

ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ И ПРИМЕРЫ ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ

А.Н. Павлов

Рассматриваются теоретические основы вейвлет-анализа и ряд примеров применения данного метода, включая исследование эффектов формирования кластеров синхронной динамики структурных элементов почки, кодирование тактильной информации нейронами тройничного нерва и детектирование информационных сообщений из хаотического несущего сигнала.

Ключевые слова: Анализ временных рядов, вейвлет-преобразование, нестационарные процессы.

Введение

Терминология «вейвлетов» (от англ. *wavelet*, что в дословном переводе означает «маленькая волна») сформировалась в восьмидесятых годах двадцатого века [1]. Первоначально данный математический аппарат [2–7] был предложен в качестве альтернативы классическому спектральному анализу, основанному на преобразовании Фурье. Возникновение теории вейвлетов считается одним из важнейших событий в математике за последние десятилетия, поскольку это, пожалуй, единственная новая математическая концепция, которая сразу же после ее появления стала восприниматься в качестве инструмента *прикладных* исследований практически во всех естественных науках и многих областях техники. В настоящее время вейвлеты широко используются при решении задач анализа и синтеза различных сигналов, для обработки изображений, для сжатия больших объемов информации и цифровой фильтрации, для распознавания образов, при изучении сильно развитой турбулентности, при решении некоторых дифференциальных уравнений. Причем, этот список можно еще долго продолжать.

Интерес к новому направлению с момента его появления был очень большим. Согласно исследованиям, предпринятым в монографии [8], начиная с 1990-х годов количество научных работ по изучению физических явлений с помощью вейвлетов демонстрирует монотонный рост. Число ссылок на источники в сети Интернет, в которых упоминается термин «вейвлет», уже достигло нескольких миллионов. Основной областью применения данного математического аппарата в естествознании является обработка нестационарных (во времени) или неоднородных (в пространстве) случайных процессов. Именно поэтому вейвлет-анализ представляет значительный интерес в задачах исследования структуры сигналов, так как большинство

классических методов цифровой обработки данных применимы лишь к процессам с постоянными во времени (или пространстве) характеристиками.

По аналогии с преобразованием Фурье вейвлет-преобразование сигнала $x(t)$ состоит в его разложении по некоторому базису. Отличие заключается в том, что в качестве базисной выбирается «солитоноподобная», хорошо локализованная и по времени, и по частоте функция $\psi(t)$, обладающая рядом характерных признаков; базис формируется путем ее перемасштабирования и сдвигов вдоль временной оси. Использование локализованных функций позволяет проводить анализ процессов, характеристики которых меняются во времени, и обеспечивает двумерную развертку сигнала $x(t)$, при которой время и частота воспринимаются как независимые переменные [5].

Само возникновение теории вейвлетов не является неожиданным событием и связано с реальными потребностями экспериментальных исследований. В его сегодняшнем виде вейвлет-анализ в значительной степени представляет собой синтез многих существовавших ранее идей и методов. Так, быстрые алгоритмы вейвлет-преобразования используют известную в радиофизике и радиотехнике идеологию субполосного кодирования [9]. Часть идей была заимствована из физики (когерентные состояния [2]) и математики (например, изучение интегральных операторов Зигмунда–Кальдерона [3], которые сейчас используются при вейвлет-анализе операторных выражений, помогающем решать некоторые уравнения в физике).

В данной статье будут рассмотрены несколько примеров применения вейвлет-анализа, включая динамику биологических систем (синхронизация ансамблей нефронов почки, кодирование информации нейронами) и детектирование информационных сообщений в системе защищенной передачи информации.

1. Теоретические основы вейвлет-анализа

Существует дискретное вейвлет-преобразование (ДВП) и непрерывное вейвлет-преобразование (НВП), которые можно рассматривать фактически как разные методы анализа структуры сигналов. Непрерывное вейвлет-преобразование использует в качестве $\psi(t)$ функции, имеющие аналитическую форму записи и являющиеся бесконечно дифференцируемыми. Вследствие этого для них характерен экспоненциальный спад на бесконечности, и базис, построенный на основе таких вейвлетов, не является строго ортонормированным. Данная особенность означает, что НВП является избыточным, и значения коэффициентов вейвлет-преобразования оказываются сильно коррелированными. Однако избыточность может быть и полезным свойством, позволяющим получать более наглядную и ясную интерпретацию результатов анализа структуры сигналов в виде картин «скелетонов» или «хребтов» поверхности вейвлет-коэффициентов [6]. Информацию, которую можно извлечь из непрерывного вейвлет-преобразования, например, об изменении характерных частот ритмических процессов и их взаимодействии, легче анализировать, и она интуитивно понятнее для специалистов с базовым радиофизическим образованием. Например, при использовании комплексных функций $\psi(t)$ НВП позволяет изучать динамику таких характеристик, как мгновенные частоты, мгновенные амплитуды и мгновенные фазы ритмических процессов, идентифицируемых в структуре анализируемого сигнала.

Такая возможность делает НВП крайне привлекательным инструментом исследования, применимым при решении многих задач.

Дискретное вейвлет-преобразование имеет существенные отличия. Оно может оперировать с неортогональными базисными функциями (в этом случае говорят о так называемых *фреймах*). Однако чаще рассматривается случай ортонормированного базиса, что позволяет осуществлять более точное представление сигнала и значительно упрощает его восстановление по набору вейвлет-коэффициентов. В отличие от непрерывного преобразования, вейвлеты, используемые в рамках ДВП, не имеют аналитической формы записи (за исключением функции Хаара). Они задаются в виде таблицы численных коэффициентов, полученных путем решения некоторых уравнений. На практике в рамках ДВП конкретная форма функций $\psi(t)$ в явном виде не рассматривается, записываются только наборы чисел, с помощью которых задается тот или иной вейвлет. При проведении анализа структуры сигналов это приводит к различным операциям с матрицами. Базис строится на основе итерационного алгоритма, предусматривающего изменение масштаба и смещение единственной функции. Детальное описание принципиальных различий ДВП и НВП приводится, например, в монографии [8]. В рамках данной статьи мы ограничимся рассмотрением теоретических основ непрерывного вейвлет-преобразования.

В отличие от классического спектрального анализа, основанного на преобразовании Фурье и оперирующего с гармоническими функциями, вейвлет-анализ допускает значительное разнообразие выбора базиса, по которому проводится разложение сигнала. В рамках широко используемой интерпретации вейвлет-анализа как метода «математического микроскопа» можно говорить о том, что выбор солитоноподобной функции $\psi(t)$, рассматриваемой в качестве базисной, аналогичен заданию разрешения для объектива микроскопа: если выбранное разрешение позволяет увидеть нужные детали, то вейвлет подходит для целей проводимого исследования. Более того, что немаловажно, последующий выбор объектива с лучшим разрешением уже не дает ничего нового.

Гармонические функции, применяемые в классическом спектральном анализе, заданы в диапазоне $t \in (-\infty, \infty)$ и не позволяют изучать локальные изменения структуры сигналов. Расчет спектра мощности сигнала $x(t)$ обеспечивает возможность определения частотного состава рассматриваемого процесса и выявления характерных ритмов колебаний. Такой расчет позволяет установить сам факт наличия колебаний определенной частоты, но не дает ответа на вопрос, когда существовали эти колебания – на протяжении всего времени регистрации сигнала или только на каком-то участке? Бесконечно осциллирующие функции не могут использоваться при проведении *локализованного* спектрального анализа [8].

Так что же представляют собой другие базисные функции – вейвлеты? Чтобы функцию $\psi(t)$ можно было рассматривать в качестве вейвлета, она должна обладать рядом характерных признаков, включающим: 1) локализацию функции и по времени, и по частоте; 2) конечную энергию; 3) автомодельность (самоподобие) базиса. Сформулированные характерные признаки определяют большой класс вещественных и комплексных вейвлетов, которые применяются при решении различных задач. В частности, при проведении локального спектрального анализа процессов с меняющимися во времени характеристиками применяются комплексные вейвлеты, наиболее популярным из которых является вейвлет Морле, хорошо локализованный как

по времени, так и по частоте,

$$\psi(t) = \frac{1}{\pi^{1/4}} \left(e^{j2\pi f_0 t} - e^{-(2\pi f_0)^2/2} \right) e^{-t^2/2}, \quad (1)$$

где f_0 – параметр, называемый центральной частотой. Второе слагаемое в скобках осуществляет корректировку при проведении вейвлет-преобразования сигналов с ненулевым средним значением. В случае $f_0 \gg 0$ им можно пренебречь.

После выбора «материнского вейвлета» $\psi(t)$ на его основе формируется базис. Поскольку $\psi(t)$ является локализованной во времени, то для того, чтобы анализировать с ее помощью различные участки сигнала $x(t)$, требуется предусмотреть процедуру сдвигов функции вдоль оси t , которые позволили бы сместиться в эти участки. С другой стороны, для проведения локализованного анализа структуры сигнала в широком диапазоне масштабов необходимо также предусмотреть процедуру перемасштабирования. Как следствие, с помощью функции $\psi(t)$ строится двухпараметрическое семейство вейвлетов

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left(\frac{t-b}{a} \right), \quad (2)$$

где $a \in R$, $a \neq 0$ – масштабный коэффициент (он определяет сжатие или растяжение функции); $b \in R$ – параметр сдвига, с помощью которого вейвлет перемещается вдоль анализируемого сигнала $x(t)$. Множитель $1/\sqrt{a}$ осуществляет нормировку энергии каждой функции $\psi_{a,b}(t)$ таким образом, чтобы $\|\psi_{a,b}(t)\| = \|\psi(t)\|$.

Непрерывное вейвлет-преобразование сигнала $x(t)$, определенного во временной области $-\infty < t < \infty$, имеет следующий вид:

$$W(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi_{a,b}^*(t) dt. \quad (3)$$

Результат преобразования (3) можно интерпретировать как поверхность коэффициентов $W(a,b)$ в трехмерном пространстве. Для наглядного представления об особенностях исследуемого сигнала существуют различные варианты визуализации этой поверхности. Один из них состоит в рассмотрении ее проекции на плоскость ab и изображении интенсивности амплитуд вейвлет-преобразования различными оттенками цвета (по аналогии с географическими картами). Такой способ позволяет увидеть, как происходит изменение во времени свойств сигнала на разных масштабах, и дает полную информацию о преобразовании.

Другой способ визуализации наиболее важной информации о вейвлет-преобразовании применяется для идентификации мгновенных характеристик (амплитуды, частоты, фазы) ритмических процессов. Он часто называется построением «хребтов» (*ridges*) вейвлет-преобразования [6]. Хребты строятся для поверхности плотности энергии сигнала $E(a,b) = |W(a,b)|^2$, представляя собой линии локальных максимумов этой поверхности (идентифицируемые при фиксировании момента времени $b = t^*$ и рассмотрении локальных энергетических спектров). Вместо поверхности $E(a,b)$ удобно рассматривать $E(f,b)$, то есть осуществлять переход к частотному представлению энергетического спектра. В частности, для вейвлета (1) при условии $f_0 \gg 0$ справедливо приближенное равенство $f \simeq f_0/a$. Это очень удобный и

наглядный способ анализа нестационарной многочастотной динамики, обеспечивающий возможность отслеживать временную эволюцию каждого ритма колебаний, представляющего интерес для исследователя. Поскольку каждая точка хребта ассоциируется с локальным энергетическим спектром, нахождение мгновенных частот колебательных процессов одновременно обеспечивает и определение мгновенных амплитуд этих процессов. Именно этот вариант анализа и будет использоваться далее в исследованиях сложной динамики биологических систем.

2. Примеры применения

2.1. Синхронизация колебаний в динамике больших ансамблей структурных элементов почки. Динамика нефронов (структурных элементов почки) включает два механизма авторегуляции кровотока: канальцево-гломерулярную обратную связь (КГОС), которая регулирует входящий поток крови в зависимости от концентрации NaCl в фильтрате, проходящем по канальцам нефрона, и миогенный механизм, приводящий к активации гладких мышечных клеток стенок сосудов (артериол) при изменении давления крови, протекающей по ним. Первый механизм является основным, он вызывает незатухающие колебания величины давления фильтрата с периодом примерно 30–40 с. В ходе экспериментальных исследований [10] было установлено, что при нормальном артериальном давлении эти колебания являются почти периодическими, а при гипертонии они становятся сильно нерегулярными, демонстрируя типичные характеристики динамического хаоса. Второй механизм связан с синхронизацией межклеточной динамики кальция в отдельных клетках, которая приводит к колебаниям радиуса артериол с периодом 5–10 с (но со сравнительно малой амплитудой). Оба механизма взаимодействуют между собой, и активация одного из них модифицирует отклик другого.

Кроме взаимодействия ритмов на уровне отдельного нефрона, наблюдается взаимодействие и между разными структурными элементами почки [11, 12]. Однако до настоящего времени экспериментальные исследования ограничивались рассмотрением коллективной динамики малых групп нефронов (2–3 элемента). Чтобы проанализировать коллективную динамику больших ансамблей, была осуществлена серия экспериментов на крысах, в рамках которых проводилась регистрация динамики структурных элементов на поверхности. С помощью инфракрасной камеры записывалась величина потока крови в артериолах (в течение 30 минут). В результате получалась видеозапись динамики значительной части верхней поверхности почки (около 2/3). С помощью микроскопа одновременно фиксировалось расположение нефронов, что позволило извлекать из видео-файла временную динамику именно в тех точках, где располагались структурные элементы почки. В результате такой довольно сложной процедуры идентифицировались сигналы больших групп нефронов (50–100 штук в зависимости от эксперимента). Эксперименты проводились на нормотензивных крысах в университете Копенгагена (институт Панум), данные были предоставлены профессорами N.-H. Holstein-Rathlou и D.J. Marsh.

С помощью вейвлет-анализа изучалась временная динамика мгновенных частот ритмов колебаний, обусловленных механизмом КГОС, и коллективное поведение ансамблей нефронов. Как видно из рис. 1, с течением времени происходит

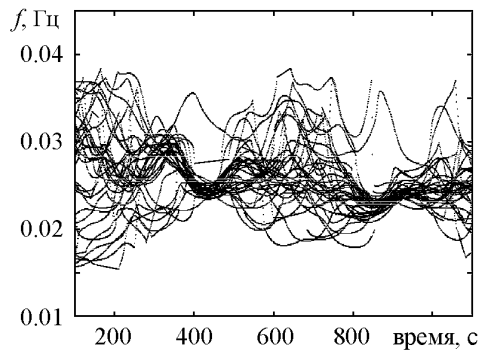


Рис. 1. Образование кластеров синхронной динамики нефронов, расположенных на поверхности почки. Соответствующие кластеры четко видны в окрестности 400 с и 900 с. Данный рисунок иллюстрирует также, что появление кластеров и их разрушение происходят с определенной периодичностью

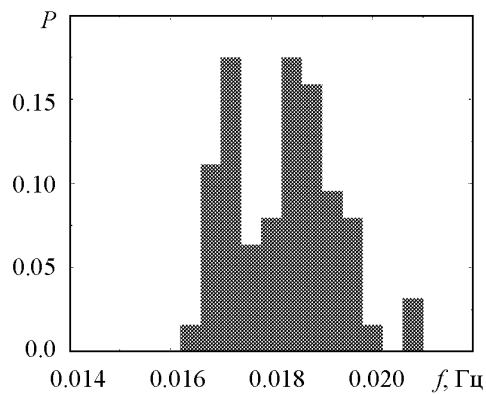


Рис. 2. Распределение частоты ритма КГОС для 63 нефронов на поверхности почки

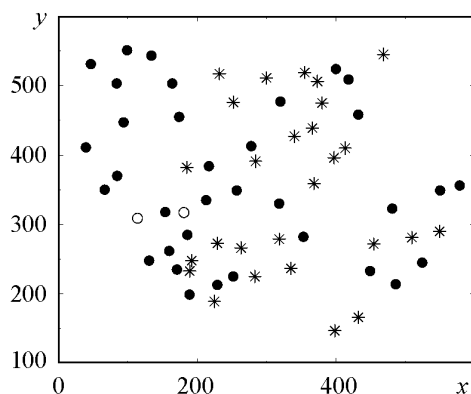


Рис. 3. Расположение синхронных кластеров на поверхности почки. По осям отложены координаты в пикселях (выделенная область соответствует, примерно, 2/3 верхней поверхности почки). Разные кластеры показаны различными символами

эффект образования кластера, после чего поведение отдельных нефронов снова становится несинхронным, а затем начинается очередная подстройка ритмов колебаний.

Чтобы определить, какое количество кластеров целесообразно рассматривать в том или ином эксперименте, необходимо провести предварительный анализ путем построения распределения (или гистограммы) средних значений частоты ритма КГОС для анализируемых нефронов. Такое распределение приведено на рис. 2. В данном случае можно выделить три кластера: два больших и один маленький (из двух отдаленных по частоте нефронов). Зная координаты нефронов на поверхности почки (идентифицируемые по фотографии, сделанной с помощью микроскопа), можно проанализировать расположение нефронов, относящихся к одному кластеру. Как следует из рис. 3, нефроны одного и того же кластера рассредоточены по всей поверхности, то есть кластеризация осуществляется не только для близлежащих нефронов, но и для отдаленных. Важно отметить, что в формировании одного кластера участвует большое количество нефронов (несколько десятков). Такой эффект до сих пор был неизвестен – считалось, что подстройка ритмов колебаний возможна лишь для соседних элементов, расположенных на одном «нефронном дереве». Обнаруженная синхронизация частот больших ансамблей нефронов свидетельствует о существовании механизмов взаимодействия между разными «деревьями». Кроме того, существуют основания предполагать, что формирование кластеров синхронной динамики существенно отличается в норме и при гипертонии [12].

2.2. Кодирование тактильной информации нейронами тройничного нерва. Центральная нервная система (ЦНС) живых организмов непрерывно получает и обрабатывает сенсорную информацию, поступающую посредством взаимодействия с внешним миром. Исследование механизмов кодирования, представления и обработки данной информации ЦНС представляет собой одну из актуальнейших задач современного естествознания. Оптические, звуковые, тактильные и вкусовые стимулы кодируются соответствующими рецепторами в последовательности электрических импульсов, которые далее передаются по нервным волокнам к «первым» нейронам, областям ЦНС, где осуществляется их первичная обработка. Далее сенсорная информация проходит еще несколько этапов обработки, прежде чем достигнуть коры головного мозга, где формируется образ внешнего мира. С каждым последующим этапом сложность исследования соответствующих процессов существенно усложняется. Даже на первичных этапах сенсорных путей остается много открытых вопросов о принципах кодирования информации нейронами разных типов и их ансамблями. Рассмотрим более подробно данный этап на примере первичной обработки тактильной информации у крыс.

Основную информацию об окружающем мире крысы воспринимают с помощью специальных длинных волосков или усов, называемых вибриссами (от лат. *vibrate* – дрожать). Эти волоски являются частью высокоорганизованной специализированной сенсорной системы, передающей информацию через тройничный нерв в головной мозг животного [13]. Каждый волосок имеет определенное расположение и длину (рис. 4, *a*), которая уменьшается от 30–50 мм до 4–5 мм у самого носа,

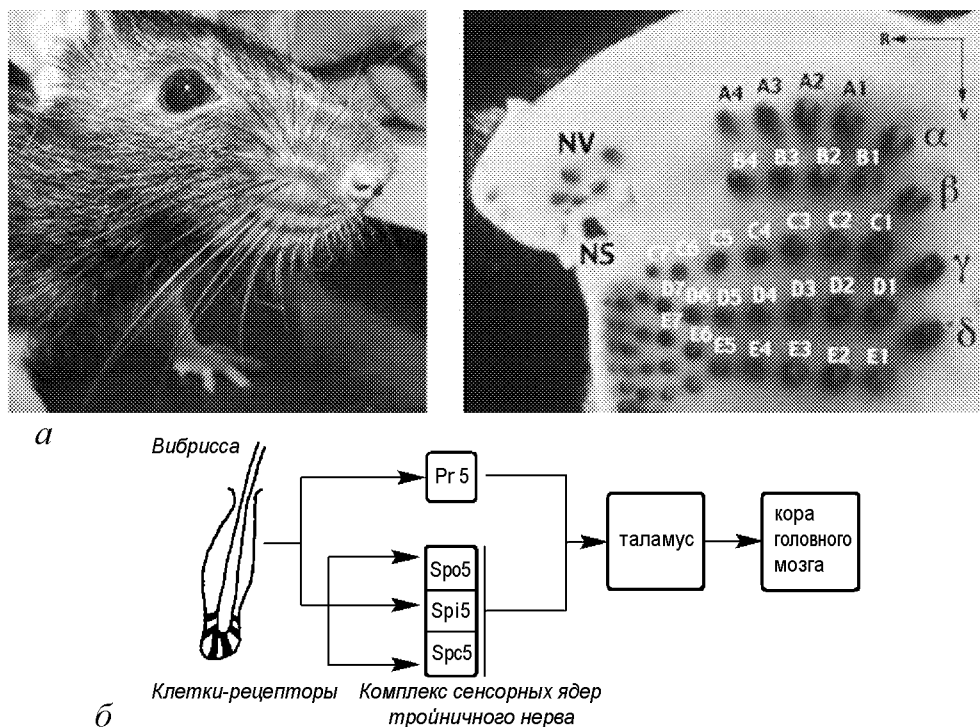


Рис. 4. *a* – иллюстрация расположения вибрисс; *b* – схематическое представление основных этапов прохождения сенсорной информации от механорецепторов вибрисс через тройничный нерв к коре головного мозга

что обеспечивает одновременный контакт их кончиков с осязаемым предметом при ощупывающих движениях.

Сигналы от клеток-рецепторов, расположенных в фолликулах вибрисс (рис. 4, б), сначала попадают в комплекс ядер тройничного нерва [13], содержащий главное сенсорное ядро (Pr5), а также оральное (Sro5), интерполярное (Spi5) и каудальное (Src5) ядра, где происходит первичная обработка поступившей сенсорной информации. При соприкосновении вибрисс с каким-либо предметом, их вибрация приводит к генерации клетками импульсов, с помощью которых кодируется информация о физических характеристиках объекта (например, шероховатости).

В проводимых исследованиях делался акцент на изучение свойств комплекса ядер тройничного нерва при свободных колебаниях вибриссы, возбуждаемых периодической последовательностью воздушных импульсов (при фиксированной длительности импульсов 10 мс и варьировании частоты стимуляции от 1 Гц до 30 Гц). Данный тип стимуляции позволяет добиться максимальной естественности движений вибрисс. Учитывая, что отклик на стимуляцию может меняться с течением времени, проводились расчеты характеристики стабильности $Stab$, представляющей собой величину, обратную дисперсии мгновенной частоты нейронного отклика в окрестности частоты воздействия [14].

С одной стороны, увеличение частоты должно неизбежно приводить к «сбоям» и нестабильности в динамике нейрона. Таким образом, мы можем ожидать эффективной фильтрации высоких частот, выражаемой в монотонном убывании динамической стабильности $Stab$ при увеличении частоты стимула f . С другой стороны, многочисленные результаты (см., например, [15, 16]) указывают на важность выбора частоты ощупывающих движений усов для достижения точности при осязании. В данном случае последовательность импульсов определенной частоты может восприниматься как единый сложный стимул, и мы вправе ожидать присутствия оптимальной частоты, вообще говоря, разной для различных нейронов. Таким образом, мы можем говорить о полосовой фильтрации стимулов.

Меняя частоту стимуляции f в пределах от 1 Гц до 30 Гц, удалось обнаружить оба типа поведения нейронов (рис. 5). Кроме того, часть нейронов была невосприимчива к изменению частоты. В целом, около 60% нейронов из Pr5 и Spi5 демонстри-

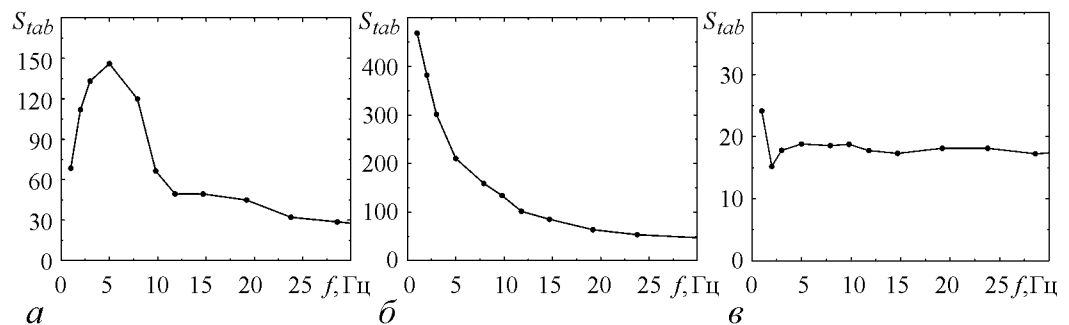


Рис. 5. Три основных типа зависимости характеристики динамической стабильности нейронного отклика от частоты внешнего периодического воздействия: а – полосовая фильтрация стимула; б – пропускание низких частот; в – отсутствие ярко выраженной частотной зависимости

ровали полосовую фильтрацию, около 30% – пропускание низких частот и 10% – отсутствие выраженных частотных характеристик. Для Spо5 нейронов было получено несколько другое процентное соотношение: 53%, 35% и 12%. При полосовой фильтрации «оптимальное» значение частоты было примерно 5 Гц для нейронов ядер Pr5 и Spi5, и около 4 Гц для нервных клеток ядра Spо5. Обнаруженные частотные характеристики совпадают с диапазоном частот колебаний усов при активном эксплоративном ощупывании 4–12 Гц. Эти результаты подкрепляются данными, полученными на основе измерения амплитуды усредненного нейронного отклика в сомато-сенсорной коре SI, в которых были обнаружены сходные фильтрационные свойства [16]. Таким образом, можно предположить, что часть фильтрационных характеристик, проявляющихся в отклике нейронов сомато-сенсорной коры, являются индуцированными аналогичным откликом нейронов тройничного нерва.

2.3. Детектирование информационных сообщений из хаотического несущего сигнала. В качестве одной из иллюстраций других применений вейвлет-анализа рассмотрим задачу о детектировании информационных сигналов из хаотического несущего. Эта проблема обсуждалась в предыдущей статье [17], поэтому кратко отметим лишь основную идеологию предложенного метода. В целом, проблема защиты информации, передаваемой в хаотическом несущем сигнале, активно обсуждается с начала 1990-х годов. Так, в работах [18, 19] были рассмотрены два способа выделения информационного сигнала из хаотического несущего, основанные на использовании идентичных генераторов хаоса в передающем и приемном устройствах: аддитивное добавление информационного сообщения к несущему сигналу и модуляция параметров генератора хаоса. В ходе дальнейших исследований были разработаны системы многоканальной связи с высокой степенью защиты информации от несанкционированного доступа [20], а также предложен ряд более «практичных» способов защищенной передачи информации [21, 22].

Несколько лет назад в работе [23] были представлены теоретические основы альтернативного способа детектирования информационных сигналов из хаотического несущего, который предусматривал решение задачи реконструкции динамических систем. Основная идея метода состояла в следующем. Предположим, что математическую модель генератора хаотических колебаний

$$\dot{\vec{x}} = \vec{F}(\vec{x}, \vec{\mu}), \quad \vec{x} \in R^n, \quad \vec{\mu} \in R^k \quad (4)$$

путем замен переменных можно свести к виду

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = x_3, \dots, \quad \dot{x}_n = f(x_1, x_2, \dots, x_n, \vec{\mu}). \quad (5)$$

В этом случае по короткому участку несущего сигнала $x_1(t)$ методом наименьших квадратов можно определить текущие значения вектора параметров $\vec{\mu}$. Если осуществить модуляцию параметров информационными сообщениями, то это позволит решить задачу детектирования этих сообщений. Главная техническая сложность состоит в численном дифференцировании несущего сигнала $x_1(t)$, который является зашумленным.

Применение вейвлетов представляет собой эффективный способ решения этой проблемы, поскольку вейвлет-анализ позволяет *корректно* проводить дифференцирование сигналов при наличии помех

$$W [\partial_t^m x_1(t)] = (-1)^m \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) \partial_t^m [(\psi_{ab}^*(t))] dt. \quad (6)$$

Эта формула означает, что вместо того, чтобы дифференцировать m раз сигнал $x_1(t)$, можно продифференцировать m раз анализирующий вейвлет. Такая процедура позволяет существенно уменьшить ошибки детектирования, а при использовании дискретных вейвлетов – повысить скорость вычислений, что особенно важно при практической реализации данного метода. Более детальное изложение методики детектирования представлено в статье [17], а на рис. 6 проиллюстрирован один из примеров работоспособности предложенного подхода для случая передачи графической информации. В качестве модели генератора хаотических колебаний была выбрана

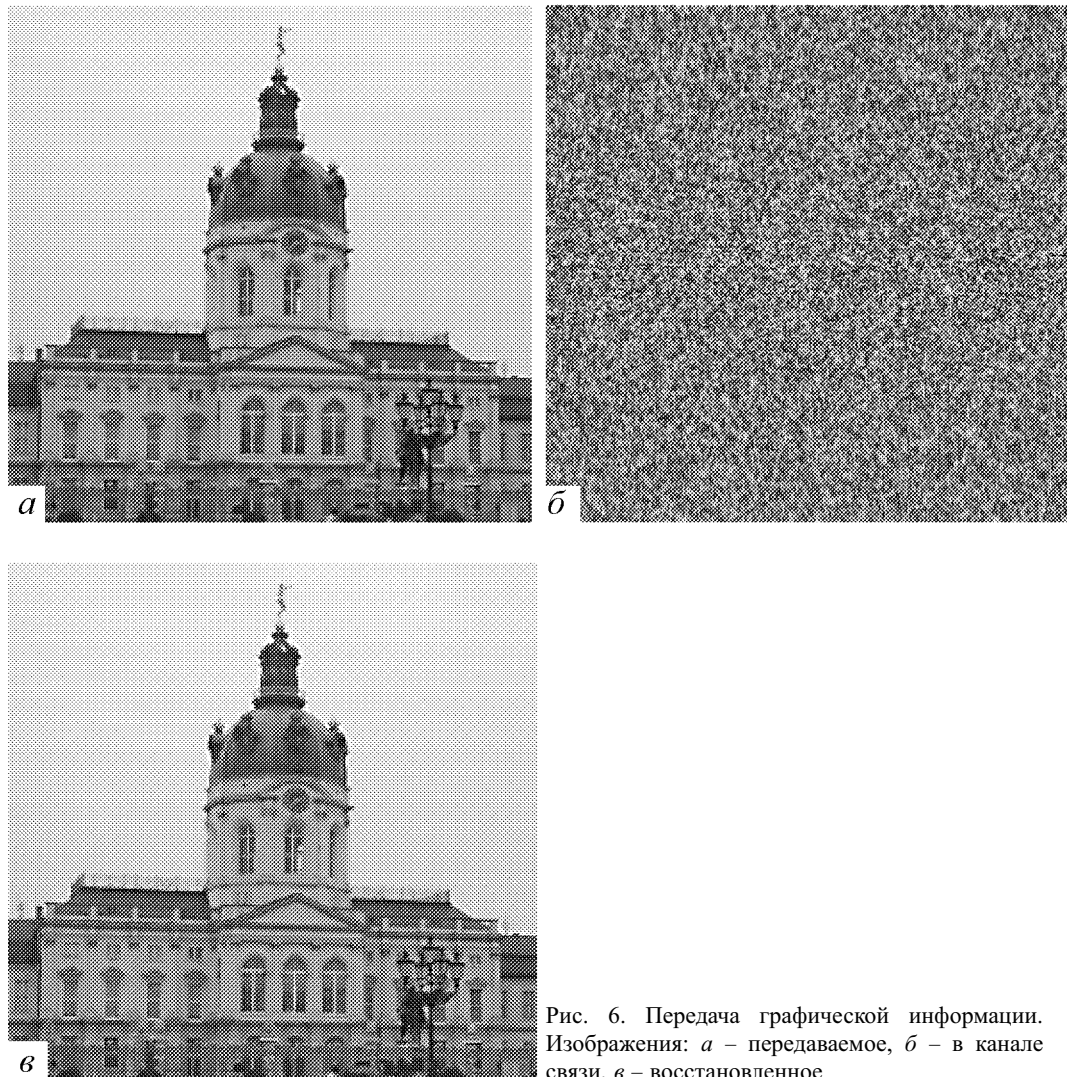


Рис. 6. Передача графической информации. Изображения: a – передаваемое, b – в канале связи, $в$ – восстановленное

система Ресслера. Информационные сообщения осуществляли одновременную модуляцию трех параметров этой системы для передачи информации об оттенках трех цветов (красный, синий, зеленый), формирующих цветное изображение.

Заключение

Методы анализа структуры сигналов, основанные на вейвлет-преобразовании, могут применяться независимо от природы процесса; они с равным успехом могут быть использованы как в исследованиях радиофизических систем, так и при анализе сложной динамики объектов живой природы. Биологические системы часто демонстрируют сложное нерегулярное поведение, характеристики которого непрерывно меняются во времени. Привлечение для анализа соответствующей динамики классических вероятностных и спектральных методов означает априорное предположение о том, что рассматриваемые процессы можно приближенно считать эргодическими, а справедливость этого допущения довольно сложно обосновать, если живой организм демонстрирует процесс адаптации к изменению внешних условий функционирования. Зачастую возникают проблемы с интерпретацией результатов анализа биологических данных, которые выявляют ограничения классических подходов к анализу случайных процессов и определяют важность разработки новых, более эффективных инструментов анализа структуры сигналов. Развитие техники привело в настоящее время к высочайшему уровню экспериментальных исследований, когда сигналы биологических систем можно измерять на микроскопическом уровне отдельных клеток и внутриклеточной динамики. В то же время анализ таких сигналов зачастую ограничивается простой статистической обработкой экспериментальных данных. Создание более точных инструментов исследования сигналов, позволяющих выявить детали их сложной структуры, является в этой связи очень актуальной задачей: под высокоточные эксперименты, выполняемые в настоящее время в биологии, нужны соответствующие методы анализа. Биологические приложения физических подходов обогащают и саму физику. В частности, разработанные специальные методы, для которых нестационарность динамики не является препятствием, не только существенно расширяют возможности экспериментальных исследований, но и в значительной степени определяют дальнейший прогресс в развитии теории анализа структуры сигналов.

Автор выражает признательность N.-H. Holstein-Rathlou, D.J. Marsh и В.А. Макарову за предоставленные данные и многочисленные дискуссии. Работа была поддержана Федеральным агентством по образованию в рамках ФЦП «Научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (государственный контракт № П451).

Библиографический список

1. Grossman A., Morlet J. Decomposition of Hardy functions into square intergable wavelets of constant shape // SIAM J. Math. Anal. 1984. Vol. 15. P. 723.
2. Daubechies I. Ten lectures on wavelets (Philadelphia: S.I.A.M., 1992).

3. *Meyer Y.* Wavelets: Algorithms and applications (Philadelphia: S.I.A.M., 1993).
4. *Kaiser G.* A friendly guide to wavelets (Boston: Birkhäuser, 1994).
5. *Астафьева Н.М.* Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. 1996. Т. 166, № 11. С. 1145.
6. *Mallat S.G.* A wavelet tour of signal processing (New York: Academic Press, 1998).
7. *Короновский А.А., Храмов А.Е.* Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения. (М.: Физматлит, 2003).
8. *Addison P.S.* The illustrated wavelet transform handbook: applications in science, engineering, medicine and finance (Bristol, Philadelphia: IOP Publishing, 2002).
9. *Vetterli M., Kovacevic J.* Wavelets and subband coding (NJ: Prentice Hall, 1995).
10. *Holstein-Rathlou N.-H., Leyssac P.P.* TGF-mediated oscillations in the proximal intratubular pressure: Differences between spontaneously hypertensive rats and Wistar-Kyoto rats // Acta Physiol. Scand. 1986. Vol. 126. P. 333.
11. *Marsh D.J., Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Yip K.-P., Holstein-Rathlou N.-H.* Frequency encoding in renal blood flow regulation // American Journal of Physiology (Regul. Integr. Comp. Physiol.). 2005. Vol. 288. P. R1160.
12. *Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Mosekilde E., Yip K.-P., Holstein-Rathlou N.-H., Marsh D.J.* Synchronization among mechanisms of renal autoregulation is reduced in hypertensive rats // American Journal of Physiology (Renal Physiology). 2007. Vol. 293. P. F1545.
13. *Moreno A., Garsia-Gonzalez V., Sanches-Jimenez A., Panetsos F.* Principalis, oralis and interpolaris responses to whisker movements provoked by air jets in rats // NeuroReport. 2005. Vol. 16. P. 1569.
14. *Pavlov A.N., Makarov V.A., Mosekilde E., Sosnovtseva O.V.* Application of wavelet-based tools to study the dynamics of biological processes // Briefings in Bioinformatics. 2006. Vol. 7. P. 375.
15. *Carvell G.E., Simons D.J.* Task- and subject-related differences in sensorimotor behavior during active touch // Somat. Mot. Res. 1995. Vol. 12. P. 11.
16. *Garabedian C.E., Jones S.R., Merzenich M.M., Dale A., Moore C.I.* Band-pass response properties of rat SI neurons // J. Neurophysiology. 2003. Vol. 90. P. 1379.
17. *Павлов А.Н.* Детектирование информационных сигналов на основе реконструкции динамических систем и дискретного вейвлет-преобразования // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2008. Т. 16, № 6. С. 3.
18. *Kocarev L., Halle K.S., Eckert K., Chua L.O., Parlitz U.* Experimental demonstration of secure communications via chaotic synchronization // Int. J. Bifurcation and Chaos. 1992. Vol. 2. P. 709.
19. *Cuomo K.M., Oppenheim A.V., Strogatz S.H.* Synchronization of Lorenz-based chaotic circuits with application to communications // IEEE Trans. Circuits Syst. 1993. Vol. 40. P. 626.
20. *Parlitz U., Kocarev L.* Multichannel communication using autosynchronization // Int. J. Bifurcation and Chaos. 1996. Vol. 6. P. 581.

21. *Дмитриев А.С., Панас А.И.* Динамический хаос. Новые носители информации для систем связи (М: Физматлит, 2002).
22. *Короновский А.А., Москаленко О.И., Попов П.В., Храмов А.Е.* Способ скрытой передачи информации, основанный на явлении обобщенной синхронизации // Известия РАН. Серия физическая. 2008. Т. 72, № 1. С. 143.
23. *Anishchenko V.S., Pavlov A.N.* Global reconstruction in application to multichannel communication // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 57. P. 2455.

Поступила в редакцию 3.06.2009

WAVELET-ANALYSIS AND EXAMPLES OF ITS APPLICATIONS

A.N. Pavlov

Theoretical background of the wavelet-analysis and a series of applications of the given method are considered including a study of clustering phenomena for synchronous dynamics in structural units of the kidney, tactile information encoding by neurons of the trigeminal complex and detection of information messages from the chaotic carrying signal.

Keywords: Time series analysis, wavelet-transform, nonstationary processes.



Павлов Алексей Николаевич – родился в Саратове (1973). Окончил физический факультет Саратовского университета по специальности радиофизика и электроника (1995). Кандидат физико-математических наук (1998). В настоящее время работает доцентом на кафедре радиофизики и нелинейной динамики. Область научных интересов: анализ временных рядов. Имеет более 80 работ, опубликованных в отечественной и зарубежной печати.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

E-mail: pavlov_lesha@mail.ru