



КОГЕРЕНТНЫЙ РЕЗОНАНС И СИНХРОНИЗАЦИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ АВТОКОЛЕБАНИЙ В СИСТЕМЕ ФИТЦХЬЮ–НАГУМО

А.В. Феоктистов, С.В. Астахов, В.С. Анищенко

Методами численного и физического экспериментов исследуются эффекты когерентного резонанса, внешней и взаимной синхронизации индуцированных внешним шумом стохастических колебаний в возбудимой системе ФитцХью–Нагумо. Анализируются свойства аттрактора системы и процессы энергообмена. Обосновывается вывод об автоколебательном характере стохастических колебаний в неавтономной системе ФитцХью–Нагумо.

Ключевые слова: Когерентный резонанс, синхронизация, стохастические автоколебания, система ФитцХью–Нагумо, индуцированные шумом колебания.

Введение

Одной из актуальных проблем современной нелинейной динамики является изучение свойств так называемых возбудимых систем. Интерес к возбудимым системам во многом обусловлен задачами моделирования в нейродинамике [3]. Под действием относительно малого шума в таких системах происходят процессы возбуждения и релаксации, в результате которых возникают незатухающие стохастические колебания. При некоторой (оптимальной) интенсивности шума эти колебания обладают высокой степенью когерентности (регулярности). Данный эффект получил название когерентного резонанса (КР) [1, 2].

Классической моделью возбудимых систем является осциллятор ФитцХью–Нагумо (ФХН) [4, 5], представляющий собой упрощенную модель нейрона Ходжкина–Хаксли. Исследованию возбудимых систем, в частности осцилляторов типа ФХН и ансамблей таких осцилляторов, посвящено значительное количество работ (см., например, [6–10]). Был установлен важный факт: стохастические колебания в условиях КР демонстрируют эффект фазо-частотной синхронизации (см., например, [8–10]). Известно, что эффект синхронизации является характерной чертой автоколебательных систем. Возникает принципиальный вопрос – можно ли рассматривать индуцированные шумом колебания возбудимых систем в качестве особого типа автоколебаний, а именно, в качестве стохастических автоколебаний? Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо выяснить, в чем состоит отличие стохастических колебаний в

возбудимых системах от стохастических колебаний, возникающих в результате преобразований случайного внешнего воздействия нелинейными системами. Примером последних могут служить вынужденные колебания в пассивных нелинейных контурах, возникающие под действием случайных сил. Установив эти различия, мы сможем понять, почему именно для возбудимых стохастических осцилляторов характерны эффекты синхронизации.

В данной работе методами физического и численного экспериментов проведены детальные исследования явления КР и эффектов внешней и взаимной синхронизации в системе ФХН. Обсуждается вопрос об аттракторе неавтономной системы ФХН, анализируются особенности энергетических характеристик колебаний. Целью исследований является обоснование введения понятия стохастических автоколебаний и, соответственно, стохастических автоколебательных систем. По мнению авторов, этот вопрос является фундаментально важным, так как связан с обобщением понятия автоколебаний по Андронову, введенному применительно к автоколебательным системам [11], на неавтономные системы со случайным воздействием.

1. Исследуемая система и ее математическая модель

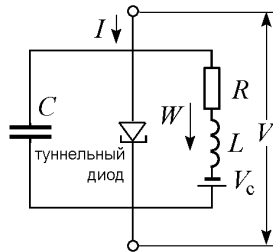


Рис. 1. Принципиальная схема осциллятора ФитцХью–Нагумо. Здесь R – активное сопротивление, L – катушка индуктивности, C – емкость, V – напряжение внешнего воздействия, I – ток внешнего воздействия, W – ток, протекающий через индуктивность, V_c – напряжение смещения

За основу была выбрана оригинальная система, предложенная ФитцХью и Нагумо, изображенная на рис. 1 [4]. В схеме в качестве нелинейного элемента с N -образной вольт-амперной характеристикой используется туннельный диод. Для более стабильной работы мы заменил туннельный диод схемой на операционном усилителе (рис. 2), которая также имеет N -образную вольт-амперную характеристику (рис. 3, см. также [12]) и допускает наиболее простую аппроксимацию при математическом моделировании динамической системы в виде полинома $I(U) = \alpha'U^3 - \gamma'U$, где α' , γ' – масштабные коэффициенты.

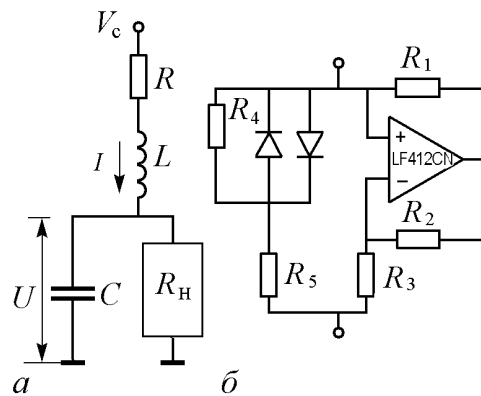


Рис. 2. *a* – используемая в эксперименте схема: $R = 91$ Ом, $L = 6.8$ мГн, $C = 68$ пФ; *б* – схема нелинейного элемента R_n : $R_1 = 1$ кОм, $R_2 = 1$ кОм, $R_3 = 110$ Ом, $R_4 = 5$ кОм, $R_5 = 160$ кОм

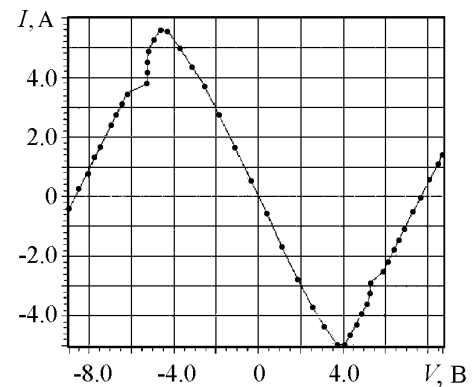


Рис. 3. Экспериментальная N -характеристика элемента R_n

1.1. Уравнения модели. На основе законов Кирхгофа нетрудно получить уравнения, описывающие динамику системы с учетом введения источника шумового напряжения $\xi(t)$ (как это показано на рис. 4). Уравнения получаются в виде

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt} &= \frac{1}{L}(V_c - RI - U) + \frac{A_\xi}{L}\xi(t), \\ \frac{dU}{dt} &= \frac{1}{C}(I - I(U)), \quad I(U) = \alpha'U^3 - \gamma'U, \end{aligned} \quad (1)$$

где номинальные значения элементов схемы, напряжение питания и параметры нелинейной характеристики соответствуют указанным на рис. 4, A_ξ – среднеквадратичная величина напряжения сигнала с шумового генератора, V_c – напряжение смещения.

Для проведения компьютерных расчетов уравнения (1) путем соответствующей перенормировки сводились к безразмерной форме вида

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(b - cx - y) + \sqrt{2D}\eta(\tau), \\ \dot{y} &= g[x - F(y)], \quad F(y) = \alpha y^3 - \gamma y, \end{aligned} \quad (2)$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} a &= \frac{U_0}{i_0} \sqrt{\frac{C}{L}}, \quad b = \frac{V_c}{U_0}, \quad c = R \frac{i_0}{U_0}, \\ g &= \frac{i_0}{U_0} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad \alpha = \frac{\alpha' U_0^3}{i_0}, \quad \gamma = \frac{\gamma' U_0}{i_0}, \\ \tau &= \frac{t}{\sqrt{LC}}, \quad U_0 = 1\text{В}, \quad i_0 = 1\text{А}, \end{aligned} \quad (3)$$

$\eta(\tau)$ – белый гауссов шум интенсивности D .

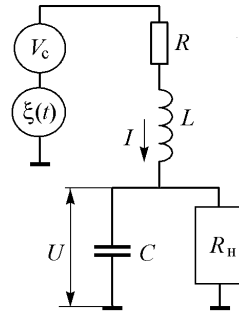


Рис. 4. Схема экспериментальной системы с включением источника шумового напряжения $\xi(t)$ и номинальные значения элементов схемы. $R = 91 \text{ Ом}$, $L = 6.8 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$, $C = 6.8 \cdot 10^{-11} \text{ Ф}$, $V_c = 7.2 \text{ В}$, $\alpha' = 2.22 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}^{-3}$, $\gamma' = 1.61 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}^{-1}$

2. Исследование когерентного резонанса

Рассмотрим индуцированные шумом стохастические колебания в системе изображенной на рис. 4. С этой целью будем регистрировать спектр мощности колебаний $S_i(f)$ тока $i(t)$ при вариации напряжения шумовой накачки A_ξ . На рис. 5 представлены экспериментальные результаты эволюции спектра $S_i(f)$ с ростом напряжения шума A_ξ . Как видно из рисунка, с ростом интенсивности шума вначале возбуждаются стохастические колебания с достаточно широким спектром (рис. 5, а). Далее формируется ярко выраженный пик в спектре колебаний (рис. 5, б), который имеет минимальную ширину при оптимальном уровне шума и далее ширина этого пика вновь увеличивается. На основании измерений, представленных частично на рис. 5, были построены графики зависимостей ширины полосы спектра $S_i(f)$ и спектральной плотности мощности в максимуме спектральной функции. Результаты представлены на рис. 6.

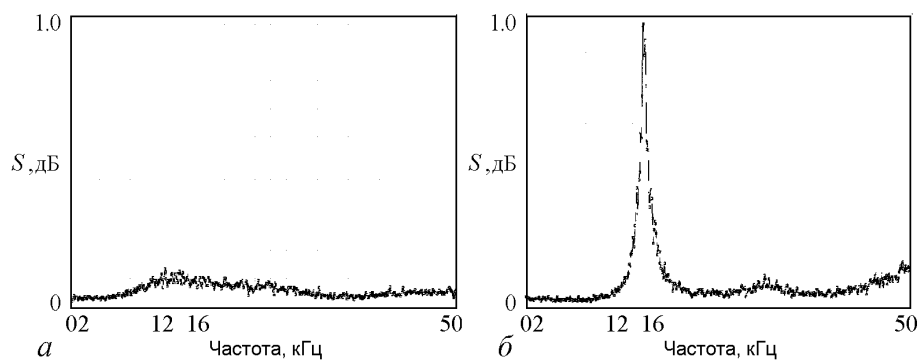


Рис. 5. Эволюция спектров мощности колебаний при увеличении шумового напряжения: *a* – спектр мощности вблизи порога возбуждения колебаний, $A_\xi = 900$ мВ; *б* – спектр мощности в режиме когерентного резонанса, $A_\xi = 1300$ мВ

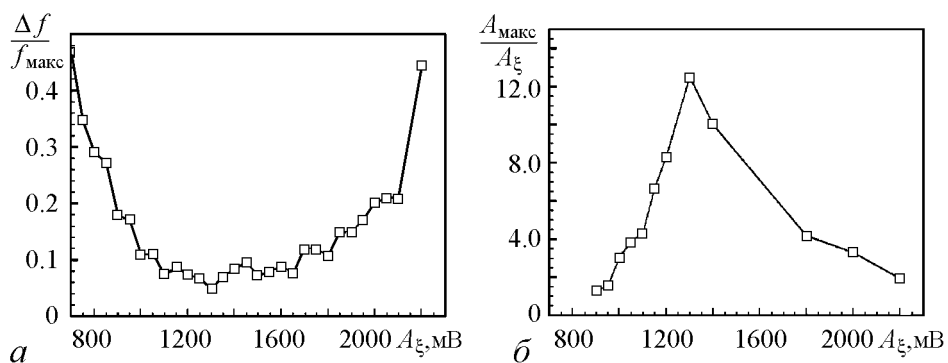


Рис. 6. Зависимости относительной ширины спектра от уровня шума (*a*) и нормированной амплитуды спектральной плотности мощности (*б*) от величины шумового среднеквадратичного напряжения накачки A_ξ

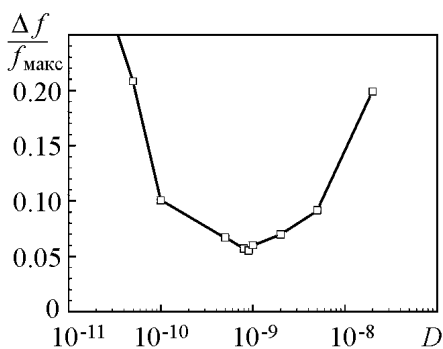


Рис. 7. Эффект когерентного резонанса в численном эксперименте

Эффект когерентного резонанса иллюстрирует, главным образом, рис. 6, *a*, который свидетельствует о наличии оптимального уровня шума ($A_\xi \approx 1300$ мВ), при котором ширина спектра минимальна, и, следовательно, достигается наивысшая степень когерентности колебаний. Эффекту увеличения степени когерентности отвечает рост степени периодичности, о котором свидетельствуют реализации процессов колебаний (не приведены). Пред-

ставленные выше экспериментальные данные полностью подтверждаются результатами компьютерного моделирования динамической системы (2). Имеет место хорошее качественное совпадение экспериментальных и расчетных данных. В качестве примера на рис. 7 представлены результаты расчетов ширины спектра в зависимости от уровня шума, полученные в численном эксперименте для значений параметров, отвечающих условиям физического эксперимента (ср. рис. 7 и рис. 6, *a*).

3. Внешняя синхронизация системы ФитцХью–Нагумо гармоническим сигналом в режиме когерентного резонанса

С целью синхронизации колебаний внешний гармонический сигнал вводился так, как это показано на рис. 8. Уровень шума соответствовал режиму когерентного резонанса. С целью наблюдения эффекта синхронизации проводились измерения спектра мощности колебаний $S_i(f)$ при вариации амплитуды внешнего сигнала для постоянной величины расстройки по частоте $f_{ex} = f_0 + \Delta$, ($\Delta = 1450$ Гц) и при вариации частоты f_{ex} при фиксированной амплитуде $A_{ex} = 510$ мВ. Результаты представлены на рис. 9 и рис. 10. Как видно из рис. 9 при достижении амплитудой значения $A_{ex} = 900$ мВ наблюдается захват частоты, а именно: спектр колебаний системы ФХН смещается вправо и совпадает с частотой воздействующего сигнала.

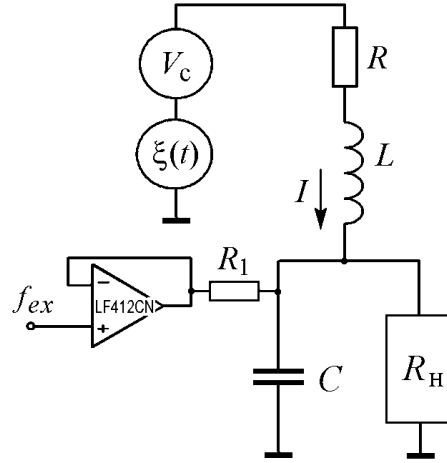


Рис. 8. Схема установки для исследования внешней синхронизации гармоническим сигналом $A_{ex} \sin(f_{ex}t)$. Здесь значения параметров элементов цепи: $R = 91$ Ом, $R_1 = 8$ кОм, $L = 6.8 \cdot 10^{-3}$ Гн, $C = 6.8 \cdot 10^{-11}$ Ф, $V_c = 7.2$ В, $\alpha' = 2.22 \cdot 10^{-5}$ Ом $^{-3}$, $\gamma' = 1.61 \cdot 10^{-3}$ Ом $^{-1}$

Рис. 10 иллюстрирует эффект захвата частоты при вариации расстройки Δ и фиксированном значении амплитуды $A_{ex} = 510$ мВ. Результаты эффекта захвата частоты при изменении частоты сигнала синхронизации рис. 10 с использованием чисел вращения представлены на рис. 11, который иллюстрирует наличие конечной области синхронизации $f_{ex}/f_0 = 1$ (на основном тоне) для фиксированной амплитуды внешнего сигнала $A_{ex} = 510$ мВ. Эффект внешней синхронизации был подтвержден компьютерным экспериментом с неавтономной системой ФХН, для которой уравнения в безразмерной форме принимали вид

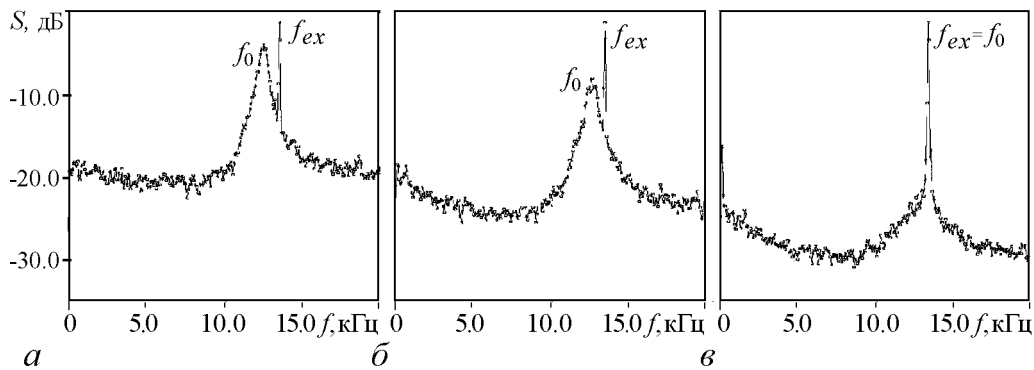


Рис. 9. Эффект захвата частоты осциллятора ФХН внешней силой $A_{ex} \sin(f_{ex}t)$ при постоянной расстройке $\Delta = f_0 - f_{ex} = 1450$ Гц, $f_0 = 12550$ Гц с увеличением амплитуды A_{ex} : а – 400 мВ, б – 500 мВ, в – 900 мВ

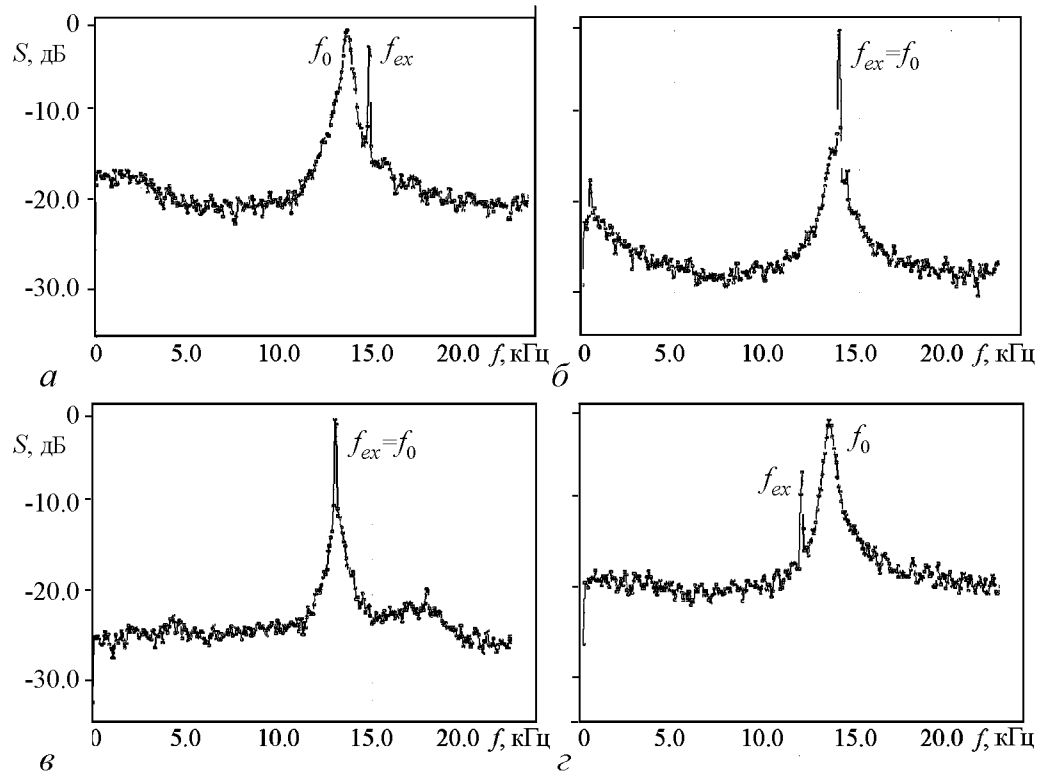


Рис. 10. Эффект захвата частоты в системе ФХН при вариации частоты внешнего сигнала; *a* – отсутствие захвата частоты ($f_{ex} = 14800$ Гц); *б* – эффект захвата частоты, при котором спектральная линия колебаний системы смещается вправо и совпадает с частотой f_{ex} ($f_{ex} = 13950$ Гц); *в* – захват частоты в области синхронизации, когда частота системы ФХН следует за частотой f_{ex} ($f_{ex} = 13050$ Гц); *г* – выход из области синхронизации ($f_{ex} = 11700$ Гц)

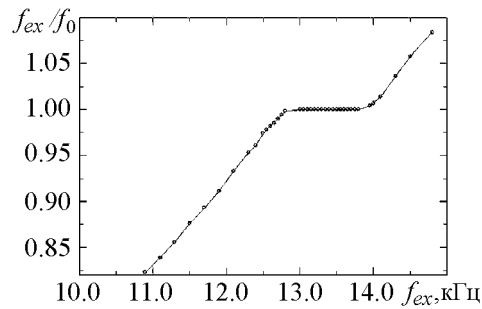


Рис. 11. Экспериментальная зависимость отношения частот f_{ex}/f_0 при вариации частоты внешнего сигнала f_{ex} при фиксированной амплитуде $A_{ex} = 510$ мВ

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(b - cx - y) + \sqrt{2D}\eta(t) + A_{ex} \sin(f_{ex}t), \\ \dot{y} &= g[x - F(y)], \quad F(y) = \alpha y^3 - \gamma y \end{aligned} \quad (4)$$

для значений параметров: $a = 10^{-4}$, $b = 4.395$, $c = 100$, $D = 5 \cdot 10^{-9} \langle A_{\xi}^2 \rangle$, $\alpha = 2.22 \cdot 10^{-5}$, $g = 10^4$, $\gamma = 1.6 \cdot 10^{-3}$, соответствующих экспериментальным значениям, указанным на рис. 8. Результаты расчетов практически полностью повторяют данные физического эксперимента и в статье не приведены.

4. Взаимная синхронизация двух связанных систем ФХН

Рассмотрим две симметрично связанные системы ФХН. С целью исключения сильного взаимодействия парциальных подсистем, способного изменить эффективные значения параметров, была разработана специальная схема симметричной связи (рис. 4.). Эта схема позволила в эксперименте вводить слабую связь между подсистемами, уровень которой плавно менялся с помощью емкости связи C_c . Для расстройки по базовым частотам парциальных подсистем их параметры были выбраны различными: $L_1 = 6.2$ мГн, $L_2 = 3.9$ мГн, $V_{C_1} = 7.2$ В, $V_{C_2} = 7.91$ В, $R_1 = R_2 = 91$ Ом. Все другие параметры схемы соответствовали значениям экспериментов с одиночной системой (см. рис. 4).

Уравнения системы в физических переменных имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= \frac{1}{L_1}(V_{C_1} - Ri_1 - u_1) + \frac{A_\xi}{L_1}\xi(t), \\ \frac{du_1}{dt} &= \frac{1}{C}(i_1 - I(u_1) + \frac{C_c}{C + 2C_c}((i_2 - i_1) - (I(u_2) - I(u_1))))), \\ \frac{di_2}{dt} &= \frac{1}{L_2}(V_{C_2} - Ri_2 - u_2) + \frac{A_\xi}{L_2}\xi(t), \\ \frac{du_2}{dt} &= \frac{1}{C}(i_2 - I(u_2) + \frac{C_c}{C + 2C_c}((i_1 - i_2) - (I(u_1) - I(u_2)))). \end{aligned} \quad (5)$$

В безразмерной форме путем перенормировки из (5.2) получается динамическая система вида

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_1(b_1 - cx_1 - y_1) + \sqrt{2D_1}\eta(\tau), \\ \dot{y}_1 &= g(x_1 - F(y_1)) + k((x_2 - x_1) - (F(y_2) - F(y_1))), \\ \dot{x}_2 &= a_2(b_2 - cx_2 - y_2) + \sqrt{2D_2}\eta(\tau), \\ \dot{y}_2 &= g(x_2 - F(y_2)) + k((x_1 - x_2) - (F(y_1) - F(y_2))), \end{aligned} \quad (6)$$

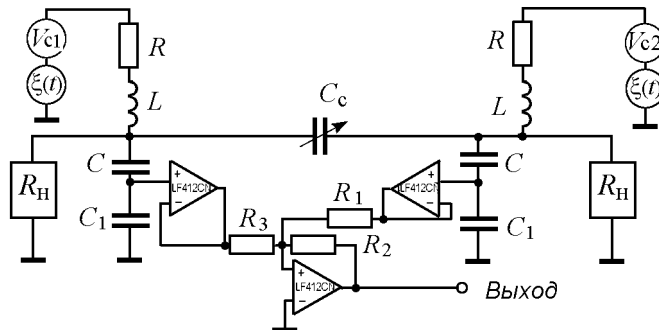


Рис. 12. Экспериментальная схема двух связанных систем ФХН: $R = 91$ Ом, $L = 6.8$ мГн, $C = 68$ пФ, $R_1 = R_2 = R_3 = 100$ кОм, $C_1 = 5.6$ пФ

в которой введены безразмерные параметры

$$a = \frac{U_0}{i_0} \sqrt{\frac{L_0 C}{L_{1,2}^2}}, \quad b_{1,2} = \frac{V_{C_{1,2}}}{u_0}, \quad c = R \frac{i_0}{u_0}, \quad (7)$$

$$g = \frac{i_0}{u_0} \sqrt{\frac{L_0}{C}}, \quad D = \frac{u_0^2 C L_0}{2 i_0^2 L_{1,2}^2} A_{\xi}^2.$$

При проведении как численного, так и физического экспериментов парциальные подсистемы настраивались в режим когерентного резонанса. Поскольку расстройка между подсистемами ФХН в экспериментах была выбрана небольшой, то при одной и той же интенсивности шума обе подсистемы находились в окрестности когерентного резонанса. Это связано с достаточно слабой зависимостью степени когерентности от интенсивности шума вблизи оптимальной шумовой накачки (см. рис. 6 и 7).

Натурные и численные эксперименты демонстрируют эффект захвата частоты с увеличением коэффициента связи (рис. 13).

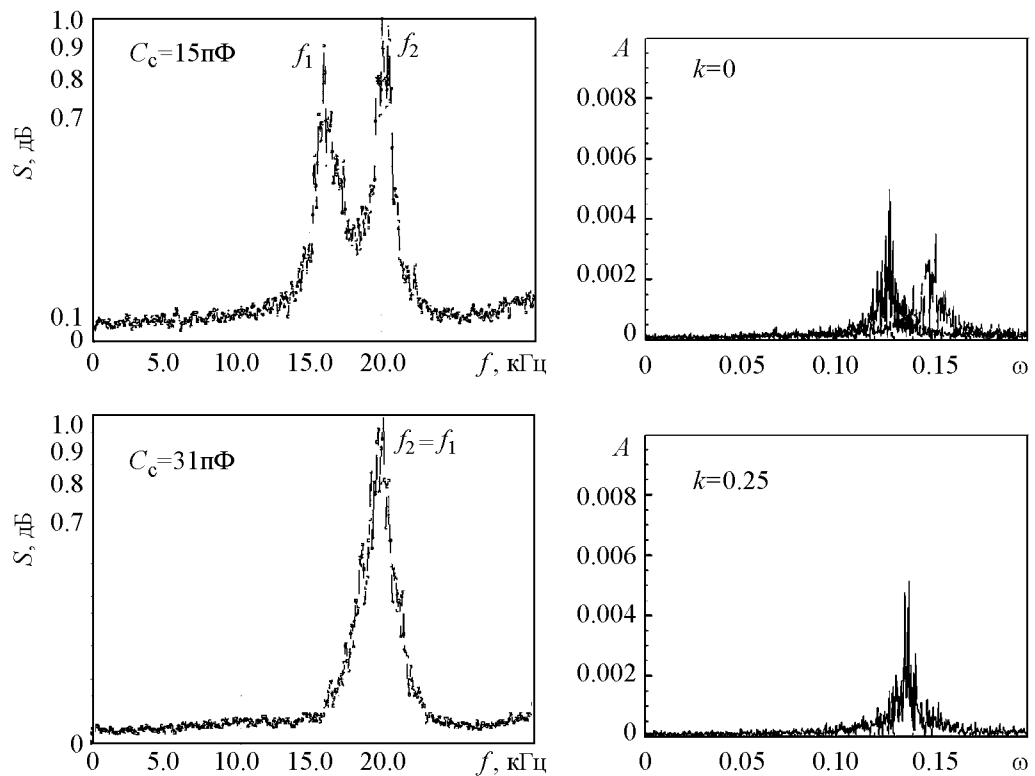


Рис. 13. Спектры мощности, демонстрирующие эффект взаимной синхронизации двух связанных систем ФХН в физическом (а) и численном (б) экспериментах. Здесь ω – безразмерная частота; k – параметр связи; A – спектральная плотность мощности

5. Обоснование автоколебательного характера стохастических колебаний в системе ФХН

Данные экспериментов, изложенные выше, свидетельствуют, что несмотря на то, что колебания в системе ФХН возникают и поддерживаются только при наличии внешнего шумового сигнала, они характеризуются полным набором свойств, присущих автоколебательным процессам. Обсудим это более детально.

Вначале рассмотрим вопрос об аттракторе режима колебаний в условиях когерентного резонанса. Определение аттрактора неавтономной системы введено в работе [13], где показано, что об аттракторе в этом случае необходимо говорить, привлекая понятие предельного множества в функциональном (гильбертовом) пространстве применительно ко всем возможным решениям $\mathbf{x} = f(\mathbf{x}_0, t)$. К сожалению, не существует возможности геометрического изображения подобного предельного множества. Можно использовать метод проектирования решений на плоскость фазовых переменных. Эта проекция будет зависеть от времени наблюдения решения. Однако в случае наличия аттрактора в функциональном пространстве его проекция на плоскость фазовых переменных системы ФХН практически не будет видоизменяться в достаточно длительном временном интервале. Экспериментально этот факт подтверждается. На рис. 14, *а* представлена проекция предельного множества на плоскость переменных x и y , вид которого напоминает слабо зашумленный периодический режим. Рис. 14, *б* иллюстрирует факт независимости от начальных данных предельного множества фазовых траекторий в проекции на плоскость. Вертикальные линии являются фазовыми траекториями, отвечающими различным начальным условиям из области притяжения аттрактора. Эксперименты показали, что никаких других предельных множеств в конечной окрестности аттрактора (см. рис. 14, *а*) система ФХН не имеет.

На основании вышеприведенных результатов можно сделать вывод о существовании аттрактора у системы ФХН. Однако наличие аттрактора еще не доказывает автоколебательный характер процесса. Для этого необходимо обсудить проблему подкачки энергии в систему. С этой целью рассмотрим выражение для дивергенции векторного поля $\mathbf{G} = (\dot{x}, \dot{y})$ системы (2)

$$\operatorname{div} \mathbf{G} = \frac{d\dot{x}}{dx} + \frac{d\dot{y}}{dy} = (\gamma g - ac) - 3\alpha g y^2. \quad (8)$$

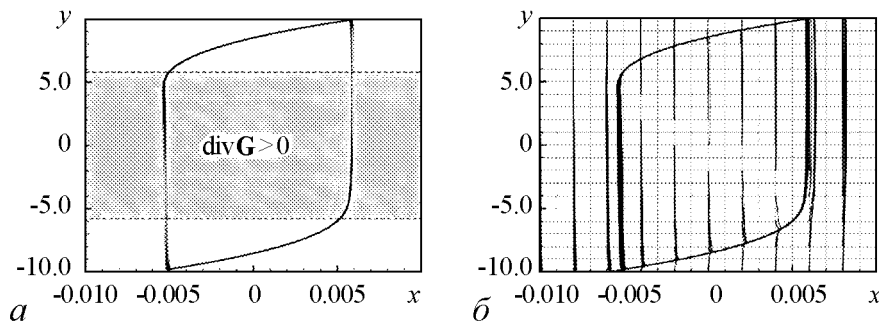


Рис. 14. Проекция аттрактора системы ФХН на плоскость переменных, отвечающая времени интегрирования $\tau = 1000$ (*а*); результат интегрирования с различными начальными данными, свидетельствующий о наличии области притяжения аттрактора (*б*)

Дивергенция векторного поля \mathbf{G} в линейном приближении характеризует наличие подкачки ($\operatorname{div} \mathbf{G} > 0$) или диссипации ($\operatorname{div} \mathbf{G} < 0$) энергии. Как видно из выражения (8), $\operatorname{div} \mathbf{G}$ является функцией переменной y и может изменять знак. Из (8) следует, что $\operatorname{div} \mathbf{G} = 0$ при $y^2 = (\gamma g - ac)/3\alpha g$. При значениях параметров, отвечающих рис. 14, a , получаем

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{G} > 0, & \text{ если } |y| \leq 5.16, \\ \operatorname{div} \mathbf{G} < 0, & \text{ если } |y| > 5.16. \end{aligned} \tag{9}$$

На рис. 14, a выделена область значений координаты y , в которой дивергенция векторного поля положительна. Это означает, что в этой области имеет место подкачка энергии от источника. В областях, где $\operatorname{div} \mathbf{G} < 0$ (для $|y| > 5.16$), полученная энергия рассеивается.

С физической точки зрения условия подкачки энергии выполняются, когда начальное положение рабочей точки отвечает значениям падающего участка характеристики нелинейного элемента R_n (см. рис. 3). На этом участке $-4.0 \leq U \leq 4.0$ В система характеризуется отрицательным сопротивлением и энергия источника увеличивает энергию колебаний.

Приведенные рассуждения свидетельствуют о том, что под действием шума система ФХН поддерживает колебательный режим, осуществляя синхронную нелинейную подкачку энергии от источника. Расчеты и измерения подтвердили важный факт: мощность колебательного процесса, которая пропорциональна $x^2(t)$, существенно превышает мощность источника шума. В численных экспериментах это превышение составляло три и более порядков в зависимости от уровня порога возбуждения системы ФХН. В физическом эксперименте мы получили превышение примерно в 20 раз. Это отличие вполне объяснимо, так как в физическом эксперименте подключение измерительных приборов к цепи ФХН шунтировало схему и приводило к расстройке управляющих параметров.

Выводы

Таким образом, приведенные выше результаты позволяют сделать важный вывод: неавтономный режим функционирования системы ФХН реализует независимо от начальных условий автоколебательный процесс, преобразуя энергию источника в режим незатухающих почти периодических колебаний. Роль шума заключается в том, что под действием флуктуаций система «выбивается» из устойчивого состояния равновесия в область фазового пространства, где включается нелинейный процесс подкачки энергии, приводящий к автоколебаниям.

Теперь становятся понятными результаты экспериментов по анализу внешней и взаимной синхронизации. Хорошо известно, что синхронизация возможна исключительно в автоколебательных системах. Наличие эффекта синхронизации как при подаче внешнего гармонического сигнала на одиночную систему ФХН, так и при взаимодействии двух связанных систем убедительно доказывает автоколебательный характер процессов в этих системах. В связи с изложенным мы можем констатировать: индуцированные шумом колебания в нелинейных диссипативных системах,

для которых существует аттрактор и которые демонстрируют эффект синхронизации, можно назвать стохастическими автоколебаниями.

Авторы выражают глубокую благодарность профессору Т.Е. Вадивасовой за плодотворные обсуждения результатов работы и ряд полезных замечаний.

Работа выполнена в рамках АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы на 2009–2010 годы» Министерства образования и науки РФ (грант № 2.2.2.2/229) и при поддержке Американского фонда гражданских исследований и развития (CRDF).

Библиографический список

1. *Pikovsky A.S. and Kurths J.* Coherence resonance in a noise-driven excitable system // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 78. P. 775.
2. *Linder B., Schimansky-Geier L.* Analytical approach to the stochastic FitzHugh–Nagumo system and coherence resonance // *Phys. Rev. E.* 1999. Vol. 60, № 6. P. 7270.
3. *Izhikevich E.M.* *Dynamical Systems in Neuroscience: The Geometry of Excitability and Bursting.* The MIT Press. Cambridge. MA, 2007.
4. *FitzHugh R.* Mathematical models of threshold phenomena in the nerve membrane // *Bull. Math. Biophysics.* 1955. Vol. 17. P. 257.
5. *Scott A.C.* The electrophysics of a nerve fiber // *Rev. Mod. Phys.* 1975. Vol. 47. P. 487.
6. *Longtin A.* Stochastic resonance in neuron models // *J. Stat. Phys.* 1993. Vol. 70. P. 309.
7. *Baltanas J.P., Casado J.M.* Bursting behaviour of the FitzHugh–Nagumo neuron model subject to quasi-monochromatic noise // *Phys. D.* 1998. Vol. 122, № 1. P. 231.
8. *Han S.K., Yim T.G., Postnov D.E., Sosnovtseva O.V.* Interacting coherence resonance oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 1999. Vol. 83, № 9. P. 1771.
9. *Neiman A., Schimansky-Geier L., Cornell-Bell A., Moss F.* Noise-enhanced phase synchronization in excitable media // *Phys. Rev. Lett.* 1999. Vol. 83, № 23. P. 4896.
10. *Hu B., Zhou Ch.* Phase synchronization in coupled nonidentical excitable systems and array-enhanced coherence resonance // *Phys. Rev. E.* 2000. Vol. 61, № 2. R1001–R1004.
11. *Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э.* Теория колебаний. М.: Наука, 1981.
12. *Makarov V.A., del Rio E., Ebeling W., and Velarde M.G.* Dissipative Toda-Rayleigh lattice and its oscillatory modes // *Phys. Rev. E.* 2001. Vol. 64. 036601.
13. *Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Стрелкова Г.И.* Автоколебания динамических и стохастических систем и их математический образ–аттрактор // *Нелинейная динамика*, 2010 (принята к публикации).

*Саратовский государственный
университет им. Н.Г. Чернышевского*

*Поступила в редакцию
После доработки*

*26.03.2010
3.11.2010*

COHERENCE RESONANCE AND SYNCHRONIZATION OF STOCHASTIC SELF-SUSTAINED OSCILLATIONS IN THE FITZHUGH–NAGUMO SYSTEM

A.V. Feoktistov, S.V. Astakhov, V.S. Anishenko

In present paper the phenomena of coherence resonance, mutual and external synchronization of noise-induced stochastic oscillations in FitzHugh–Nagumo system are studied by means of numerical and natural experiments. The properties of attractor in the system as well as energy exchange processes are analyzed. Self-sustained character of stochastic oscillations in non-autonomous FitzHugh–Nagumo system justified.

Keywords: Coherence resonance, synchronization, stochastic self-sustained oscillations, FitzHugh–Nagumo system, noise-induced oscillations.



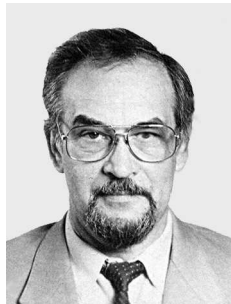
Феоктистов Алексей Владимирович – родился в 1987 году в Сердобске, окончил Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского (2009). После окончания СГУ обучается в аспирантуре на кафедре радиопроизики и нелинейной динамики. Научные интересы главным образом связаны с возбудимыми системами, стохастическими колебаниями, эффектами синхронизации и радиофизическими экспериментами.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: feoktistov_a_v@mail.ru



Астахов Сергей Владимирович – родился в Саратове (1984). Окончил физический факультет Саратовского университета по специальности радиопроизика и электроника (2006). Поступил в аспирантуру по специальности «Радиопроизика» (2007). Область научных интересов: хаос в сосредоточенных и распределенных системах, статистические характеристики хаоса, динамика систем с задержкой.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: astakhovsv@chaos.ssu.runnet.ru



Анищенко Вадим Семенович – родился в 1943 году. Окончил физический факультет СГУ (1966). Защитил диссертацию на звание кандидата физико-математических наук (1970) и доктора физико-математических наук (1986). С 1988 года – заведующий кафедрой радиопроизики и нелинейной динамики СГУ. С 1979 и по настоящее время работает в области исследования нелинейной динамики и стохастических процессов в нелинейных системах. Является автором более 300 научных работ, среди которых 7 монографий на русском и английском языках и 4 учебника. Неоднократно читал лекции в ведущих вузах Германии в качестве приглашенного профессора. Член-корреспондент РАЕН, заслуженный деятель науки РФ (1995), Соросовский профессор, лауреат премии Фонда Александра Гумбольдта (1999).

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: wadim@info.sgu.ru