



## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДА НЕЛИНЕЙНОЙ ПРИЧИННОСТИ ПО ГРЕЙНДЖЕРУ В СЛУЧАЕ СИЛЬНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ СИСТЕМ

*М. В. Корнилов<sup>1</sup>, И. В. Сысоев<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

<sup>2</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

Определение направления связи между системами по записям их колебаний (временным рядам) – задача, актуальная для многих областей знания, решение которой может существенно осложниться в случае синхронизации. Метод причинности по Грейнджеру является перспективным для её решения, поскольку позволяет надеяться на успех в случае частичной (например, фазовой) синхронизации за счёт учёта не только фазы, но и амплитуды обоих сигналов.

В данной работе на тестовых эталонных системах, имеющих ярко выраженный характерный масштаб, показано, что метод нелинейной причинности по Грейнджеру работоспособен даже в случае сильной фазовой синхронизации систем (с коэффициентом фазовой синхронизации вплоть до 0.95). Полученные результаты проходили проверку на значимость различными методами генерации суррогатных временных рядов, показавшими в итоге схожие оценки.

*Ключевые слова:* Поиск связанности, причинность по Грейнджеру, моделирование по временным рядам, оценка значимости, суррогатные временные ряды, синхронизация.

### Введение

Задача поиска направленной связи между различными системами по их экспериментальным временным рядам актуальна во многих областях знания. Известно, что процессы синхронизации препятствуют её решению. В данной работе рассматривается случай, когда связанные однонаправленной связью системы находятся в состоянии фазовой синхронизации. Такие системы достаточно распространены в природе. Например, это нейронные ансамбли в головном мозге. Существуют несколько подходов к определению направленной связанности: алгоритмы вычисления частичной направленной когерентности [1], энтропии переноса [2], а также подходы, основанные на построении прогностических моделей, к которым относится моделирование фазовой динамики системы [3,4] и используемый в данной работе

метод причинности по Грейнджеру [5]. Автор разработал его применительно к экономике, однако на данный момент он активно применяется в физиологии, например, для поиска связанности между областями головного мозга [6, 7], между мозгом и конечностью [8], в климатологии – для предсказания поведения муссонов [9]. Метод интересен прежде всего тем, что позволяет оперировать короткими рядами, содержащими малое количество точек или колебаний системы и получать оценки даже используя достаточно несложные модели с аппроксимацией нелинейности полиномами невысокой степени [10]. Предполагается, что метод позволит выявить направленную связь в случае фазовой синхронизации, так как учитывает также амплитудную динамику обеих систем. В свете сказанного важную задачу представляет собою оценка работоспособности метода нелинейной причинности по Грейнджеру вблизи порога синхронизации.

В данной работе исследовалась способность метода нелинейной причинности по Грейнджеру выявлять наличие и направление связи для класса однонаправленно связанных синхронизирующей связью систем, имеющих чётко выраженный пик в спектре и демонстрирующих хаотические колебания. Значение параметра связи варьировалось от нуля до величины, при которой наблюдалась сильная синхронизация систем. Степень синхронности оценивалась с помощью коэффициента фазовой синхронизации (который рассчитывался согласно [11]) и по отношению дисперсии разностного сигнала к дисперсии сигнала ведомой системы. Полученные результаты проходили проверку на значимость, для чего использовались суррогатные временные ряды, соответствующие различным гипотезам.

В работе показано, что метод нелинейной причинности по Грейнджеру позволяет выявить преимущественное направление связи даже в случае очень сильной фазовой синхронизации систем. Полученные результаты проходили проверку на значимость в случае, когда связь действительно присутствовала. Доверительные интервалы, полученные на основе различных суррогатных временных рядов, лежат на одном уровне, резкий рост значений наблюдается только в случае сильной синхронизации систем, когда значения коэффициента фазовой синхронизации близки к 0.95.

## 1. Причинность по Грейнджеру

Напомним суть предложенного Грейнджером метода. Пусть имеются записи колебаний двух систем – ряд  $\{x_n\}_{n=1}^N$  от системы  $X$  и ряд  $\{y_n\}_{n=1}^N$  от системы  $Y$ , где  $n = 1, 2, \dots, N$  – дискретное время,  $N$  – длина рядов. На основе анализа реализаций  $\{x_n\}_{n=1}^N$  и  $\{y_n\}_{n=1}^N$ , которые в общем случае содержат и шумы, требуется определить, влияет ли система  $Y$  на систему  $X$  или нет. На первом шаге строится индивидуальная модель (динамическая система)

$$x'_{n+\tau} = f(x_n, x_{n-l}, \dots, x_{n-(D_s-1)l}, \mathbf{c}^s). \quad (1)$$

Здесь  $x'_n$  – предсказанное значение в момент времени  $n$  (может отличаться от измеренного значения  $x_n$ );  $f$  – аппроксимирующая функция (если она нелинейна, метод называется нелинейной причинностью по Грейнджеру);  $l$  – лаг модели (количество шагов дискретного времени между точками ряда, образующими  $D_s$ -мерный вектор состояний модели  $\mathbf{x}_n(x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-(D_s-1)l})$ ;  $\tau$  – дальность прогноза (расстояние

во времени между предсказываемой точкой и наиболее близкой точкой вектора состояния);  $D_s$  – размерность индивидуальной модели (число точек временного ряда, составляющих вектор состояния, который реконструируется методом временных задержек [12, 13]);  $\mathbf{c}^s$  – неизвестный вектор коэффициентов, который подбирается методом наименьших квадратов так, чтобы минимизировать среднеквадратичную ошибку аппроксимации (1)

$$\varepsilon_s^2 = \frac{1}{N - n'} \sum_{n=n'+1}^N (x'_n - x_n)^2, \quad (2)$$

где  $n' = \tau + (D_s - 1)l$ . Следующим шагом строится совместная модель, в которой кроме данных из ряда  $\{x_n\}_{n=1}^N$  используется  $D_a$  членов из ряда  $\{y_n\}_{n=1}^N$

$$x''_{n+\tau} = g(x_n, x_{n-l}, \dots, x_{n-(D_s-1)l}, y_n, y_{n-l}, \dots, y_{n-(D_a-1)l}, \mathbf{c}^j), \quad (3)$$

где  $x''_n$  есть предсказанное моделью значение,  $\mathbf{c}^j$  – коэффициенты совместной модели. Минимизированная среднеквадратичная ошибка прогноза совместной модели, аналогично (2), имеет вид

$$\varepsilon_j^2 = \frac{1}{N - n''} \sum_{n=n''+1}^N (x''_n - x_n)^2, \quad (4)$$

где  $n'' = \tau + (\max(D_s, D_a) - 1)l$ .

При  $\varepsilon_j^2 < \varepsilon_s^2$  говорят, что  $Y$  действует на  $X$  (системы связаны). В качестве меры связанности, как правило, используется показатель *улучшения прогноза*

$$PI = 1 - \frac{\varepsilon_j^2}{\varepsilon_s^2}. \quad (5)$$

Если  $PI = 0$  (учёт сигнала  $Y$  не помог в предсказании  $X$ ), то считают, что  $Y$  не воздействует на  $X$ . Если же  $PI \rightarrow 1$  (учёт сигнала  $Y$  существенно улучшил предсказание  $X$ ), считают, что  $Y$  воздействует на  $X$ .

## 2. Методика исследования работоспособности метода

В качестве объектов исследования использовались связанные однонаправленной синхронизирующей связью системы Рёсслера [14] (6)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 - x_3, \\ \dot{x}_2 = x_1 + a_1 x_2 + k(y_2 - x_2), \\ \dot{x}_3 = b_1 - (c_1 - x_1)x_3, \\ \dot{y}_1 = -y_2 - y_3, \\ \dot{y}_2 = y_1 + a_2 y_2, \\ \dot{y}_3 = b_2 - (c_2 - y_1)y_3 \end{cases} \quad (6)$$

и уравнения генератора Кияшко–Пиковского–Рабиновича [15] (7)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 0.15x_1 + x_2 - 0.93x_3 + k(y_1 - x_1), \\ \dot{x}_2 = -x_1, \\ 0.2\dot{x}_3 = x_1 - f(x_3), \\ \dot{y}_1 = 0.23y_1 + y_2 - 0.755y_3, \\ \dot{y}_2 = -y_1, \\ 0.2\dot{y}_3 = y_1 - f(y_3), \\ f(p) = 8.592p - 22p^2 + 14.408p^3. \end{cases} \quad (7)$$

Коэффициент связи  $k$  менялся от 0 (нет связи) до достижения синхронизации: в случае связанных систем Рёсслера – до  $k = 1$ , Кияшко–Пиковского–Рабиновича – до  $k = 0.06$ .

Для обеих систем:

- параметры эталонных осцилляторов были выбраны таким образом, чтобы получить хаотические режимы для каждой подсистемы как в отсутствии, так и при наличии связи;
- уравнения интегрировались методом Рунге–Кутты 4-го порядка, с интервалом выборки  $\Delta t = 0.01$ ;
- отсекался переходный процесс длиной в 1000 единиц безразмерного времени;
- в численном эксперименте использовались ряды длиной 20480 значений;
- в качестве аппроксимирующих функций метода нелинейной причинности по Грейнджеру использовались полиномы третьей степени,  $D_s = 2$ ,  $D_a = 1$ ;
- значения  $\tau = 1$  и  $l \sim T/3$ , где  $T$  – характерный период колебаний системы [16];
- рассчитывалось улучшение прогноза как в направлении, в котором связь действительно присутствовала (далее обозначено  $PI$ ), так и в ложном направлении (далее обозначено  $rPI$ ).

Использовались два набора параметров для системы Рёсслера, при которых старшие ляпуновские показатели ведомой системы принимали значения 0.06 ( $a_1 = 0.146$ ,  $b_1 = 0.3$ ,  $c_1 = 10$ ,  $a_2 = 0.16$ ,  $b_2 = 0.2$ ,  $c_2 = 16$ ) и 0.11 ( $a_1 = 0.25$ ,  $b_1 = 0.2$ ,  $c_1 = 7.5$ ,  $a_2 = 0.21$ ,  $b_2 = 0.15$ ,  $c_2 = 12$ ) при нулевом значении коэффициента связи  $k$ , соответственно.

В качестве наблюдаемых использовались временные ряды координаты  $x_2$  для связанных систем Рёсслера и  $x_1$  для уравнений генераторов Кияшко–Пиковского–Рабиновича. На рис. 1 представлены эти временные ряды для случая сильной синхронизации систем. Из графика 1,  $a$  видно, что наблюдается синхронизация колебаний, однако периодически имеет место некоторое расхождение траекторий соответствующих координат воздействующей и находящейся под воздействием системы. Для связанных уравнений генератора Кияшко–Пиковского–Рабиновича графики координат демонстрируют более регулярное поведение, видно что график воздействующей системы имеет опережение порядка  $\pi/2$ .

Полученные в результате применения метода нелинейной причинности по Грейнджеру значения  $PI$  усреднялись по 20 реализациям. После чего проводилась проверка значимости и специфичности выводов. Для оценки значимости результатов использовались следующие суррогатные временные ряды.

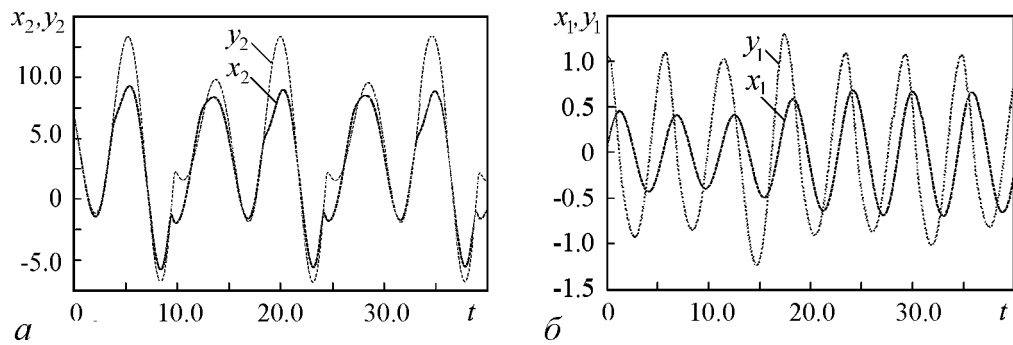


Рис. 1. Временные ряды воздействующей системы  $y(t)$  и системы, находящейся под воздействием,  $x(t)$  для связанных систем Рёсслера (а) и для связанных уравнений генератора Кияшко–Пиковского–Рабиновича (б)

- Построенные на основе тех же систем, что и тестировались, но при отсутствии связи (такое возможно, так как были известны модельные уравнения аттракторов). Данные суррогатные временные ряды рассматривались как эталонные и проверяющие нулевую гипотезу об отсутствии направленной связи, поэтому будем называть их «идеальными». Полученный на их основе 95% доверительный интервал в дальнейшем обозначим  $PI_{ideal}$ .
- Построенные с помощью случайного задания значений фаз Фурье-образов сигналов [17]. Полученный на основе данных суррогатных рядов 95% доверительный интервал обозначим  $PI_{phase}$ .
- Суррогатные временные ряды, сохраняющие значения функции когерентности [18]. Полученный на их основе 95% доверительный интервал –  $PI_{coh}$ .
- Суррогатные временные ряды, полученные перестановкой частей временного ряда системы [19]. Полученный на их основе 95% доверительный интервал –  $PI_{transp}$ .

При оценке значимости создавался набор из 100 суррогатных временных рядов и оценивался 95% квантиль.

Под специфичностью понимается способность метода показывать наличие связи в правильную сторону (где она действительно присутствует) и не обнаруживать связь в обратном направлении (в данной работе рассматривались только однонаправленно связанные системы).

### 3. Обсуждение результатов

Результаты исследования работоспособности метода для связанных систем Рёсслера со старшими показателями Ляпунова  $\Lambda = 0.06$  и  $\Lambda = 0.11$  и связанных уравнений генератора Кияшко–Пиковского–Рабиновича ( $\Lambda = 0.059$ ) представлены на рис. 2, 3, 4, соответственно.

Для связанных систем Рёсслера меры синхронизации, представленные на графиках а и б рис. 2 и 3, ведут себя сходно: с ростом значения коэффициента связи  $k$  наблюдается увеличение значения коэффициента фазовой синхронизации  $\Psi_{x,y}$  и уменьшение значения  $\Delta_{x,y}$  – отношения дисперсии разности сигналов к дисперсии

сигнала, находящегося под воздействием. Это говорит о том, что в данном случае процессы фазовой и амплитудной синхронизации происходят одновременно. При этом чем выше значение старшего ляпуновского показателя системы, тем большие  $k$  требуются для достижения одного и того же уровня как  $\Psi_{x,y}$ , так и  $\Delta_{x,y}$ .

На графиках  $г$  рис. 2 и 3 представлены результаты работы метода нелинейной причинности по Грейнджеру в зависимости от значения  $k$  между системами, а также 95% квантили, полученные с помощью различных подходов к генерации суррогатных временных рядов. Видно, что значения  $PI$  в обоих случаях оказываются значимыми, начиная с достаточно малых  $k \sim 0.01$ , при которых уже наблюдается заметная синхронизация систем  $\Psi_{x,y} \sim 0.5$ . При поиске связи в заведомо ложном направлении значения  $rPI$  оказываются значимыми при больших значениях  $k$  ( $k > 0.5$  при  $\Lambda = 0.11$ ). На графиках  $в$  рис. 2 и 3 представлены зависимости разности  $PI - rPI$  от коэффициента связи, на которых наблюдается максимум при значениях  $k \sim 0.5$ , что соответствует большому значению фазовой синхронизации системы ( $\Psi_{x,y} \sim 0.9$ ). Однако значения  $PI$  в обоих случаях не достигают единицы, что обусловлено в первую очередь тем, что используемая модель слишком проста и недостаточно специализирована для наблюдаемой динамики. При этом следует признать, что метод способен выявить наличие связи и распознать её как однонаправленную даже при сильной фазовой синхронизации.

Для связанных систем уравнений генератора Кияшко–Пиковского–Рабиновича результаты исследования представлены на рис. 4. Значения  $\Psi_{x,y}$  и  $\Delta_{x,y}$  растут с

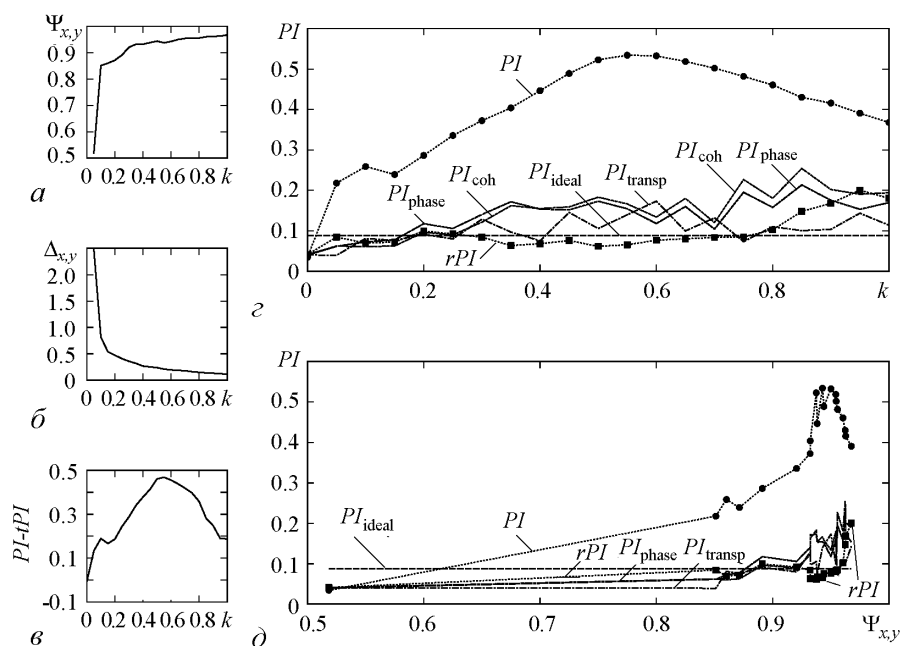


Рис. 2. Для связанных однонаправленной связью систем Рёсслера с старшим ляпуновским показателем, равным 0.06, показаны зависимости следующих величин от значения коэффициента связи между системами: а – коэффициента фазовой синхронизации; б – отношения дисперсии разности исследуемых временных рядов ведущей и ведомой систем к дисперсии временного ряда исследуемой системы; в – разности  $PI - rPI$ . На графиках г и д – зависимости значений  $PI$  и  $rPI$  от коэффициента связи и коэффициента фазовой синхронизации, соответственно, а также 95% доверительные интервалы, полученные с помощью различных подходов к генерации суррогатных временных рядов

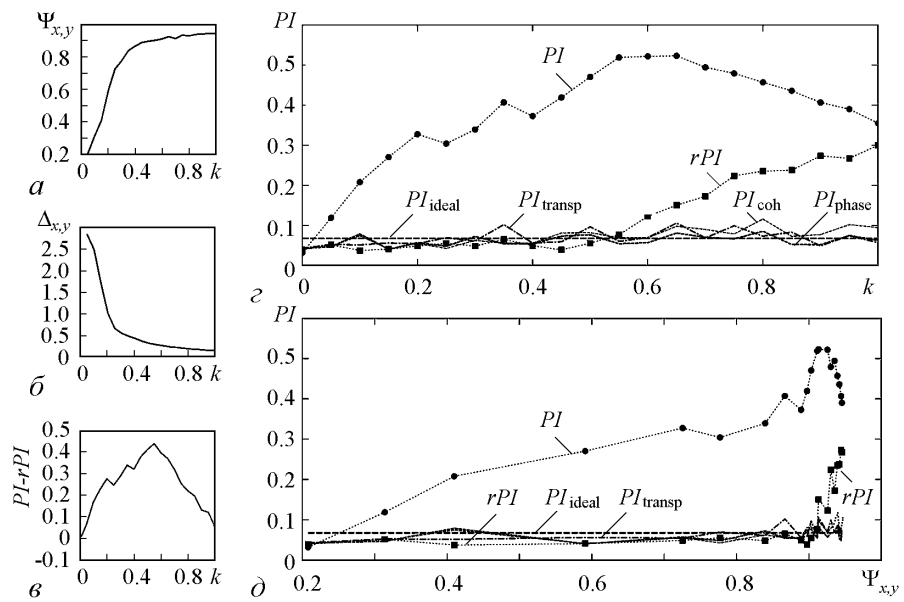


Рис. 3. Для связанных однонаправленной связью систем Рёсслера со старшим ляпуновским показателем, равным 0.11, показаны зависимости следующих величин от значения коэффициента связи между системами: *a* – коэффициента фазовой синхронизации; *b* – отношения дисперсии разности исследуемых временных рядов ведущей и ведомой систем к дисперсии временного ряда исследуемой системы; *c* – разности  $PI - rPI$ . На графиках *e* и *d* – зависимости значений  $PI$  и  $rPI$  от коэффициента связи и коэффициента фазовой синхронизации, соответственно, а также 95% доверительные интервалы, полученные с помощью различных подходов к генерации суррогатных временных рядов

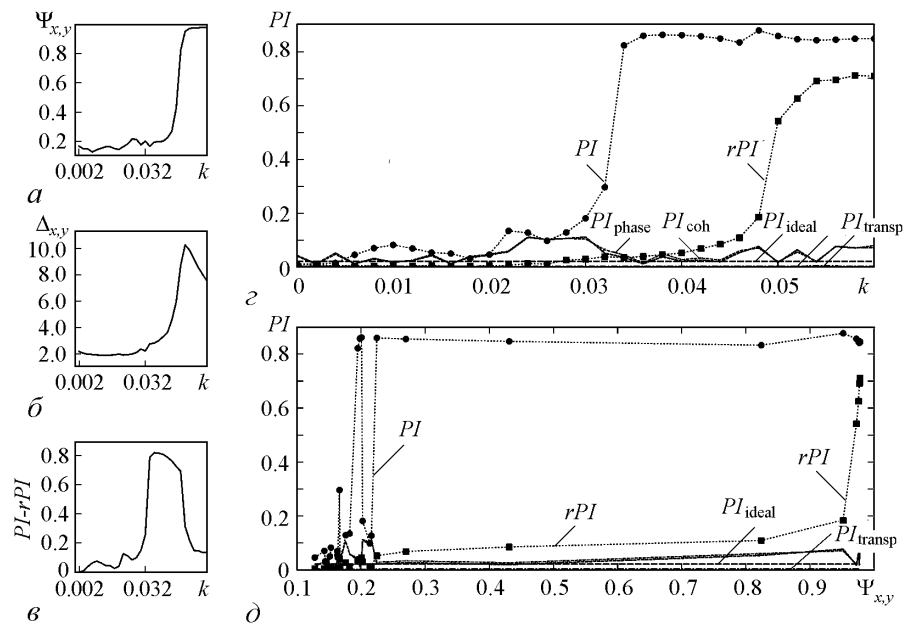


Рис. 4. Для связанных однонаправленной связью уравнений генератора Кияшко–Пиковского–Рабиновича показаны зависимости следующих величин от значения коэффициента связи между системами: *a* – коэффициента фазовой синхронизации; *b* – отношения дисперсии разности исследуемых временных рядов ведущей и ведомой систем к дисперсии временного ряда исследуемой системы; *c* – разности  $PI - rPI$ . На графиках *e* и *d* – зависимости значений  $PI$  и  $rPI$  от коэффициента связи и коэффициента фазовой синхронизации, соответственно, а также 95% доверительные интервалы, полученные с помощью различных подходов к генерации суррогатных временных рядов

увеличением  $k$ , таким образом, происходит фазовая синхронизация исследуемых систем, однако амплитудной синхронизации не происходит. Значения  $PI$  также оказываются значимыми начиная с достаточно малых значений коэффициента связи  $k \sim 0.005$ , что соответствует  $\Psi_{x,y} \sim 0.15$  – более слабой фазовой синхронизации, чем для связанных систем Рёсслера. Значения  $rPI$  оказываются значимыми, начиная с  $k \sim 0.03$  и  $\Psi_{x,y} \sim 0.2$ , то есть имеется небольшой диапазон (как по параметру связи  $k$ , так и по коэффициенту фазовой синхронизации), в котором метод чувствителен и одновременно специфичен. Этот диапазон, однако, гораздо меньше, чем для системы Рёсслера. Тем не менее всё-таки можно определить преимущественное направление связи: из рис. 4, в видно, что существует хорошо выраженный интервал значений  $k$ , на котором значения  $PI$  существенно больше  $rPI$  – почти в 10 раз, так что их разница составляет приблизительно 0.8 при максимально возможном значении 1. Только при значениях  $\Psi_{x,y} > 0.97$  не удаётся различить даже преимущественное направление связи.

Величины старшего ляпуновского показателя для связанных уравнений генератора Кияшко–Пиковского–Рабиновича и систем Рёсслера (с первым набором параметров) очень близки и составляют примерно 0.06, но индивидуальная специфика систем (см. рис. 1) приводит к тому, что в одной паре фазовая синхронизация наступает параллельно с амплитудной, а в другой – нет. При этом в паре систем Рёсслера все типы использованных суррогатных временных рядов позволяют опознать связь в заведомо неверную сторону как незначимую для всех рассмотренных значений  $\Psi_{x,y}$  за редким исключением (что укладывается в возможные 5% ошибок), в то время как для пары связанных уравнений генератора Кияшко–Пиковского–Рабиновича уже при небольших  $\Psi_{x,y} \geq 0.23$  связь в заведомо ложную сторону расценивается по всем суррогатам как значимая.

Отдельно стоит отметить, что 95% доверительные интервалы для всех способов построения суррогатных рядов преимущественно лежат в одном и том же диапазоне. Присутствует увеличение значений 95% доверительных интервалов, полученных для суррогатов, созданных методом случайного задания фаз Фурье-образов и сохраняющих функцию взаимной когерентности сигналов, с увеличением значения  $k$ . «Идеальные» суррогаты позволяют получить самую жесткую оценку в случае малых  $k$ , таким образом, можно сказать, что при малых коэффициентах связи прочие методы занижают уровень значимости.

### Заключение

В данной работе на основе связанных однонаправленной синхронизирующей связью систем, имеющих чётко выраженный пик в спектре (обладающих характерным масштабом), было показано следующее.

- Метод нелинейной причинности по Грейнджеру позволяет выявить однонаправленную связь даже в случае, когда  $\Psi_{x,y} = 0.95$ , то есть в случае сильной фазовой синхронизации исследуемых систем; при этом амплитудной синхронизации может и не быть.
- Работоспособность метода зависит также от индивидуальных особенностей систем (формы колебаний), а не от степени нерегулярности системы (значения старшего ляпуновского показателя).



- Различные методы оценки значимости на основе генерации суррогатных временных рядов для рассмотренного класса систем дают сходные результаты, несмотря на то, что проверяют различные нулевые гипотезы; наблюдается резкий рост значений 95% квантилей в случае сильной синхронизации систем.
- Наблюдается интервал значений  $k$ , при котором метод позволяет выявить преимущественное направление связи (когда  $PI$  существенно больше  $rPI$ ).

При этом значимые результаты были достигнуты при использовании в работе метода достаточно простых аппроксимирующих функций – полиномов третьей степени размерности два.

*Работа выполнена при поддержке РНФ, грант № 14-12-00291.*

### Библиографический список

1. *Baccala L.A., Sameshima K.* Partial directed coherence: a new concept in neural structure determination // *Biol. Cybern.* 2001. Vol. 84. P. 463.
2. *Schreiber T.* Measuring Information Transfer // *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. 85. P. 461.
3. *Rosenblum M., and Pikovsky A.* Detecting direction of coupling in interacting oscillators // *Phys. Rev. E.* 2001. Vol. 64. 045202(R)
4. *Smirnov D. and Bezdrukho B.* Estimation of interaction strength and direction from short and noisy time series // *Phys. Rev. E.* 2003. Vol. 68. 046209.
5. *Granger C.W.J.* Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods // *Econometrica.* 1969. Vol. 37, № 3. P. 424.
6. *Baccala L.A., Sameshima K., Ballester G., Do Valle A.C., and Timo-Laria C.* Studing the interactions between brain structures via directed coherence and Granger causality // *Applied sig. processing.* 1998. Vol. 5. P. 40.
7. *Gourevitch B., Le Bouquin-Jeannes R., Faucon G.* Linear and nonlinear causality between signals: methods, examples and neurophysiological applications // *Biological Cybernetics.* 2006. Vol.95. P.349.
8. *Tass P., Smirnov D., Karavaev A., Barnikol U., Barnikol T., Adamchic I., Hauptmann C., Pawelczyk N., Maarouf M., Sturm V., Freund H.-J., and Bezdrukho B.* The causal relationship between subcortical local field potential oscillations and Parkinsonian resting tremor // *J. Neural Eng.* 2010. Vol. 7. 016009.
9. *Мохов И.И., Смирнов Д.А.* Эмпирические оценки воздействия различных факторов на глобальную приповерхностную температуру // *Доклады академии наук.* 2009. Т. 426. С. 679.
10. *Корнилов М.В., Сысоев И.В.* Влияние выбора структуры модели на работоспособность метода нелинейной причинности по Грейнджеру // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика.* 2013. Т. 21, № 2. С. 3.
11. *Allefeld C., Kurths J.* Testing for phase synchronization // *Int. J. Bif. Chaos.* 2004. Vol. 14. С. 405.
12. *Packard N., Crutchfield J., Farmer J. and Shaw R.* Geometry from a time series // *Phys. Rev. Lett.* 1980. Vol. 45. P. 712.

13. *Kougioumtzis D.* State space reconstruction parameters in the analysis of chaotic time series – the role of the time window length // *Physica D.* 1996. Vol. 95(1). P. 13.
14. *Rössler O.E.* An equation for continuous chaos // *Phys. Lett.* 1976. Vol. A57, № 5. P. 397.
15. *Кияшко С.В., Пиковский А.С., Рабинович М.И.* Автогенератор радиодиапазона со стохастическим поведением // *Радиотехника и электроника.* 1980. Т. 25, № 2. С. 336.
16. *Корнилов М.В., Голова Т.М., Сысоев И.В.* Подбор временных масштабов прогностической модели, используемой для оценки связанности методом нелинейной причинности по Грейнджеру // Тезисы докладов VIII Всероссийской конференции молодых учёных «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика». 3–5 сентября Саратов 2013 г. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та. 2013. С. 128.
17. *Schreiber T., and Schmitz A.* Improved surrogate data for nonlinearity tests // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 77. P. 635.
18. *Dolan K.T., Neiman A.* Surrogate analysis of coherent multichannel data // *Physical Review. E.* 2002. Vol. 65. 026108.
19. *Thiel M., Romano M. C., Kurths J., Rolfs M., and Kliegl R.* Twin surrogates to test for complex synchronisation // *Europhys. Lett.* 2006. Vol. 75(4). P. 535

*Поступила в редакцию 7.07.2014*

## **INVESTIGATING NONLINEAR GRANGER CAUSALITY METHOD EFFICIENCY AT STRONG SYNCHRONIZATION OF SYSTEMS**

*M. V. Kornilov<sup>1</sup>, I. V. Sysoev<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup> Saratov State University

<sup>2</sup>Kotel'nikov Institute of Radio-engineering and Electronics of RAS, Saratov Branch

Detecting the direction of coupling between systems using records of their oscillations is an actual task for many areas of knowledge. Its solution can hardly be achieved in case of synchronization. Granger causality method is promising for this task, since it allows to hope for success in the case of partial (e.g., phase) synchronization due to considering not only phases but also amplitudes of both signals.

In this paper using the etalon test systems with pronounced time scale the method of nonlinear Granger causality was shown to be effective even in the case of strong phase-locking, with phase synchronization index up to 0.95. Obtained results were tested for significance by various methods based on surrogates times series generation, which showed similar estimates.

*Keywords:* Searching for coupling, Granger causality, modelling from time series, significance estimation, surrogate time series, synchronization.