



## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ПЕРЕМЕЖАЕМОСТИ ТИПА I В ПРИСУТСТВИИ ШУМА НА ПРИМЕРЕ ГЕНЕРАТОРА, СИНХРОНИЗИРУЕМОГО ВНЕШНИМ ГАРМОНИЧЕСКИМ СИГНАЛОМ

*А.А. Овчинников*

В работе впервые экспериментально исследованы статистические свойства перемежаемости первого типа в присутствии шумов на примере динамики генератора периодических колебаний под внешним гармоническим воздействием в случае малой расстройки собственных частот генератора и внешнего воздействия. Полученные экспериментальные данные находятся в хорошем соответствии с теоретическими результатами.

*Ключевые слова:* Синхронизация, перемежаемость типа I, шумы, эксперимент

1. Перемежаемость является важным нелинейным явлением, наблюдаемым в системах различной природы. При этом данное явление не имеет строгого определения. Обычно процесс называют перемежающимся, если он подвержен резким изменениям большой амплитуды [1]. Нетрудно видеть, что под подобное определение подпадает большое число различных процессов. Традиционно выделяется несколько типов перемежающегося поведения, обладающих различными отличительными особенностями: перемежаемость типов I–III [1], перемежаемость «игольного ушка» [2], «on-off» перемежаемость [3], перемежаемость «кольца» [4]. В настоящее время большой интерес вызывают исследования влияния шумов на динамику нелинейных систем. Воздействие шумов на системы, демонстрирующие черты перемежающегося поведения, может сильно влиять на характеристики перемежаемости. При этом в нелинейных системах в присутствии шумов могут возникать новые типы перемежаемости, характеризующиеся закономерностями, отличающимися от тех, которые присущи перемежающемуся поведению, наблюдаемому в отсутствие шумов. Так, перемежаемость типа I, возникающая в окрестности седло-узловой бифуркации, наблюдается в динамике генератора периодических колебаний под внешним гармоническим воздействием в случае малой расстройки собственных частот генератора и внешнего воздействия (граница области синхронизации соответствует седло-узловой

бифуркации [5–7]). Ниже границы синхронизации поведение системы соответствует перемежающемуся поведению типа I, представляющему собой чередование ламинарных и турбулентных фаз. Под *ламинарными фазами* понимаются периоды  $T$  установления режимов синхронизации колебаний, когда разность фаз

$$\Delta\varphi(t) = |\varphi(t) - \varphi_e(t)| \quad (1)$$

остаётся, примерно, постоянной и ограниченной по абсолютной величине  $\Delta\varphi(t) \approx \approx \text{const}$  (здесь  $\varphi(t)$  – мгновенная фаза неавтономного осциллятора,  $\varphi_e(t)$  – фаза внешнего сигнала). Эти участки синхронного поведения прерываются фазовыми проскоками – турбулентными фазами, когда величина  $\Delta\varphi(t)$  быстро изменяется на  $2\pi$ . С ростом параметра надкритичности, то есть с уменьшением отстройки частоты внешнего воздействия или с уменьшением амплитуды внешнего воздействия, число турбулентных фаз возрастает. Начиная с некоторого значения параметра надкритичности, ламинарные фазы в динамике системы перестают наблюдаться.

Перемежаемость типа I была исследована теоретически в докритической области значений параметров, где перемежающееся поведение наблюдается как при наличии шума, так и при его отсутствии [8–10]. Поведение систем в закритической области значений управляющих параметров в присутствии шума, где перемежающееся поведение в отсутствие шума не наблюдается, было рассмотрено впервые в работе [11]. Там была построена теория данного типа перемежаемости, и найдена зависимость средней длительности ламинарной фазы от параметра надкритичности, а также было проведено экспериментальное исследование. В работе [12] данная теория получила дальнейшее развитие, и была получена аналитическая зависимость распределения  $p(t)$  длительностей ламинарных фаз

$$p(t) = \tau^{-1} \exp(-t/\tau), \quad (2)$$

где  $\tau$  – средняя длительность ламинарных фаз. В то же самое время зависимость (2) распределения длительностей ламинарных фаз при перемежаемости типа I с шумом экспериментально исследована не была.

*Целью данной работы* стало экспериментальное исследование статистических закономерностей перемежающегося поведения в присутствии шума в закритической области значений управляющих параметров в рамках радиотехнического эксперимента.

**2.** Для исследования динамики разности фаз (1) и выделения областей синхронизации в области малой расстройки частот в присутствии шума была использована экспериментальная установка, схема которой представлена на рис. 1, *а*. В качестве базового элемента экспериментальной установки использовался генератор радиодиапазона (СГ), описанный в [13,14]. Принципиальная схема исследуемого генератора представлена на рис. 1, *б*. Генератор состоит из нелинейного усилителя и цепи линейной обратной связи, в которую входят два фильтра нижних частот. Данная схема демонстрирует различные режимы генерации как периодические, так и хаотические в зависимости от выбора управляющих параметров. В настоящей работе параметры элементов схемы были выбраны таким образом, чтобы в системе реализовывались периодические колебания.

Для изучения влияния шума на периодический генератор под внешним воздействием был использован генератор шума (ГШ), построенный по схеме, приведённой на рис. 2, а. В качестве источника шума использовался кремниевый стабилитрон  $D_1$ , работающий в предпробойном режиме. Как известно, для большинства полупроводниковых приборов преобладающим является дробовой шум, имеющий сплошной спектр в широкой полосе частот. Для стабилитрона, работающего в предпробойном режиме, уровень шума достаточно велик, что делает его удобным источником шумового сигнала. Шумовой сигнал, снимаемый со стабилитрона, предварительно усиливается транзистором  $T_1$  и затем подаётся на вход усилителя, собранного на операционном усилителе  $OP_1$ . Коэффициент усиления выходного каскада схемы может меняться в широких пределах, что позволяет получать интенсивности шумового сигнала от сравнимых с собственными шумами полупроводниковых приборов до сравнимых с амплитудой автоколебаний в исследуемых цепях. Эксперименталь-

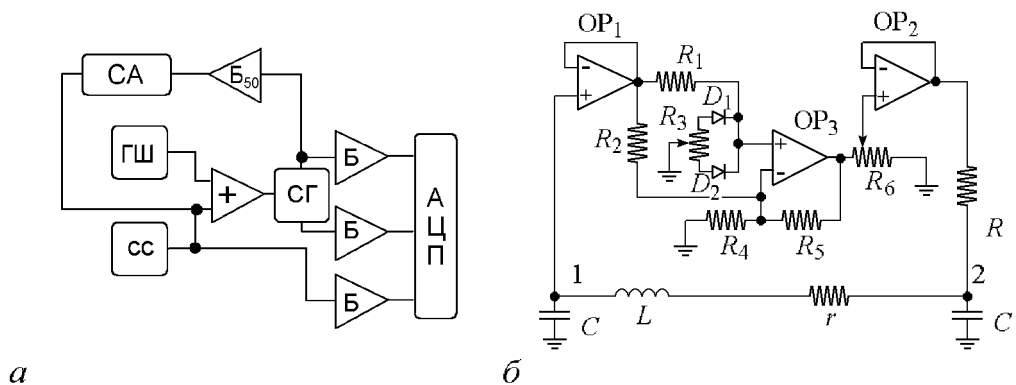


Рис. 1. а – общая схема экспериментальной установки: АЦП – аналогово-цифровой преобразователь, СГ – синхронизируемый генератор, СС – источник синхронизирующего сигнала, ГШ – источник шума, «+» – инвертирующий сумматор, Б – повторитель напряжения,  $B_{50}$  – повторитель, рассчитанный на работу с низкоомной нагрузкой, СА – спектроанализатор; б – схема синхронизируемого генератора:  $OP_1, OP_2$  – TL082;  $OP_3$  – K174УД7;  $D_1, D_2$  – 1N4148;  $R_1 = 2.7$  кОм;  $R_2 = R_5 = 7.5$  кОм;  $R_3 = 100$  Ом;  $R_4 = 12$  кОм;  $R_6 = 4.7$  кОм;  $RC', rLC$  – фильтры нижних частот;  $R = 630$  Ом;  $C' = 330$  нФ;  $r = 56$  Ом;  $L = 3.3$  мГн;  $C = 150$  нФ; выходной сигнал снимается с точек 1 и 2 схемы, внешнее воздействие подается на точку 1

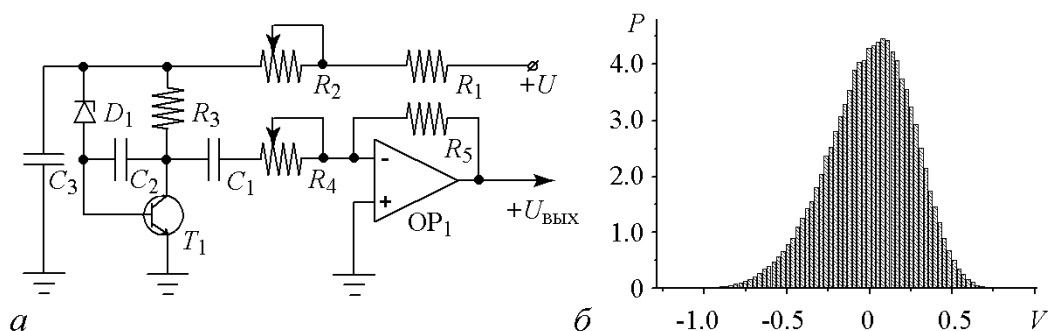


Рис. 2. а – схема генератора шума:  $D_1$  – Д814Г,  $T_1$  – КТ3102БМ,  $OP_1$  – TL082,  $R_4 = 10$  кОм,  $C_1$  и  $C_2 = 1$  мкФ,  $C_3 = 470$  мкФ,  $R_2 = R_3 = R_5 = 1$  кОм,  $R_4 = 10$  кОм,  $R_1 = 100$  Ом; б – распределение шумового сигнала

но построенное распределение шумового сигнала имеет вид, близкий к гауссову (рис. 2, б), величина дисперсии сигнала регулируется потенциометром  $R_d$  в пределах от 20 мВ до 800 мВ. Шумовой сигнал аддитивно подмешивается к напряжению на выходе нелинейного элемента.

В качестве источника внешнего гармонического сигнала использовался функциональный генератор MOTECH-FG503 (СС на рис. 1, а), частота внешнего воздействия составляла 8.75 кГц и в ходе эксперимента не изменялась.

Неавтономные колебания в системе анализировались с помощью спектроанализатора Agilent-E4402B (СА). В том случае, когда при увеличении амплитуды внешнего воздействия частота собственных колебаний  $\omega_d$  постепенно «притягивалась» к частоте внешнего воздействия  $\omega_r$  (которая оставалась постоянной при проведении эксперимента), реализуется мягкий режим установления синхронизации. Этот режим соответствует малой расстройке по частоте  $\Delta\omega = \omega_d - \omega_r$  генератора и внешнего сигнала. Если же в системе реализуется жёсткий режим установления синхронизации, то есть при достижении амплитудой внешнего воздействия некоторого порогового значения происходит мгновенное изменение частоты неавтономной автоколебательной системы к частоте внешнего воздействия, то расстройка не является малой, и перемежаемость типа I не наблюдается.

В ходе эксперимента с помощью двенадцатибитного аналого-цифрового преобразователя L-783 (АЦП), встраиваемого в персональный компьютер, регистрировался сигнал с неавтономного синхронизируемого генератора. Вместе с указанным сигналом записывался сигнал, генерируемый функциональным генератором, который в дальнейшем использовался в качестве опорного. Частота дискретизации составляла 600 кГц на канал, что с учётом того, что исследовались колебания с частотой порядка 10 кГц, можно считать более чем достаточной величиной. Полученные временные ряды в дальнейшем обрабатывались численно. Из временных рядов выделялись фазы колебаний, и анализировалось поведение разности фаз генератора и внешнего сигнала. Во избежание искажения динамики системы измерительной аппаратурой все измерительные приборы кроме спектроанализатора подключались к генератору через буферы, построенные на операционном усилителе TL082. Поскольку спектроанализатор рассчитан на подключение к линии 50 Ом, неавтономный исследуемый генератор был дополнен буфером на основе операционного усилителя TDA2030, рассчитанного на работу с низкоомной нагрузкой.

**3.** Эксперимент выполнялся для различных значений амплитуды синхронизирующего сигнала в диапазоне 80–170 мВ с шагом 5 мВ для шумового воздействия с дисперсией шумового сигнала 200 мВ, 400 мВ и 800 мВ. Распределение длительностей ламинарных фаз  $p(t)$  представлено на рис. 3, на котором показаны случаи с различными дисперсиями шумового сигнала. Для удобства сравнения распределения приведены в полулогарифмическом масштабе.

Для сравнения с экспериментальными данными на рис. 3 пунктиром нанесены теоретические зависимости распределений (2) длительностей ламинарных фаз при данных значениях дисперсии шума. Экспериментальные распределения строились по  $10^5$  ламинарным фазам, что соответствовало длине анализируемого временного ряда в 180 с. Нетрудно видеть, что для шумовых сигналов с различными

значениями дисперсии зависимость находится в соответствии с теоретически предсказанной закономерностью (2) в области больших длительностей ламинарных фаз. В этой области отклонения от теоретически предсказанной величины определяются погрешностями измерения и обработки результатов. В области малых длительностей ламинарных фаз, как нетрудно видеть, имеет место существенное расхождение между теорией и экспериментом, что объясняется ограничениями теоретической модели, на основе которой была построена теоретическая зависимость (2). На рис. 3 также хорошо видно, что зависимость (2) подтверждается при анализе шумового воздействия различной интенсивности, при этом различаются только углы наклона характеристик, что соответствует различным средним длительностям  $T$  ламинарной фазы. С увеличением интенсивности шума средняя длительность  $T$  уменьшается, что и отражается в увеличении наклона экспоненциального распределения в полулогарифмическом масштабе.

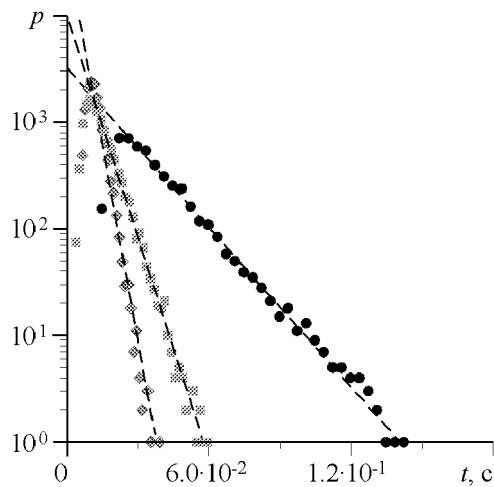


Рис. 3. Распределение длительностей ламинарных фаз для следующих значений амплитуды внешнего сигнала  $V$  и дисперсии шума:  $\blacklozenge$  –  $V=170$  мВ,  $\sigma = 475.17$  мВ;  $\blacksquare$  –  $V=170$  мВ,  $\sigma = 298.11$  мВ;  $\bullet$  –  $V=170$  мВ,  $\sigma = 141.72$  мВ. Масштаб оси ординат – логарифмический. Штриховые линии соответствуют экспоненциальному закону, предсказываемому теорией [12]

4. Таким образом, в настоящей работе экспериментально исследовано перемежающееся поведения в окрестности седло-узловой бифуркации в присутствии шума на примере синхронизации периодических колебаний в случае малой расстройки в радиотехническом эксперименте. Впервые экспериментально изучено распределение длительностей ламинарных фаз, получено хорошее соответствие между результатами эксперимента и известным теоретическим результатом.

*Работа поддержана грантом РФФИ 08-02-00102, 09-02-92421, проектом ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 годы».*

#### Библиографический список

1. *Berge P., Pomeau Y., Vidal C. L'Ordre Dans Le Chaos. Hermann, Paris, 1988.*
2. *Pikovsky A.S., Osipov G.V., Rosenblum M.G., Zaks M., Kurths J. Attractor–repeller collision and eyelet intermittency at the transition to phase synchronization // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 79(1). P. 47.*
3. *Platt N., Spiegel E.A., Tresser C. On–off intermittency: a mechanism for bursting // Phys. Rev. Lett. 1993. Vol. 70(3). P. 279.*
4. *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Boccaletti S. Ring intermittency in coupled chaotic oscillators at the boundary of phase synchronization // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 97. P. 114101.*

5. *Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J.* Phase synchronization of chaotic oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 76 (11). P. 1804.
6. *Короновский А.А., Куровская М.К., Москаленко О.И., Храмов А.Е.* Два сценария разрушения режима хаотической фазовой синхронизации // *ЖТФ.* 2007. Т. 77(1). С. 21.
7. *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K.* Two types of phase synchronization destruction // *Phys. Rev. E.* 2007. Vol. 75(3). P. 036205.
8. *Богданкевич, Л.С., Рухадзе, А.А.* // *УФН.* 1971. Т. 14. С. 163.
9. *Mangioni S., Deza R., Wio H., Toral R.* Disordering effects of color in nonequilibrium phase transitions induced by multiplicative noise // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 79(13). P. 2389.
10. *Zhou C.T., Kurths K., Kiss I.Z., Hudson J.L.* Noise-Enhanced phase synchronization of chaotic oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 2002. Vol. 89(1). P. 014101.
11. *Kye W.H., Kim C.M.* Characteristic relations of type-I intermittency in the presence of noise // *Phys. Rev. E.* 2000. Vol. 62(5). P. 6305.
12. *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Ovchinnikov A.A., Boccaletti S.* Length distribution of laminar phases for type-I intermittency in the presence of noise // *Phys. Rev. E.* 2007. Vol. 76(2). P. 026206.
13. *Дмитриев А.С., Панас А.И.* Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002.
14. *Rulkov N.F.* Images of synchronized chaos: experiments with circuits // *Chaos.* 1996. Vol. 6. P. 262.

*Поступила в редакцию 23.12.2008*

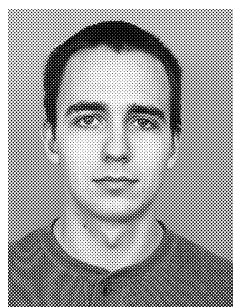
*После доработки 15.09.2009*

## **EXPERIMENTAL STUDY OF TYPE I INTERMITTENCY IN A GENERATOR SYNCHRONIZED WITH EXTERNAL HARMONIC SIGNAL IN THE PRESENCE OF NOISE**

*A.A. Ovchinnikov*

An experimental study of statistical properties of type I intermittency in the presence of noise is presented. For the first time an electronic experiment to study periodic oscillations synchronization destruction in case of small detuning in the presence of noise is held. The results are found to be in accordance with theory.

*Keywords:* Synchronization, noise, type I intermittency, experiment.



*Овчинников Алексей Александрович* – родился в 1985 году в Саратове, окончил Саратовский государственный университет (2008). Ассистент кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Область научных интересов – влияние шумов на явление синхронизации.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

E-mail: [ovchinnikov@nonlin.sgu.ru](mailto:ovchinnikov@nonlin.sgu.ru)