



МОДОВАЯ ЛОКАЛИЗАЦИЯ В ЦЕПОЧКАХ ФЕРМИ–ПАСТЫ–УЛАМА С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ПОРЯДКОМ НЕЛИНЕЙНОСТИ

М.В. Иванченко

q -Бризеры – это точные периодические решения нелинейных акустических цепочечных систем, экспоненциально локализованные в модовом пространстве. Их наличие обуславливает динамическую локализацию энергии в исходно возбужденных модах и, как следствие, отсутствие термализации и сохранение линейчатого спектра. В данной работе исследуется вопрос о влиянии порядка степенной нелинейности γ на длину локализации в q -пространстве, порог делокализации и масштабирование этих свойств с размером системы. Установлено, что экспоненциальная локализация в модовом пространстве сохраняется; более того, существует критическое значение $\gamma = 6$, выше которого локализация усиливается с увеличением длины цепочки. Как следствие, в смешанном случае нелинейностей различных порядков порог термализации/режима сильного хаоса в больших системах определяется исключительно нелинейными членами с $\gamma \leq 6$.

Ключевые слова: Нелинейные моды, локализация энергии, q -бризеры.

Введение

В 1955 году Э. Ферми, Дж. Паста и С. Улам выдвинули гипотезу о нелинейном механизме термализации в пространственно-периодических структурах и провели ряд численных экспериментов с колебательными цепочками с нелинейностью в межэлементных связях [1]. Вопреки ожиданиям, одномодовое возбуждение с частотой ω_q и волновым числом q не распределялось по всему спектру, а оставалось локализованным в начальной и нескольких соседних модах. Более того, на больших временах интегрирования наблюдалось практически полное возвращение энергии в начальную моду. Этот парадоксальный результат стимулировал активные исследования фундаментальной проблемы термализации и эргодичности нелинейных систем, в частности, детерминированного хаоса и солитонов в интегрируемых системах.

С современной точки зрения, результат, полученный Ферми, Пастой и Уламом («проблема ФПУ», «парадокс ФПУ»), состоит в следующем. Существует область параметров системы: энергии, линейных размеров, нелинейности, в которой низкочастотные возбуждения остаются локализованными в q -пространстве нормальных мод.

Наблюдается (квази)периодическое возвращение энергии в начально возбужденные моды. Существуют так называемые пороги слабой и сильной стохастичности: при превышении первого порога колебания становятся хаотическими, но остаются локализованными в модовом пространстве, а быстрая делокализация и термализация системы наблюдаются только при превышении второго порога [4–6].

Одним из известных подходов к объяснению парадокса ФПУ является континуальное приближение, которое дает интегрируемую солитонную динамику, отсутствие термализации и возвращаемость энергии [3]. Другой подход – аналитические и численные оценки порога сильного хаоса и термализации [2, 7–11].

Недавно было показано, что все основные аспекты результата ФПУ могут быть описаны в рамках одной теории – q -бризеров – точных периодических решений, являющихся продолжением линейных мод в нелинейный режим и экспоненциально локализованных в q -пространстве [12]. Такие решения реализуются в широком классе динамических систем: в двумерных и трехмерных конечных и бесконечных акустических решетках, решетках дискретных нелинейных уравнений Шредингера, квантовых цепочках Бозе–Хаббарда [24]. q -Бризеры сохраняются и в системах с пространственным беспорядком [14].

Помимо фундаментальной проблемы термализации, нелинейные моды представляют интерес и с точки зрения динамики микро- и наноразмерных электромеханических колебательных систем [15]. Цепочки и решетки таких осцилляторов позволяют получить широкую полосу пропускания, дисперсию и другие волновые свойства [16, 17]. Нелинейный режим работы представляется крайне привлекательным как в связи с расширением рабочего диапазона, так и в связи с потенциальной возможностью практического использования нелинейных эффектов в миниатюрных приборах. Здесь принципиальными являются вопросы о нелинейном спектре колебаний: как изменяются моды с усилением нелинейности, увеличением амплитуды колебаний; сохраняется ли локализация в модовом пространстве; каков порог по нелинейности/энергии, ниже которого спектр колебаний еще сохраняет основные свойства линейного?

Существующие результаты теории q -бризеров дают достаточно полную картину за одним исключением. До сих пор рассматривался узкий класс нелинейности в межэлементных связях: квадратичная и кубическая (так называемые модели α - и β -ФПУ). Однако в случае нелинейности общего вида разложение силы взаимодействия в ряд Тейлора вблизи состояния равновесия дает и члены более высокого порядка. При увеличении энергии/амплитуды колебаний эти члены могут становиться доминирующими и существенно влиять на локализацию мод, порог делокализации q -бризеров и развития сильного хаоса. Исследованию этой проблемы и посвящена настоящая работа.

1. Формулировка задачи

Система ФПУ – это механическая модель в виде цепочки N частиц одинаковой массы, связанных пружинами с линейными и нелинейными членами в силе взаимодействия:

$$\ddot{x}_n = (x_{n+1} - 2x_n + x_{n-1}) + \chi[(x_{n+1} - x_n)^{\gamma-1} - (x_n - x_{n-1})^{\gamma-1}], \quad (1)$$

где x_n – отклонение n -й частицы от состояния равновесия, а граничные условия задаются $x_0 = x_{N+1} = 0$. Частные случаи квадратичной $\gamma = 3$ и кубической нелинейности $\gamma = 4$ являются классическими моделями и известны как α - и β -ФПУ, соответственно. По аналогии обобщенную модель (1) будем называть χ -ФПУ.

Замена переменных $x_n(t) = \sqrt{\frac{2}{N+1}} \sum_{q=1}^N Q_q(t) \sin\left(\frac{\pi q n}{N+1}\right)$ задает переход в пространство N нормальных мод с амплитудами $Q_q(t)$. Уравнения движения в новых переменных имеют вид

$$\ddot{Q}_q + \omega_q^2 Q_q = -\frac{\chi}{[2(N+1)]^{\gamma/2-1}} \omega_q \sum_{q_1, \dots, q_{\gamma-1}=1}^N C_{q_1, \dots, q_{\gamma-1}} \prod_{k=1}^{\gamma-1} \omega_{q_k} Q_{q_k}, \quad (2)$$

где $\omega_q = 2 \sin(\pi q / (2(N+1)))$ – частоты нормальных мод, а

$$C_{q_1, \dots, q_{\gamma-1}} = \sum_{m=0}^{[\gamma/2-1]} \sum_{\pm} (-1)^m \delta_{q \pm q_1 \pm \dots \pm q_{\gamma-1}, 2m(N+1)} \quad (3)$$

– коэффициенты межмодовых связей. Заметим, что модовые уравнения описывают динамику осцилляторов с нелинейной дальнедействующей связью.

Рассмотрим вопрос о продолжении периодических траекторий, отвечающих линейным модам, в нелинейный режим. Для этого положим $\chi = 0$, зададим энергию $E_{q_0} = E$ в нормальной моде $q = q_0$, в то время как остальные q -осцилляторы неподвижны. Такие начальные условия отвечают периодической траектории в фазовом пространстве нашей модели. В соответствии с [18], достаточным условием возможности продолжения является отсутствие резонансов $n\omega_{q_0} \neq \omega_{q \neq q_0}$, что, в общем случае, справедливо для конечного числа осцилляторов N [22]. Следовательно, можно ожидать, что периодическая траектория останется локализованной в q -пространстве по крайней мере до некоторого критического ненулевого значения χ .

Развивая данный подход, можно строить теорию возмущений для уравнения (2) по степеням малого параметра $\sigma = \chi / [2(N+1)]^{\gamma/2-1}$, взяв линейную моду q_0 в качестве нулевого приближения. Известные результаты [12] дают для β -ФПУ последовательно возбужденные моды $q_0, 3q_0, \dots, (2n+1)q_0, \dots$ с экспоненциально спадающей энергией

$$E_{(2n+1)q_0} = \lambda^{2n} E_{q_0}, \quad \lambda = \frac{3\beta E_{q_0} (N+1)}{8\pi^2 q_0^2}, \quad (4)$$

а для α -ФПУ – последовательность мод $q_0, 2q_0, \dots, nq_0$, локализованных как

$$E_{nq_0} = \lambda^{2n-2} n^2 E_{q_0}, \quad \lambda = \frac{\alpha \sqrt{E_{q_0}} (N+1)^{3/2}}{\pi^2 q_0^2}. \quad (5)$$

При $\lambda \geq 1$ q -бризер становится делокализованным; это означает сильную деформацию нелинейной моды, сильную связь между модами в различных частях

спектра, быструю термализацию системы. Обратим внимание на то, что делокализация происходит не только при увеличении энергии/коэффициента нелинейности: в обоих случаях делокализация происходит с увеличением размера системы N . Эти критерии сильного хаоса совпадают с точностью до множителя с оценками, полученными другими методами [2, 7–11].

2. Локализация в системах с произвольным порядком нелинейности

Строим теорию возмущений для произвольного порядка нелинейности γ . Используем точное периодическое решение линейной задачи $Q_{q_0}(t) = A_0 \cos \omega_{q_0} t$, $Q_q(t) = 0$, $q \neq q_0$ в качестве нулевого приближения. Будем искать решение в виде $Q_q(t) = Q_q^{(0)}(t) + \sigma Q_q^{(1)}(t) + \mathcal{O}(\sigma^2)$. Легко убедиться, что в первом порядке теории возмущений нетривиальными решениями будут $Q_{(\kappa-1)q_0}^{(1)}(t)$, где $\kappa = 4, 6, \dots, \gamma$ для четных γ и $\kappa = 3, 5, \dots, \gamma$ для нечетных. С учетом того, что $C_{(\kappa-1)q_0, q_0, \dots, q_0} = C_{\gamma-1}^{(\gamma-\kappa)/2}$, уравнения движения приобретают вид уравнений, описывающих колебания линейного осциллятора под действием внешней периодической силы

$$\ddot{Q}_{(\kappa-1)q_0}^{(1)} + \omega_{(\kappa-1)q_0}^2 Q_{(\kappa-1)q_0}^{(1)} = -\omega_{(\kappa-1)q_0} C_{\gamma-1}^{(\gamma-\kappa)/2} [\omega_{q_0} A_0 \cos \omega_{q_0} t]^{\gamma-1}. \quad (6)$$

Наибольший отклик будет наблюдаться на частоте $(\kappa - 1)\omega_{q_0}$, для которой условие резонанса выполнено наиболее точно. Поэтому амплитуды колебаний рассматриваемых мод будут

$$A_{(\kappa-1)q_0} \approx \frac{\chi}{[2(N+1)]^{\gamma/2-1}} \frac{\omega_{(\kappa-1)q_0} \left(C_{\gamma-1}^{(\gamma-\kappa)/2}\right)^2}{2^{\gamma-2} \left[(\kappa-1)^2 \omega_{q_0}^2 - \omega_{(\kappa-1)q_0}^2\right]} \omega_{q_0}^{\gamma-1} A_0^{\gamma-1}. \quad (7)$$

Для низкочастотных мод $q_0 \ll N$ имеем

$$(\kappa-1)^2 \omega_{q_0}^2 - \omega_{(\kappa-1)q_0}^2 \approx \frac{\omega_{(\kappa-1)q_0} \pi^3 q_0^3 (\kappa-1) \kappa (\kappa-2)}{12(N+1)^3}.$$

В результате

$$A_{(\kappa-1)q_0} \approx \frac{\chi}{[2(N+1)]^{\gamma/2-1}} \frac{12(N+1)^3 \left(C_{\gamma-1}^{(\gamma-\kappa)/2}\right)^2}{2^{\gamma-2} \pi^3 q_0^3 (\kappa-1) \kappa (\kappa-2)} \omega_{q_0}^{\gamma-1} A_0^{\gamma-1}. \quad (8)$$

Определив энергию моды как $E_q = \omega_q^2 A_q^2 / 2$, получим

$$E_{(\kappa-1)q_0} = \lambda_{\gamma, \kappa} E_{q_0}, \quad (9)$$

где коэффициент локализации равен

$$\lambda_{\gamma, \kappa} = \frac{3\chi \left(C_{\gamma-1}^{(\gamma-\kappa)/2}\right)^2 E_0^{\gamma/2-1}}{2^{\gamma-4} \pi^2 q_0^2 \kappa (\kappa-2) (N+1)^{\gamma/2-3}}. \quad (10)$$

Соответствующая длина локализации в модовом пространстве $E_{(\kappa-1)q_0} = e^{\frac{(\kappa-2)q_0}{\xi_{\gamma,\kappa}}} E_{q_0}$ будет $\xi_{\gamma,\kappa} = -(\kappa - 2)q_0 / (2 \ln \lambda_{\gamma,\kappa})$. Для более высоких порядков теории возмущений результат усложняется, так как увеличивается число мод, взаимодействие которых надо учесть. Поэтому мы ограничимся формулой (9), аппроксимируя дальнейший спад энергии этим законом.

Для определения порога делокализации этот результат является достаточным. Используя $\lambda_{\gamma,\kappa} = 1$ в качестве критерия делокализации, получаем, что делокализация происходит при увеличении энергии / нелинейности системы. Кроме того, возможна делокализация при увеличении N . Последнее зависит от порядка нелинейности. Так, существует порог $\gamma^* = 6$, выше которого локализация усиливается с ростом N . Таким образом, в больших системах, а также при наличии смешанного типа нелинейности, локализация и порог делокализации определяется нелинейными членами с порядком нелинейности $\gamma < 6$. Зависимость длины локализации $\max_{\kappa}[\xi_{\gamma,\kappa}]$ от длины цепочки иллюстрируется на рис. 1.

Обратимся к результатам численных экспериментов. Используем стандартный алгоритм нахождения периодических траекторий [12]. В качестве нулевого приближения, как и раньше, выбирается q_0 -я линейная мода. Начальные условия задаются $Q_{q \neq q_0}(0) = 0$, $\dot{Q}_q(0) = 0$, и $Q_{q_0}(0) = \sqrt{2E}/\omega_{q_0}$. Строится отображение $\vec{y} \equiv \{x_q\}$ на себя путем интегрирования до момента, когда $\dot{x}_s(t) = 0$, $s = [(N + 1)/2q_0]$: $\vec{y}^{n+1} = \vec{\mathcal{F}}(\vec{y}^n)$. Периодическая траектория динамической системы (2) отвечает неподвижной точке сконструированного отображения. Векторная функция $\vec{\mathcal{G}} = \vec{\mathcal{F}}(\vec{y}) - \vec{y}$ используется для вычисления матрицы монодромии $\mathcal{N} = \partial \mathcal{G}(\vec{y})_i / \partial y_j$. Итерации $\vec{y}' = \vec{y} - \mathcal{N}^{-1} \vec{\mathcal{G}}(\vec{y})$ продолжаются до достижения требуемой точности ε : $\|\vec{\mathcal{F}}(\vec{y}) - \vec{y}\| / \|\vec{y}\| < \varepsilon$, где $\|\vec{y}\| = \max[|y_i|]$. Из системы уравнений $\vec{\mathcal{G}}(\vec{r}) = \mathcal{N}(\vec{r} - \vec{r}')$ находится новая стартовая точка \vec{r}' и исправляется отклонение энергии системы от заданного полного значения E .

На рис. 1 представлены графики для полученных таким образом q -бризеров в цепочках с порядками нелинейности $\gamma = 7$ и $\gamma = 8$ при $\chi = 0.001$ и длине цепочки $N = 32$. Как и предсказывается теорией, распределение энергии в модовом

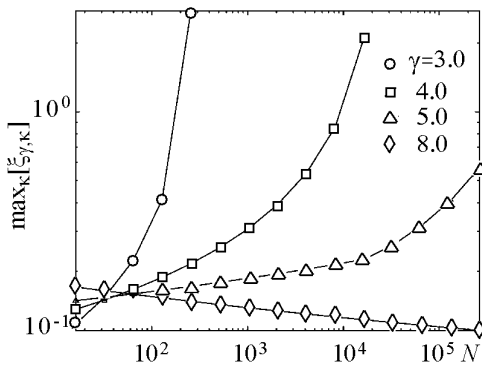


Рис. 1. Зависимость длины локализации, максимальной для данного γ , от размера цепочки N (9). Под порогом $\gamma^* = 6$ q -бризеры делокализуются, над ним локализация усиливается с ростом N

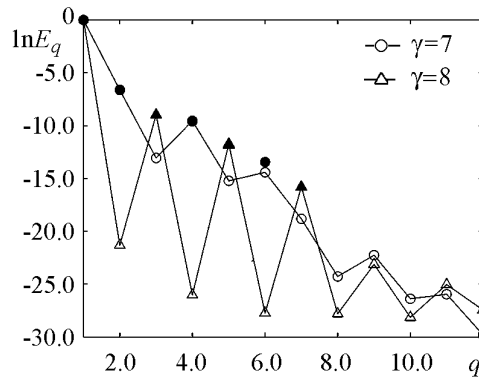


Рис. 2. Распределение энергии q -бризеров с $q_0=1$, $\chi = 0.001$, $N = 32$ в модовом пространстве для нечетной и четной нелинейностей высокого порядка. Закрашенные символы соответствуют аналитической оценке (9)

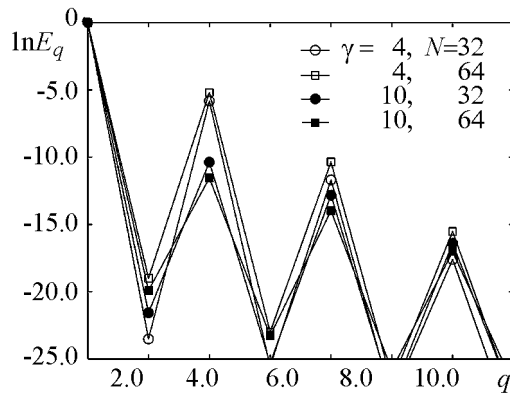


Рис. 3. Зависимость локализации q -бризеров от длины цепочки для степени нелинейности ниже и выше порогового значения $\gamma = 6$. Здесь $q_0 = 1$, $\chi = 0.001$, $\gamma = 4$ и $\gamma = 10$

пространстве имеет пики в $q = 3q_0, 5q_0, \dots, (\gamma-1)q_0$ для четных γ и $q = 2q_0, 4q_0, \dots, (\gamma-1)q_0$ для нечетных. Аналитическая оценка профиля q -бризера (9) хорошо согласуется с численными результатами (закрашенные символы на рис. 1).

Наиболее важное следствие (9) – делокализация q -бризеров с увеличением размеров системы N при $\gamma < 6$ и усиливающаяся локализация при $\gamma > 6$ – также находит численное подтверждение (рис.3, сравните изменение профилей q -бризеров для $\gamma = 4$ (модель β -ФПУ) и $\gamma = 10$ при увеличении размеров системы с $N = 32$ до $N = 64$).

Заключение

В работе исследованы свойства локализации q -бризеров в модовом пространстве обобщенной модели ФПУ с нелинейностью произвольного порядка. Получена аналитическая оценка профиля энергии в q -пространстве в первом порядке теории возмущений. Установлено, что, помимо увеличения полной энергии системы (или, что эквивалентно, коэффициента нелинейности), к делокализации может привести и увеличение длины системы, если порядок нелинейности меньше порогового $\gamma^* = 6$. Для более высоких порядков нелинейности длина локализации в модовом пространстве уменьшается с N ; для любых наперед заданных величин коэффициента и порядка нелинейности можно указать такое N , выше которого q -бризер с центром в моде q_0 будет локализован.

Этот результат дает ответ на вопрос о пороге термализации системы (появления сильного хаоса) и существования линейчатого спектра в больших системах. Для общего вида нелинейности, где в уравнениях движения присутствуют члены различных порядков, с увеличением полной энергии более высокие порядки начинают преобладать по силе действия. Однако порог делокализации q -бризеров (а следовательно, термализации и разрушения линейчатого спектра) полностью определяется нелинейными членами с $\gamma = 3, 4, 5$.

Закономерен вопрос о влиянии высоких порядков нелинейности на локализацию и устойчивость q -бризеров в двумерных и трехмерных решетках. Это будет являться предметом дальнейшего исследования.

Автор благодарит С. Флаха, О. Канакова и К. Мишагина за плодотворные дискуссии.

Работа поддержана фондом «Династия», Федеральной целевой программой «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, госконтракты 14.740.11.0075, П2308, и РФФИ, 10-02-00865.

Библиографический список

1. *Fermi E., Pasta J., and Ulam S.* Los Alamos Report LA-1940, 1955; also in: *Collected Papers of Enrico Fermi / Ed. E. Segre // University of Chicago Press. 1965. Vol. II. P. 978; Many-Body Problems / Ed. Mattis D.C. Singapore: World Scientific, 1993.*
2. *Ford J.* The Fermi–Pasta–Ulam problem: Paradox turns discovery // *Phys. Rep.* 1992. Vol. 213. P. 271.
3. CHAOS. 2005. Vol. 15, № 1, Focus Issue. The Fermi–Pasta–Ulam problem – The first fifty years/ Eds. D.K. Campbell, P. Rosenau and G.M. Zaslavsky.
4. *Berman G.P. and Izrailev F.M.* The Fermi–Pasta–Ulam problem: Fifty years of progress // *Chaos.* 2005. Vol. 15. 015104.
5. *Zabusky N.J. and Kruskal M.D.* Interaction of «solitons» in a collisionless plasma and the recurrence of initial states // *Phys. Rev. Lett.* 1965. Vol. 15. P. 240.
6. *Izrailev F.M. and Chirikov B.V.* Statistical properties of a non-linear string // *Dokl. Akad. Nauk SSSR.* 1966. Vol. 166. P. 57. [*Soviet. Phys. Dokl.* 1966. Vol. 11. P. 30].
7. *De Luca J., Lichtenberg A.J., and Lieberman M.A.* Time scale to ergodicity in the Fermi–Pasta–Ulam system // *Chaos.* 1995. Vol. 5. P. 283.
8. *Shepelyansky D.L.* Low-energy chaos in the Fermi–Pasta–Ulam problem // *Nonlinearity.* 1997. Vol. 10. 1331.
9. *Bocchierri P., Scotti A., Bearzi B., and Loigner A.* Anharmonic chain with Lennard-Jones interaction // *Phys. Rev. A.* 1970. Vol. 2. 2013; *Galgani L. and Scotti A.* Planck-like distributions in classical nonlinear mechanics // *Phys. Rev. Lett.* 1972. Vol. 28. 1173; *Patrascioiu A.* Blackbody Radiation Law: Quantum or classical explanation? // *Phys. Rev. Lett.* 1983. Vol. 50. 1879.
10. *Kantz H.* Vanishing stability thresholds in the thermodynamic limit of nonintegrable conservative systems // *Physica D* **39**, 322, 1989; *Kantz H., Livi R. and Ruffo S.* Equipartition thresholds in chains of anharmonic oscillators // *J. Stat. Phys.* 1994. Vol. 76. P. 627.
11. *Casetti L., Cerruti-Sola M., Pettini M. and Cohen E.G.D.* The Fermi–Pasta–Ulam problem revisited: Stochasticity thresholds in nonlinear Hamiltonian systems // *Phys. Rev. E.* 1997. Vol. 55. 6566.
12. *Flach S., Ivanchenko M.V. and Kanakov O.I.* q-Breathers and the Fermi–Pasta–Ulam problem // *Phys. Rev. Lett.* 2005. Vol. 95. 064102; *Flach S., Ivanchenko M.V. and Kanakov O.I.* q-breathers in Fermi–Pasta–Ulam chains: Existence, localization, and stability // *Phys. Rev. E.* 2006. Vol. 73. 036618.
13. *Ivanchenko M.V. et al.* q-Breathers in finite two- and three-dimensional nonlinear acoustic lattices // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 97. 025505; *Mishagin K.G. et al.* q-breathers in discrete nonlinear Schroedinger lattices // *New J. Phys.* 2008. Vol. 10. 073034; *Nguenang J.P., Pinto R.A., Flach S.* Quantum q-breathers in a finite Bose–Hubbard chain: The case of two interacting bosons // *Phys. Rev. B.* 2007. Vol. 75. 214303.
14. *Ivanchenko M.V.* q-Breathers in finite lattices: nonlinearity and weak disorder // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 102. 175507; *Ivanchenko M.V.* q-Breathers in discrete nonlinear Schroedinger arrays with weak disorder // *Письма в ЖЭТФ.* 2009. Т. 89, № 3. С. 170.
15. *Ekinici K.L., Roukes M.L.* Nanoelectromechanical systems // *Rev. Sci. Instr.* 2005. Vol. 76. 061101; *Li M., Tang H.X., and Roukes M.L.* Ultra-sensitive NEMS-based

cantilevers for sensing, scanned probe and very high-frequency applications // Nature Nanotech. 2007. Vol. 2. P. 114.

16. *Sato M., Hubbard B.E., and Sievers A.J.* Nonlinear energy localization and its manipulation in micromechanical oscillator arrays // Rev. Mod. Phys. 2006. Vol. 78. P. 137; *Sato M., Sievers A.J.* Visualizing intrinsic localized modes with a nonlinear micromechanical array // Low Temp. Phys. 2008. Vol. 34. P. 543.
17. *Buks E. and Roukes M.L.* Electrically tunable collective response in a coupled micromechanical array // J. Micromech. Sys. 2002. Vol. 11. P. 802; *Zalalutdinov M. et al.* Two-dimensional array of coupled nanomechanical resonators // Appl. Phys. Lett. 2006. Vol. 88. 143504.
18. *MacKay R.S. and Aubry S.* Proof of existence of breathers for time-reversible or Hamiltonian networks of weakly coupled oscillators // Nonlinearity. 1994. Vol. 7. 1623.
19. *Lyapunov M.A.* The General Problem of Stability of Motion // London: Taylor & Francis, 1992.

Нижегородский государственный
университет

Поступила в редакцию 15.07.2010
После доработки 21.01.2011

MODE LOCALIZATION IN FERMI-PASTA-ULAM CHAINS WITH ARBITRARY DEGREE OF NONLINEARITY

M.V. Ivanchenko

q -Breathers are exact periodic solutions of nonlinear acoustic chain systems, exponentially localized in the space of normal modes. Their presence determines the energy localization in initially excited modes, the absence of thermalization and persistence of quasi-linear spectrum. In the present paper we study the influence of the order of nonlinearity γ on the localization length in the q -space, delocalization threshold and scaling of these properties with the system size. It is shown that the exponential localization holds; moreover, there exists the critical value $\gamma = 6$, above which the localization strengthens with increasing the chain length. Accordingly, in case of mixed order nonlinearities thermalization/strong chaos thresholds in large systems are determined by nonlinear terms with $\gamma \leq 6$ only.

Keywords: Nonlinear modes, energy localization, q -breathers.



Иванченко Михаил Васильевич – родился в 1981 году. Окончил радиофизический факультет Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (2004), там же защитил кандидатскую диссертацию (2007). В настоящее время является сотрудником кафедры теории колебаний ННГУ. Область научных интересов – нелинейная динамика, математическая иммунология, локализация энергии в нелинейных решеточных системах, синхронизация, нейродинамика. Имеет около 35 печатных работ по данной тематике. Удостоен медали Российской академии наук в конкурсе 2004 года на лучшие научные работы по направлению «Общая физика и астрономия».

603950 Нижний Новгород, ул. Гагарина, 23а
Нижегородский государственный университет
E-mail: ivanchenko@rf.unn.ru