

МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ ХАОТИЧЕСКОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

А.В. Шабунин

Рассматриваются универсальные методы количественного измерения синхронизации хаоса. Детально описывается подход к измерению хаотической синхронизации, основанный на использовании усредненной функции когерентности.

Ключевые слова: хаос, синхронизация, нелинейные колебания.

Введение

После открытия динамического хаоса, когда было обнаружено, что детерминированные динамические системы могут демонстрировать сложное непредсказуемое поведение, внимание исследователей было обращено на возможность синхронизации взаимодействующих хаотических осцилляторов. Такую синхронизацию стали называть «синхронизацией хаоса» или «хаотической синхронизацией». На сегодняшний день нет единого подхода к определению хаотической синхронизации. Этот термин объединяет несколько разных способов взаимной подстройки колебаний хаотических осцилляторов: полная синхронизация хаоса (ПС) [1, 2], частотная синхронизация хаоса (ЧС) [3, 4], фазовая синхронизация (ФС) [5], обобщенная синхронизация (ОС) [6], синхронизация с задержкой по времени (lag-synchronization в англоязычной литературе) [7]. В последнее время появилась попытка рассмотреть разные виды синхронизации с единых позиций, как постепенный взаимозахват фаз вейвлет-образов в разных частотных диапазонах [8]. Данный метод анализа получил название «синхронизация временных масштабов».

Наличие разных видов синхронного поведения хаотических осцилляторов, а также тот факт, что выход из режима синхронизации хаоса происходит постепенно, через частично синхронное состояние к полностью несинхронному, делает актуальной задачу диагностики и количественного анализа хаотической синхронизации.

1. Методы измерения для разных видов синхронизации хаоса

Для каждого из видов синхронизации вводились свои количественные меры. Легче всего ввести меру полной синхронизации или синхронизации с задержкой как степень «схожести» временных реализаций взаимодействующих осцилляторов. В работе [7] для этих целей предлагалось использовать минимальное значение функции

подобия $S(\tau)$

$$\mu = \min_{\tau} (S(\tau)),$$

где

$$S(\tau) = \sqrt{\frac{\langle (x_2(t + \tau) - x_1(t))^2 \rangle}{\sqrt{\langle x_1(t) \rangle^2 \langle x_2(t) \rangle^2}}}.$$

В случае полной синхронизации минимум функции $S(\tau)$ достигается при $\tau = 0$, при синхронизации с задержкой – при некотором положительном τ . В обоих случаях свидетельством полностью синхронного поведения является равенство нулю индекса синхронизации μ .

В случае фазовой синхронизации, когда «амплитуды» колебаний оказываются некоррелированными, а «фазы» – захвачены, можно ввести формальное определение в виде неравенства

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\varphi_1(t) - \varphi_2(t)| < M, \quad (1)$$

где φ_1, φ_2 – мгновенные фазы первого и второго осцилляторов, а M некоторая положительная константа. Естественной количественной мерой для фазовой синхронизации может служить коэффициент эффективной диффузии разности мгновенных фаз [9]

$$D_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left[\langle (\varphi_2(t) - \varphi_1(t))^2 \rangle - \langle (\varphi_2(t) - \varphi_1(t)) \rangle^2 \right].$$

Эта величина показывает насколько быстро происходит диффузия разности фаз взаимодействующих осцилляторов и связана, таким образом, со средним временем, в течение которого имеет место захват фаз. Для полной фазовой синхронизации $D_{\text{eff}} = 0$. При разрушении фазовой синхронизации, когда длительные интервалы синхронного поведения прерываются внезапными «проскальзываниями» фаз, D_{eff} начинает монотонно расти по мере ухода от режима синхронизации.

2. Различные подходы к построению универсальной меры синхронизации хаоса

Указанные количественные характеристики хаотической синхронизации являются частными, поскольку применимы лишь для определенного вида синхронизации. Кроме того, получаемые из них величины имеют относительный характер: их конкретные значения ничего не скажут исследователю, насколько сильной или слабой является синхронизация в каждом рассматриваемом случае. Имеет смысл лишь сопоставление значений одной и той же величины на разных этапах перехода от синхронного состояния к несинхронному. Хотелось бы иметь универсальную количественную меру синхронизации, позволяющую сравнивать степень согласованности движений для разных проявлений взаимоподстройки осцилляторов. Разумно потребовать, чтобы эта количественная характеристика удовлетворяла следующим критериям.

1. Универсальность, то есть применимость к разным видам синхронного поведения.

2. Ясный физический смысл, позволяющий легко интерпретировать получаемые результаты.

3. Инвариантность к виду конкретных уравнений, описывающих колебательную систему. Это означает, что количественная мера должна рассчитываться только на основе сигналов, генерируемых осцилляторами, без привлечения какой-либо информации о структуре ее уравнений.

4. Устойчивость по отношению к действию малых возмущающих факторов, таких как внешний шум или малые искажения генерируемых сигналов.

5. Кроме того, количественная характеристика должна представлять собой вещественное число, принимающее значение в заданном интервале, например, от нуля до единицы. Причем выбранный интервал определения должен быть единым для всех рассматриваемых динамических систем и видов синхронного поведения.

Первыми работами, рассматривающими задачу количественной меры хаотической синхронизации, можно, по-видимому, считать работы П.С. Ланды и М. Розенблюма [10, 11], в которых для этой цели предлагалось использовать размерность аттрактора (речь шла о корреляционной размерности, однако, предполагалось, что можно применять и другие определения размерности хаотического аттрактора). В частности, полностью синхронными полагались такие колебания, для которых размерность аттрактора в полном фазовом пространстве системы совпадала с «частичной размерностью», то есть с размерностью, подсчитанной в проекции фазового подпространства на один осциллятор. В дальнейшем появились и другие подходы к построению количественной характеристики хаотической синхронизации, которые базировались на измерении взаимной информации между подсистемами [12], измерении «близости» фазовых точек в синхронизируемой подсистеме, отвечающих соседним фазовым точкам в синхронизирующем осцилляторе (так называемый метод «нелинейных взаимозависимостей») [12–16], а также на анализе отображений возврата (recurrent plots approach) [17].

Наличие большого числа разнообразных алгоритмов, дающих подчас противоречивые результаты свидетельствует о том, что задача нахождения «хорошей» универсальной количественной меры хаотической синхронизации пока не решена. В данной работе предлагается оригинальный подход к построению указанной характеристики на основе функции когерентности.

3. Индекс хаотической синхронизации, основанный на когерентности колебаний

Основная идея метода заключается в следующем. Возьмем два хаотических сигнала, генерируемых взаимодействующими осцилляторами $x(t)$ и $y(t)$. В спектральном представлении им соответствуют их фурье-образы $F_x(\omega)$ и $F_y(\omega)$, получаемые через непрерывное преобразование Фурье от сигналов

$$F_{x,y}(\omega) = |F_{x,y}(\omega)| \exp(j\theta_{x,y}(\omega)) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) [y(t)] \exp(-j\omega t) dt.$$

Здесь $\theta_{x,y}(\omega)$ обозначает фазовый спектр сигналов на частоте ω . Усредняя фурье-образы по ансамблю, получаем спектр мощности, характеризующий распределение мощности сигнала по частоте,

$$P_{x,y}(\omega) = \langle F_{x,y}(\omega) F_{x,y}^*(\omega) \rangle,$$

а также взаимный спектр мощности

$$C_{xy}(\omega) = \langle F_x(\omega)F_y^*(\omega) \rangle.$$

Как известно, взаимный спектр по абсолютной величине не превосходит среднегеометрическое от собственных спектров мощности. Нормируя взаимный спектр на среднегеометрическое от собственных спектров, получаем характеристику взаимодействия сигналов, которую принято называть функцией когерентности,

$$\sigma_{xy}(\omega) = \left| \frac{C_{xy}(\omega)}{\sqrt{P_x(\omega)P_y(\omega)}} \right|.$$

Функция когерентности – неотрицательная величина, принимающая значения в интервале от нуля до единицы. Она характеризует постоянство разности фаз сигналов на выбранной частоте ω : $\sigma(\omega) = 1$, если все разности фаз остаются постоянными ($\theta_x(\omega) - \theta_y(\omega) = \text{const}$) и $\sigma(\omega) \rightarrow 0$, если фазы колебаний осцилляторов независимы друг от друга. При этом плотность распределения величины $\theta_x(\omega) - \theta_y(\omega)$ представляет собой постоянное значение, распределенное в интервале $[-\pi; \pi]$.

Представляя собой характеристику взаимозависимости фаз колебаний на выбранной частоте, функция когерентности является достаточно мощным средством анализа сигналов. Однако, чтобы охарактеризовать степень этой взаимозависимости суммарно для всех частот, необходимо провести ее усреднение. При этом необходимо учесть, что разные составляющие спектра дают различный вклад в общую мощность сигналов, поэтому они должны быть по-разному учтены в результирующем среднем значении. Разумно в процессе усреднения домножить функцию когерентности на весовую функцию, учитывающую вклад составляющих спектра на текущей частоте в полную мощность. Естественным кандидатом на роль такой весовой функции является сумма спектров мощности $h(\omega) = P_x(\omega) + P_y(\omega)$. При этом получаем формулу для усредненной функции когерентности

$$\bar{\sigma}_{xy} = \int_0^{\infty} h(\omega)\sigma_{xy}(\omega)d\omega. \quad (2)$$

Усредненная когерентность $\bar{\sigma}_{xy}$ может принимать неотрицательные значения в диапазоне от нуля, до полной мощности рассматриваемых сигналов. Нормируя ее на суммарную мощность, получаем неотрицательную величину в интервале $[0; 1]$

$$S_{xy} = \frac{\bar{\sigma}_{xy}}{\int_0^{\infty} (P_x(\omega) + P_y(\omega))d\omega}. \quad (3)$$

S_{xy} представляет собой отношение мощности когерентной составляющей сигналов x и y к их полной мощности.

Индекс синхронизации, определенный уравнением (3), легко можно использовать и для тех случаев, когда рассматривается взаимодействие осцилляторов не во

всем диапазоне частот, а только в некотором поддиапазоне $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$. Для этого достаточно изменить пределы интегрирования в формуле для усреднения

$$\hat{S}_{xy}(\omega_1, \omega_2) = \frac{\int_{\omega_1}^{\omega_2} h(\omega) \sigma_{xy}(\omega) d\omega}{\int_{\omega_1}^{\omega_2} (P_x(\omega) + P_y(\omega)) d\omega}. \quad (4)$$

$\hat{S}_{xy}(\omega_1, \omega_2)$ дает возможность количественно характеризовать хаотическую синхронизацию отдельно для «быстрых» и «медленных» колебаний. Легко увидеть, что в пределе $\omega_2 \rightarrow \omega_1$ индекс $\hat{S}_{xy}(\omega_1, \omega_2)$ переходит в обычную функцию когерентности $\sigma_{xy}(\omega_1)$.

Расчеты индекса синхронизации (3) не представляют трудности, поскольку базируются на известных и теоретически досконально разработанных алгоритмах спектрального оценивания. Получаемые результаты устойчивы по отношению к выборам параметров численной схемы. Основные трудности метода заключаются в необходимости анализа большого объема экспериментальных данных, поскольку разрешающая способность спектральных характеристик по частоте $\Delta\omega$ обратно пропорциональна длине обрабатываемой реализации, а статистическая устойчивость результатов пропорциональна корню квадратному из числа таких реализаций.

4. Количественный анализ разрушения полной синхронизации хаоса в связанных осцилляторах с дискретным временем

Рассмотрим в качестве примера анализ разрушения полной синхронизации хаоса в отображениях с дискретным временем. Будем рассматривать систему двух логистических отображений с внутренней однонаправленной связью

$$\begin{aligned} x(n+1) &= f(x(n)), \\ y(n+1) &= f(y(n) + \gamma(x(n) - y(n))), \end{aligned} \quad (5)$$

где $f(x) = \alpha x(1-x)$.

Система (5) демонстрирует явление полной синхронизации хаоса. Уменьшение коэффициента связи γ ведет сначала к локальной изрешеченности синхронного хаотического аттрактора, что проявляется в переходе от грубого режима синхронизации к негрубому режиму, а затем, через бифуркацию прорыва, к постепенной смене синхронных колебаний несинхронными. Типичные качественные изменения в фазовых портретах колебаний приведены на рис. 1 для режима одноленточного хаотического аттрактора ($\alpha = 3.7$). При сильной связи ($\gamma > 0.298$) трансверсальный показатель Ляпунова отрицателен, следовательно синхронное хаотическое предельное множество трансверсально устойчиво (рис. 1, а). В системе наблюдается режим хаотической синхронизации. Однако этот режим является грубым лишь при $\gamma > 0.32$, тогда как в диапазоне $0.298 < \gamma < 0.32$ малый внешний шум вызывает «пузырящееся» поведение, при котором временная реализация $(x - y)$ напоминает перемежающуюся синхронизацию. При значении связи $\gamma = 0.298$ происходит бифуркация прорыва, за которой синхронные колебания теряют трансверсальную устойчивость и синхронный хаотический аттрактор превращается в хаотическое седло (ср. рис. 1, б).

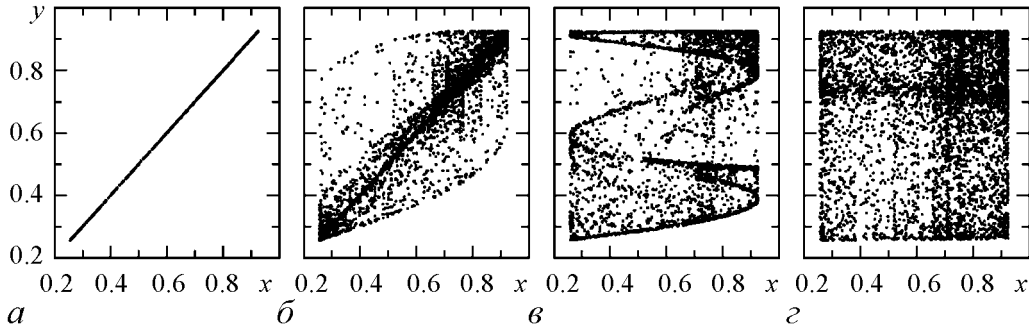


Рис. 1. Фазовые портреты колебаний в системе (5) при $\alpha = 3.7$ для последовательно уменьшаемых значений связи γ : $a - 0.32$, $б - 0.29$, $в - 0.1$, $г - 0.005$

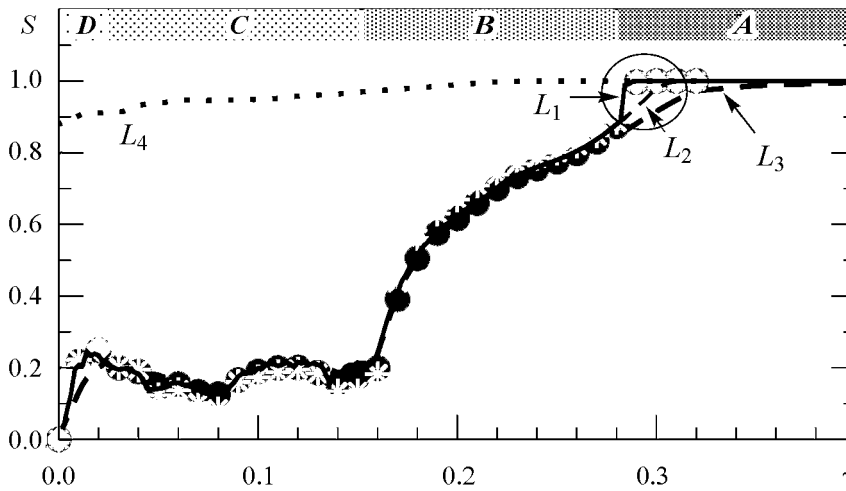


Рис. 2. Зависимость индекса синхронизации S от параметра связи: L_1 – для системы без шума и искажений (5), L_2 – для системы с аддитивным шумом (6) при $a = 10^{-5}$ и L_3 – при $a = 10^{-2}$. Символами отображаются зависимости, построенные по модифицированным сигналам u и v : * – линейное усиление одного из сигналов ($u = x, v = 10y$); \circ – слабое нелинейное искажение ($u = x, v = y - 0.5y^2 + 0.6y^3$); \diamond – сильное нелинейное искажение ($u = x, v = y - 0.7y^3$). Все эти зависимости построены для режима развитого хаоса при $\alpha = 3.7$. Пунктирная линия L_4 отображает зависимость S для режима двухленточного хаоса при $\alpha = 3.65$

Это отражается на наблюдаемой динамике: теперь как в присутствии шума, так и в его отсутствии имеет место пузырящееся поведение. «Ламинарные фазы» почти синхронных колебаний чередуются с короткими «турбулентными всплесками», когда синхронизация нарушается. Уменьшение коэффициента связи приводит к постепенному уменьшению ламинарных фаз и увеличению доли турбулентных всплесков. Режим перемежающейся синхронизации постепенно замещается несинхронными колебаниями. При $\gamma < 0.17$ наблюдается некоторая внутренняя структурная перестройка аттрактора вследствие поглощения им хаотических предельных множеств, возникших на базе несинхронных режимов. Этот процесс отображается появлением некоторых структур внутри аттрактора, которые можно увидеть на рис. 1, в. Наконец, при очень слабой связи мы видим полностью несинхронные колебания, при которых фазовая точки практически равномерно покрывают квадратную область (рис. 1, г).

Рассмотрим теперь описанный выше процесс десинхронизации с точки зрения индекса синхронизации S (3). На рис. 2 построена зависимость индекса синхронизации в зависимости от связи (линия L_1). Данная зависимость может быть поделена на четыре участка с качественно различным поведением.

А Горизонтальная линия $S = 1$, начинающаяся от $\gamma \simeq 0.29$, которая соответствует области, где наблюдается полная хаотическая синхронизация. Трансверсальный показатель Ляпунова Λ_{\perp}^s принимает в этой области отрицательные значения.

В Участок монотонного спада индекса синхронизации от $S = 1$ до $S \simeq 0.2$, имеющий место в области значений связи, при которой наблюдается постепенное развитие процесса пузырения аттрактора. Он начинается с резкого падения синхронизации от $S = 1$ до $S \simeq 0.85$ в точке бифуркации прорыва, затем уменьшение S происходит более плавно. В этой области показатель Λ_{\perp} принимает близкие к нулю значения, оставаясь при этом отрицательным, в то время как трансверсальный показатель Ляпунова для синхронных движений Λ_{\perp}^s становится положительным.

С После $\gamma \simeq 0.17$ и до очень слабой связи $\gamma \simeq 0.01$ располагается участок, на котором индекс синхронизации меняется слабо, осциллируя около уровня $S \simeq 0.2$. Данная зависимость имеет место как раз в той области, где отмечается указанная выше внутренняя перестройка аттрактора с включением в него новых предельных множеств (см. рис. 1, а). Второй показатель Ляпунова в этой области вначале уменьшается, а затем начинает увеличиваться.

Д Наконец, при сверхслабой связи $\gamma < 0.01$ наблюдается быстрое падение индекса синхронизации к нулю при нулевой связи. Фазовый портрет представляет собой «черный квадрат» равномерно заполненный фазовыми точками (см. рис. 1, з).

Таким образом зависимость индекса синхронизации от связи уверенно отслеживает различные стадии процесса разрушения хаотической синхронизации: от полной синхронизации до полностью несинхронного поведения. Эта характеристика в точности равна единице на стадии полной синхронизации и стремится к нулю при переходе к несвязанным осцилляторам.

Рассматриваемая система идентичных отображений является идеализацией реальных систем, в которых всегда присутствуют внешние шумы, а также имеются искажения генерируемых сигналов в канале связи между осцилляторами и измерительной аппаратурой. Типичной является ситуация, когда вместо исходного сигнала $x(t)$ мы имеем дело с некоторым наблюдаемым сигналом $G(x(t - \tau), \xi(t))$, где G является некоторой детерминированной функцией, описывающей искажение сигнала в канале связи наряду с его возможной задержкой по времени на интервал τ и учитывающей смешивание с шумом $\xi(t)$.

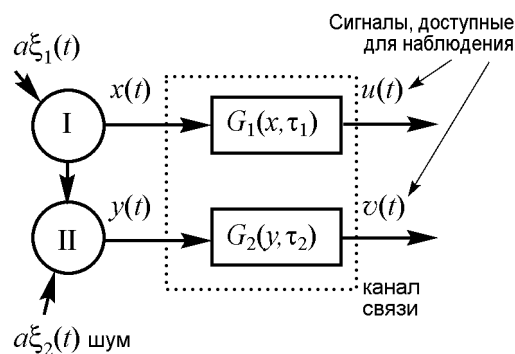


Рис. 3. Переход от исходных «идеальных» сигналов к наблюдаемым искаженным сигналам

Поэтому низкая чувствительность к действию шума и искажениям сигнала – очень важная особенность рассматриваемого индекса синхронизации. Она особенно важна при работе с сигналами биологического происхождения, когда зачастую нет возможности отделить сами сигналы от вносимых искажений.

Рассмотрим чувствительность индекса S к отмеченным выше модификациям исходных данных (рис. 3). Чтобы учесть влияние внешнего шума и искажений модифицируем систему (5) следующим образом:

$$\begin{aligned}
x(n+1) &= f(x(n)) + a\xi_1(n), \\
y(n+1) &= f(y(n) + \gamma(x(n) - y(n))) + a\xi_2(n), \\
u(n) &= G_1(x(n - n_1)), \\
v(n) &= G_2(y(n - n_2)),
\end{aligned} \tag{6}$$

где $a\xi_{1,2}(n)$ – два независимых источника аддитивного шума с равномерным распределением и интенсивностью a ; анализируемые данные $u(n)$ и $v(n)$ представляют собой копии исходных сигналов $x(n)$ и $y(n)$, трансформированных некоторыми детерминированными функциями G_1 и G_2 и задержанных на интервалах времени n_1 и n_2 . Рассмотрим воздействие каждого из указанных факторов по отдельности.

Чувствительность к действию шума: в этом случае в уравнениях (6) $G_1(x) = x$, $n_1 = 0$, $G_2(y) = y$, $n_2 = 0$. Интенсивность шума меняется от очень малой $a = 10^{-5}$ (линия L_2 на рис. 2) до достаточно большой $a = 10^{-2}$ (линия L_3 на рис. 2) Измерения показали, что шум слабо влияет на значение S за исключением узкой области по связи, соответствующей режиму негрубой синхронизации (на рисунке это область выделена окружностью). При малой интенсивности шума данный интервал – единственный, где зависимость для системы с шумом и без него можно различить визуально. Высокая чувствительность шума в области негрубой синхронизации – естественное следствие высокой чувствительности поведения системы к шуму в данном диапазоне связи. При средних значениях связи индекс синхронизации отличается от идеального случая во всем интервале значений параметра связи (см. линию L_3 на рис. 2).

Чувствительность к искажениям формы сигналов: $u(n) = G_1(x(n))$, $v(n) = G_2(y(n))$. Если обе функции являются взаимно однозначными, уравнения (6) можно переписать в виде

$$\begin{aligned}
u(n+1) &= g(u(n)), \\
v(n+1) &= h(v(n), u(n), \gamma),
\end{aligned} \tag{7}$$

где $g(u) = G_1(f(G_1^{-1}(u)))$, $h(v, u, \gamma) = G_2(f(G_2^{-1}(v) + \gamma(G_1^{-1}(u) - G_2^{-1}(v))))$. Полная синхронизация в исходной системе (5) индуцирует обобщенную синхронизацию $u(n) = G_1(G_2^{-1}(v(n)))$ в ее модифицированном аналоге (7). Если же взаимная однозначность отсутствует, то есть обратные функции G_1^{-1} и G_2^{-1} имеют по несколько ветвей, передача сигналов по искажающим каналам связи сопровождается потерей информации, что означает принципиальную невозможность восстановить исходные сигналы по принятым данным. При нелинейных искажениях как функция когерентности, так и спектры мощности меняются. Поэтому, естественно, изменяет свое значение и индекс синхронизации. Насколько чувствительным является индекс S к нелинейным искажениям? Чтобы ответить на этот вопрос было выбрано два вида нелинейных функций, изменяющих форму анализируемых сигналов: (а) слабая нелинейность ($G_1(x) = x$, $G_2(y) = y - 0.5y^2 + 0.6y^3$), при которой не нарушается взаимная однозначность между исходным и измененными сигналами, а значит не происходит потери информации о процессе в канале связи, и (б) достаточно сильное искажение ($G_1(x) = x$, $G_2(y) = y - 0.7y^3$) с нарушением взаимной однозначности, то есть с потерей информации. Результаты представлены на рис. 2 символами « \circ »

для случая (а) и «◇» для случая (б). Видно, что в случае слабого нелинейного искажения зависимости для измененного и исходного сигналов практически совпадают. Это также означает, что представленная зависимость величины S от связи может характеризовать обобщенную синхронизацию хаоса, наблюдаемую в модифицированной системе (7). Если искажения значительны, то совпадение присутствует только в области полной синхронизации и при ее полном отсутствии при нулевой связи. В остальном диапазоне связи расхождение между S_{xy} и S_{uv} значительны и можно говорить лишь об их качественном соответствии.

Таким образом, проведенный анализ показал, что предлагаемая количественная характеристика не чувствительна к действию слабого шума и малых искажений.

Выводы

Функция когерентности является мощным средством для анализа явления хаотической синхронизации. Индекс синхронизации, построенный на ее основе, может применяться для измерения и диагностики различных типов синхронного поведения: полной или обобщенной синхронизации. Он обладает следующими преимуществами:

- имеет ясный физический смысл и прямо следует из традиционной концепции синхронизации как захват фаз колебаний осцилляторов;
- его расчет базируется на хорошо известных и досконально изученных методах цифрового спектрального анализа;
- позволяет также производить выборочный анализ уровня синхронизации для определенного частотного диапазона. Например, возможно в отдельности рассматривать синхронизацию «быстрых» и «медленных» колебаний.

Библиографический список

1. Fujisaka H., Yamada T. Stability theory of synchronized motion in coupled-oscillator systems // Prog. Theor. Phys. 1983. Vol. 69. P. 32.
2. Пиковский А.С. О взаимодействии странных аттракторов // ИПФ АН СССР, № 79. Горький, 1983.
3. Анищенко В.С., Постнов Д.Э. Эффект захвата базовой частоты хаотических автоколебаний. Синхронизация странных аттракторов // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14, вып. 6. С. 569.
4. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Постнов Д.Э., Сафонова М.А. Вынужденная и взаимная синхронизация хаоса // Радиотехника и электроника, 1991. Т. 36, № 2. С. 338.
5. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. Phase synchronization of chaotic oscillators // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76. P. 1804.
6. Rulkov N.F., Suschik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.I. Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems // Phys. Rev. E. 1995. Vol. 51. P. 980.
7. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78. P. 4193.
8. Hramov A.E., Koronovskiy A.A. An approach to chaotic synchronization // Chaos. 2004. Vol. 14, № 3. P. 603.

9. *Стратонович Р.Л.* Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М.: Советское радио, 1961.
10. *Ланда П.С., Розенблюм М.Г.* О синхронизации хаотических автоколебательных систем // Доклады Академии наук РФ. 1992. Т. 324, № 1. С. 65.
11. *Landa P.S., Rosenblum M.* Synchronization and chaotization of oscillations in coupled self-oscillating systems // Appl. Mech. Reviews. 1993. Vol. 46, № 7. P. 414.
12. *Quiñan Quiroga R., Kraskov A., Kreuz T., Grassberger P.* Performance of different synchronization measures in real data: A case study on electroencephalographic signals // Phys. Rev. E. 2002. Vol. 65. 041903.
13. *Schiff S.J., So P., Chang T.* Detecting dynamical interdependence and generalized synchrony through mutual prediction in a neural ensemble // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 54. P. 6708.
14. *Arnhold J., Grassberger P., Lehnertz K., Elger C.E.* A robust method for detecting interdependencies: application to intracranially recorded EEG // Physica D. 1999. Vol. 134. P. 419.
15. *Schmitz A.* Measuring statistical dependence and coupling of subsystems // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 62. P. 7508.
16. *Kramer M.A., Edwards E., Soltani M., Berger M., Knight R., Szeri A.J.* Synchronization measures of bursting data: Application to the electrocorticogram of an auditory event-related experiment // Phys. Rev. E. 2004. Vol. 70. P. 011914.
17. *Romano M.C., Thiel M., Kurths J., von Bloh W.* Multivariate recurrence plots // Phys. Lett. A. 2004. Vol. 330. P. 214.

Поступила в редакцию 19.06.2009

METHODS OF MEASURING CHAOTIC SYNCHRONIZATION

A.V. Shabunin

Different universal methods of calculation of index of chaotic synchronization are considered. One of the methods, which is based on mutual coherence function, is presented in more detail. Its advantages and disadvantages, sensibility to external noise and distortions are discussed. Application of the algorithm to process of destruction of complete chaotic synchronization in two coupled systems with discrete time are demonstrated.

Keywords: Chaos, synchronization, nonlinear oscillations.



Шабунин Алексей Владимирович – окончил Саратовский государственный университет (1990). Доцент кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ, доктор физико-математических наук (1998). Научные интересы – нелинейная динамика, теория колебаний, синхронизация и управление хаосом. Автор более 40 научных публикаций.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
 E-mail: shabuninav@info.sgu.ru