



## ДИНАМИКА СИСТЕМЫ ФИТЦХЬЮ–НАГУМО ПОД ВНЕШНИМ ПЕРИОДИЧЕСКИМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

*А.В. Феоктистов, В.С. Анищенко*

В работе на основе эксперимента на радиофизической модели проведен анализ динамики системы ФитцХью–Нагумо под действием внешнего гармонического сигнала. Выявлена зависимость режима колебаний системы от параметров воздействия. Рассмотрено влияние формы сигнала внешнего воздействия на отклик системы.

*Ключевые слова:* Система ФитцХью–Нагумо, периодическое воздействие, области резонансов, последовательность импульсов, спайк.

### Введение

Возбудимые системы представляют большой интерес в современной науке. Исследованию их поведения, в частности, при различном внешнем воздействии на такие системы посвящено большое количество работ [1–5, 10]. Система ФитцХью–Нагумо (ФХН) широко исследуется уже в течение порядка 50 лет и за это время стала базовым примером возбудимой системы. Установлено, что под действием шума в ней наблюдаются интересные явления, такие как когерентный резонанс [7–9]. Воздействие на систему последовательностью импульсов представляет интерес в связи с исследованиями клеток сердца [10, 11]. В работе [10] проведен подробный анализ возбудимых систем, в частности, и системы ФитцХью–Нагумо под внешним периодическим воздействием как последовательностью импульсов, так и синусоидальным сигналом. В отличие от нашей работы воздействие осуществлялось на медленную переменную. Также построены области резонансов. Поскольку подавляющее большинство работ посвящено случаю, когда внешнее воздействие осуществляется импульсами, как одиночными, так и последовательностью импульсов, интересным становится вопрос, как меняется динамика системы в зависимости от формы сигнала воздействия. Настоящая работа посвящена исследованию динамики осциллятора ФитцХью–Нагумо под внешним периодическим, а именно синусоидальным воздействием, выявлению особенностей поведения системы в зависимости от параметров внешнего воздействия – амплитуды и частоты, а также влияния порога генерации.

## 1. Исследуемая система и ее математическая модель

Экспериментальная модель представляет собой классическую схему, предложенную ФитцХью и Нагумо, но частично модифицированную. В оригинальной схеме в качестве нелинейного элемента используется туннельный диод, мы же взамен туннельного диода используем схему на операционном усилителе, которая также имеет  $N$ -образную вольт-амперную характеристику. Дополнительно на экспериментальную установку подается гармонический сигнал с внешнего генератора. Принципиальная электрическая схема установки и ВАХ нелинейного элемента представлены на рис. 1.

На основе законов Кирхгофа нетрудно получить уравнения, описывающие динамику системы,

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt} &= \frac{1}{L}(V_c - RI - U + A \sin(\omega_{\text{ex}}t)), \\ \frac{dU}{dt} &= \frac{1}{C}(I - I(U)), \quad I(U) = \alpha U^3 - \gamma U, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $V_c$  – напряжение смещения;  $I$  – ток, протекающий через индуктивность  $L$ ;  $U$  – напряжение на конденсаторе  $C$  (номинальные значения элементов схемы, напряжение питания и параметры нелинейной характеристики соответствуют рис. 1);  $\alpha = 2.22 \cdot 10^{-5}$ ,  $\gamma = 1.6 \cdot 10^{-3}$ ;  $A$  – амплитуда внешнего воздействия;  $\omega_{\text{ex}} = 2\pi f_{\text{ex}}$  – частота внешнего воздействия.

## 2. Анализ динамики системы

В схемотехнике для определения и задания требуемых режимов работы схемы часто используют вольт-амперную характеристику и нагрузочную прямую [12]. При анализе систем дифференциальных уравнений удобно пользоваться нульклинами, поскольку такой способ является простым и наглядным [13]. Его суть заключается в построении в пространстве переменных системы кривых, на которых производные соответствующих переменных обращаются в нуль. Эти кривые разбивают пространство переменных на области, в которых производные имеют разные знаки, тем са-

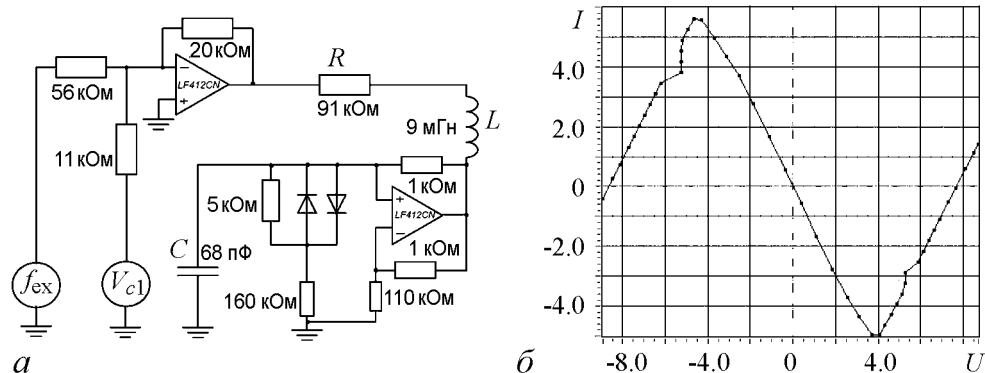


Рис. 1. Экспериментальная установка и  $N$ -характеристика нелинейного элемента

мым позволяя сделать предположения о траектории изображающей точки. Поскольку в нашей системе всего две переменных, то фазовое пространство представляет собой плоскость. На плоскости параметров напряжение  $U$  – ток  $I$  построим нульклины для системы (1).  $U$ -нульклина представляет собой инвертированную  $N$ -образную кривую, на которой  $dU/dt$  меняет свой знак и определяется из условия  $dU/dt = 0$ . Она симметрична относительно нуля и пересекает ось абсцисс в точках  $-8.49$ ;  $0$ ;  $8.49$  В.  $I$ -нульклина представляет собой прямую, на которой  $dI/dt$  меняет свой знак и определяется из условия  $dI/dt = 0$ . Это прямая с угловым коэффициентом  $-1/r$ , где  $r$  – активное сопротивление всей цепочки, примерно равное значению резистора  $R$  на схеме (рис. 1, а). Замечательно, что с физической точки зрения  $U$ -нульклина соответствует  $N$ -образной характеристике нелинейного элемента, а  $I$ -нульклина соответствует нагрузочной прямой. Нульклины точно совпадут с  $N$ -характеристикой и нагрузочной прямой, если инвертировать ось ординат. Поскольку переменные  $U$  и  $I$  являются для системы (1) также и фазовыми переменными, то плоскость  $U, I$ , на которой изображены нульклины, является фазовой плоскостью. Точка пересечения нульклин является точкой равновесия, поскольку в ней выполняется условие  $dU/dt = dI/dt = 0$ . В зависимости от значений управляющих параметров в системе (1) возможны несколько состояний равновесия [14]. Нас же интересует только случай, когда в системе существует единственное состояние равновесия.

Сначала рассмотрим осциллятор ФХН при нулевой амплитуде внешнего воздействия. Зададим начальное состояние таким образом, чтобы точка пересечения нульклин находилась немного левее минимума  $U$ -нульклина, как показано на рис. 2. Эта точка, соответствующая состоянию равновесия в системе (1), обозначена звездочкой. Расположение точки пересечения нульклин определяется, главным образом, сопротивлением  $R$  и напряжением смещения  $V_c$ . В зависимости от ее расположения, состояние равновесия может быть как устойчивым так и неустойчивым. Условие устойчивости выполняется во всей плоскости  $U, I$  (см. рис. 2) кроме области, выделенной светло-серым цветом. Левая граница  $U_a$  области неустойчивости проходит точно через минимум  $U$ -нульклина, а абсцисса правой границы  $U_b$  определяется как напряжение максимума  $U$ -нульклина минус значение тока в этом максимуме, деленное на  $r$ . Как только точка пересечения попадает в неустойчивую область, в системе появляется генерация. Фазовый портрет представляет собой предельный цикл, а траектория в зависимости от параметров схемы  $L$  и  $C$  может либо приближаться к  $U$ -нульклин в области левой и правой ветвей  $N$ -характеристики и совершать скачки между ветвями, либо достаточно далеко отходить от нульклин. В первом случае колебания носят релаксационный характер, а предельный цикл имеет характерную форму. Во втором случае колебания близки к синусоидальным. В понятиях быстро-медленной системы движения вдоль ветвей  $N$ -характеристики называются медленными, а скачки между ветвями – быстрыми движениями.

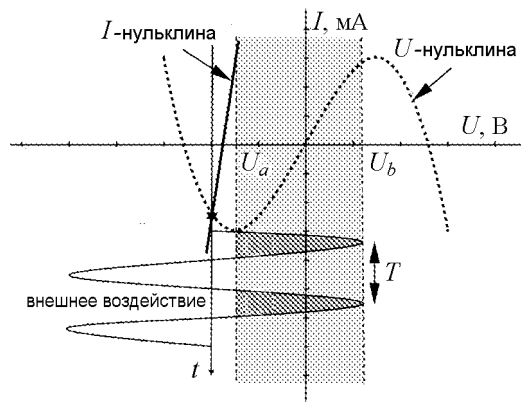


Рис. 2. Система ФХН под внешним воздействием

Рассмотрим, что будет происходить с системой ФХН при ненулевой амплитуде внешнего воздействия. Снова выберем начальные условия, как показано на рис. 2 звездочкой, а именно, когда система находится в состоянии покоя и в фазовом пространстве наблюдается только неподвижная точка. С практической точки зрения внешнее периодическое напряжение представляет собой добавку (со знаком плюс или минус) к напряжению  $V_c$ , которая меняется со временем. Таким образом, внешний сигнал двигает точку пересечения нульклин либо в неустойчивую область, тем самым приводя систему к генерации, либо еще глубже в устойчивую область, отодвигая от порога генерации. На рис. 2 показан случай, когда амплитуда сигнала внешнего воздействия точно равна сумме величин ширины области и порога генерации. Назовем полупериод, на котором происходит генерация, активным, а полупериод, где генерации нет – нейтральным полупериодом. На рис. 2 активный полупериод выделен темно-серым фоном. Точка пересечения преодолевает расстояние до порога генерации ( $U_a$ ) от своего начального местоположения, проходит полностью область генерации, касаясь в одной точке другой границы ( $U_b$ ), затем снова полностью проходит область генерации, но уже в обратном направлении и, наконец, возвращается в свое начальное положение и все это за (активную) половину периода ( $T$ ) внешнего воздействия. Вторую (нейтральную) половину этого же периода точка пересечения путешествует по устойчивой области. Если задать начальные условия таковыми, что состояние равновесия окажется около «дальней» границы ( $U_b$ ), то полупериоды поменяются местами.

Рассмотрим, как меняется фазовый портрет и временные реализации системы при варьировании частоты внешнего воздействия. Будем сравнивать период собственных колебаний  $T_s$  с периодом внешнего воздействия  $T$ . Разделим весь диапазон изменения частоты внешнего сигнала на две основные области. Первая область определяется из условия  $T_s \leq (1/2)T$ , то есть период собственных колебаний системы меньше либо равен половине периода внешнего воздействия. Частота сигнала внешнего воздействия  $\omega_{ex}$  не превосходит половины частоты собственных колебаний  $\omega_s$ . Вторая область определяется из условия  $T_s > (1/2)T$  или  $\omega_{ex} > (1/2)\omega_s$ , то есть частота сигнала внешнего воздействия  $\omega_{ex}$  больше половины частоты собственных колебаний  $\omega_s$ .

Рассмотрим первый случай, когда период собственных колебаний системы меньше полупериода внешнего воздействия ( $T_s < (1/2)T$ ). На единичное воздействие, превышающее пороговое значение, система дает отклик в виде спайка, который представляет собой один период сигнала, такого же, как в режиме генерации, а фазовая точка совершает один проход по замкнутой траектории. За время длительности активного полупериода внешнего воздействия система создает такое количество спайков, сколько периодов собственных колебаний уложится в длительности активного полупериода. Рис. 3 иллюстрирует этот случай. Частота внешнего воздействия специально выбрана такой, чтобы на длительности активного полупериода укладывалось небольшое количество собственных периодов и было легче наблюдать за происходящим. Квадратик отмечает место точки равновесия (пересечения нульклин) при нулевой амплитуде внешнего воздействия. На этом рисунке хорошо видно, что в течение активного полупериода система совершает колебания, а на протяжении нейтрального полупериода генерации нет, о чем свидетельствует практически вертикально опускающаяся траектория, прорисованная устойчивой фазовой

точкой (рис. 3, *a*). При уменьшении частоты внешнего воздействия за время активного полупериода система успевает совершить большее число осцилляций. Временная реализация (рис. 3, *б*) представляет последовательность групп спайков, в каждой группе содержится одинаковое количество спайков. При увеличении амплитуды воздействия и фиксированной частоте количество спайков в последовательности также увеличивается, объяснение этому явлению будет дано ниже, в разделе 3. Если зафиксировать амплитуду воздействия  $A$  и плавно менять частоту  $\omega_{\text{ex}}$ , приближая её к  $(1/2)\omega_s$ , то будет уменьшаться число спайков в каждой группе (рис. 3, *в*)

При равенстве частоты внешнего воздействия половине собственной частоты ( $T_s = (1/2)T$ ) в каждом активном полупериоде укладывается ровно один период собственных колебаний, а каждая из групп во временной реализации содержит ровно по одному спайку. В фазовом пространстве наблюдается однообходный цикл (рис. 4).

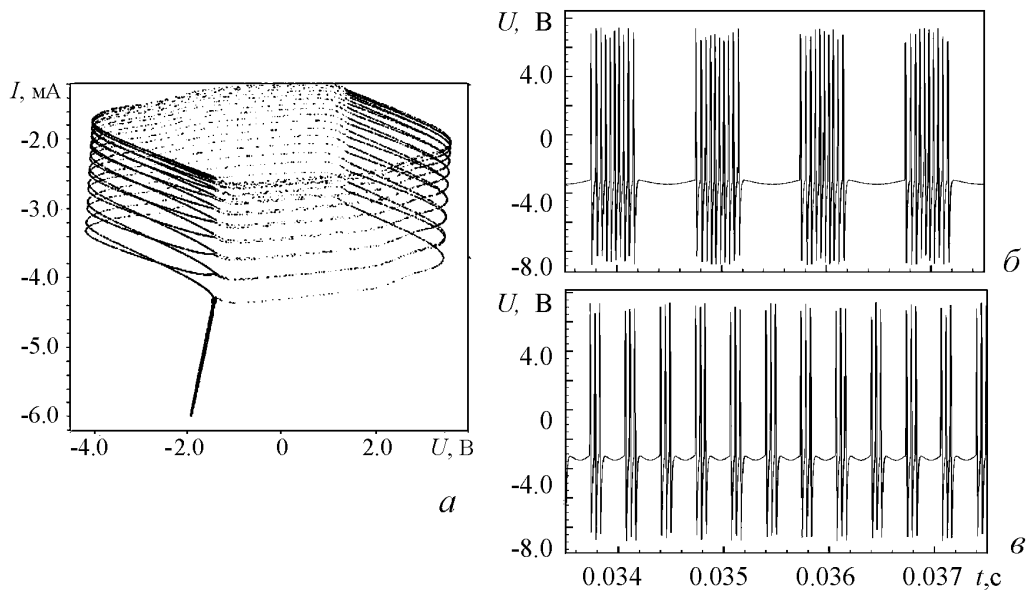


Рис. 3. Система ФХН под внешним воздействием для  $T_s < (1/2)T$

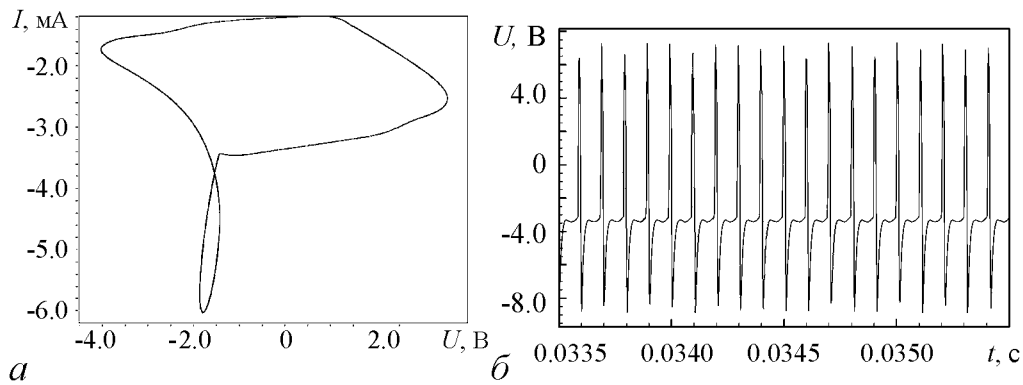


Рис. 4. Фазовый портрет (*a*) и временная реализация (*б*) системы ФХН под внешним воздействием для  $T_s = (1/2)T$

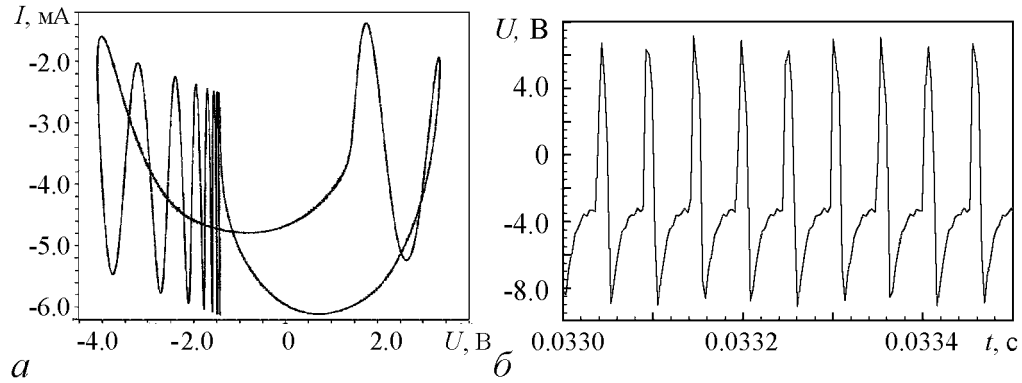


Рис. 5. Фазовый портрет системы ФХН под внешним воздействием для  $T_s > (1/2)T$

В случае, когда частота внешнего воздействия превосходит половину частоты собственных колебаний ( $T_s > (1/2)T$ ), фазовый портрет становится несколько другим, что отражено на рис. 5. В начальный момент времени, когда амплитуда внешнего воздействия равна нулю, система ФХН находится в состоянии покоя. Как только амплитуда внешнего воздействия преодолет расстояние от точки равновесия до границы генерации, система выйдет из состояния равновесия и фазовая точка будет описывать в фазовом пространстве цикл. Как только точка равновесия пересечет порог генерации, она сразу попадает в область быстрых движений. Когда активный полупериод уже закончился (а может быть, проходит и несколько периодов  $T$ ), точка все равно успеет перескочить в область медленных движений. Теперь только в этой области внешнее воздействие может оказывать на фазовую точку влияние, что проявляется в повторении участком предельного цикла формы сигнала внешнего воздействия. Затем снова в области быстрых движений мы не видим ощутимого влияния внешнего воздействия, а следующая за ней медленная часть предельного цикла снова своей формой повторяет форму внешнего воздействия. При увеличении  $\omega_{ex}$  количество изгибов траектории в области медленных движений увеличивается, что соответствует увеличению числа периодов внешнего воздействия, прошедших за время медленных движений.

### 3. Влияние порога генерации

Как уже было отмечено ранее, если зафиксировать частоту внешнего воздействия и менять амплитуду воздействия, например, увеличивать, то количество спаиков в каждой последовательности спаиков будет меняться. Разобраться в этой ситуации нам поможет рис. 6, а. Литеры  $U_a$  и  $U_b$ , как и на рис. 2, обозначают границы области генерации; e.p.l. (equilibrium point level) – обозначают расположение состояния равновесия при отсутствии внешнего воздействия. По оси ординат отложена амплитуда внешнего воздействия. Вдоль оси абсцисс слева направо располагаются активные полупериоды внешнего воздействия с увеличивающейся амплитудой. Темно-серым отмечена действительно активная часть активного полупериода, то есть в которой система ФХН находится в режиме генерации. Видно, что величина порога генерации (расстояние между e.p.l. и  $U_a$ ) уменьшает размер активного полупериода по амплитуде, являясь как бы нижней границей активного полупериода

по амплитуде. Верхнюю границу задает размер области генерации, но только в том случае, если амплитуда сигнала внешнего воздействия велика по сравнению с величиной области генерации. В случае, если амплитуда внешнего воздействия не превышает размеров области генерации, то понятие верхней границы теряет свой смысл. Два крайних правых полупериода на рис. 6, а представляют случай, когда амплитуда внешнего воздействия велика. В такой ситуации, как только внешнее воздействие переходит за верхнюю границу, активный полупериод разбивается на два полупериода, величина которых уменьшается с увеличением амплитуды внешнего воздействия.

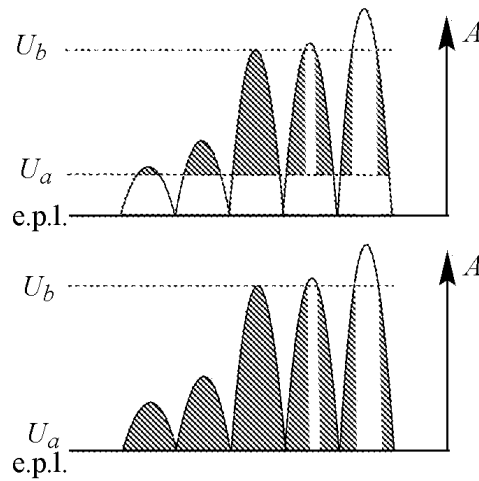


Рис. 6. Система ФХН под внешним воздействием при наличии (а) и отсутствии (б) порога генерации

Таким образом, если мы при нулевой амплитуде внешнего воздействия зададим начальное положение так, что система ФХН находится в состоянии покоя (отсутствует генерация) поблизости с границей генерации  $U_a$ , зафиксируем частоту внешнего воздействия и будем увеличивать его амплитуду, то будем наблюдать следующее поведение. До того момента, пока амплитуда внешнего воздействия не достигнет границы  $U_a$ , в системе генерации не будет. Как только амплитуда достигнет порогового значения, система начнет выдавать одиночные спайки. По мере увеличения амплитуды количество спайков во временной реализации увеличивается, становится заметно, что временная реализация представляет последовательность групп спайков. С увеличением амплитуды увеличивается общее число спайков за счет увеличения спайков в каждой такой группе. Число же самих групп остается постоянным, поскольку оно определяется частотой внешнего воздействия, которая зафиксирована. Можно заметить, что при увеличении амплитуды внешнего воздействия скорость появления спайков в каждой группе падает и, начиная с некоторого значения амплитуды, появления новых спайков не происходит, что связано с формой сигнала внешнего воздействия. В случае, если амплитуда внешнего воздействия превышает размер области генерации, то, как только достигается верхняя граница области генерации, сразу удваивается количество групп. Частота внешнего воздействия при этом остается постоянной.

Рассмотрим теперь случай, когда порог генерации отсутствует, то есть начальное состояние (e.p.l.) и граница генерации  $U_a$  совпадают (рис. 6, б). Видно, что в этом случае даже бесконечно малая амплитуда внешнего воздействия заставляет систему перейти в режим генерации. Причем количество спайков в каждой группе всегда является максимально возможным для данной частоты внешнего воздействия и никак не изменяется с увеличением амплитуды внешнего воздействия, если только эта амплитуда не превышает размер области генерации. В противном случае, при превышении амплитудой внешнего воздействия размеров области генерации, количество групп удваивается. Каждая такая новая группа в момент удвоения вмещает максимальное для себя количество спайков. По мере дальнейшего увеличения амплитуды внешнего воздействия количество спайков в каждой новой группе уменьшается. В математической модели от воздействия сигналом с бесконечно малой амплитудой

генерация не появится, поскольку фазовой точке необходимо преодолеть пороговое значение, обусловленное сепаратрисой седловой точки, находящейся недалеко от устойчивого состояния равновесия. «Грубость» же радиофизической модели делает для нас это пороговое явление невидимым.

#### 4. Области различных периодических режимов на плоскости параметров

Проводя аналогию с квазипериодическими колебаниями, а именно с двумерным тором, можно заметить, что случай, когда частота внешнего воздействия низка и не превосходит половину частоты собственных колебаний, а в активном полупериоде укладывается целое число периодов собственных колебаний, соответствует резонансу кратности  $1 : n$ , где  $n$  равно количеству собственных периодов, уложившихся в активном полупериоде. Случай равенства частоты воздействия половине собственной частоты соответствует случаю резонанса кратности  $1 : 1$ . При превышении частотой воздействия половины частоты собственных колебаний в системе начинают наблюдаться резонансы кратности  $m : 1$ , где  $m$  – количество периодов внешнего воздействия, уложившихся на периоде собственных колебаний системы. Поскольку эксперименты проводились на радиофизической модели, а как уже было отмечено ранее, такие системы относят к грубым, поэтому, как бы близко мы ни подходили к границе генерации, порог генерации всегда будет присутствовать. Именно поэтому в радиофизической модели и частота и амплитуда определяют количество спайков в группе, а не только частота. На плоскости параметров частота–амплитуда внешнего воздействия были построены области резонансов  $1 : n$  и  $m : 1$ . Результаты представлены на рис. 7. Для графика рис. 7 амплитуда внешнего воздействия не превышала размеров области генерации. Наиболее широкая область резонанса

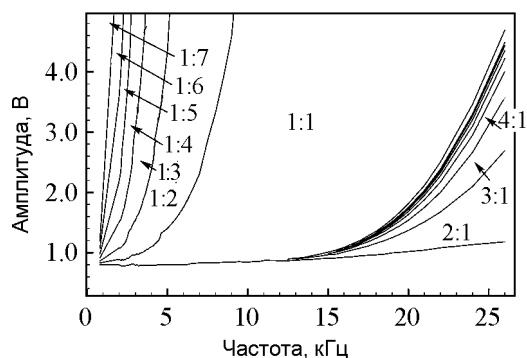


Рис. 7. Области резонансов  $1 : n$  и  $m : 1$  системы ФХН под внешним синусоидальном воздействием при наличии порога генерации

$1 : 1$ . Остальные области резонансов по мере увеличения  $m$  или  $n$  уменьшаются и каждая область резонанса со следующим номером вложена в предыдущую. Так же как все резонансные области вложены в область резонанса  $1 : 1$ . Интересно, что такой вид области резонансов придает наличие порога генерации. При его отсутствии эти области значительно упрощаются, а при значениях амплитуды внешнего воздействия, не превышающих размер области генерации, зависимость от амплитуды вообще исчезает.

#### Заключение

Полученные в эксперименте результаты свидетельствуют о том, что внешнее периодическое воздействие для системы ФитцХью–Нагумо можно рассматривать в качестве способа управления этой системой. Выявлено неожиданно большое влияние на динамику системы наличие порога генерации. Именно наличие порога гене-



рации позволяет системе «различать» форму сигнала внешнего воздействия. Выявлено, что размер области генерации ограничивает максимальную амплитуду сигнала воздействия. При выходе за «дальнюю» границу этой области динамика системы претерпевает изменения. Если на систему ФитцХью–Нагумо при наличии порога подавать не просто сунусоидальный, а амплитудно-модулированный сигнал, несущая частота в котором является синусоидальным сигналом, то отклик будет содержать последовательность групп спайков, причем в каждой группе будет разное число спайков в зависимости от формы модулирующего сигнала. Размер каждой группы будет постоянным, поскольку несущая частота постоянна. Если на систему подавать частотно-модулированный сигнал, то размер каждой группы будет меняться, а вот количество спайков на единице длины такой группы будет постоянным, поскольку амплитуда остается постоянной. Подбирая частоту и амплитуду воздействия, можно получать точно заданное количество спайков. Или наоборот, декодируя последовательности групп спайков, можно восстанавливать исходный сигнал. Вероятно, тема декодирования окажется интересной в дальнейшем развитии, поскольку вопрос об информации, передающейся в живых системах, остается открытым.

*Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (контракт № 14.740.11.0074).*

#### **Библиографический список**

1. *Yanagita T., Nishiura Y., Kobayashi R.* Signal propagation and failure in one-dimensional FitzHugh–Nagumo equations with periodic stimuli // *Phys. Rev. E.* 2005. Vol. 71. 036226.
2. *Gong P.-L., Xu J.-X.* Global dynamics and stochastic resonance of the forced FitzHugh–Nagumo neuron model // *Phys. Rev. E.* 2001. Vol. 63. 031906.
3. *Coombes S., Osbaldestin A.H.* Period-adding bifurcation and chaos in periodically stimulated excitable neural relaxation oscillator // *Phys. Rev. E.* 2000. Vol. 62, № 3. P. 4057.
4. *Othmer H.G., Xie M.* Subharmonic resonance and chaos in forced excitable systems // *J. Math. Biol.* 2006. Vol. 39. P. 139.
5. *Lee S.-G., Seunghwan K.* Bifurcation analysis of mode-locking structure in a Hodgkin–Huxley neuron under sinusoidal current // *Phys. Rev. E.* 2006. Vol. 73. 041924.
6. *Alexander J.C., Doedel E.J., Othmer H.G.* . On the resonance structure in a forced excitable system // *SIAM J. Appl. Math.* 1990. Vol. 50, № 5. P. 1373.
7. *Pikovsky A.S., Kurths Ju.* Coherence resonance in a noise-driven excitable system // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 78. P. 775.
8. *Linder B., Schimansky-Geier L.* Analytical approach to the stochastic FitzHugh–Nagumo system and coherence resonance // *Phys. Rev. E.* 1999. Vol. 60, № 6. P. 7270.
9. *Феоктистов А.В., Астахов С.В., Анищенко В.С.* Когерентный резонанс и синхронизация стохастических автоколебаний в системе ФитцХью–Нагумо // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика.* 2010. Т. 18, № 5.

10. *Croisier H.* Continuation and bifurcation analyses of a periodically forced slow–fast system. Liege, Mars. 2009.
11. *FitzHugh R.* Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane // Bull. Math. Biophysics. 1955. Vol. 17. P. 257.
12. *Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э.* Теория колебаний. М.: Наука, 1981.
13. *Эрроусмит Д., Плейс К.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями: Пер. с англ. М.: Мир, 1986. 243 с.
14. *Izhikevich E.M.* Dynamical Systems in Neuroscience: The Geometry of Excitability and Bursting. The MIT Press, Cambridge, MA, 2007.

*Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского*

*Поступила в редакцию 24.10.2011*

## DYNAMICS OF THE FITZHUGH–NAGUMO SYSTEM UNDER EXTERNAL PERIODIC FORCE

*A.V. Feoktistov, V.S. Anishchenko*

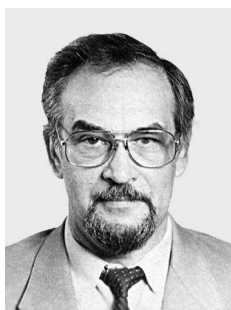
In paper on basis of radiophysical experiment analysis of dynamics of the FitzHugh–Nagumo system have been carried out. The dependence of oscillation’s regime in the system from force parameter has been found out. Influence of the form of the external force signal on the system response has been studied.

*Keywords:* FitzHugh–Nagumo system, periodic force, resonance region, sequence of impulses, spike.



*Феоктистов Алексей Владимирович* – родился в 1987 году в Сердобске, окончил Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского (2009). После окончания СГУ обучается в аспирантуре на кафедре радиофизики и нелинейной динамики. Научные интересы главным образом связаны с возбудимыми системами, стохастическими колебаниями, эффектами синхронизации и радиофизическими экспериментами. Автор 2 публикаций в реферируемых журналах и 5 докладов на научных конференциях.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: feoktistov\_a\_v@mail.ru



*Анищенко Вадим Семенович* – родился в 1943 году. Окончил физический факультет СГУ (1966). Защитил диссертацию на звание кандидата физико-математических наук (1970) и доктора физико-математических наук (1986). С 1988 года – заведующий кафедрой радиофизики и нелинейной динамики СГУ. С 1979 и по настоящее время работает в области исследования нелинейной динамики и стохастических процессов в нелинейных системах. Является автором более 300 научных работ, среди которых 7 монографий на русском и английском языках и 4 учебника. Неоднократно читал лекции в ведущих вузах Германии в качестве приглашенного профессора. Член-корреспондент РАЕН, заслуженный деятель науки РФ (1995), Соросовский профессор, лауреат премии Фонда Александра Гумбольдта (1999).

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: wadim@chaos.ssu.runet.ru