



ДИНАМИКА КИНКА В ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ КЛЕЙН–ГОРДОНА С АСИММЕТРИЧНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ВНЕШНЕЙ СИЛЫ

С.В. Сучков, С.В. Дмитриев

Построена дискретная модель Клейн–Гордона с асимметричным локальным потенциалом, допускающая кинковые решения, свободные от потенциала Пайерлса–Набарро (пПН). Изучен ратчет кинков в этой модели под действием гармонической вынуждающей силы при отсутствии и при наличии затухания. Показано, что кинки, свободные от пПН, демонстрируют ратчет, сходный с тем, что наблюдался для кинков в непрерывных системах и существенно отличный от ратчета кинков в дискретной модели с пПН. В частности, не обнаружено сколько-нибудь существенное влияние параметра дискретности на ратчет кинка, не испытывающего пПН. Найдено критическое значение коэффициента вязкости, при котором меняется направление дрейфа кинка.

Ключевые слова: Дискретная модель, ратчет, кинк, потенциал Пайерлса–Набарро.

Введение

Ратчетом называется движение частицы в определенном направлении под действием силы, изменяющейся во времени и имеющей среднее нулевое значение. Ратчет возможен при выполнении следующих двух условий: система должна находиться в термодинамически неравновесном состоянии и пространственно-временная симметрия системы должна быть понижена [1–4]. Ратчет представляет собой один из механизмов переноса вещества и активно изучается в приложении к самым разнообразным системам, например, в биологии [5,6], молекулярных двигателях [6–10], джозефсоновских сверхпроводящих контактах [11–13], нелинейной оптике [14], бозе-эйнштейновском конденсате [15] и физике твердого тела [16]. Ратчет солитонов впервые изучался Марчесони [17] для задемпфированного уравнения Клейн–Гордона. В отличие от точечных частиц, солитоны могут иметь внутренние колебательные моды [18], которые способны оказывать существенное влияние на ратчет, особенно в случае малой вязкости [19,20]. До настоящего времени ратчет изучался в основном

для солитонов в континуальных уравнениях [17, 19–26], в то время как экспериментально наблюдаемый ратчет солитонов чаще всего относится к дискретным системам [11–14]. Влияние дискретности на ратчет кинков изучалось в работе Золотарюка и Салерно [27]. Они показали, что учет дискретности приводит к появлению новых эффектов, например, к необходимости приложения внешней силы с амплитудой, достаточной для преодоления потенциала Пайерлса–Набарро (пПН). Отметим также работу [28], где изучался ратчет кинков в цепочке Френкеля–Конторовой.

Недавно были найдены и изучены дискретные модели Клейн–Гордона, допускающие кинковые решения, свободные от пПН [29–41]. В данной работе строится подобная модель с несимметричным локальным потенциалом и исследуется ратчет кинка при отсутствии вязкого трения и при его наличии.

1. Дискретная модель Клейн–Гордона с асимметричным потенциалом

1.1. Общие представления. Континуальная модель Клейн–Гордона имеет гамильтониан

$$H = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [\phi_t^2 + \phi_x^2 + 2V(\phi)] dx, \quad (1)$$

где $\phi(x, t)$ неизвестное поле, а $V(\phi)$ заданный потенциал. Соответствующее уравнение движения имеет вид

$$\phi_{tt} = \phi_{xx} - V'(\phi) \equiv D(\phi(x, t)). \quad (2)$$

Уравнение (2) будет дискретизировано по переменной $x_n = hn$, где $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, а $h > 0$ – шаг решетки. Выпишем традиционную дискретизацию уравнения (2)

$$\ddot{\phi}_n = \frac{1}{h^2}(\phi_{n-1} - 2\phi_n + \phi_{n+1}) - V'(\phi_n), \quad (3)$$

где кинковые решения испытывают пПН.

Метод построения дискретных моделей с кинками свободными от пПН, основанный на использовании дискретизированного первого интеграла, был предложен в работе [32] и развит в [38]. Следуя этому методу, рассмотрим первый интеграл статического уравнения (2), $\phi_x^2 - 2V(\phi) + C = 0$, где C – константа интегрирования. Этот первый интеграл может быть взят в модифицированной форме [32]

$$u(x) \equiv \phi_x - \sqrt{2V(\phi) - C} = 0. \quad (4)$$

Далее перепишем гамильтониан уравнения (1) в терминах $u(x)$

$$H = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \phi_t^2 + [u(x)]^2 + 2\phi_x \sqrt{2V(\phi) - C} \right\} dx. \quad (5)$$

Первый интеграл (4) может быть дискретизирован следующим образом

$$u(\phi_{n-1}, \phi_n) \equiv \frac{\phi_n - \phi_{n-1}}{h} - \sqrt{2V(\phi_{n-1}, \phi_n) - C} = 0, \quad (6)$$

где мы полагаем, что в континуальном пределе ($h \rightarrow 0$) $V(\phi_{n-1}, \phi_n) \rightarrow V(\phi)$. Используя (6), получим дискретный вариант гамильтониана уравнения (1)

$$H = \frac{1}{2} \sum_n \left\{ \dot{\phi}_n^2 + [u(h, \phi_{n-1}, \phi_n)]^2 + 2 \frac{\phi_n - \phi_{n-1}}{h} \sqrt{2V(\phi_{n-1}, \phi_n) - C} \right\}. \quad (7)$$

Если потенциал дискретизировать как предложено в работе [30], а именно,

$$\sqrt{2V(\phi_{n-1}, \phi_n) - C} = \frac{G(\phi_n) - G(\phi_{n-1})}{\phi_n - \phi_{n-1}},$$

где

$$G'(\phi) = \sqrt{2V(\phi) - C}, \quad (8)$$

то второе слагаемое в фигурных скобках в (7) в результате телескопического суммирования обратится в ноль. В этих условиях гамильтониан приобретает вид

$$H = \frac{1}{2} \sum_n \left\{ \dot{\phi}_n^2 + [u(h, \phi_{n-1}, \phi_n)]^2 \right\}.$$

Далее, используя (8), перепишем уравнение (6) в виде

$$u(h, \phi_n, \phi_{n-1}) \equiv \frac{\phi_n - \phi_{n-1}}{h} - \frac{G(\phi_n) - G(\phi_{n-1})}{\phi_n - \phi_{n-1}}. \quad (9)$$

Тогда уравнение движения запишется в виде

$$\ddot{\phi}_n = -u(h, \phi_{n-1}, \phi_n) \frac{\partial}{\partial \phi_n} u(h, \phi_{n-1}, \phi_n) - u(h, \phi_n, \phi_{n+1}) \frac{\partial}{\partial \phi_n} u(h, \phi_n, \phi_{n+1}). \quad (10)$$

Равновесные статические решения этой модели могут быть найдены из двухточечного уравнения $u(h, \phi_n, \phi_{n-1}) = 0$, где функция $u(h, \phi_n, \phi_{n-1})$ определена (9). Такие решения могут быть построены итерационно, начиная с любого допустимого значения ϕ_{n-1} или ϕ_n , и поэтому пПН отсутствует.

1.2. Случай полиномиального асимметричного локального потенциала.

Зададим функцию G' в виде полинома четвертой степени

$$G' = a\phi^4 + b\phi^2 + c\phi + d, \quad (11)$$

где кубический член отсутствует в силу того, что линейным сдвигом $\phi \rightarrow \phi - \phi_0$ можно добиться равенства нулю соответствующего коэффициента. Тогда, согласно (8), локальный потенциал ($C = 0$) будет

$$V(\phi) = \frac{1}{2} (a\phi^4 + b\phi^2 + c\phi + d)^2. \quad (12)$$

Простая дискретная модель Клейн–Гордона с таким потенциалом (обозначим ее как ДМКГ1), согласно уравнению (3), имеет вид

$$\ddot{\phi}_n = \frac{1}{h^2} (\phi_{n-1} - 2\phi_n + \phi_{n+1}) - (a\phi_n^4 + b\phi_n^2 + c\phi_n + d) (4a\phi_n^3 + 2b\phi_n + c). \quad (13)$$

Ее гамильтониан имеет вид

$$H_1 = \frac{1}{2} \sum_n \left\{ \dot{\phi}_n^2 + \frac{1}{h^2} (\phi_n - \phi_{n-1})^2 + (a\phi_n^4 + b\phi_n^2 + c\phi_n + d)^2 \right\}. \quad (14)$$

Более сложная дискретная модель Клейн–Гордона (ее обозначим ДМКГ2) определяется уравнением (10), где выражения для $u(\phi_{n-1}, \phi_n)$ найдено из (9), (11) и имеет вид

$$u(\phi_{n-1}, \phi_n) = \frac{\phi_n - \phi_{n-1}}{h} - \frac{a}{5} (\phi_n^4 + \phi_n^3 \phi_{n-1} + \phi_n^2 \phi_{n-1}^2 + \phi_n \phi_{n-1}^3 + \phi_{n-1}^4) - \frac{b}{3} (\phi_n^2 + \phi_n \phi_{n-1} + \phi_{n-1}^2) - \frac{c}{2} (\phi_n + \phi_{n-1}) - d. \quad (15)$$

Эта модель имеет гамильтониан

$$H_2 = \frac{1}{2} \sum_n \left\{ \dot{\phi}_n^2 + [u(\phi_{n-1}, \phi_n)]^2 \right\}. \quad (16)$$

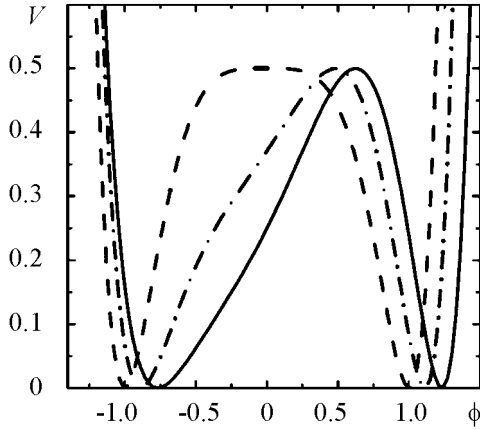


Рис. 1. Потенциал для $b = 0$ при $a = -1$, $c = 0$, $d = 1$ (штриховая линия); $a = -83988$, $c = 0.382925$, $d = 0.860756$ (штрихпунктирная линия); $a = -0.643049$, $c = 0.626843$, $d = 0.706344$ (сплошная линия)

Для ДМКГ1 границы вакуумных решений $\phi_n = \phi_1$ и $\phi_n = \phi_2$, где ϕ_1 и ϕ_2 координаты двух минимумов потенциала. Малоамплитудные фоновые колебания вида $\phi_n = \exp[i(qn - \omega t)]$, где q – волновое число и ω – частота, имеют различный спектр для различных вакуумов.

Границы фоновый спектра для каждого вакуума ДМКГ2 могут быть найдены по формулам

$$\omega_{1,i}^2 = 28a^2\phi_i^6 + 30ab\phi_i^4 + 20ac\phi_i^3 + 3(2b^2 + 4ad)\phi_i^2 + 6bc\phi_i + c^2 + 2bd, \quad (17)$$

$$\omega_{2,i}^2 = \frac{28}{25}a^2\phi_i^6 + 2ab\phi_i^4 + \frac{4}{5}ac\phi_i^3 + 6\left(\frac{b^2}{9} + \frac{2}{5}ad\right)\phi_i^2 + \frac{2}{3}bc\phi_i + \frac{2}{3}bd + \frac{4}{h^2}, \quad (18)$$

где $i = 1, 2$, а $\omega_{1,i}$ ($\omega_{2,i}$) соответствует $q = 0$ ($q = \pi$).

Для ДМКГ1 граница спектра, соответствующая $q = 0$, совпадает с $\omega_{1,i}$ в ДМКГ2, тогда как $\omega_{2,i}$, соответствующая $q = \pi$, может быть найдена по формуле

$$\omega_{2,i}^2 = 28a^2\phi_i^6 + 30ab\phi_i^4 + 20ac\phi_i^3 + 3(2b^2 + 4ad)\phi_i^2 + 6bc\phi_i + c^2 + 2bd + \frac{4}{h^2}. \quad (19)$$

Расчеты в данной работе проводились при значениях параметров: $a = -0.643049$, $b = 0$, $c = 0.626843$, $d = 0.706344$. В этом случае координаты минимумов потенциала $\phi_1 = -0.768678$ и $\phi_2 = 1.231321$, а координата максимума $\phi_{\max} = 0.62462$.

2. Свойства статических кинков

Устойчивое статическое кинковое решение в ДМКГ1 может быть найдено численно, тогда как для ДМКГ2 оно может быть построено итерационно при помощи уравнения (15).

В ДМКГ1 существует единственная устойчивая статическая конфигурация кинка, которая отвечает минимуму пПН. В ДМКГ2 же кинк может располагаться произвольно относительно решетки.

Спектр малоамплитудных колебаний цепочки, содержащей кинк, для различных значений параметра дискретизации решетки h изображен на рис. 2. Пунктирная горизонтальная линия указывает нижнюю границу фононного спектра, которая совпадает для обеих моделей и может быть найдена из (17) при $i = 1$. На этих спектрах видны частоты колебательных мод, локализованных на кинках. Обе модели имеют один и тот же континуальный предел и при малых значениях параметра дискретности ($h < 0.25$) их спектры близки. Кинк в модели с пПН при малых h имеет трансляционную моду с частотой, близкой к нулю. С ростом h частота этой моды растет и кинк теряет подвижность. Модель без пПН имеет трансляционную моду с нулевой частотой для любого значения h . Кроме того, кинки в обеих моделях имеют внутреннюю колебательную моду, частота которой зависит от h и при малых h равна примерно 1.35.

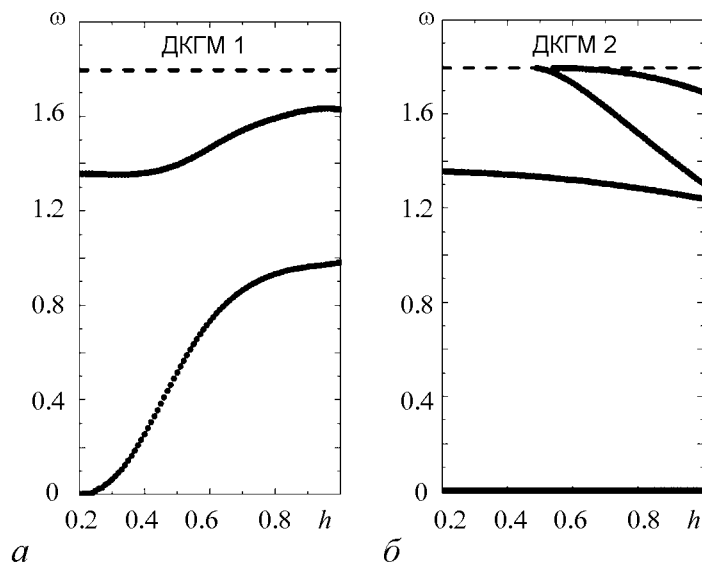


Рис. 2. Спектр малоамплитудных колебаний цепочки, содержащей кинк, для различных значений параметра дискретизации решетки h : a – модели с пПН, b – модель без пПН. Здесь и далее параметры локального потенциала $a = -0.643049$, $b = 0$, $c = 0.626843$, $d = 0.706344$

3. Ратчет кинка при отсутствии вязкого трения

Для изучения ратчета кинка добавим в правые части уравнений движения (10) и (13) гармоническую силу

$$F = A \cos(\Omega t + \varphi), \quad (20)$$

с амплитудой A , частотой Ω и начальной фазой φ . Начальные условия следующие: имеется статический равновесный кинк и при $t = 0$ начинает действовать периодическая сила (20). Для случая отсутствия вязкого трения ограничимся случаем, когда движущая сила имеет малую амплитуду ($A \leq 0.04$) и частоту, лежащую вне фоновонного спектра (точнее, ниже фоновонного спектра). При несоблюдении этих условий будут активно возбуждаться фоновонные моды, и изучение ратчета кинка станет невозможным. Изучение ратчета в отсутствие вязкости позволяет непосредственно находить силу, действующую на кинк со стороны внешнего поля. Эта сила пропорциональна ускорению кинка, которое и измерялось в обсуждаемых вычислениях.

На рис. 3 представлено влияние начальной фазы φ внешней силы (20) на динамику кинка. На фрагменте (а) показаны примеры изменения во времени координаты кинка для $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/10$ (осциллирующие линии) а также квадратичные параболы

$$x(t) = at^2 + v_0t + x_0, \quad (21)$$

построенные методом наименьших квадратов для этих траекторий. Смысл коэффициентов параболы известен: здесь a – ускорение, v_0 и x_0 – начальные скорость и положение частицы. На фрагментах (б) и (в) даны a и v_0 как функции φ . Видно, что если усреднить v_0 по фазе, получится ноль, в то время как ускорение практически не зависит от φ и отлично от нуля. В дальнейшем всегда будем полагать $\varphi = 0$.

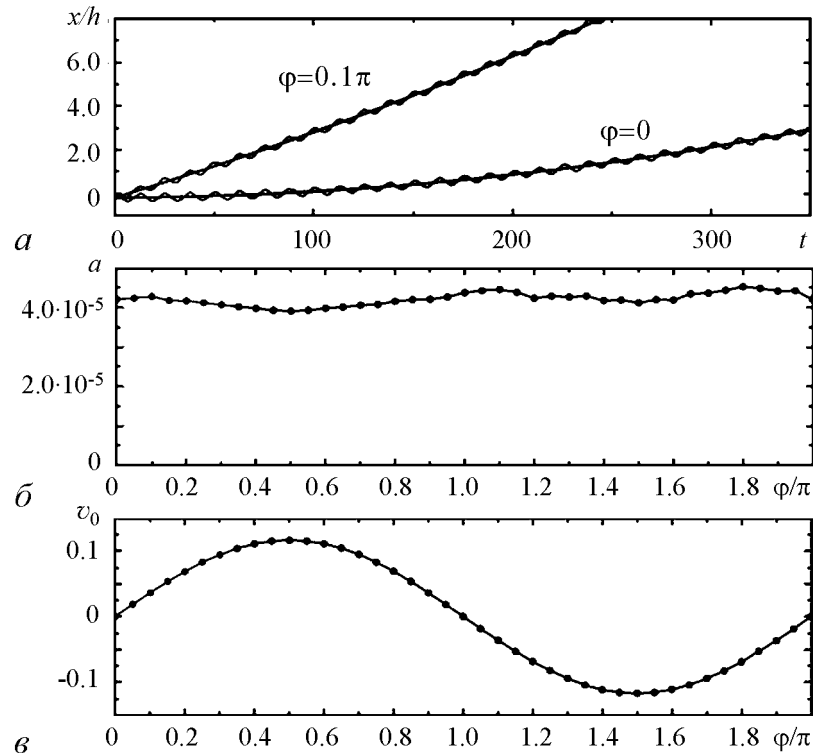


Рис. 3. Движение кинка для различных значений начальной фазы φ внешней силы (20). Параметры $h = 0.6$, $A = 0.4$, $\Omega = 0.5$

В процессе анализа было изучено влияние параметров A , Ω и h на динамику кинка в ДМКГ2. На рис. 4 представлено ускорение кинка как функция частоты движущей силы при различных значениях параметра A для $h = 0.6$. Видно, что ускорение возрастает на один и даже два порядка, когда частота вынуждающей силы Ω приближается к значению частоты колебательной моды кинка $\omega_{IM} = 1.32$. Этот результат хорошо согласуется с результатами более ранних работ [1, 19, 25–27]. Также видно, что ускорение увеличивается при приближении частоты движущей силы к другой частоте колебательной моды кинка $\omega_{IM} = 1.73$. Однако это увеличение может быть объяснено приближением частоты Ω к границе фононного спектра $\omega_1 = 1.795$. Результаты, показанные на рис. 4, свидетельствуют также о том, что ускорение a пропорционально квадрату амплитуды A .

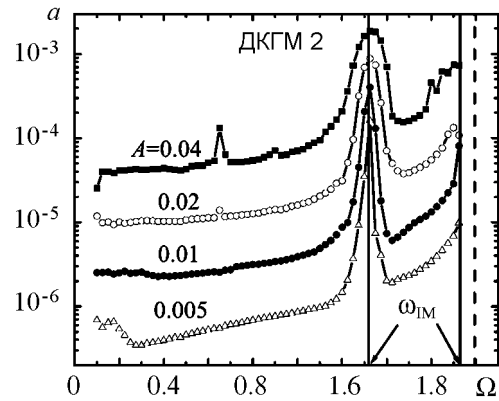


Рис. 4. Влияние частоты движущей силы Ω на ускорение кинка при различных значениях амплитуды A . Начальная фаза $\varphi = 0$, параметр $h = 0.6$. Вертикальная сплошная линия показывает частоту колебательной моды локализованной на кинке, а пунктирная показывает нижний уровень фононного спектра

Далее рассмотрим влияние параметра дискретности h на зависимость ускорения кинка от частоты. Результаты представлены на рис. 5. При $\Omega < 1.2$, то есть в

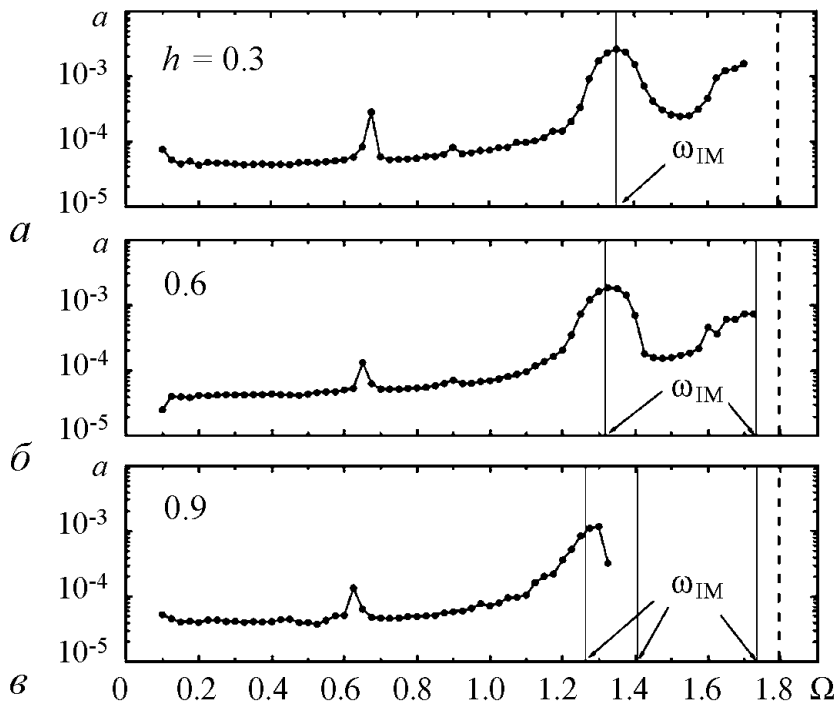


Рис. 5. Зависимость ускорения кинка a от частоты движущей силы Ω при различных значениях параметра дискретности h для амплитуды $A = 0.4$ и начальной фазы $\varphi = 0$. Вертикальные сплошные линии – частоты колебательных мод кинка, пунктирная – граница фононного спектра

нерезонансной области частот, результаты для разных h близки друг к другу. Различия наблюдаются в области частот вынуждающей силы, близких к частотам колебательных мод, локализованных на кинке, то есть для $\Omega > 1.2$ (см. рис. 2, б).

4. Влияние трения на динамику движения кинка

Влияние трения на динамику кинка исследуем на примере ДКГМ2. Для этого введем в левую часть уравнения движения (10) член $\gamma\dot{\phi}_n$, где γ – коэффициент вязкости.

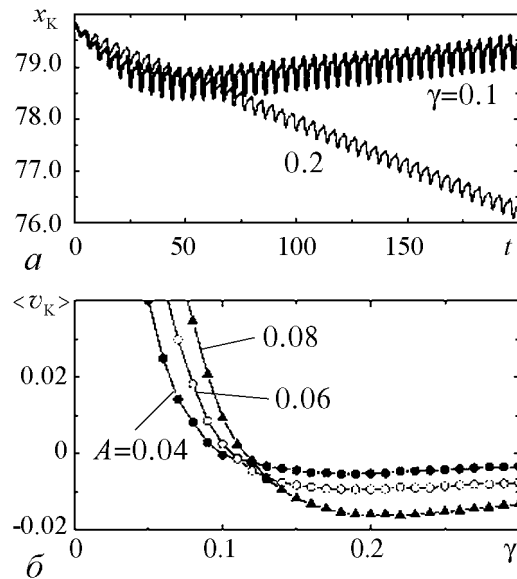


Рис. 6. а – зависимость координаты кинка от времени для двух значений параметров вязкости γ . Параметры внешней силы: $A = 0.08$, $\Omega = 1.35$; б – зависимость скорости движения кинка от параметра вязкости при различных значениях амплитуды ($\Omega = 1.35$, $h = 0.4$)

На рис. 6, а представлена зависимость координаты кинка x_K от времени t . Кривая $x_K(t)$ осциллирует с частотой $\Omega = 1.35$. Для больших значений γ устойчивое движение кинка достигается за более малый промежуток времени. Амплитуда движущей силы $A = 0.08$, параметр дискретности $h = 0.4$. Скорость движения кинка $\langle v_K \rangle$ была измерена в интервале времени $300 < t < 1000$, и для всех изучаемых параметров наблюдалось устойчивое движение.

Зависимость скорости движения кинка от значения параметра вязкости для трех различных значений амплитуды A представлена на рис. 6, б. Можно видеть, что значение скорости $\langle v_K \rangle$ положительно при малом трении и уменьшается с ростом γ . При достаточно больших значениях γ скорость становится отрицательной

Заключение

В работе показано, что кинк, не испытывающий воздействия потенциала Клейн–Гордона, при асимметричном локальном потенциале в отсутствие вязкого трения и под действием гармонической внешней силы движется равноускоренно до тех пор, пока его скорость не станет слишком большой и потери на излучение станут заметны. Обнаружено, что ускорение кинка слабо зависит от параметра дискретности h . При приближении частоты внешней силы к частоте собственной колебательной моды, локализованной на кинке, происходит рост ускорения кинка на два порядка. При наличии вязкого трения направление движения кинка зависит от коэффициента вязкости γ .

Работа была поддержана грантами РФФИ 08-02-91316-ИНД_а, 09-08-00695а.

Библиографический список

1. *Braun O.M. and Kivshar Y.S.* The Frenkel–Kontorova Model: Concepts, Methods, and Applications. Berlin: Springer, 2004.
2. *Flach S., Yevtushenko O., and Zolotaryuk Y.* Directed current due to broken time-space symmetry // *Phys. Rev.Lett.* 2000. Vol. 84. 2358.
3. *Reimann P.* Supersymmetric ratchets // *Phys. Rev. Lett.* 2001. Vol. 86. 4992.
4. *Reimann P.* Brownian motors: Noisy transport far from equilibrium // *Phys. Rep.* 2002. Vol. 361. P. 57.
5. *Alberts B., Johnson A., Lewis J., Raff M., Roberts K. and Walker P.* Molecular biology of the cell. New York: Garland, 2002.
6. *Engelstadter J.* Muller’s ratchet and the degeneration of Y chromosomes: A simulation study // *Genetics.* 2008. Vol. 180. P. 957.
7. *Wang H., Oster G.* Ratchets, power strokes, and molecular motors // *Appl. Phys. A.* 2002. Vol. 75. P. 315.
8. *Downton M.T., Zuckermann M.J., Craig E.M., Plischke M. and Linke H.* Single-polymer Brownian motor: A simulation study // *Phys. Rev. E.* 2006. Vol. 73. 011909.
9. *Molecular motors / Ed. Schliwa M.* Weinheim: Wiley-VCH, 2003.
10. *Campas O., Kafri Y., Zeldovich K.B., Casademunt J. and Joanny J.-F.* Collective dynamics of interacting molecular motors // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 97. 038101.
11. *Trias E., Mazo J.J., Falo F., and Orlando T.P.* Depinning of kinks in a Josephson-junction ratchet array // *Phys.Rev. E.* 2000. Vol. 61. 2257.
12. *Marconi V.I.* Rocking ratchets in two-dimensional Josephson networks: Collective effects and current reversal// *Phys. Rev. Lett.* 2007. Vol. 98. 047006.
13. *Segall K., Dioguardi A.P., Fernandes N., and Mazo J.J.* Experimental observation of fluxon diffusion in Josephson rings // *Journal of Low Temperature Physics.* 2009. Vol. 154. P. 41.
14. *Gorbach A.V., Denisov S., and Flach S.* Optical ratchets with discrete cavity solitons // *Opt. Lett.* 2006. Vol. 31. 1702.
15. *Poletti D., Alexander T.J., Ostrovskaya E.A., Li B., and Kivshar Yu.S.* Dynamics of matter-wave solitons in a ratchet potential // *Phys. Rev. Lett.* 2008. Vol. 101. 150403.
16. *Perez-Junquera A., Marconi V.I., Kolton A.B., Alvarez-Prado L.M., Souche Y., Alija A., Velez M., Anguita J.V., Alameda J.M., Martin J.I., and Parrondo J.M.R.* Crossed-ratchet effects for magnetic domain wall motion // *Phys. Rev. Lett.* 2008. Vol. 100. 037203.
17. *Marchesoni F.* Thermal ratchets in 1+1 dimensions // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 77. 2364.
18. *Kivshar Yu.S., Pelinovsky D.E., Cretegny T., and Peyrard M.* Internal modes of solitary waves // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 80. 5032.
19. *Willis C.R., Farzaneh M.* Soliton ratchets induced by excitation of internal modes // *Phys. Rev. E.* 2004. Vol. 69. 056612.
20. *Salerno M., Quintero N.R.* Soliton ratchets // *Phys. Rev. E.* 2002. Vol. 65. 025602.
21. *Morales-Molina L., Mertens F.G., Sanchez A.* Inhomogeneous soliton ratchets under two ac forces // *Phys. Rev. E.* 2006. Vol. 73. 046605.
22. *Costantini G., Marchesoni F., Borromeo M.* String ratchets: ac driven asymmetric kinks // *Phys. Rev. E.* 2002. Vol. 65. 051103.

23. *Muller P., Mertens F.G., Bishop A.R.* Chaotic transport in deterministic sine-Gordon soliton ratchets // *Phys. Rev. E.* 2009. Vol. 79. 016207.
24. *Zamora-Sillero E., Quintero N.R., Mertens F.G.* Sine-Gordon ratchets with general periodic, additive, and parametric driving forces // *Phys. Rev. E.* 2007. Vol. 76. 066601.
25. *Quintero N.R., Sanchez-Rey B., Salerno M.* Analytical approach to soliton ratchets in asymmetric potentials // *Phys. Rev. E.* 2005. Vol. 72. 016610.
26. *Salerno M., Zolotaryuk Y.* Soliton ratchetlike dynamics by ac forces with harmonic mixing // *Phys. Rev. E.* 2002. Vol. 65. 056603.
27. *Zolotaryuk Y., Salerno M.* Discrete soliton ratchets driven by biharmonic fields // *Phys. Rev. E.* 2006. Vol. 73. 066621.
28. *Martinez P.J., Chacon R.* Disorder induced control of discrete soliton ratchets // *Phys. Rev. Lett.* 2008. Vol. 100. 144101.
29. *Kevrekidis P.G.* On a class of discretizations of Hamiltonian nonlinear partial differential equations // *Physica D.* 2003. Vol. 183. P. 68.
30. *Speight J.M. and Ward R.S.* Kink dynamics in a novel discrete sine-Gordon system // *Nonlinearity.* 1994. Vol. 7. P. 475; *Speight J.M.* A discrete ϕ^4 system without Peierls-Nabarro barrier // *Nonlinearity.* 1997. Vol. 10. P. 1615; *Speight J.M.* Topological discrete kinks // *Nonlinearity.* 1999. Vol. 12. 1373.
31. *Bender C.M. and Tovbis A.* Quasi-exactly solvable quartic potential // *J. Math. Phys.* 1997. Vol. 38. 3700.
32. *Dmitriev S.V., Kevrekidis P.G., and Yoshikawa N.* Discrete Klein-Gordon models with static kinks free of the Peierls-Nabarro potential // *J. Phys. A.* 2005. Vol. 38. 7617.
33. *Roy I., Dmitriev S.V., Kevrekidis P.G., and Saxena A.* Comparative study of different discretizations of the ϕ^4 model // *Phys. Rev. E.* 2007. Vol. 76. 026601.
34. *Cooper F., Khare A., Mihaila, B. and Saxena A.* Exact solitary wave solutions for a discrete $\lambda\phi^4$ field theory in 1+1 dimensions // *Phys. Rev. E.* 2005. Vol. 72. 036605.
35. *Barashenkov I.V., Oxtoby O.F., and Pelinovsky D.E.* Translationally invariant discrete kinks from one-dimensional maps // *Phys. Rev. E.* 2005. Vol. 72. 35602.
36. *Dmitriev S.V., Kevrekidis P.G., and Yoshikawa N.* Standard nearest neighbor discretizations of Klein-Gordon models cannot preserve both energy and linear momentum // *J. Phys. A.* 2006. Vol. 39. 7217.
37. *Oxtoby O.F., Pelinovsky D.E., and Barashenkov I.V.* Travelling kinks in discrete ϕ^4 models // *Nonlinearity.* 2006. Vol. 19. P. 217.
38. *Dmitriev S.V., Kevrekidis P.G., Yoshikawa N., and Frantzeskakis D.J.* Exact static solutions for discrete ϕ^4 models free of the Peierls-Nabarro barrier: Discretized first-integral approach // *Phys. Rev. E.* 2006. Vol. 74. 046609.
39. *Speight J.M. and Zolotaryuk Y.* Kinks in dipole chains // *Nonlinearity.* 2006. Vol. 19. 1365.
40. *Dmitriev S.V., Kevrekidis P.G., Khare A., and Saxena A.* Exact static solutions to a translationally invariant discrete ϕ^4 model // *J. Phys. A.* 2007. Vol. 40. 6267.
41. *Khare A., Dmitriev S.V., and Saxena A.* Exact static solutions of a generalized discrete A_4 model including short-periodic solutions, arXiv:0710.1460.

Институт проблем сверхпластичности Поступила в редакцию 23.01.2010
металлов РАН, Уфа

KINK DYNAMICS IN THE DISCRETE KLEIN-GORDON MODEL WITH ASYMMETRIC POTENTIAL IN THE PRESENCE OF AC DRIVING

S.V. Suchkov, S.V. Dmitriev

A discrete Klein-Gordon model with asymmetric potential that supports kinks free of the Peierls-Nabarro potential (PNp) is constructed. Ratchet of kink under harmonic AC driving force is investigated in this model numerically and contrasted with the kink ratchet in the conventional discrete model where kinks experience the PNp. We show that the PNp-free kinks exhibit ratchet dynamics very much different from that reported for the conventional lattice kinks which experience PNp. Particularly, we could not observe any significant influence of the discreteness parameter on the acceleration of PNp-free kinks induced by the AC driving. A threshold value of the viscosity coefficient was found where the drift velocity of the kink changes sign.

Keywords: Discrete model, ratchet, kink, Peierls-Nabarro potential.



Suchkov Сергей Владимирович – родился в Уфе (1987). Окончил Уфимский государственный авиационный технический университет (2009). После окончания УГАТУ поступил в аспирантуру ИПСМ РАН на специальность «физика конденсированного состояния». Работает там же в должности стажера-исследователя.

450001 Уфа, ул. Халтурина, 39
Институт проблем сверхпластичности металлов РАН
E-mail: chalion@yandex.ru



Дмитриев Сергей Владимирович – родился в Томске (1961). Окончил Томский госуниверситет (1983). Защитил диссертацию на соискание степени кандидата технических наук в Тверском госуниверситете (1987) в области механики деформируемого твердого тела и доктора физико-математических наук в Алтайском государственном техническом университете (2008) в области волн солитонного типа в нелинейных дискретных системах. В период с 1995 по 2007 год работал в Японии в Токио в Университете электросвязи и затем в Токийском государственном университете. В настоящее время заведует лабораторией в Институте проблем сверхпластичности металлов РАН (Уфа). Опубликовал 130 научных работ по нелинейной динамике в различных областях физики.

450001 Уфа, ул. Халтурина, 39
Институт проблем сверхпластичности металлов РАН
E-mail: dmitriev.sergey.v@gmail.com