

НЕЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ КРОВΟΣНАБЖЕНИЯ УЧАСТКА ТКАНИ

Б.Н. Клочков, А.М. Рейман

В работе предложена континуальная модель кровоснабжения ткани, в которой возможно существование автоструктур неоднородного распределения крови. На основе этой модели проведен теоретический анализ, аналитические и численные расчеты. Исследованы фильтрационные изменения кровотока, обусловленные активностью среды (химическими реакциями, нервным возбуждением), самоорганизационные процессы с учетом механизмов микрососудистой регуляции.

Ключевые слова: Континуальная модель, мягкая биоткань, кровоснабжение, нелинейность, активность, динамические автоструктуры.

Распределение кровотока в тканях живого организма неоднородно [1–9]. Существуют механизмы пространственного распределения, перераспределения и регулирования потока крови в тканях (механизмы перфузии или промывания). Одна из основных функций крови – транспортная, то есть доставка кислорода и других веществ в ткани, насыщение тканей кислородом, а также удаление из них продуктов обмена веществ (жизнеобеспечение с помощью течения и диффузии) [10–12].

Биологические ткани пронизаны системой кровеносных сосудов, превращающейся за счет последовательных разветвлений на все более мелкие сосуды в ветвящееся артериальное «дерево», на самых тонких веточках которого – терминальных артериолах – находятся капиллярные ячейки, содержащие параллельные капилляры [13]. Одновременно эти капиллярные ячейки примыкают к самым тонким веточкам венозного дерева – венулам. Начиная с некоторого уровня ветвления, малые сосуды могут быть локально саморегулируемыми за счет активности механогенных мышечных волокон, содержащихся в их стенках [14]. Вследствие этого диаметр каждого из сосудов может изменяться, причем изменение диаметров разных сосудов может происходить несинхронно. Более того, изменение диаметра одного сосуда в разных его сечениях может быть различным.

Состояние сосуда меняется благодаря его собственной активности, имеется взаимодействие с соседними сосудами. Для осуществления перфузии в сети со спазмирующимися сосудами необходимы дополнительные шунтирующие «перемычки». Глобальная пространственная структура кровозаполненности живых тканей определяется состоянием локальной активности сосудов сети и может быть однородно заполненной или иметь вид конечных заполненных кластеров, причем картина пятен кровозаполнения интерпретируется как мозаичная и характеризуется фрактальной размерностью [4,7–9,15,16].

Задачи о неоднородности кровоснабжения в сложных биологических тканях и сосудах активно обсуждаются в литературе; некоторые теоретические подходы развиты в работах [17–20]. Математические модели должны качественно и количественно описывать динамику кровоснабжения участка ткани, что важно для понимания биофизических и физиологических процессов в нем.

Целью настоящей работы является построение континуальной модели неоднородного распределения крови в участке ткани, учитывающей фильтрационные процессы, нелинейную активность среды за счет химических реакций и нервного возбуждения, а также проведение на основе этой модели аналитических и численных расчетов, описывающих кровоснабжение активной ткани, насыщенной кровеносными микрососудами с гладкомышечной стенкой, анализ возможных классов решений, рассмотрение самоорганизационных процессов с учетом механизмов регуляции кровотока и получение автоструктур перераспределения крови в ткани.

1. Континуальная модель пространственно-неоднородного распределения кровозаполнения тканей

Структурная особенность биоткани заключается в наличии сильно разветвленной сети кровеносных сосудов разного порядка (калибра), переплетенных так, что в среднем по малому объему среды скорость фазы крови практически совпадает со скоростью твердой фазы (тканевого каркаса), хотя вдоль любого сосуда скорость тока крови существенно отлична от скорости окружающей ткани [1,2,13,14,17]. При этом особенностью биоткани является не только ее структура, но и активность за счет химических реакций в мышечных элементах ткани. Активность ткани связана со скелетной мышцей, управляемой нервной системой, а также с гладкомышечными клетками, входящими в стенку сосудов и играющими важную роль в регуляции просвета микрососудов.

Получим нелинейную математическую модель пороупругой активной биологической сплошной среды. Полагаем, что ткань представляет собой двухфазную среду (кровь и активный упругий каркас). Уравнения неразрывности фаз имеют вид [17,21–23]

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_m \vec{V}_m) = -Q_{mf}, \quad \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_f \vec{V}_f) = Q_{mf}, \quad (1)$$

$$\rho_m = \overset{\circ}{\rho}_m \varphi_m, \quad \rho_f = \overset{\circ}{\rho}_f \varphi_f, \quad \varphi_m + \varphi_f = 1, \quad (2)$$

где $\overset{\circ}{\rho}_m, \overset{\circ}{\rho}_f$ – истинные плотности твердой (m) и жидкой (f) фаз; φ_m, φ_f – объемные содержания фаз; \vec{V}_m, \vec{V}_f – скорости фаз; Q_{mf} – интенсивность межфазного обмена.

Уравнения движения фаз при использовании фильтрационного закона Дарси справедливы в виде [17–19, 21–23]

$$\varphi_m \overset{\circ}{\rho}_m \frac{d_m V_m^i}{dt} = \nabla_n(\varphi_m \sigma_m^{in}) + F_{fm}^i, \quad \varphi_f \overset{\circ}{\rho}_f \frac{d_f V_f^i}{dt} = -\nabla^i(\varphi_f p) - F_{fm}^i, \quad (3)$$

$$F_{fm}^i = \frac{\eta}{k} \varphi_f (V_f^i - V_m^i) - p \nabla^i \varphi_f, \quad (4)$$

где σ_m^{in} – напряжения в твердой фазе, p – давление в жидкости, η – вязкость жидкости, k – эффективная проницаемость ткани по отношению к крови.

Границы применимости модельных допущений также связаны со следующим. Предполагается, что фазы несжимаемы, истинные плотности фаз равны, твердый каркас линейно-упругий и нелинейно-активный за счет мышечных напряжений, межфазный переток отсутствует; считаем активное напряжение изотропным, поскольку в среднем мышечные волокна микрососудов и сами микрососуды переплетены так, что нет выделенного направления [17, 24–26]:

$$\sigma_m^{ij} = A^{ijnl} \varepsilon_{nl} + N^{ij}, \quad N^{ij} = N^{ij}(\varepsilon_{nl}, p, q^i), \quad (5)$$

$$\overset{\circ}{\rho}_f = \overset{\circ}{\rho}_m = \text{const}, \quad \varepsilon_{nl} = (u_{n,l} + u_{l,n})/2, \quad Q_{mf} = 0, \quad q^i = V_f^i - V_m^i, \quad (6)$$

где ε_{nl} – деформации твердой фазы, u_n – ее смещения, A^{ijnl} – упругие коэффициенты, N^{ij} – активные напряжения.

Рассмотрим отклонение (\sim) от стационарного фонового состояния (\circ). В одномерном случае и в безынерционном приближении, сохраняя нелинейность лишь в активном слагаемом N^{ij} (в γ), имеем следующее представление модельных уравнений:

$$\overset{\circ}{\varphi}_m \frac{\partial \tilde{\sigma}^{11}}{\partial x} + \frac{\eta}{k} \overset{\circ}{\varphi}_f (\tilde{V}_f - \tilde{V}_m) = 0, \quad (7)$$

$$- \overset{\circ}{\varphi}_f \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} - \frac{\eta}{k} \overset{\circ}{\varphi}_f (\tilde{V}_f - \tilde{V}_m) = 0, \quad (8)$$

$$\tilde{\sigma}^{11} = A \tilde{\varepsilon}_{11} + \tilde{\gamma}(\tilde{\varepsilon}_{11}, \tilde{p}, \tilde{q}), \quad \tilde{q} = \tilde{V}_f - \tilde{V}_m, \quad (9)$$

$$- \frac{\partial \tilde{\varphi}_f}{\partial t} + (1 - \overset{\circ}{\varphi}_f) \frac{\partial \tilde{V}_m}{\partial x} = 0, \quad \tilde{\varepsilon}_{11} = \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x}, \quad \tilde{V}_m = \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \tilde{\varphi}_f}{\partial t} + \overset{\circ}{\varphi}_f \frac{\partial \tilde{V}_f}{\partial x} = 0, \quad \tilde{\varphi}_f + \tilde{\varphi}_m = 0, \quad \overset{\circ}{\varphi}_m + \overset{\circ}{\varphi}_f = 1. \quad (11)$$

В зависимости от вида нелинейной функции $\tilde{\gamma}(\tilde{\varepsilon}_{11}, \tilde{p}, \tilde{q})$ возможны разные случаи. В данной работе ограничимся подробным рассмотрением случая $\tilde{\gamma}(\tilde{\varepsilon}_{11})$, когда сосудистая гладкая мышца активирована в некоторой области деформаций. Исключим переменные \tilde{u} , \tilde{V}_f из уравнений (7)–(11). В результате получим нелинейное уравнение, описывающее изменение пористости ткани (объемного содержания крови) $\varphi \equiv \tilde{\varphi}_f$, причем имеет место связь между переменными $\varepsilon \equiv \tilde{\varepsilon}_{11}$ и φ в виде $\varepsilon = \varphi / (1 - \overset{\circ}{\varphi})$:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right), \quad D = D(\varphi) = \frac{(1 - \overset{\circ}{\varphi})k}{\eta} \left[A + (1 - \overset{\circ}{\varphi}) \gamma'_{\varphi} \right]. \quad (12)$$

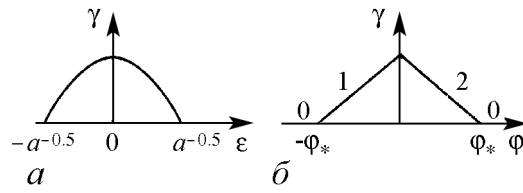


Рис. 1. Кусочно-параболическая (а) и кусочно-линейная с областями 0,1,2 (б) аппроксимации нелинейной функции активности $\gamma(\varepsilon)$, $\gamma(\varphi)$

Основной нелинейной функцией является $\gamma(\varphi)$ – финитная колоколообразная экспериментальная биофизическая зависимость [1,2,14,17]. Её можно аппроксимировать квадратичной, кусочно-линейной, гауссовой и другими функциями. При этом принципиального различия в них нет, выбор связан лишь с удобством анализа. Для квадратичной аппроксимации имеем (рис. 1, а)

$$\gamma(\varepsilon) = \gamma_0(1 - a\varepsilon^2); \quad \gamma'_\varepsilon = -\frac{2\gamma_0 a}{1 - \varepsilon^2} \varepsilon \quad \text{при} \quad |\varepsilon| < a^{-0.5}, \quad (13)$$

$$\gamma(\varepsilon) = \gamma'_\varepsilon(\varepsilon) = 0 \quad \text{при} \quad |\varepsilon| > a^{-0.5}. \quad (14)$$

Рассмотрим сначала линейную задачу, которая сводится к уравнению диффузионного типа, когда коэффициент диффузии D может менять знак

$$\dot{\varphi} = D\varphi_{xx}, \quad D = \frac{(A + \gamma'_\varepsilon)(1 - \overset{\circ}{\varphi})k}{\eta}. \quad (15)$$

Анализ линейной задачи показывает следующее. Характерное решение имеет вид $\varphi \sim \exp[i(\omega t - kx)]$. В случае граничной задачи, моделирующей распространение волны от монохроматического источника (ω – действительная величина), имеем $\kappa_{1,2} = \pm(-1 + i)\sqrt{\omega/(2D)}$. При этом в зависимости от знака и величины γ'_ε (уровня активности) коэффициент диффузии D может быть как положительным, так и отрицательным. Последний случай ($D < 0$) имеет место, если уровень активности гладкомышечных волокон среды достаточно высок и рабочая точка находится на падающем участке кривой $\gamma(\varepsilon)$ (см. рис. 1, а). Если $D > 0$, то имеем затухающую волну. Однако при $D < 0$ величина $\kappa_2 = (1 + i)[\omega/(2|D|)]^{0.5}$, и по мере распространения волна объемного содержания жидкости φ будет нарастать с пространственным инкрементом $[\omega/(2|D|)]^{0.5}$. В линейной задаче имеется неустойчивость.

Для задачи с начальными условиями – задачи Коши, где k является действительной величиной, получим

$$\omega = D\kappa^2 i. \quad (16)$$

Следовательно, при $D < 0$ имеем экспоненциальное нарастание во времени начального распределения объемного содержания жидкой фазы φ с инкрементом $|D|\kappa^2$. Мелкомасштабные коротковолновые возмущения быстро возрастают в силу (16) со значительным инкрементом. Учет нелинейных членов может привести к ограничению энергии возмущений.

Проведем анализ уравнения (12) в нелинейной задаче. Проинтегрируем нелинейное уравнение (12) по всей оси x от $-\infty$ до $+\infty$ и получим, что существуют

инварианты (моменты) по времени t для достаточно общих финитных зависимостей $\varphi(x, t)$ и $\gamma(\varphi)$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi dx = C_0 = \text{const}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x\varphi dx = C_1 = \text{const}, \quad \text{но} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x^2\varphi dx = C_2 \neq \text{const}. \quad (17)$$

То есть площадь под кривой $\varphi(x)$ сохраняется в любой момент времени t и центр тяжести кривой $\varphi(x)$ сохраняется; однако отклонение от центра тяжести уже не сохраняется. Моменты более высокого порядка, вообще говоря, отличны от константы (не сохраняются). Приведенные интегралы использовались для проверки устойчивости разностной схемы численных расчетов, работоспособности программы, правильности и точности результатов.

Можно показать, что «энергетическая» характеристика процесса $E = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi^2(x, t) dx$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{dE}{dt} = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi \frac{d\varphi}{dt} dx = -2 \int_{-\infty}^{+\infty} D(\varphi_x)^2 dx, \quad (18)$$

если φ имеет локальное распределение по x . При этом поведение E определяется знаком D .

В стационарных условиях ($\partial/\partial t = 0$) после однократного интегрирования (12) в классе финитных функций $\varphi(x)$ ($\varphi_x|_{\pm\infty} = 0$) имеем: $D(\varphi)\varphi_x = 0$. Отсюда следует, что в установившемся распределении $\varphi_x = 0$ ($\varphi = \text{const}$), кроме, возможно, точек, определяемых уравнением $D(\varphi) = 0$. Следовательно, если $D(\varphi) = 0$ в некоторой области значений φ (например, при φ_1 и φ_2), то установившееся решение уравнения (12) $\varphi(x)$ может состоять из горизонтальных участков $\varphi = \text{const}$, разделенных вертикальными, причем величина вертикального скачка может быть равна $\varphi_1 - \varphi_2$.

Ограничимся некоторыми соображениями о характере решения нелинейного уравнения (12) в случае, когда нелинейная функция $\gamma(\varphi)$ представима в виде кусочно-линейной аппроксимации (рис. 1, б). Тогда уравнение (12) примет вид

$$\dot{\varphi} = D(\varphi) \varphi_{xx}, \quad D(\varphi) = \frac{(A + \gamma'_\varepsilon)(1 - \overset{\circ}{\varphi})k}{\eta} = \text{const}, \quad (19)$$

причем $D = -|D| = -D_1 < 0$ при $0 < \varphi < \varphi_*$; $D > 0$ при $\varphi > \varphi_*$, $\varphi < 0$; величина const зависит от области 0,1,2 (см. рис. 1, б).

Таким образом, задача свелась к кусочно-линейному уравнению диффузионного типа. Влияние активности может привести к $D < 0$. В этом случае возникает необходимость изучения эволюционности начального распределения $\varphi(x, 0)$ [27]. На интервале $0 < \varphi < \varphi_*$ это уравнение может решаться с помощью интеграла Фурье–Стилтьеса:

$$\varphi(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\kappa) e^{D_1 \kappa^2 t - i\kappa x} d\kappa, \quad (20)$$

где $\varphi(\kappa)$ – пространственный спектр $\varphi(x, 0)$.

Если начальные условия ($t=0$) заданы в виде синусоидального распределения на всей оси x : $\varphi(x, 0) = \varphi_a \exp(-ikx)$, $\varphi_a < \varphi_*$, то в момент времени $t > 0$ получим выражение $\varphi(x, t) = \varphi_a \exp(D_1 \kappa^2 t) \exp(-ikx)$. Условие $\varphi_a \exp(D_1 \kappa^2 t_*) \cos(\kappa x) = \varphi_*$ для точек $\cos(\kappa x) = 1$ дает время достижения максимума φ_* : $t_* = (\ln(\varphi_*/\varphi_a)) / (D_1 \kappa^2)$. При этом заметим, что величина $D \partial \varphi / \partial x$ непрерывна по x . Начальное квазипериодическое распределение из-за отрицательной диффузии собирается в импульсоструктуры «антидиффузионным образом». Локальное расплывчатое возмущение соберется в резкое «пятно». Эволюционный процесс зависит от начальных условий, «пятна» будут как бы вырастать из них (аналогично так называемым «режимам с обострением» [28]).

Если нелинейная активная функция $\gamma(\varphi)$ аппроксимируется квадратичным образом (см. рис. 1, *a*), то уравнение (12) заменой $W = \varphi_x$ приводится к виду (на падающем участке $\gamma(\varphi)$)

$$\dot{W} = -|D| W_{xx} - 3|D_2| W W_x, \quad (21)$$

где $D_2 = \text{const}$, а $D \approx \text{const}$ для достаточно малых длинноволновых возмущений W . Слагаемое с D_2 дает дополнительное укручение фронта за счет нелинейности. Данное уравнение описывает взрывную неустойчивость [27]. Однако в этом случае ограничение может быть связано с выходом системы из активной области за счет $D(\varphi)$.

Аналогичный подход справедлив и для случая гладкой сосудистой мышцы, реагирующей на давление, $\gamma = \gamma(p)$ (местная миогенная регуляция). Основные уравнения имеют вид (7)–(11). Исключая из них u , V , φ , получаем нелинейное уравнение относительно давления p

$$\left(\frac{\overset{\circ}{\varphi}}{1 - \overset{\circ}{\varphi}} - \gamma'_p \right) p_t = \frac{Ak \overset{\circ}{\varphi}}{\eta} p_{xx}, \quad (22)$$

где функция $\gamma'_p = \partial \gamma / \partial p < 0$, если нет эффекта авторегуляции кровотока и, соответственно, $\gamma'_p > 0$, если он есть. Анализ аналогичен предыдущему случаю $\gamma = \gamma(\varepsilon)$, только вместо пористости будет давление, и знак коэффициента диффузии меняется при переходе не через 0, а через ∞ .

2. Динамические автоструктуры распределения кровотока в ткани

Для случая, когда параметр активности γ зависит от деформации ε , проведем численные решения нелинейного уравнения относительно пористости ткани (объемного содержания крови) φ (12). Здесь коэффициент нелинейной «диффузии» $D(\varphi)$ включает в себя упругость твердой фазы (коэффициент A), вязкость крови (η), эффективную проницаемость крови в ткани (k), активность $\gamma(\varphi)$, причем $\overset{\circ}{\varphi}$ – фоновая пористость. Коэффициент $D(\varphi)$ может менять знак (рис. 2), если уровень активности гладкомышечных и (или) скелетномышечных элементов среды достаточно высок и рабочая точка находится на падающем участке кривой $\gamma(\varphi)$ (см. рис. 1, *b*).

Использована следующая зависимость:

$$D = D(\varphi_1) = D_0 [1 + g\varphi_1(\varphi_1^2 - l^2)] \quad \text{при } |\varphi_1| \leq l,$$

$$D = D(\varphi_1) = D_0 \quad \text{при } |\varphi_1| \geq l,$$

где D_0 и g – безразмерные параметры, $\varphi_1 = \varphi/\varphi_0$. Кривые $\varphi_1(x, t)$ на приведенных рис. 3–5 – безразмерные. Кривые расположены снизу вверх через $\Delta t = 1$. Были приняты следующие параметры модели: $D_0 = 0.006$, $l = 1$, $\varphi_0 = 0.2$, $g = 3$ (кроме рис. 5, *a*, на котором $g = 2.93$).

Начальные распределения по переменной φ_1 или φ (объемное содержание крови) выбраны синусоидальными с пространственными частотами (самые нижние кривые), что является определенным упрощением. В реальных условиях могут возникать участки кровоснабжения ткани с характерным масштабом, определяемым строением ткани, различными механизмами регуляции кровотока и его состоянием. Возможны и более сложные и более простые распределения [1,2,4–9,15,26,29].

Проведем численное решение нелинейного уравнения (12). Рассмотрим эволюцию гармонических возмущений. Граничные условия примем нулевыми. В результате получаем диссипативные динамические структуры пространственного распределения кровотока в ткани $\varphi_1(x, t)$, представленные на рис. 3–5. На рис. 3 видна зависимость ширины импульса от начальной амплитуды: чем она больше, тем больше протяженность итогового импульса. Вариация начальной амплитуды составляла 0.5...0.75. Наблюдаются эффекты обострения импульса, а при определенных условиях – уплощения с прогибом в середине, а также мелкомасштабность. Может происходить расщепление импульса.

Уменьшение периода начального возмущения может приводить к эффекту локализации в середине (пропадание концевых импульсов) (рис. 4, *a*) или выпадение пика (пропадание промежуточных импульсов) (рис. 4, *б*). Кроме этого возможны реализации острых импульсов (постепенное обострение) (рис. 5, *a*) или тупых им-

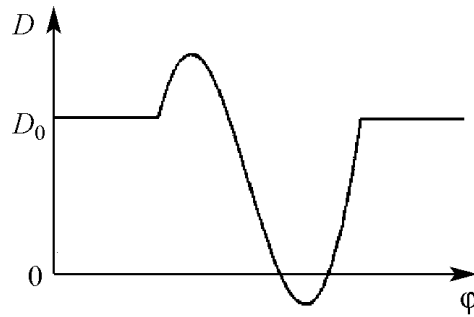


Рис. 2. Нелинейная «диффузия»

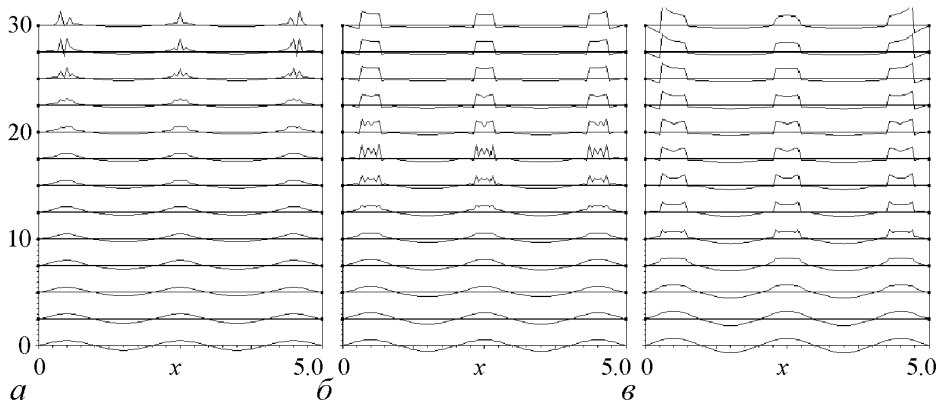


Рис. 3. Динамические структуры пространственного кровотока в ткани $\varphi_1(x, t)$ с начальной амплитудой: 0.5 (*a*); 0.6 (*б*); 0.75 (*в*)

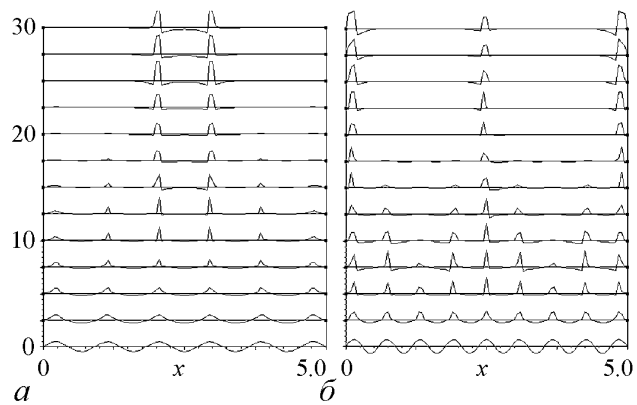


Рис. 4. *a* – локализация в середине $\varphi_1(x, t)$ (пропадание концевых импульсов); *б* – выпадение пика $\varphi_1(x, t)$ (пропадание промежуточных импульсов)

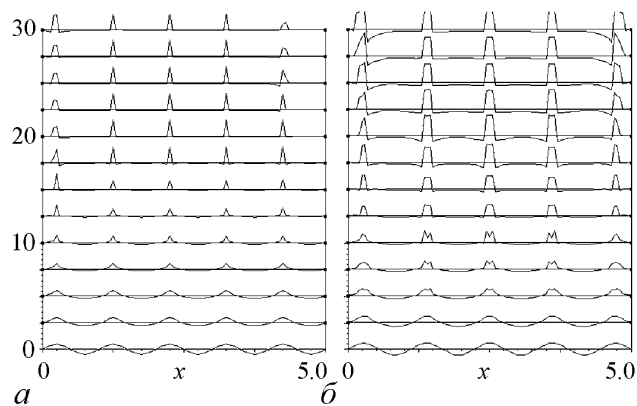


Рис. 5. *a* – острые импульсы $\varphi_1(x, t)$ (обострение); *б* – тупые импульсы $\varphi_1(x, t)$ (уплощение)

пульсов (постепенное их уплощение) (рис. 5, б). «Пятна» могут как бы вырастать из начальных условий. Численные решения полученных нелинейных уравнений дают процесс изменения распределения объемного содержания биожидкости в такой среде при различных условиях. При достаточно малой начальной амплитуде возникают эффекты обострения импульсов, а при ее увеличении – возможны эффекты уплощения. Увеличение пространственной частоты может давать эффекты взаимодействия импульсов, приводящие к участкам обеднения. Возможно рассмотрение аналогичных механизмов возникновения неоднородного распределения кровоснабжения ткани в двумерном случае, в плоском деформированном состоянии.

Представленные характерные режимы изменения квазиоднородного распределения применительно к кровоснабжению живых тканей могут быть обусловлены изменениями температуры, физической нагрузки, давления, влажности и других физико-физиологических и биофизических параметров внутренней и внешней среды. Предложенное модельное описание может быть использовано для исследования функционирования сосудистой периферии.

Заключение и выводы

В настоящей работе при помощи методов механики сплошных гетерогенных сред проведено математическое моделирование кровоснабжения ткани и рассмотрены возможные механизмы возникновения неоднородного распределения крови

в ней. Получена нелинейная модель, описывающая динамику изменения объемного содержания крови для ткани, включающей активные кровеносные микрососуды с гладкомышечной стенкой, которые могут осуществлять различного типа регуляцию кровотока, в приближении ее двухфазности. Выведены и проанализированы уравнения с нелинейной «диффузией». Исследован одномерный линейный случай и проведены аналитические расчеты характера нелинейной стадии эволюции возмущений. Построенные модели описывают диссипативные автоструктуры кровонаполнения (сложные «пятна» на поверхности ткани), пространственно-временную динамику кровотока из начального распределения. Численные решения полученных нелинейных уравнений определяют самоорганизационные процессы изменения распределения объемного содержания жидкой фазы (пористости) в такой среде при достаточно общих условиях.

Авторы признательны Е.Н. Пелиновскому и В.Г. Яхно за полезные обсуждения основных уравнений и результатов работы.

Работа выполнялась при поддержке РФФИ.

Библиографический список

1. Физиология кровообращения: Регуляция кровообращения (Руководство по физиологии). Л.: Наука, 1986.
2. *Fung Y.C.* Biodynamics. Circulation. New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo: Springer-Verlag, 1984.
3. *Кошелев В.Б., Кондашевская М.В., Ставская О.Н., Васильев Н.Б., Тимкина М.И., Юсупов Т.Т., Родионов И.М.* Роль гетерогенности артериол в формировании органного ответа сосудов скелетных мышц крысы на констрикторные воздействия // Физиологический журнал СССР. 1986. Т. 72, № 2. С. 198.
4. *Bassingthwaight J.B., Van Beek J.H.G.M.* Lightning and the heart: fractal behavior in cardiac function // IEEE Transactions. 1988. Vol. 76, № 6. P. 693 (Рус. пер.: *Бассингтуэйт Д.Б., Ван Бек Дж.Х.Г.М.* Молния и сердце: фракталы в кардиологии // ТИИЭР. 1988. Т. 76, № 6. С. 60).
5. *Spaan J.A.E.* Coronary blood flow. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Press, 1991.
6. *Годик Э.Э., Гуляев Ю.В.* Человек глазами радиофизики // Радиотехника. 1991. № 8. С. 51.
7. Биоритмические и самоорганизационные процессы в сердечно-сосудистой системе. Теоретические аспекты и практическое значение. Сб. научн. тр. ИПФ РАН. Н. Новгород, 1992.
8. Коллективная динамика возбуждений и структурообразование в биологических тканях. Сб. научн. тр. ИПФ АН СССР. Горький, 1988.
9. Автоволновые процессы в системах с диффузией. Сб. научн. тр. ИПФ АН СССР. Горький, 1981.
10. *Harvey W.* Exercitatio anatomica de motu cordis et sangninis in animalins. Lond., 1628 (Рус. пер. : Гарвей В. Анатомическое исследование о движении сердца и крови у животных. М.-Л.: Изд. АН СССР, 1948).
11. *Krogh A.* The number and distribution of capillaries in muscles with calculations of the oxygen pressure nead necessary for supplying the tissue // J. Physiol. 1919. Vol. 52. P. 409.

12. *Krogh A.* The anatomy and physiology of capillaries. N.Y.: Haufer Publishing Co., 1959.
13. Архитектоника кровеносного русла / Отв. ред. В.А. Матюхин. Новосибирск: Наука, 1982.
14. *Folkow B., Neil E.* Circulation. N.Y., London, Toronto: Oxford University Press, 1971 (Рус. перев.: Фолков Б., Нил Э. Кровообращение. М.: Медицина, 1976).
15. *Bithner H.R.* Modelling of fractal vessel systems // Fractals in the fundamental and applied sciences / Ed. H.O. Peitgen, J.M. Hennigues and L.F. Penedo. Amsterdam, N.Y., Oxford, Tokyo: Elsevier Science Publishers B.V., North-Holland, 1991. P. 59.
16. *Mandelbrot B.B.* The Fractal Geometry of Nature. N.Y.: W.H. Freeman and Company, 1982.
17. *Резицер С.А.* Лекции по биологической механике. Часть 1. М.: Из-во Моск. ун-та, 1980.
18. *Резицер С.А., Утушкина Н.С., Шадрин Н.Х.* О течении крови в капиллярной сети мышцы // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1986. № 6. С. 79.
19. *Рухлис В.Е.* Движение крови в терминальном сосудистом русле как фильтрация в пористой среде // Биомеханика кровообращения, дыхания и биологических тканей. Рига, 1981. С. 7.
20. *Федотов С.П., Мархасин В.С.* Неустойчивость однородного распределения кровотока в системе микроциркуляции // Доклады АН СССР. 1990. Т. 313, № 6. С. 1497.
21. *Нигматулин Р.И.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
22. *Николаевский В.Н., Басниев К.С., Горбунов А.Т., Зотов Г.А.* Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра, 1970.
23. *Бувич Ю.А., Желамский С.В., Изаков В.Я., Ясников Г.П.* О вязкоупругом поведении пористого биологического материала // Физико-химическая гидродинамика. Сб. научн. тр. Свердловск: УрГУ, 1985. С. 34.
24. *Клочков Б.Н., Пелиновский Е.Н.* Модели неоднородного распределения кровотока в ткани // Биоритмические и самоорганизационные процессы в сердечно-сосудистой системе: теоретические аспекты и практическое значение. Сб. научн. тр. ИПФ РАН. Н. Новгород, 1992. С. 33.
25. *Klochkov B.N., Pelinovsky E.N.* Nonlinear models of blood flow in tissues // Mechanics of blood circulation. Biomechanics (Madrain, October 1991). Lecture notes of the Int. Centre of Biocybernetics (ICB) seminars. Warsaw: ICB. 1992. №15. P. 70.
26. *Klochkov B.N., Pelinovsky E.N., Reyman A.M.* Mathematical nonlinear model of inhomogeneous distribution blood flow in tissue // XV-th Congress of the International Society of Biomechanics (2-6 July, 1995, Jyvaskyla). Book of Abstracts. Finland, 1995. P. 486.
27. *Пелиновский Е.Н., Фридман В.Е.* Взрывная неустойчивость нелинейных волн в средах с отрицательной вязкостью // Прикладная математика и механика. 1974. Т. 38, вып. 6. С. 991.
28. *Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П.* Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений. М.: Наука, 1987.

29. Клочков Б.Н., Рейман А.М. Самоорганизационные процессы кровоснабжения в биологических тканях // Нелинейные волны. Синхронизация и структуры. Междунар. школа по нелинейным явлениям (5–16 сентября 1995) / Под ред. М.И. Рабиновича, М.М. Сущика, В.Д. Шалфеева. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 1995, ч. 2. С. 111.

Институт прикладной физики РАН,
Нижний Новгород

Поступила в редакцию 17.03.2009
После доработки 3.11.2009

NONLINEAR MODELS OF BLOOD SUPPLY DYNAMICS IN TISSUE AREA

B.N. Klochkov, A.M. Reyman

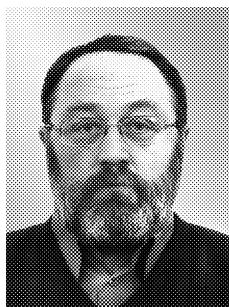
A continual model of tissue blood supply has been suggested in this paper providing the existence of autostructures in the inhomogeneous blood distribution. Theoretical analysis including both analytical and numerical calculations has been carried out on the base of this model. The filtration variations of blood flow caused by medium activity (chemical reactions, nerve excitation) have been studied as well as self-organization processes accounting mechanisms of microvessel regulation.

Keywords: Continual model, soft biotissue, blood supply, nonlinearity, activity, dynamic autostructures.



Клочков Борис Николаевич – родился в Ленинграде. Окончил Горьковский госуниверситет имени Н.И. Лобачевского и аспирантуру Московского госуниверситета имени М.В. Ломоносова. Защитил кандидатскую диссертацию в МГУ и докторскую диссертацию в Нижегородском государственном техническом университете имени Р.Е. Алексеева (физико-математические науки). Работает в Институте прикладной физики РАН в области биоакустики, биомеханики и биофизики, старший научный сотрудник. Преподавал в ННГУ в должности доцента. Опубликовал 40 научных статей.

603950, ГСП-120, Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46
Институт прикладной физики РАН
klochkov@appl.sci-nnov.ru



Рейман Александр Михайлович – родился в Горьком (1959), окончил радиофизический факультет Горьковского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (1980). После окончания ГГУ пришел работать в Институт прикладной физики АН СССР (ныне ИПФ РАН), где и работает в настоящее время старшим научным сотрудником. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности «Радиофизика» (1989). Лауреат Премии Ленинского комсомола в области науки и техники (1987). Область интересов – линейная и нелинейная акустика, теория колебаний и волн, разработка информационных систем технической и медицинской диагностики. В последние годы работает также в области преподавания физики в профильной школе.

603950, ГСП-120, Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46
Институт прикладной физики РАН
rey@appl.sci-nnov.ru