} Q_s \vec{H}_s^p dh, \\ (dV' &= dx' dy' dz'), \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

где

$$\begin{aligned} P_s &= \frac{\omega}{i(\omega^2 - \omega_s^2(h))} \frac{L}{2\pi M_s^E(h)} \vec{j}(x', y', z') \vec{E}_s^p(x', y', z', -h) e^{ih(z-z')}, \\ Q_s &= \frac{\omega_s(h)}{\omega} P_s. \end{aligned} \quad (\text{П.7})$$

Для вычисления входящих в (П.6) интегралов по h проведем контуры интегрирования Γ_- , Γ_+ в верхней (при $z' < z$) или в нижней (при $z' > z$) полуплоскости комплексного переменного h (рис. 12). Так как $P_s \vec{E}_s^p$ и $Q_s \vec{H}_s^p$ – периодические функции h с периодом $2\pi/L$, то интегралы по боковым сторонам контура Γ_+ (или Γ_-) взаимно уничтожаются. Кроме того, при удалении верхней стороны контура Γ_+ (или нижней стороны Γ_-) в бесконечность имеем $P_s \rightarrow 0$, $Q_s \rightarrow 0$. При этом, согласно теореме о вычетах, получаем

$$\int_{-\pi/L}^{\pi/L} P_s \vec{E}_s^p dh = \begin{cases} 2\pi \sum_{\text{Im}h > 0} \text{Выч} P_s \vec{E}_s^p & \text{при } z' < z, \\ -2\pi \sum_{\text{Im}h < 0} \text{Выч} P_s \vec{E}_s^p & \text{при } z' > z, \end{cases} \quad (\text{П.8})$$

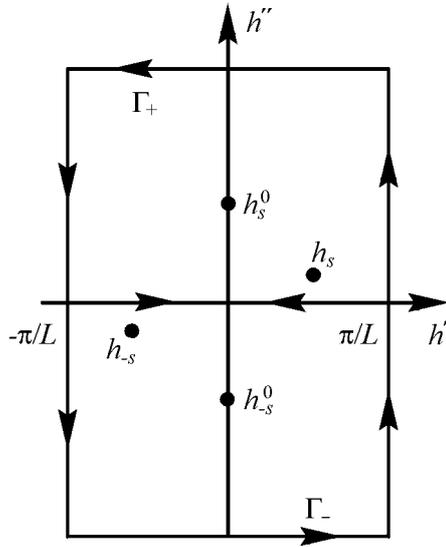


Рис. 12. Контур интегрирования при вычислении интегралов

где вычеты берутся в полюсах функции $P_s(h)$, лежащих в верхней ($\text{Im} h > 0$) или нижней ($\text{Im} h < 0$) части полосы $-\pi/L < \text{Re} h \leq \pi/L$. Аналогичные выражения получаются для интегралов функции $Q_s \vec{H}_s^p$.

Как видно из формулы (П.7), полюсы функций P_s можно разбить на две группы. Одна группа полюсов соответствует волновым числам $h = h_s$ собственных волн периодической системы на частоте ω , когда $\omega_s(h) = \omega$.

Разлагая функцию $\omega_s(h)$ в ряд Тейлора около полюса h_s

$$\omega_s(h) = \omega + \left. \frac{d\omega_s}{dh} \right|_{h=h_s} (h - h_s) + \dots, \quad (\text{П.9})$$

получим следующее выражение для вычета функции $P_s \vec{E}_s^p$ в этом полюсе первого порядка:

$$\text{Выч} P_s \vec{E}_s^p |_{h=h_s} = \lim_{h \rightarrow h_s} (h - h_s) P_s \vec{E}_s^p = \lim_{\omega_s \rightarrow \omega} \frac{dh}{d\omega_s} |_{\omega_s=\omega} (\omega_s - \omega) P_s \vec{E}_s^p. \quad (\text{П.10})$$

В последнем выражении h считается функцией переменной ω_s .

Другая группа полюсов определяется нулями нормы M_s^E . Согласно выражениям (45)–(49), имеем следующие разложения:

$$\begin{aligned} M_s^E &= M_s^{E(0)} + M_s^{E(1)} \delta_s + M_s^{E(2)} \delta_s^2 + \dots, \\ M_s^H &= M_s^{H(0)} + M_s^{H(1)} \delta_s + M_s^{H(2)} \delta_s^2 + \dots, \end{aligned} \quad (\text{П.11})$$

где

$$M_s^{E(0)} = \int_{V_L} \varepsilon \vec{E}_s^{(0)} \vec{E}_{-s}^{(0)} dV, \quad (\text{П.12})$$

$$M_s^{E(1)} = \int_{V_L} \varepsilon (\vec{E}_s^{(1)} \vec{E}_{-s}^{(0)} + \vec{E}_s^{(0)} \vec{E}_{-s}^{(1)}) dV, \quad (\text{П.13})$$

$$M_s^{E(2)} = \int_{V_L} \varepsilon (\vec{E}_s^{(0)} \vec{E}_{-s}^{(2)} + \vec{E}_s^{(1)} \vec{E}_{-s}^{(1)} + \vec{E}_s^{(2)} \vec{E}_{-s}^{(0)}) dV, \quad (\text{П.14})$$

а выражения для коэффициентов $M_s^{H(n)}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) получаются, если в последних формулах заменить ε и \vec{E} на μ и \vec{H} , соответственно. Подставляя теперь разложения (П.11) в соотношение (24) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях δ_s , получим

$$M_s^{E(n)} = -M_s^{H(n)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{П.15})$$

Учитывая условия (47), (48), получим, что как для QE -волн, так и для QH -волн имеют место соотношения

$$\begin{aligned} M_s^{E(0)} &= -M_s^{H(0)} = 0, \\ M_s^{E(1)} &= -M_s^{H(1)} = 0. \end{aligned}$$

Кроме того,

$$M_s^{E(2)} = -M_s^{H(2)} = - \int_{V_L} \mu \vec{H}_s^{(1)} \vec{H}_{-s}^{(1)} dV \quad (\text{П.17})$$

в случае QE -волн и

$$M_s^{H(2)} = -M_s^{E(2)} = - \int_{V_L} \mu \vec{E}_s^{(1)} \vec{E}_{-s}^{(1)} dV \quad (\text{П.18})$$

в случае QH -волн.

Таким образом, величины M_s^E, M_s^H обращаются в нуль при $\omega_s(h) = 0$, то есть при $h = h_s^0$. В частных случаях тот же результат можно получить и по-иному. Например, для металлической волноводной системы при отсутствии диэлектриков, вводя потенциал

$$\begin{aligned} \Phi_{\pm s}^{(0)} &= \Phi_{\pm s}^{(0)p} e^{\pm i h_s^{(0)} z}, \\ \vec{E}_{\pm s}^{(0)} &= -\text{grad} \Phi_{\pm s}^{(0)}, \end{aligned}$$

имеем

$$\begin{aligned} M_s^{E(0)} &= \varepsilon_0 \int_{V_L} \text{grad} \Phi_s^{(0)} \cdot \text{grad} \Phi_{-s}^{(0)} dV = \varepsilon_0 \int_{V_L} \text{div} (\Phi_s^{(0)} \text{grad} \Phi_{-s}^{(0)}) dV = \\ &= \varepsilon_0 \int_{S_L} \Phi_s^{(0)} \cdot \text{grad} \Phi_{-s}^{(0)} \vec{n} dS = \varepsilon_0 \int_{S_L} (\Phi_s^{(0)p} \text{grad} \Phi_{-s}^{(0)p} - i h_s^{(0)} \Phi_s^{(0)p} \Phi_{-s}^{(0)p} \vec{z}_0) \vec{n} dS, \end{aligned}$$

где S_L – поверхность, ограничивающая одну ячейку системы, \vec{n} – внешняя нормаль к ней. Поскольку на боковых металлических поверхностях $\Phi_s^{(0)} = 0$, а $\Phi_{\pm s}^{(0)p}$ периодически зависит от z с периодом L , то последний интеграл обращается в нуль и $M_s^{E(0)} = 0$.

Чтобы найти вычеты функции $P_s \vec{E}_s^p$ в точках $h = h_s^{(0)}$, надо записать для M_s^E разложение по степеням $h - h_s^{(0)}$, для чего, как видно из (П.11), достаточно найти выражение δ_s через $h - h_s^{(0)}$. При $\omega_s = \tilde{\omega} \rightarrow 0$ имеем

$$h_s(\tilde{\omega}) = h_s(0) + \frac{dh_s}{d\tilde{\omega}}(0)\tilde{\omega} + \frac{1}{2} \frac{d^2 h_s}{d\tilde{\omega}^2}(0)\tilde{\omega}^2 + \dots, \quad (\text{П.19})$$

$$\frac{dh_s}{d\tilde{\omega}}(\tilde{\omega}) = \frac{dh_s}{d\tilde{\omega}}(0) + \frac{d^2 h_s}{d\tilde{\omega}^2}(0)\tilde{\omega} = \frac{dh_s}{d\tilde{\omega}}(0) + \frac{d^2 h_s}{d\tilde{\omega}^2}(0) \frac{h_s^{(0)}}{i\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \tilde{\delta}_s + \dots. \quad (\text{П.20})$$

Подставляя последнее разложение, а также ряды $N_s = N_s^{(1)}\delta_s + N_s^{(3)}\delta_s^3 + \dots$ и (П.11) при учете (П.15) в соотношение (26) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях $\tilde{\delta}_s$, получаем

$$\frac{dh_s}{d\tilde{\omega}}(0)N_s^{(1)} = 0, \quad \frac{d^2 h_s}{d\tilde{\omega}^2}(0) \frac{h_s^{(0)}}{i\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} N_s^{(1)} = -\frac{M_s^{(2)}}{L}, \quad (\text{П.21})$$

откуда видно, что $dh_s/d\tilde{\omega}(0) = 0$. В результате из (П.11), (П.19) получаем следующее разложение M_s^E по $h = h_s(\tilde{\omega})$:

$$M_s^E = M_s^{E(2)}\tilde{\delta}_s^2 + \dots = -\frac{\epsilon_0\mu_0}{(h_s^{(0)})^2} M_s^{E(2)}\tilde{\omega}^2 + \dots = -\frac{\epsilon_0\mu_0 M_s^{E(2)}}{(h_s^{(0)})^2 \frac{1}{2} \frac{d^2 h_s}{d\tilde{\omega}^2}(0)} (h - h_s^{(0)}) + \dots \quad (\text{П.22})$$

Таким образом, при $\omega_s \rightarrow 0$, то есть $h - h_s^{(0)} \rightarrow 0$, функция $P_s(h)$ имеет полюс первого порядка, и соответствующий вычет можно определить по формуле

$$\text{Выч} P_s \vec{E}_s^p|_{h=h_s^{(0)}} = \lim_{h \rightarrow h_s^{(0)}} (h - h_s^{(0)}) P_s \vec{E}_s^p. \quad (\text{П.23})$$

Учитывая, что, согласно (П.19), (П.20), (26),

$$h - h_s^{(0)} = h_s(\tilde{\omega}) - h_s(0) = \frac{1}{2} \frac{d^2 h_s}{d\tilde{\omega}^2}(0)\tilde{\omega}^2 = \frac{1}{2} \frac{dh_s}{d\tilde{\omega}}(\tilde{\omega})\tilde{\omega} = -\frac{M_s(\tilde{\omega})\tilde{\omega}}{2LN_s(\tilde{\omega})}, \quad (\text{П.24})$$

запишем выражение для вычета следующим образом:

$$\text{Выч} P_s \vec{E}_s^p|_{h=h_s^{(0)}} = \lim_{\tilde{\omega}=\omega_s \rightarrow 0} \frac{-M_s(\tilde{\omega})\tilde{\omega}}{2LN_s(\tilde{\omega})} P_s \vec{E}_s^p. \quad (\text{П.25})$$

Подставляя выражение (П.7) для P_s в (П.10), (П.24) и учитывая соотношение (26), из формулы (П.8) получим при $z > z'$

$$\begin{aligned} \int_{-\pi/L}^{\pi/L} P_s \vec{E}_s^p dh &= \sum_s \frac{\vec{j}(x', y', z') \vec{E}_{\mp s}(x', y', z')}{N_s} \vec{E}_{\pm s}(x, y, z) - \\ &- \lim_{\tilde{\omega} \rightarrow 0} \frac{\tilde{\omega}\tilde{\omega}}{\omega^2 - \tilde{\omega}^2} \frac{\vec{j}(x', y', z') \vec{E}_{\mp s}(x', y', z')}{\tilde{N}_s} \vec{E}_{\pm s}(x, y, z), \end{aligned} \quad (\text{П.26})$$

где верхние знаки соответствуют области $z > z'$, нижние – области $z < z'$; значком \sim обозначены все величины на частоте $\omega_s = \tilde{\omega} \rightarrow 0$.

Интегралы от функций $Q_s \vec{H}_s^p$ вычисляются аналогично, однако, как видно из (П.7), эти функции не имеют полюсов при $\omega_s = \tilde{\omega} \rightarrow 0$; поэтому получаем

$$\int_{-\pi/L}^{\pi/L} Q_s \vec{H}_s^p dh = \sum_s \frac{\vec{j}(x', y', z') \vec{E}_{\mp s}(x', y', z')}{N_s} \vec{H}_{\pm s}(x, y, z). \quad (\text{П.26})$$

Подставляя выражения (П.25), (П.26) в (П.6) и учитывая, что

$$\lim_{\tilde{\omega} \rightarrow 0} \frac{\omega \tilde{\omega}}{\omega^2 - \tilde{\omega}^2} \frac{\omega}{\tilde{\omega}} = 1, \quad (\text{П.27})$$

получим следующее выражение для поля

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \sum_s [(C_s \vec{E}_s + C_{-s} \vec{E}_{-s}) - \lim_{\tilde{\omega} \rightarrow 0} \frac{\tilde{\omega}}{\omega} (\tilde{C}_s \tilde{E}_s + \tilde{C}_{-s} \tilde{E}_{-s})] + \hat{E}, \\ \vec{H} &= \sum_s [(C_s \vec{E}_s + C_{-s} \vec{E}_{-s}), \end{aligned} \quad (\text{П.28})$$

причем для коэффициентов $C_{\pm s}$ получаются формулы (34). Выражения (П.28) полностью совпадают с выражениями (43), (36), полученными выше совершенно иным путем, что и доказывает эквивалентность двух видов теории возбуждения волноводов – резонаторной и волноводной.

Библиографический список

1. Солнцев В.А. Теория возбуждения волноводов // Материалы школы-семинара XIV Международная зимняя школа-семинар по электронике сверхвысоких частот и радиофизике. Саратов, 3–8 февраля 2009. Саратов: Издательский центр «РАТА», 2009. С. 89.
2. Shelkunoff S.A. Electromagnetic Waves. New York, 1944.
3. Мандельштам Л.И. Некоторые вопросы, связанные с возбуждением и распространением электромагнитных волн в трубах // ЖТФ. 1945. Т. 15, № 9. С. 461.
4. Вольман И.И. Возбуждение электромагнитных волн линейным вибратором в прямоугольном волноводе // Радиотехника. 1946. Т. 1, № 9. С. 18.
5. Слэтер Дж. Передача ультракоротких радиоволн. М.;Л.: ОГИЗ, Гос. изд-во техн.-теор. лит-ры, 1946.
6. Фельд Я.Б. Об одном методе расчета возбуждения волноводов, экзо-и эндовибраторов // ЖТФ. 1947. Т. 17, № 12. С. 1471.
7. Кисунько Г.В. К теории возбуждения радиоволноводов // ЖТФ. 1946. Т. 51, № 3. С. 195.
8. Кисунько Г.В. Электродинамика полых систем. Ленинград, ВКАС, 1949.
9. Самарский А.А., Тихонов А.Н. О возбуждении радиоволноводов // Ч. I – ЖТФ. 1947. Т. 17, вып. 11. С. 1283; Ч. II – ЖТФ. 1947. Т. 17, вып. 12. С. 1431; Ч. 4. – III ЖТФ. Т. 18, вып. 7. С. 971.

10. *Пирс Дж.Р.* Лампа с бегущей волной / Пер. с англ. под ред. В.Т. Овчарова М.: «Советское радио», 1952.
11. *Вайнштейн Л.А.* Возбуждение волноводов // ЖТФ. 1953, Т. 23. С. 654.
12. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988.
13. *Вайнштейн Л.А.* Электронные волны в периодических структурах // ЖТФ. 1957. Т. 27, № 10. С. 2340.
14. *Солнцев В.А.* Возбуждение однородных и периодических волноводов сторонними токами // ЖТФ. 1968. Т. 38, № 1. С. 100.
15. *Солнцев В.А., Ромашии Н.Л.* К построению разных форм теории возбуждения периодических волноводов // Радиотехника и электроника. 1983. Т. 28, № 9. С. 1811.
16. *Слэтер Дж.* Электроника сверхвысоких частот. М.: «Советское радио», 1948.
17. *Ахизер А.И., Любарский Г.Я., Фейнберг Я.Б.* Об эффекте Черенкова и сложном эффекте Допплера // ДАН СССР. 1950. Т. LXXIII, № 1. С. 55.
18. *Солнцев В.А.* Нелинейные явления и пространственный заряд в электронных приборах СВЧ типа О. Диссертация на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук. Центральный ордена Ленина научно-исследовательский радиотехнический институт. Москва, 1972 г.
19. *Солнцев В.А.* Распространение волн в периодических электронных потоках и их взаимодействие с электромагнитным полем волноводных систем. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физ.-мат. наук. Московский орден Ленина и ордена Трудового красного знамени государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, 1960 г.
20. *Solntsev V.A.* Mode selection in pseudoperiodical waveguides and slow-wave structures // Proc. SPIE, v. 2250. Conference Digest. International Conference on Millimeter and Submillimeter waves and Application. 10–14 January 1994, San Diego, California. P. 399–400.
21. *Солнцев В.А.* Неоднородные замедляющие системы с селекцией волн // Междунар. конф. 100-летие начала использования электромагнитных волн для передачи сообщений и зарождение радиотехники. 50-я научная сессия, посвященная дню Радио. Май 1995. Тезисы докл. Ч. II, Москва, 1995. С. 136.
22. *Solntsev V.A., Solntseva K.P.* Mode selection in pseudoperiodical waveguides and slow-wave structures // Trans. Black Sea region Symposium on Applied Electromagnetism, Metsovo, Epirus-Hellas, N.T.U.A. Press, Athens, 1996, MMWS, p. 13.
23. *Солнцев В.А.* Псевдопериодические волноводы с селекцией пространственных гармоник и мод // Радиотехника и электроника. 1998. Т. 43, № 11. С. 1285.
24. *Краснушкин П.Е., Моисеев Е.И.* О возбуждении вынужденных колебаний в слоистом радиоволноводе // ДАН СССР. 1982. Т. 264, № 5. С. 1123.
25. *Боголюбов А.Н., Делицын А.А., Свершиников А.Г.* О полноте системы собственных и присоединенных функций волновода // Журн. выч. мат-ки и математич. физики. 1998. Т. 38, № 11. С. 1891.
26. *Боголюбов А.Н., Делицын А.А., Свершиников А.Г.* О задаче возбуждения волновода с неоднородным заполнением // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1999. Т. 39, № 11. С. 1869.

27. *Боголюбов А.Н., Делицын А.А., Свершиников А.Г.* О задаче возбуждения бегущих волн в радиоволноводе локальным током // Радиотехника и электроника. 2000. Т. 45, № 9. С. 1084.
28. *Фельд Я.Б.* Теорема взаимности для неустановившихся процессов в электродинамике // ДАН СССР. 1943. Т. 41, № 7. С. 7.
29. *Силин Р.А.* Периодические волноводы. М.: Фазис, 2002.
30. *Рапопорт Г.Н.* О соответствии энергетических и фазовых характеристик электрических фильтров // ЖТФ. 1954. Т. 24, № 8. С. 1496.
31. *Солнцев В.А.* Плоские спиральные системы с постоянной радиальной фазовой скоростью волн // Радиотехника и электроника. 1994. Т. 39, № 4. С. 552.
32. *Солнцев В.А., Никонов Д.Ю.* Пространственная и частотная селекция волн в псевдопериодических замедляющих системах // Радиотехника и электроника. 2006. Т. 51, № 8. С. 1008.
33. *Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. Радио, 1973
34. *Власов А.А.* Макроскопическая электродинамика. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955.
35. *Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В.* Электромагнитные поля и волны. М.: Сов. Радио, 1971.
36. *Гайдук В.И., Палатов К.И., Петров Д.М.* Физические основы электроники СВЧ. М.: Сов. Радио, 1971.
37. *Канавец В.И.* Кулоновская калибровка потенциалов и уравнения нелинейной теории мощных приборов с электронными пучками // Вестник МГУ. Серия III, Физика и астрономия. 1975. Т. 16, № 2. С. 159.
38. *Нечаев В.Е.* Неустойчивость пучка релятивистских электронов в диафрагмированном волноводе. II // Известия вузов. Радиофизика. 1977. Т. 5. С. 744.
39. *Лошаков Л.Н., Пчельников Ю.Н.* Теория и расчет усиления лампы с бегущей волной. М.: Сов.Радио, 1964.
40. *Лошаков Л.Н., Ольдерогге Е.Б., Пчельников Ю.Н.* // Радиотехника и электроника. 1965. Т. 10, № 4. С. 681
41. *Ромашин Н.Л., Солнцев В.А.* Исследование нерезонансных полей в электронно-волновых системах О-типа // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33, № 3. С. 569.
42. *Клеен В., Пёшль К.* Введение в электронику сверхвысоких частот. Ч. II / Перевод с немецкого под ред. В.А. Солнцева. М.: Сов. Радио, 1963.
43. *Аркадакский С.С., Цикин Б.Г.* Уравнения возбуждения однородных волноведущих систем на частоте отсечки // Радиотехника и электроника. 1976. Т. 21, № 3. С. 608.
44. *Солнцев В.А., Кравченко Н.П.* Волновая линейная теория ЛБВ вблизи границы полосы пропускания // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23, № 5. С. 1103.
45. *Осин А.В., Солнцев В.А.* Электронные волны в запредельных периодических структурах // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 24, № 7. с. 1380.
46. *Кузнецов А.П., Кузнецов С.П.* О характере неустойчивости в ЛБВ вблизи границы полосы пропускания // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23, № 9. С. 1104.

47. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рожнев А.Г., Блохина Е.В., Булгакова Л.В. Волновая теория ЛБВ вблизи границы полосы пропускания // Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47, № 6. С. 399.
48. Солнцев В.А., Мухин С.В. Разностная форма теории возбуждения периодических волноводов // Радиотехника и электроника. 1991. Т. 36, № 11. С. 2161.
49. Солнцев В.А. Три лекции по теории лампы с бегущей волной // Лекции по СВЧ электронике и радиофизике. 10-я зимняя школа-семинар, кн. 1(1). Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 1996. С. 76.
50. Гаврилов М.В., Трубецков Д.И., Фишер В.Л. Теория цепочек активных многополосников с электронным возбуждением (модель взаимодействия электронного пучка с полями связанных резонаторов) // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике (5-я зимняя школа-семинар инженеров), кн. 1. Саратов: Изд-во Саратовского университета. 1981. С. 173.
51. Солнцев В.А., Колтунов Р.П. Анализ уравнений дискретного электронно-волнового взаимодействия и группировки электронных потоков в периодических и псевдопериодических замедляющих системах // Радиотехника и электроника. 2008. Т. 53, № 6. С. 738.
52. Koltunov R.P., Solntsev V.A. The theory of electron-wave interaction in the TWT with pseudoperiodic slow-wave systems // Book of Abstract and Conference Program. 10-th International Vacuum Electronic Conference, 28–30 April 2009 (IVEC-2009), Rome.
53. Никольский В.В. Вариационные методы для внутренних задач электродинамики. М.: «Наука», 1967.
54. Свешников А.Г. // Научные доклады высшей школы. Физ.-мат. науки. 1959. № 2.
55. Свешников А.Г. // Изв. вузов. Радиофизика. № 2, 5.
56. Ильинский А.С., Свешников А.Г. // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1968. Т. 8, № 2.
57. Кураев А.А. Теория и оптимизация электронных приборов СВЧ. Минск: Наука и техника, 1979.
58. Дж. Е. Роу. Теория нелинейных явлений в приборах СВЧ. М.: Сов. Радио. 1969.

Поступила в редакцию 28.05.2009

THEORY OF WAVEGUIDES EXCITATION

V.A. Solntsev

The theory of waveguide excitation is presented, based on expansions of the electromagnetic field by proper waves of waveguide. Necessary properties of smooth and periodic waveguides, including the conditions of orthogonality of plane and the volume of the waveguide are given. Main properties of pseudo-periodic waveguides are described. This

is a new class of waveguide systems. Different forms of the waveguides-excitation theory are considered. The waveguide form of the theory uses the expansion of the excited electromagnetic field by series of proper waves at a frequency of excitation, and with unexpandable part of the field, which may be caused by the longitudinal current (L. Weinstein), or by quasi-static field (V. Solntsev), etc. Essential improvement of series convergent at quasi-static field separation is proved. Another, waveguide-resonator form of the waveguide-excitation theory uses the expansion of a field by series of proper waves with fixed wave-numbers and different frequencies. In this case the quasi-static electric field is separated also. The equivalence of waveguide form and resonator form of excitation theory is proved. The analyze of total excited electromagnetic field is carried out. A finite-difference equation of excitation of modes is given with no singularities and applicable inside, outside, and on the boundary of waveguides bandwidth. The possibility is notes of dynamic correction influence on electrons interaction laws in the charge space.

Keywords: Waveguide, slow-wave structure, pseudoperiodic structure, theory of excitation, modes, field of space charge.

Солнцев Виктор Анатольевич – родился в Москве (1931). Окончил физический факультет МГУ (1953) и аспирантуру МГУ (1957). Кандидат физико-математических наук (1960), доктор физико-математических наук (1973), профессор (1979). Зав. кафедрой, профессор Московского государственного института электроники и математики. Область научных интересов – электроника и радиопизика СВЧ. Автор более 200 научных трудов и 15 изобретений по усилению и генерации СВЧ-колебаний, теории, методам и программам проектирования электронных приборов СВЧ, вакуумной микро- и наноэлектронике, в их числе изобретение и разработка многолучевых ламп обратной волны (1956, с А.С. Тагером, А.А. Негиревым и др.), явившихся основой для создания первой в мире серии генераторов, перекрывающих миллиметровые и субмиллиметровые волны. Автор книги «Лекции по сверхвысокочастотной электронике» (1973, с Л.А. Вайнштейном). Организатор постоянно действующего с 1973 года Международного семинара «Проблемы электроники». В разные годы член 4-х диссертационных советов, редколлегий журналов «Радиотехника и электроника» и др., член 2-х научных советов РАН, консультант «Физической энциклопедии» (1988–1998) и энциклопедического словаря «Электроника» (1990). Заслуженный деятель науки РФ (1999), почетный член Российского НТО РЭС им. А.С. Попова (1999).



Московский государственный институт электроники и математики
109028, Москва, Бол. Трёхсвятительский пер., д. 3/12
E-mail:soln05@miem.edu.ru