



ДИНАМИКА ДВУХ ФАЗОУПРАВЛЯЕМЫХ, СВЯЗАННЫХ ЧЕРЕЗ НЕЛИНЕЙНЫЙ ЭЛЕМЕНТ ГЕНЕРАТОРОВ С МАЛОИНЕРЦИОННЫМИ ЦЕПЯМИ УПРАВЛЕНИЯ

В.В. Матросов

Изучается динамика ансамбля, состоящего из двух фазовых систем, связанных через нелинейный элемент. Рассматриваются вопросы устойчивости синхронных режимов, изучаются механизмы возникновения квазисинхронных колебаний, анализируются области существования синхронных и квазисинхронных режимов в пространстве параметров.

Введение

Данная статья продолжает исследования, направленные на изучение влияния связей на динамику фазоуправляемых генераторов объединенных в ансамбль. Как свидетельствуют многочисленные исследования [1–7], индивидуальная динамика фазовых систем при объединении в ансамбль может изменяться коренным образом. В частности, установлено, что эти системы, обладая только регулярной индивидуальной динамикой, будучи объединенные в ансамбль, способны демонстрировать разнообразное хаотическое поведение. При этом, возникающие новые свойства, обусловлены не столько собственной динамикой объединяемых элементов, сколько параметрами связей. Примечательно, что новые свойства начинают проявляться уже при объединении небольшого числа элементов – двух или трех.

К настоящему времени достаточно хорошо изучены динамические свойства двух фазовых систем при каскадном соединении [3, 4, 6, 8–12], при параллельном [7, 13], с перекрестными связями по цепям управления [2, 14, 15]. В данной работе анализируется динамика двух фазовых систем, связанных через дополнительное нелинейное устройство (фазовый дискриминатор). С помощью компьютерного моделирования, основанного на методах теории бифуркаций, проводится анализ различных сечений пространства параметров. Цель исследований состоит в выявлении особенностей рассматриваемого типа объединения, по сравнению с изученными ранее.

1. Математические модели ансамбля

Структурная схема рассматриваемого ансамбля представлена на рис. 1. Ансамбль состоит из двух генераторов с фазовым управлением – систем фазовой автоподстройки частоты (ФАП) [16, 17], которые связаны между собой через дополнительный фазовый дискриминатор. Опорным сигналом для обоих управляемых генераторов ансамбля является сигнал

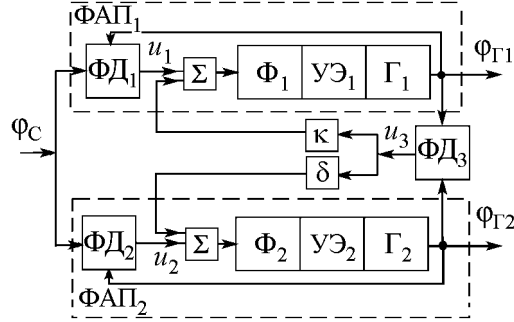


Рис. 1. Ансамбль из двух ФАП, связанных через дополнительный дискриминатор

генераторов ансамбля является сигнал φ_c . Объединение ФАП осуществляется следующим образом: выходные сигналы $\varphi_{\Gamma 1}$ и $\varphi_{\Gamma 2}$ с управляемых генераторов Γ_1 и Γ_2 сравниваются на отдельном фазовом дискриминаторе ФД₃, затем полученный сигнал фазового рассогласования u_3 , проходя через преобразующие устройства κ и δ , суммируется с выходными сигналами u_1 и u_2 фазовых дискриминаторов ФД₁ и ФД₂, соответственно. Далее суммарные сигналы $\bar{u}_1 = u_1 + \kappa u_3$ и $\bar{u}_2 = u_2 - \delta u_3$ воздействуют через фильтры низких частот Φ_1 и Φ_2 и управляющие элементы УЭ₁ и УЭ₂ на частоты генераторов Γ_1 и Γ_2 , приближая эти частоты к частоте опорного сигнала. Операторные уравнения, описывающие динамику такой системы, имеют вид [1]

$$\begin{aligned} \frac{p\varphi_1}{\Omega_1} &= \frac{\Omega_1^0}{\Omega_1} - K_1(p)[F(\varphi_1) - \kappa F(\varphi_2 - \varphi_1)], \\ \frac{p\varphi_2}{\Omega_2} &= \frac{\Omega_2^0}{\Omega_2} - K_2(p)[F(\varphi_2) + \delta F(\varphi_2 - \varphi_1)], \end{aligned} \quad (1)$$

где $p \equiv d/dt$, φ_i – текущее фазовое рассогласование, Ω_i^0 – начальная частотная расстройка i -го управляемого генератора относительно опорного сигнала, Ω_i характеризует полосу удержания i -го генератора, $K_i(p)$ – коэффициент передачи фильтра низких частот Φ_i , $F(\varphi_i)$ – нормированная характеристика фазового дискриминатора ($i = 1, 2$).

Если принять, что системы ФАП имеют одинаковые полосы удержания $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$, фазовые дискриминаторы с синусоидальными характеристиками и цепи управления с интегрирующими фильтрами ($K_1(p) = (1 + T_1 p)^{-1}$, $K_2(p) = (1 + T_2 p)^{-1}$), то из уравнений (1) получается следующая динамическая система, определенная в цилиндрическом фазовом пространстве $U = \{\varphi_1(\text{mod } 2\pi), y_1, \varphi_2(\text{mod } 2\pi), y_2\}$:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_1}{d\tau} &= y_1, & \varepsilon_1 \frac{dy_1}{d\tau} &= \gamma_1 - \sin \varphi_1 - y_1 - \kappa \sin(\varphi_2 - \varphi_1), \\ \frac{d\varphi_2}{d\tau} &= y_2, & \varepsilon_2 \frac{dy_2}{d\tau} &= \gamma_2 - \sin \varphi_2 - y_2 + \delta \sin(\varphi_2 - \varphi_1), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\tau = t/\Omega$, $\gamma_i = \Omega_i^0/\Omega$, $\varepsilon_i = \Omega T_i$, $\kappa = \kappa/\Omega$, $\delta = \delta/\Omega$. Система (2) является математической моделью рассматриваемого ансамбля ФАП с фильтрами первого порядка в цепях управления.

При $\varepsilon_1 \ll 1$, $\varepsilon_2 \ll 1$ система (2) является системой с малыми параметрами при производных dy_1/dt и dy_2/dt . Полное движение в фазовом пространстве U разбивается на «быстрые» и «медленные» движения [18]. Поверхность «медленных движений» Z является устойчивой по отношению к быстрым движениям. Уравнения медленных движений на поверхности Z имеют вид

$$\begin{aligned}\frac{d\varphi_1}{d\tau} &= \gamma_1 - \sin \varphi_1 - \kappa \sin(\varphi_2 - \varphi_1), \\ \frac{d\varphi_2}{d\tau} &= \gamma_2 - \sin \varphi_2 + \delta \sin(\varphi_2 - \varphi_1).\end{aligned}\quad (3)$$

Система (3) описывает коллективную динамику рассматриваемого ансамбля, в случае, когда генераторы имеют малоинерционные цепи управления. Так как правые части системы (3) являются периодическими функциями по переменным φ_1 и φ_2 с периодом 2π , то эта система имеет тороидальное фазовое пространство $U_0 = \{\varphi_1(\text{mod}2\pi), \varphi_2(\text{mod}2\pi)\}$.

Изучение динамических свойств ансамбля предусматривает исследование синхронных и квазисинхронных колебаний управляемых генераторов, анализ устойчивости этих режимов по отношению к начальным фазовым рассогласованиям и вариациям параметров цепей управления и связей. Наиболее полное исследование динамических режимов ансамбля удастся провести путем изучения движений модели (2) методами теории колебаний в сочетании с компьютерным моделированием. Это исследование предусматривает выделение среди решений системы (2) особых траекторий, отвечающих за синхронные и квазисинхронные режимы, и изучение свойств выделенных траекторий в зависимости от параметров модели. При этом целесообразно использовать следующий подход: понижение размерности исследуемой модели, качественно-численное исследование модели минимальной размерности, численное исследование исходной модели при увеличении параметров, изменяющих ее размерность. Данная работа представляет результаты первых двух этапов исследования модели (2).

Заметим, что исследование динамики моделей (2) и (3) представляет интерес не только для систем фазовой автоподстройки, но и для ряда других приложений: фазированных антенных решеток [19], связанных джозефсоновских контактов [20], энергетических систем [21] и др.

2. Динамика ансамбля с малоинерционными цепями управления

Система (3) инвариантна относительно замен $Z_1 : (\gamma_1, \gamma_2, \varphi_1, \varphi_2) \rightarrow (-\gamma_1, -\gamma_2, -\varphi_1, -\varphi_2)$, $Z_2 : (\kappa, \delta, \varphi_1, \varphi_2, \tau) \rightarrow (-\kappa, -\delta, \pi - \varphi_1, \pi - \varphi_2, -\tau)$ и $Z_3 : (\varphi_1, \varphi_2, \kappa, \delta, \gamma_1, \gamma_2) \rightarrow (\varphi_2, \varphi_1, \delta, \kappa, \gamma_2, \gamma_1)$. В силу замен Z_1 и Z_2 , анализ движений системы (3) достаточно провести, например, в области $\Lambda_0 : \{\gamma_2 \geq 0, \delta \geq 0, \gamma_1, \kappa\}$.

Уравнения (3) описывают динамику ансамбля, состоящего из двух систем с относительно простой индивидуальной динамикой. Поведение парциальных систем описывается уравнениями (3) при $\kappa = 0$ и $\delta = 0$. Для парциальных систем характерны два вида стационарных движений: при $|\gamma_1| \leq 1$ ($|\gamma_2| \leq 1$) – состояние покоя с координатой $\varphi_1^* = \arcsin \gamma_1$ ($\varphi_2^* = \arcsin \gamma_2$); при $|\gamma_1| > 1$ ($|\gamma_2| > 1$) – неравномерное

движение по окружности $S_1 = \{\varphi_1, \varphi_1 \in [0, 2\pi)\}$ ($S_2 = \{\varphi_2, \varphi_2 \in [0, 2\pi)\}$). Для систем ФАП состояние покоя соответствует *режиму синхронизации* управляемого генератора опорным сигналом. В этом режиме частоты управляемого генератора и опорного сигнала равны, а разность фаз принимает некоторое постоянное значение. Движение по окружности соответствует *режиму биений*, при котором разность фаз подстраиваемого и опорного сигналов неограниченно нарастает, а разность частот изменяется около некоторого среднего значения.

В случае однонаправленной связи ($\kappa=0$ или $\delta=0$) один из генераторов ансамбля работает автономно. Например, при $\kappa=0$ поведение первого генератора не зависит от состояния второго генератора. Первый генератор находится в режиме синхронизации при $|\gamma_1| \leq 1$ и в режиме биений, если $|\gamma_1| > 1$. Состояние второго генератора описывается уравнением

$$\frac{d\varphi_2}{d\tau} = \gamma_2 - \sqrt{1 + \delta^2 - 2\delta \cos \varphi_1} \sin \left(\varphi_2 + \arctan \frac{\delta \sin \varphi_1}{1 - \delta \cos \varphi_1} \right), \quad (4)$$

которое становится автономным при $|\gamma_1| \leq 1$ ($\varphi_1 = \arcsin \gamma_1$) и является неавтономным в противном случае ($\varphi_1 = 2 \arctan \left[\sqrt{(\gamma_1^2 - 1)/\gamma_1^2} \tan \left(0.5\tau \sqrt{\gamma_1^2 - 1} \right) - 1 \right]$).

2.1. Синхронные режимы. В ансамбле генераторов синхронный режим может реализоваться как у всех генераторов одновременно, так и в отдельных генераторах. Режим, при котором все генераторы ансамбля функционируют в синхронном режиме, определим, как глобальный синхронный режим. Этому режиму в фазовом пространстве отвечают устойчивые состояния равновесия. Режимы работы ансамбля, когда отдельные генераторы функционируют в синхронном режиме, назовем *режимами частичной синхронизации ансамбля*. Таким режимам в фазовом пространстве отвечают устойчивые многообразия, у которых одна из фазовых координат φ_1 или φ_2 является константой. Режим частичной синхронизации в рассматриваемом ансамбле реализуется только в случае однонаправленной связи. При $\kappa=0$, $\delta \neq 0$ второй генератор может находиться в синхронном режиме только в случае, если первый генератор находится в синхронном режиме. Если же первый генератор функционирует в режиме биений, то второй генератор всегда находится в асинхронном режиме: в квазисинхронном¹, если решение уравнения (4) ограничено, и в режиме биений, если решение неограничено.

2.1.1. Синхронные режимы в случае однонаправленной связи. Положив в системе (3) $d\varphi_1/d\tau = d\varphi_2/d\tau = 0$ и $\kappa=0$, получаем уравнения для определения координат состояний равновесия

$$\gamma_1 = \sin \varphi_1, \quad \gamma_2 = \sin \varphi_2 - \delta \sin(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (5)$$

¹*Квазисинхронный режим* – режим, при котором имеется регулярная модуляция частоты управляемого генератора около стабилизированной по опорному сигналу средней частоты, а разность фаз подстраиваемого и опорного сигналов изменяется около некоторого среднего значения. Этот режим не характерен для рассматриваемых парциальных систем (систем ФАП с фильтрами первого порядка в цепях управления) и является следствием объединения генераторов в ансамбль.

Решая систему (5), устанавливаем, что область существования состояний равновесия $C_0 = C_{02}^- \cup C_{04} \cup C_{02}^+$ определяется следующими неравенствами:

$$\begin{aligned} C_{04} &= \{-\gamma_2^- < \gamma_2 < \gamma_2^-, |\gamma_1| < 1\}, \\ C_{02}^+ &= \{\gamma_2^- < \gamma_2 < \gamma_2^+, |\gamma_1| < 1\}, \\ C_{02}^- &= \{-\gamma_2^+ < \gamma_2 < -\gamma_2^-, |\gamma_1| < 1\}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\gamma_2^-(\delta, \gamma_1) = \sqrt{1 - 2\delta\sqrt{1 - \gamma_1^2} + \delta^2}$, $\gamma_2^+(\delta, \gamma_1) = \sqrt{1 + 2\delta\sqrt{1 - \gamma_1^2} + \delta^2}$.

При значениях параметров $(\gamma_1, \gamma_2, \delta) \in C_{04}$ система (3) имеет на поверхности тора U_0 четыре состояния равновесия (рис. 2, а)

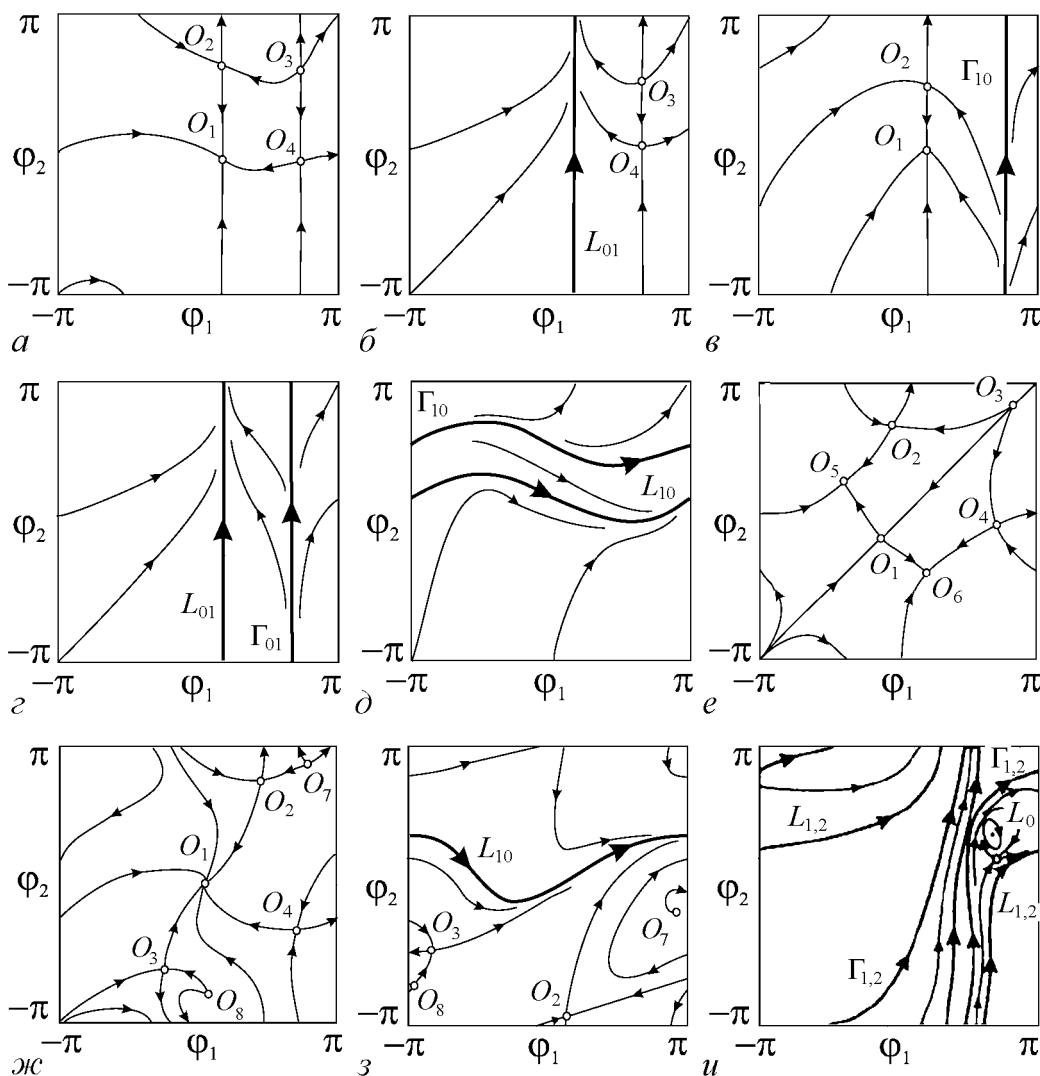


Рис. 2. Фазовые портреты системы (3)

$$O_1(\varphi_1^*, \varphi_2^*), \quad O_2(\varphi_1^*, \pi - \varphi_2^*), \quad O_3(\pi - \varphi_1^*, \pi - \varphi_2^*), \quad O_4(\pi - \varphi_1^*, \varphi_2^*),$$

где значения φ_1^* и φ_2^* определяются равенствами

$$\varphi_1^* = \arcsin \gamma_1, \quad \varphi_2^* = \arcsin \frac{\gamma_1}{\sqrt{1 - \delta\sqrt{1 - \gamma_1^2} + \delta^2\gamma_1^2}} - \arctan \frac{1 - \delta\sqrt{1 - \gamma_1^2}}{\delta^2\gamma_1^2}.$$

Исследуя характер состояний равновесия по корням соответствующих характеристических уравнений, устанавливаем, что устойчивым является состояние равновесия O_1 , состояния равновесия O_2 и O_4 – седла, а O_3 – неустойчивый узел или фокус. Устойчивое состояние равновесия O_1 соответствует глобальному синхронному режиму ансамбля I_1 с остаточными ошибками слежения φ_1^* и φ_2^* в первом и во втором генераторе, соответственно.

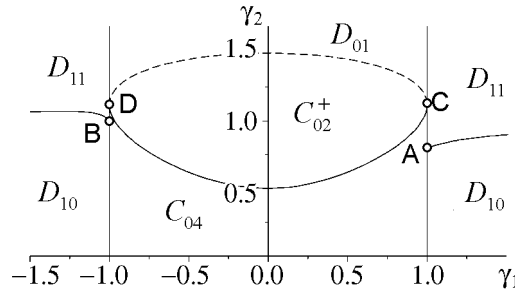


Рис. 3. Параметрический портрет системы (3) при $\kappa=0, \delta=0.5$

При значениях параметров $(\gamma_1, \gamma_2, \delta)$ из областей C_{02}^\pm система (3) имеет два состояния равновесия, тип которых зависит от знака параметра δ . Если $\delta > 0$, то на торе U_0 существуют состояния равновесия O_3 и O_2 (O_4), при $\delta < 0$ остаются состояния равновесия O_1 и O_2 (O_4). Таким образом, область существования синхронных режимов может быть изменена за счет параметра связи, это наглядно демонстрирует параметрический портрет системы (3), представленный на рис.3.

В случае положительных значений параметра δ область D_S существования глобального синхронного режима I_1 совпадает с областью C_{04} . Анализ области D_S свидетельствует, что область существования синхронного режима второго генератора тем меньше, чем меньше модуль начальной расстройки первого генератора. При $\gamma_1=0$ полоса синхронизации второго генератора достигает минимума и равна $\gamma_2^s=1-\delta$. При значениях модуля параметра γ_1 , близких к единице, наблюдается незначительное расширение полосы синхронизации, здесь она может быть больше единицы. В случае $\delta < 0$, в силу инвариантности модели относительно замены Z_2 , область D_S совпадает с областью C_0 . Теперь наблюдается существенное расширение полосы синхронизации второго генератора, причем полоса синхронизации тем шире, чем меньше модуль γ_1 . При $\gamma_1=0$ полоса синхронизации второго генератора достигает максимума и равна $\gamma_2^s=1+\delta$. Из инвариантности системы (3) относительно замены Z_3 следует, что полоса синхронизации первого генератора может быть изменена, за счет введения однонаправленной (при $\delta = 0$) связи κ .

2.1.2. Синхронные режимы при взаимных связях. Введение взаимных связей отражается на динамике обоих генераторов. Рис. 4 и рис. 5 иллюстрируют эволюцию синхронизирующих свойств генераторов ансамбля в случае вариации одной из взаимных связей.

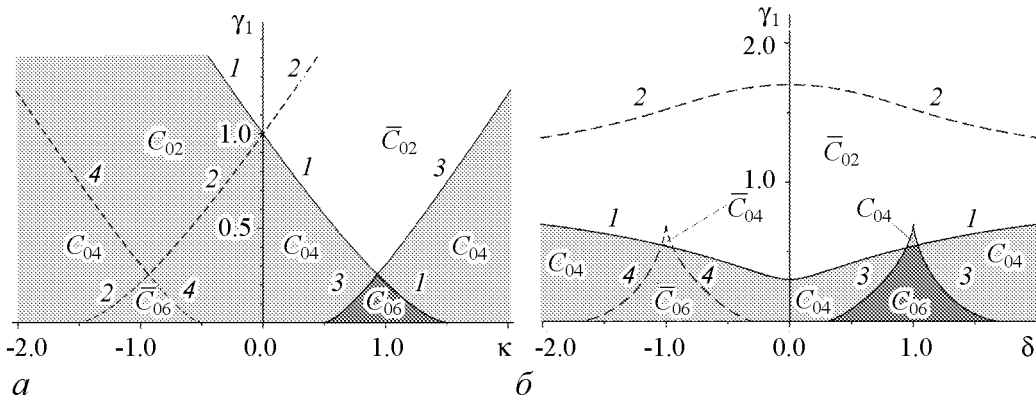


Рис. 4. Зависимость полосы синхронизации первого генератора ансамбля от параметров связи κ при $\gamma_2=0, \delta=0.5$ (а) и δ при $\gamma_2=0, \kappa=0.7$ (б)

На рис. 4, а изображен фрагмент плоскости параметров (κ, γ_1) модели (3) при фиксированных $\gamma_2=0, \delta=0.5$. Этот фрагмент содержит линии, которые соответствуют бифуркациям состояний равновесия системы (3). Здесь сплошными линиями проведены кривые, при пересечении которых на торе U_0 появляются (исчезают) устойчивые состояния равновесия.

Бифуркационные кривые 1–4 выделяют на плоскости (κ, γ_1) области \bar{C}_{06}, C_{04} и C_{02} , при значениях параметров из которых в фазовом пространстве системы (3) существуют, шесть (рис. 2, ж), четыре (см. рис. 2, а) и два (рис. 2, в) состояний равновесия, одно из которых устойчивое; область C_{06} с шестью состояниями равновесия, два из которых устойчивые (рис. 2, е); а также область \bar{C}_{02} с двумя неустойчивыми состояниями равновесия (рис. 2, б). Область параметров $D_S = C_{02} \cup C_{04} \cup C_{06} \cup \bar{C}_{06}$ является областью глобальной синхронизации ансамбля. В области C_{06} связанные генераторы демонстрируют бистабильное синхронное поведение. Здесь в зависимости от начальных условий в генераторах устанавливаются синхронные режимы I_{11} , либо I_{12} , определяемые устойчивыми состояниями равновесия O_5 и O_6 , соответственно.

Рис. 4, б представляет изменения полосы удержания синхронного режима² первого генератора при варьировании связи δ в случае $\gamma_2=0$ и $\kappa=0.7$. Здесь сохранены обозначения для линий и областей, принятые на рис. 4, а. В новой области \bar{C}_{04} система (3) имеет четыре неустойчивых состояния равновесия (рис. 2, з). Область глобальной синхронизации $D_S = C_{04} \cup C_{06}$ теперь не содержит область с двумя состояниями равновесия. Примечательно, что изменение полосы синхронизации (удержания синхронного режима) первого генератора при варьировании параметра δ , в отличие от случая изменения κ , может носить немонотонный характер. На рис. 4, б видно, что при значениях связи δ , близких к значениям $\delta=1$, наблюдается резкое расширение полосы синхронизации.

Используя замену Z_2 , из рис. 4, а и б можно получить зависимости полосы синхронизации первого генератора от параметров κ и δ в случае фиксированных отрицательных связей $\kappa = -0.7$ и $\delta = -0.5$, соответственно. В результате замены Z_2 штриховые линии на рис. 4 превращаются в сплошные и становятся границами об-

²Полоса удержания синхронного режима – интервал начальной частотной расстройки, при значениях параметров из которого существует режим синхронизации.

ласти синхронизации, сплошные линии преобразуются в штриховые линии, которые не оказывают влияние на синхронизирующие свойства генераторов ансамбля. Таким образом, из рис. 4, а следует, что смена знака у параметра δ не приводит к качественным изменениям синхронизирующих свойств первого генератора: область существования синхронных режимов не увеличивается, изменения полосы синхронизации при варьировании δ сохраняют монотонный характер, область бистабильного синхронного поведения расположена в области наименьших значений полосы синхронизации. Из рис. 4, б следует, что при $\kappa < 0$ область синхронизации расширяется за счет области с двумя состояниями равновесия ($D_S = \bar{C}_{02} \cup C_{04} \cup \bar{C}_{04} \cup \bar{C}_{06}$), при этом область бистабильного синхронного поведения C_{06} трансформируется в область моностабильного режима, а бистабильное поведение система (3) демонстрирует при значениях параметров из области \bar{C}_{04} . Резкое расширение полосы синхронизации первого генератора наблюдается теперь при δ , близких к значениям -1 .

Рассмотрим влияния параметров связей на точность синхронизации генераторов, которая определяется значениями координат устойчивых состояний равновесия модели (3). Рис. 5 иллюстрирует это влияние. На рис. 5, а представлены линии, характеризующие ошибки синхронизации φ_1^* (сплошная линия) и φ_2^* (штриховая линия) первого и второго генераторов при изменении параметра κ от -2 до 3 и в обратном направлении от 3 до -2 . Из анализа представленных кривых следует, что введение отрицательной связи κ при $\delta > 0$ позволяет уменьшить ошибки синхронизации обоих генераторов ансамбля. Введение положительной связи κ при $\delta > 0$ ведет к снижению качества синхронизации. При увеличении κ наблюдается достаточно быстрое снижение точности синхронизации обоих генераторов, при этом ошибка синхронизации первого генератора растет монотонно, а ошибка синхронизации второго генератора имеет экстремум при $\kappa = 0.77$ ($\varphi_2^* = -0.52358$). При $\kappa = 1.20132$ происходит срыв генераторов на противофазный синхронный режим I_2 . Здесь при дальнейшем увеличении κ ошибка синхронизации второго генератора φ_2^* стремится к нулю, а ошибка синхронизации первого генератора φ_1^* стремится к $-\pi$.

При обратном движении по параметру κ от значений $\kappa = 3$ до $\kappa = -2$ вначале происходит монотонное уменьшение ошибки синхронизации первого генератора, а ошибка синхронизации второго генератора растет и имеет экстремум при $\kappa = 0.97$

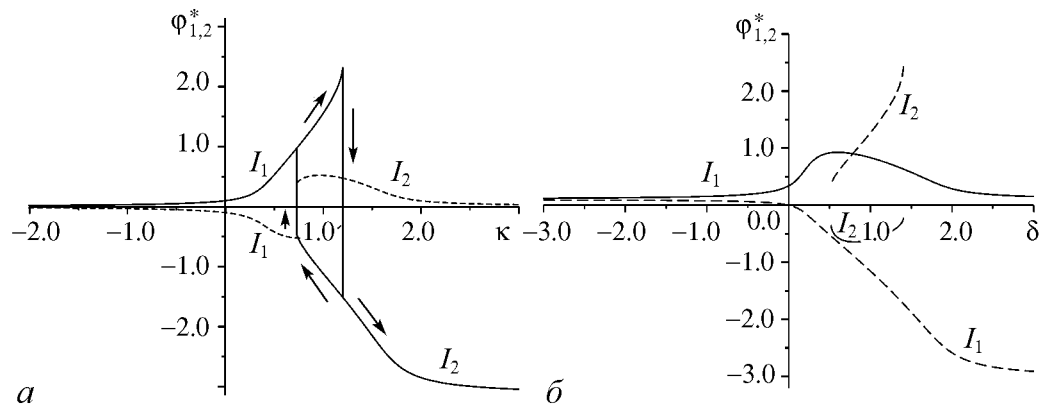


Рис. 5. Эволюция ошибок синхронизации генераторов ансамбля при изменении параметров связи: κ в случае $\gamma_1=0.1, \gamma_2=0, \delta = 0.5$ (а) и δ при $\gamma_1=0.1, \gamma_2=0, \kappa=0.7$ (б)

($\varphi_2^* = 0.52358$), далее при $\kappa = 0.72$ происходит срыв генераторов на синфазный синхронный режим I_1 . При дальнейшем уменьшении κ ошибки φ_1^* и φ_2^* стремятся к нулю. Примечательно, что в рассмотренном случае при вариации κ переключение с режима I_1 на I_2 и обратно с I_2 на I_1 происходит при различных значениях κ , то есть в системе (3) имеет место гистерезис по отношению к стационарным фазовым ошибкам.

Теперь рассмотрим, как изменяются ошибки синхронизации генераторов ансамбля при варьировании значений параметра δ (рис.5, б). Из рисунка видно, что введение отрицательной связи δ при $\kappa > 0$ позволяет уменьшить ошибки синхронизации обоих генераторов ансамбля. Введение положительной связи δ при $\kappa = 0.7$ ведет к монотонному росту ошибки синхронизации второго генератора φ_2^* , которая стремится к значению -3.034 . Ошибка синхронизации первого генератора при увеличении δ достигает максимума при $\delta = 0.6$ ($\varphi_1^* = 0.9273$), далее φ_1^* уменьшается и стремится к значению 1.033 . Таким образом, при изменении δ переключение на режим I_2 не происходит, хотя потенциально эта возможность существует – синхронный режим I_2 имеет место при $\delta \in (0.51968, 1.4036)$.

2.2. Динамика ансамбля в случае однонаправленной связи. Пусть $\kappa=0$, $\delta=0.5$. Проанализируем влияние параметров начальной частотной расстройки γ_1 и γ_2 на динамические режимы ансамбля (см. рис. 3). При значениях параметров из области D_S в ансамбле всегда устанавливается глобальный синхронный режим. При выходе из области устойчивости D_S в область D_{10} на участках границы $\gamma_1=1$ (расположенной ниже точки А) и границы $\gamma_1=-1$ (ниже точки В) происходит слияние и исчезновение состояний равновесия O_1, O_4 и O_2, O_3 . В результате этой бифуркации возникают устойчивый L_{10} и неустойчивый Γ_{10} предельные циклы, охватывающие фазовый тор U_0 только в направлении φ_1 (рис. 2, д). Устойчивый предельный цикл L_{10} определяет режим биений первого генератора и квазисинхронный режим работы второго генератора. Участок границы $\gamma_1=1$, заключенный между точками А и С, а также часть границы $\gamma_1=-1$ между точками В и D соответствуют переходу ансамбля от глобального синхронного режима к глобальному режиму биений, при котором оба генератора функционируют в режиме биений. Глобальному режиму биений в фазовом пространстве модели (3) отвечают аттракторы вращательного типа, охватывающие тор U_0 как в направлении φ_1 , так и в направлении φ_2 . Такие движения характеризуются числом вращения μ [22] ($\mu \neq 0, \mu \neq \infty$), которое может принимать как рациональные, так и иррациональные значения.

Выход из области D_{10} с ростом (убыванием) параметра γ_2 сопровождается бифуркацией двойного предельного цикла, в результате которой исчезают предельные циклы L_{10} и Γ_{10} , а система (3) переходит на вращательные движения, соответствующие глобальному режиму биений.

Выход из области D_S с изменением параметра γ_2 в случае $\delta > 0$ сопровождается исчезновением состояний равновесия O_1 и O_2 , которое приводит к рождению устойчивого предельного цикла L_{01} , охватывающего тор U_0 только в направлении φ_2 (см. рис. 2, б). Характерной особенностью этого предельного цикла является то, что координата φ_1 изображающей точки на этом цикле не меняется с течением времени. Поэтому цикл L_{01} при $\kappa=0$ отвечает режиму частичной синхронизации ансамбля, когда первый генератор ансамбля функционирует в режиме синхронизации, а вто-

рой – в режиме биений. Дальнейшее увеличение значений параметра γ_2 приводит к исчезновению состояний равновесия O_3, O_4 и рождению неустойчивого предельного цикла Γ_{01} (рис. 2, *з*). Эта бифуркация не приводит к качественным изменениям коллективной динамики ансамбля. Выход из области D_{01} существования предельного цикла L_{01} с изменением параметра γ_1 связан с касательной бифуркацией, в результате которой циклы L_{01} и Γ_{01} исчезают, и система (3) переходит на режим биений.

Эволюцию динамических режимов ансамбля в случае $\delta < 0$ легко получить из сценариев рассмотренных выше, используя замену Z_2 . Здесь при выходе из области D_S с изменением параметра γ_2 сначала происходит бифуркация исчезновения состояний равновесия O_3, O_4 , которая приводит к рождению неустойчивого предельного цикла Γ_{01} (см. рис. 2, *в*). Эта бифуркация не выводит ансамбль из области D_S : оба генератора продолжают работать в синхронном режиме. Далее следует бифуркация исчезновения состояний равновесия O_1, O_2 и рождение устойчивого предельного цикла L_{01} . Теперь динамика ансамбля определяется фазовым портретом, представленным на рис. 2, *з*, при котором первый генератор находится в синхронном режиме, а второй генератор работает в режиме биений.

2.3. Качественные структуры и бифуркации модели ансамбля с взаимными связями. В силу существенной нелинейности, исследование движений модели (3) при $\kappa \neq 0$ и $\delta \neq 0$ проводилось численно [23] путем продолжения по параметру κ установленных ранее для случая $\kappa=0$ структур. При этом отдельно были рассмотрены случаи положительных ($\kappa > 0, \delta > 0$) и отрицательных ($\kappa < 0, \delta < 0$) связей, а также случай, когда $\kappa\delta < 0$.

2.3.1. Случай положительных связей $\kappa > 0, \delta > 0$. Зафиксируем силу связи δ на уровне $\delta = 0.5$ и рассмотрим изменения параметрического портрета (γ_1, γ_2) системы (3), обусловленные введением «обратной» связи κ и дальнейшим ее увеличением.

Динамику модели (3) при слабой положительной связи $\kappa=0.1$ характеризует параметрический портрет, представленный на рис. 6, *а*. Линии, приведенные на рисунке ограничивают области параметров с различным динамическим поведением и соответствуют следующим бифуркациям модели (3):

линия 1 – линия исчезновения (рождения) состояний равновесия O_1 и O_2 (см. рис.2, *а*);

линия 2 – линия исчезновения (рождения) состояний равновесия O_1 и O_4 ;

линия 3 – линия исчезновения (рождения) состояний равновесия O_3 и $O_2(O_4)$;

линия 4 – линия составлена из бифуркационной кривой l_{10} петли сепаратрис седла O_2 , охватывающей фазовый тор U_0 в направлении φ_1 , и бифуркационной кривой c_{10} , отвечающей образованию двойного предельного цикла при слиянии предельных циклов L_{10} и Γ_{10} (рис. 2, *д*). Кривые l_{10} и c_{10} смыкаются в точке *a*, которая соответствует обращению в ноль седловой величины σ_2 . Слева от точки *a* седловая величина $\sigma_2 < 0$, здесь при пересечении на кривой l_{10} сверху вниз в фазовом пространстве U_0 рождается устойчивый предельный цикл L_{10} . Справа от точки *a* седловая величина $\sigma_2 > 0$, поэтому при пересечении этого участка кривой l_{10} снизу вверх в фазовом пространстве рождается неустойчивый предельный цикл Γ_{10} (участок кривой l_{10} , где $\sigma_2 > 0$, проведен штриховой линией);

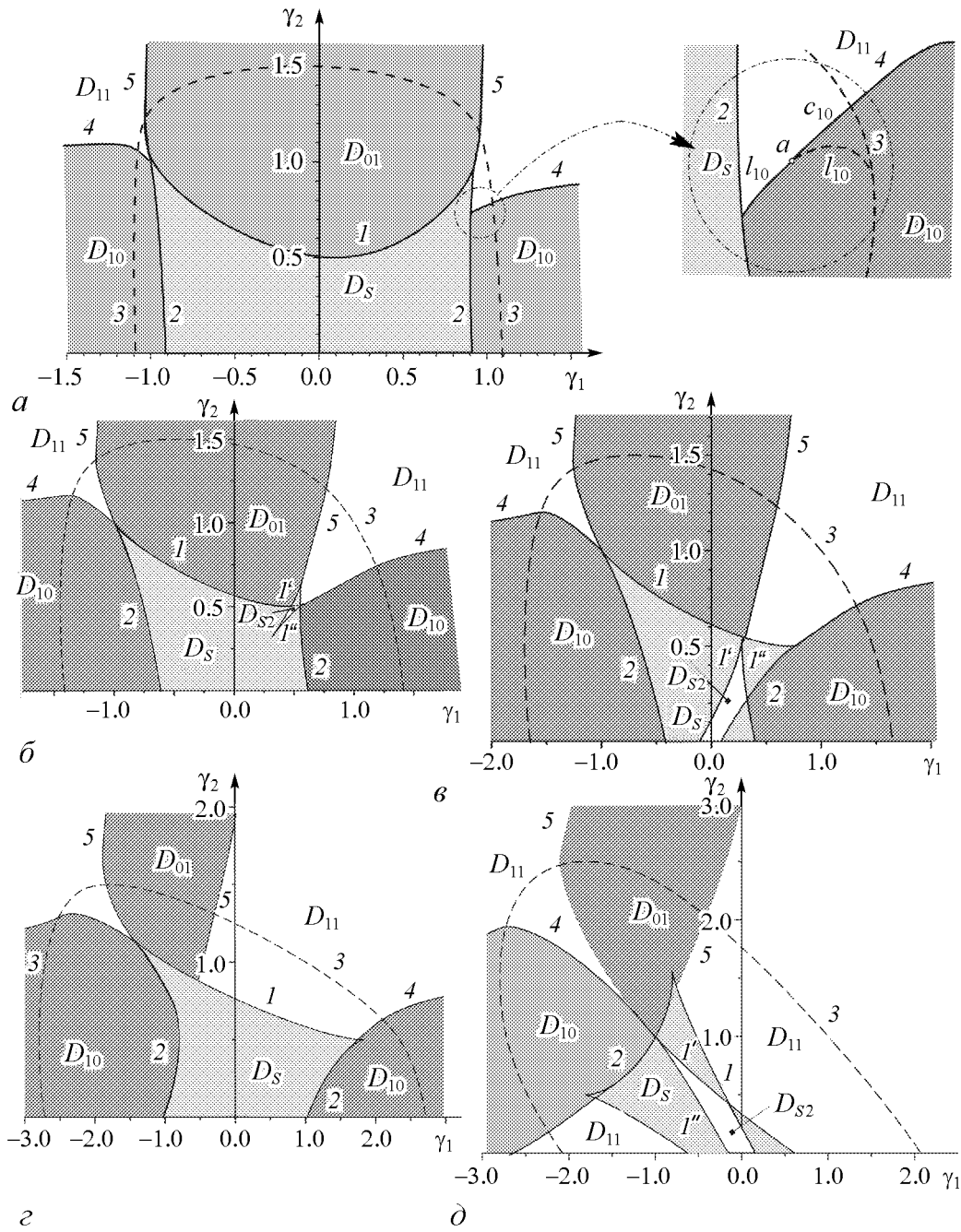


Рис. 6. Бифуркационные диаграммы динамических режимов модели (3): при $\delta=0.5$, $\kappa=0.1$ (а), 0.45 (б), 0.7 (в), 1.8 (г); при $\delta=1.5$, $\kappa=1.8$ (д)

линия 5 – по структуре аналогична линии 4; она состоит из части бифуркационной кривой l_{01} (где $\sigma_4 < 0$) петли сепаратрис седла O_4 , охватывающей тор U_0 в направлении φ_2 , и кривой c_{01} двойного предельного цикла, образованного из циклов L_{01} и Γ_{01} (см. рис. 2, з).

Линии 1–5 разбивают плоскость (γ_1, γ_2) на области с различным динамическим поведением. Область D_S , ограниченная линиями 1 и 2, является областью захвата в

синхронный режим. Здесь система (3) имеет фазовый портрет, представленный на рис. 2, а, на котором единственным аттрактором является состояние равновесия O_1 . При значениях параметров из области D_{10} единственным притягивающим элементом на торе U_0 является предельный цикл L_{10} . Он определяет режим биений первого генератора и квазисинхронный режим второго генератора. В области D_{01} единственным аттрактором системы (3) является предельный цикл L_{01} . Теперь, в отличие от случая $\kappa=0$, предельный цикл L_{01} имеет отклонения по координате φ_1 , что соответствует установлению квазисинхронных колебаний на выходе первого генератора.

Дальнейшее увеличение параметра κ приводит к качественным изменениям коллективной динамики ансамбля. Связаны они с суперкритической бифуркацией состояния равновесия O_1 , при которой состояние равновесия O_1 становится седловым, а в его окрестности появляются два устойчивых состояния равновесия O_5 и O_6 (см. рис. 2, е). Таким образом, увеличение силы связи κ приводит к тому, что синхронный режим I_1 разваливается на два I_{11} и I_{12} , определяемые устойчивыми состояниями равновесия O_5 и O_6 , соответственно. На плоскости параметров (γ_1, γ_2) суперкритическая бифуркация приводит к тому, что на *линии 1* появляется точка, в которой линия перекручивается. В результате образуется область D_{S2} треугольной формы (рис. 6, б), при значениях параметров из которой модель (3) имеет два устойчивых состояния равновесия (см. рис. 2, е). Область D_{S2} ограничена *линиями 1, 1' и 1''*. Здесь *линия 1'* соответствует слиянию состояний равновесия O_1 и O_6 , *линия 1''* – слиянию состояний равновесия O_1 и O_5 , участок *линии 1*, ограничивающий D_{S2} , теперь отвечает слиянию состояний равновесия O_5 и O_2 .

Последующее увеличение параметра κ приводит к расширению области D_{S2} , причем это расширение распространяется преимущественно в сторону нулевых начальных расстроек и захватывает области отрицательных γ_1 и γ_2 . Это приводит к следующему: во-первых, в качестве границы области D_{S2} , может выступать *линия 2*; во-вторых, если область D_{S2} в момент зарождения состояла из двух подобластей ($D_{S2} = D_{S2}^- \cup D_{S2}^+$; D_{S2}^+ появляется при $\gamma_1 > 0, \gamma_2 > 0$; D_{S2}^- при $\gamma_1 < 0, \gamma_2 < 0$), то при увеличении κ подобласти D_{S2}^- и D_{S2}^+ объединяются в одну (рис. 6, в). Теперь участок *линии 2*, ограничивающий область D_{S2} , отвечает слиянию состояний равновесия O_6 и O_4 . Если продолжать увеличивать силу связи κ , то область D_{S2} исчезает (рис. 6, з), и структура параметрического портрета становится эквивалентна структуре параметрического портрета при слабых связях. Из представленных результатов следует, что существуют такие значения $\kappa \in (\kappa_1, \kappa_2)$, где динамика ансамбля качественно изменяется – она демонстрирует бистабильное синхронное поведение. На рис. 6, д представлен параметрический портрет системы в случае сильных ($\kappa > 1, \delta > 1$) положительных взаимных связей. На этом портрете также присутствует область бистабильного синхронного режима D_{S2} . Это свидетельствует о том, что наличие области D_{S2} зависит от соотношения взаимных связей κ и δ .

Таким образом, введение связи $\kappa > 0$, приводит к следующему. Во-первых, к появлению новых динамических режимов управляемых генераторов: бистабильного синхронного режима и квазисинхронного режима у первого генератора; причем, квазисинхронные колебания на выходе первого генератора появляются мягко и не сопровождаются бифуркациями особых траекторий в фазовом пространстве. Во-вторых, введение положительных κ приводит к уменьшению области глобальной синхронизации D_S за счет сужения полосы синхронизации первого генератора.

2.3.2. Случай отрицательных связей $\kappa < 0, \delta < 0$. Структуру фазового пространства и разбиение плоскости параметров (γ_1, γ_2) системы (3) в случае $\delta < 0, \kappa < 0$ нетрудно получить из структур, установленных выше, используя замену Z_2 . Замена Z_2 делает устойчивые состояния равновесия O_1, O_5, O_6 и предельные циклы L_{01}, L_{10} неустойчивыми, а неустойчивые состояния равновесия O_3, O_7, O_8 и предельные циклы Γ_{01}, Γ_{10} устойчивыми. Эта замена приводит также к смене знака седловой величины на бифуркационных кривых, отвечающих образованию гомоклинических траекторий, что отражается на границах областей существования квазисинхронных режимов D_{01} и D_{10} . Теперь области существования квазисинхронных движений узкими клювами проникают в область D_S , порождая явление бистабильности. В области параметров $D_S \cap D_{10}$ или $D_S \cap D_{01}$ в ансамбле в зависимости от начальных условий реализуется либо глобальный режим синхронизации, либо режим частичной квазисинхронизации, при котором один из генераторов ансамбля функционирует в квазисинхронном режиме, а другой – в режиме биений.

Результат введения отрицательных связей демонстрирует бифуркационная диаграмма динамических режимов модели (3), представленная на рис. 7. Здесь область существования синхронного режима D_S ограничена линией 3, область бистабильного синхронного режима D_{S2} отсутствует. Области квазисинхронных режимов D_{01} и D_{10} , как и ранее (в случае $\delta > 0, \kappa > 0$), ограничены кривыми c_{01} и c_{10} , отвечающими касательной бифуркации (эти участки границы остаются неизменными), и кривыми l_{01} и l_{10} , соответствующими образованию гомоклинических траекторий седлового (седло-узлового) состояний равновесия O_3 . Так как области бистабильного поведения очень узкие, то они качественно изображены на увеличенном фрагменте в виде областей со штриховкой. Штриховые линии, проходящие внутри области D_S , теперь отвечают за рождение неустойчивых состояний равновесия и предельных циклов, которые не оказывают влияние на стационарные режимы ансамбля.

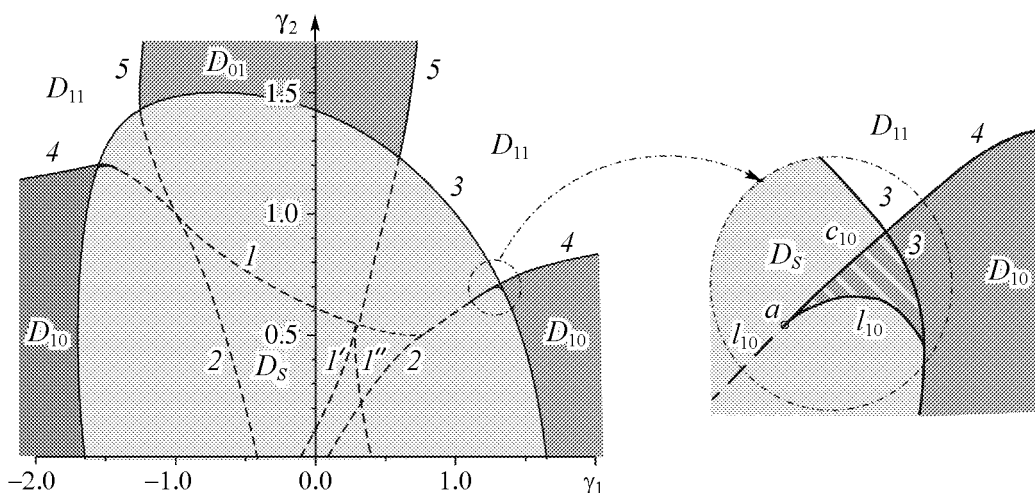


Рис. 7. Бифуркационные диаграммы динамических режимов модели (3) при $\delta = -0.5, \kappa = -0.7$

2.3.3. Динамика ансамбля в случае $k\delta < 0$. Рассмотрим, как изменится динамика ансамбля с однонаправленной положительной связью, например, $\delta > 0$ при введении слабой отрицательной обратной связи $k < 0$. Этот случай иллюстрирует бифуркационная диаграмма динамических режимов на рис. 8, построенная для значений $k = -0.1$, $\delta = 0.5$.

При введении слабой отрицательной связи первый генератор ансамбля приобретает свойства генератора, находящегося под действием отрицательной связи, второй же генератор сохраняет свойства генератора, находящегося под действием однонаправленной положительной связи. Разбиения плоскости параметров (γ_1, γ_2) в интервале малых γ_1 наследует структуру разбиения в случае положительных связей («положительная» структура), а в интервале малых γ_2 – структуру разбиения в случае отрицательных связей («отрицательная» структура). Новые явления в модели (3) возникают на границе положительной и отрицательной структур. На рис. 8 области параметров, где происходят изменения, выделены штрихпунктирной линией, а структура одной из выделенных областей качественно представлена на фрагменте. Здесь появились новые бифуркационные кривые, для которых введены следующие обозначения: h_0 – бифуркационная кривая смены устойчивости состояния равновесия O_1 через бифуркацию Андронова – Хопфа; l_0 – бифуркационная кривая, соответствующая образованию петли сепаратрис 1-го рода седла O_4 (петли, не охватывающей тор U_0 ни по одной из фазовых координат); c_0 – бифуркационная кривая двойного предельного цикла 1-го рода, а также точки N_1, N_2 , где состояние равновесия O_1 имеет нулевые характеристические корни, и точка $b \in h_0$, соответствующая обращению в ноль первой ляпуновской величины L_1 . Точка N_1 делит *линию 3* на два участка: участок расположенный выше точки N_1 (на рис. 8 этот участок выделен штриховой линией) соответствует слиянию и исчезновению (рождению) неустойчивых состояний равновесия, а на участке, расположенном ниже точки N_1 , происходит исчезновение устойчивого состояния равновесия. Точка N_2 , лежащая на *линии 1*, аналогична точке N_1 . Здесь участок *линии 1*, расположенный слева от точки N_2 , со-

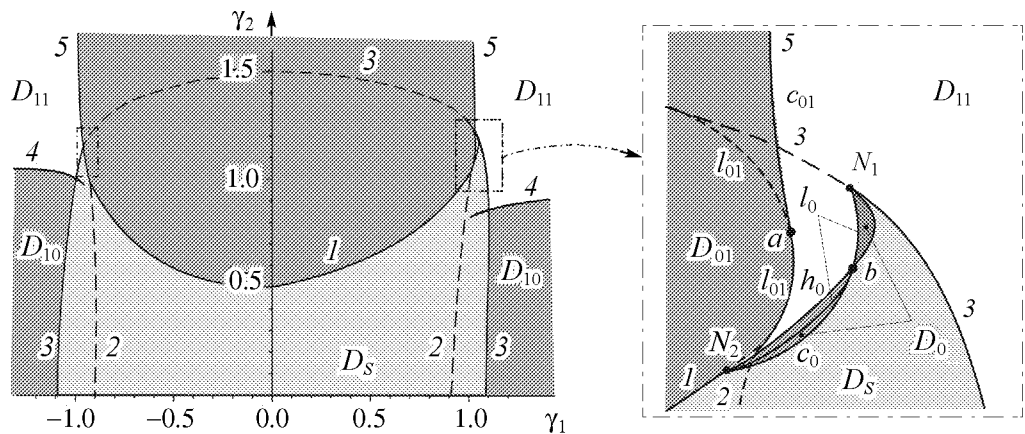


Рис. 8. Параметрический портрет системы (3) при $k = -0.1$, $\delta = 0.5$

ответствует рождению устойчивого состояния равновесия, а участок справа от точки N_2 соответствует рождению неустойчивых состояний равновесия. Точки N_1 и N_2 являются концевыми точками бифуркационной кривой h_0 .

В случае связей разных знаков нарушение глобальной синхронизации генераторов ансамбля может происходить не только в результате исчезновения устойчивых состояний равновесия, но и за счет потери устойчивости этими состояниями равновесия. Причем смена устойчивости может происходить как мягко, так и жестко.

Справа от точки b смена устойчивости состояния равновесия O_1 происходит мягко. Здесь при пересечении h_0 снизу вверх смена устойчивости состояния равновесия O_1 сопровождается рождением устойчивого колебательного предельного цикла L_0 малой амплитуды (рис. 2, *u*). Для генераторов ансамбля рождение цикла L_0 соответствует тому, что ансамбль из глобального синхронного режима мягко переходит в глобальный квазисинхронный режим. Далее при изменении параметров и по мере удаления от h_0 амплитуда предельного цикла L_0 растет. При пересечении кривой l_0 цикл L_0 влипает в петлю сепаратрис седла O_4 и исчезает, система (3) переходит на вращательный предельный цикл $L_{1,2}$ – генераторы ансамбля срываются на режим биений.

Слева от точки b кривая h_0 является опасной границей. Здесь смене устойчивости состояния равновесия O_1 предшествуют две бифуркации. Сначала при пересечении кривой c_0 в результате касательной бифуркации на фазовом торе U_0 рождаются устойчивый L_0 и неустойчивый Γ_0 колебательные предельные циклы. Далее при пересечении кривой l_0 предельный цикл L_0 исчезает, влипая в петлю сепаратрис седла O_4 , а неустойчивый Γ_0 стягивается в точку O_1 (на кривой h_0). В результате бифуркации Андронова – Хопфа состояние равновесия O_1 теряет устойчивость, система (3) переходит на вращательные движения, генераторы ансамбля срываются на режим биений.

Таким образом, можно констатировать, что введение слабой отрицательной связи в ансамбль с однонаправленной положительной связью привело к появлению нового динамического режима – глобального режима квазисинхронизации. Режим квазисинхронизации имеет место при значениях параметров из области D_0 , которая ограничена бифуркационными кривыми Андронова – Хопфа, образования гомоклинической траектории 1-го рода, касательной бифуркации. Примечательно, что эти бифуркации происходят при наличии в фазовом пространстве системы (3) вращательных движений, то есть в области D_0 модель (3) обладает свойством мультистабильности. Для случая $\kappa = -0.1$, $\delta = 0.5$ граница между положительной и отрицательной структурами в области $\gamma_1 < 0$ устроена так же, как и при $\gamma_1 > 0$.

Заключение

В данной работе в рамках динамических моделей (2) и (3) проведено исследование двух динамических фазоуправляемых систем с малоинерционными цепями управления, связанных через дополнительный фазовый дискриминатор. Проведенное на основе модели (3) компьютерное исследование позволило выявить роль свя-

зей при объединении двух систем в ансамбль через дополнительный дискриминатор.

Установлено, что объединение фазовых систем слабыми связями приводит к появлению регулярных квазисинхронных режимов, не свойственных парциальным системам. Области существования квазисинхронных режимов не пересекаются с областями существования синхронных режимов и режимов биений, поэтому квазисинхронные режимы всегда глобально устойчивы. В случае, когда обе связи слабые ($\kappa < 1$, $\delta < 1$), область захвата в синхронный режим меньше области удержания этого режима. За счет изменения силы связи, оставаясь в рамках совокупной слабой связи ($\kappa\delta < 1$), можно добиться совпадения областей захвата и удержания синхронного режима. Глобальных квазисинхронных режимов, когда оба генератора работают в квазисинхронном режиме, в ПФАП со слабыми связями быть не может.

Объединение фазовых систем сильными связями приводит к появлению ряда новых эффектов, не свойственных ансамблю со слабыми связями. При наличии сильных связей в ансамбле возникают глобальные квазисинхронные режимы. Области существования этих режимов всегда располагаются внутри области C_0 , поэтому, во-первых, они имеют ограниченные размеры, во-вторых, эти режимы не могут быть глобально устойчивыми. Области существования режимов частичной квазисинхронизации и биений проникают в область существования синхронных режимов, что приводит к возникновению слоистой структуры пространства параметров, появлению мультистабильности и гистерезисных явлений. Области захвата в синхронные режимы не совпадают с областью удержания, области захвата в синхронный режим состоят из нескольких подобластей.

Сравнительный анализ результатов исследований каскадного и параллельного типов соединений свидетельствует, что многие явления, обнаруженные ранее при изучении каскадного соединения, сохраняются. Например, наличие нескольких синхронных режимов, возникновение режимов глобальной и частичной квазисинхронизации, бифуркационные механизмы возникновения квазисинхронных режимов, существование слоистой структуры пространства параметров и т.д. Различия же наблюдаются в соотношениях параметров систем и связей, когда реализуются те или иные режимы. В частности, при параллельном типе соединения, в отличие от каскадного соединения, режимы глобальной квазисинхронизации возникают в области малых частотных расстройек, при слабых связях квазисинхронные режимы всегда глобально устойчивы, области захвата в синхронный режим состоят из нескольких подобластей.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ (№ 05-02-17409, № 006-02-16499), «Ведущие научные школы» (НШ-7309.2006.2).

Библиографический список

1. *Афраймович В.С., Некоркин В.И., Осипов Г.В., Шалфеев В.Д.* Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации. Горький: ИПФАН, 1989.
2. *Пономаренко В.П., Матросов В.В.* Динамические свойства двухконтурной взаимосвязанной системы фазовой синхронизации // Радиотехника и электроника. 1984. Т. 29, № 6. С. 1125.

3. *Матросов В.В., Корзинова М.В.* Коллективная динамика каскадного соединения фазовых систем // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 2. С. 10.
4. *Шалфеев В.Д., Матросов В.В., Корзинова М.В.* Динамический хаос в ансамблях связанных фазовых систем // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 1998. № 11. С. 44.
5. *Shalfeev V.D., Matrosov V.V., Korzinova M.V.* Chaos in phase systems: generation and synchronization // Controlling Chaos and Bifurcations in Engineering Systems / Ed. by G. Chen. CRC Press. Boca – Raton – London – New York – Washington, D.C. 1999. P. 529.
6. *Шалфеев В.Д., Матросов В.В.* Хаотически модулированные колебания в связанных фазовых системах // Нелинейные волны' 2002/ Отв.ред. А.В. Гапонов-Грехов, В.И. Некоркин. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2003. С. 77.
7. *Матросов В.В.* Динамика двух параллельно связанных фазоуправляемых генераторов с малоинерционными цепями управления // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2006. Т. 14, № 1. С. 25.
8. *Капранов М.В.* Каскадные системы фазовой автоподстройки частоты // Динамика систем. Межвуз. сб. Горький: ГГУ, 1976, № 11. С. 76.
9. *Корзинова М.В., Матросов В.В.* Моделирование нелинейной динамики каскадного соединения фазовых систем // Изв. вузов. Радиофизика. 1993. Т. 36, № 8. С. 815.
10. *Матросов В.В., Шалфеева М.В.* О влиянии связей на нелинейную динамику двух каскадно связанных управляемых генераторов // Изв. вузов. Радиофизика. 1995. Т. 38, № 3-4. С. 275.
11. *Матросов В.В.* Некоторые особенности динамического поведения каскадного соединения двух фазовых систем // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1997. Т. 5, № 6. С. 52.
12. *Мишагин К.Г., Матросов В.В., Шалфеев Д.В., Шохнин В.В.* Экспериментальное исследование генерации хаотических колебаний в ансамбле двух каскадно связанных фазовых систем // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31, № 24. С. 31.
13. *Матросов В.В., Чернов С.А.* Генерация хаотических колебаний в системе параллельно связанных ФАП // Труды 4-й научной конференции по радиофизике. Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2000. С.128.
14. *Пономаренко В.П., Матросов В.В.* Сложные колебания в системе взаимодействующих автогенераторов с фазовым управлением // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 12. С. 1604.
15. *Пономаренко В.П., Матросов В.В.* Динамические режимы и бифуркации при взаимодействии двух систем синхронизации через перекрестные связи // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2000. Т. 8, № 4. С. 52.
16. *Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А.* Системы фазовой автоподстройки частоты. М.: Связь, 1972.
17. *Линдсей В.* Системы синхронизации в связи и управлении / пер. с англ. Под ред. Бакаева Ю.Н. и Капранова М.В. М.: Сов. радио, 1978.
18. *Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э.* Теория колебаний. М.: Физматгиз, 1959.

19. *Есин С.В., Каганов В.И.* Системы автоматического фазирования в передающих ФАР и устройства сложения мощности СВЧ сигналов // Зарубежная радиоэлектроника. 1986, № 8. С. 49.
20. *Лихарев К.К., Ульрих Б.Г.* Системы с джозефсоновскими контактами. М.: Изд-во МГУ, 1978. 446 с.
21. *Hasegawa Y., Ueda Y.* Global basin structure of attraction of two degrees of freedom swing equation system // Int.J. Bifurcation and Chaos. 1999. Vol. 9, № 8. P. 1549.
22. *Плисс В.А.* Нелокальные проблемы теории колебаний. М.: Наука, 1967.
23. *Матросов В.В.* Динамика нелинейных систем. Программный комплекс для исследования нелинейных динамических систем с непрерывным временем. Учебно-методическая разработка. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002.

*Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского*

Поступила в редакцию 8.02.2007

DYNAMICS OF TWO PHASE-LOCKED-LOOP SYSTEM COUPLED THROUGH THE PHASE DISCRIMINATOR

V.V. Matrosov

Dynamics of two phase-locked-loop systems with low-inertia control loops coupled through the phase discriminator is investigated. Stability of synchronous modes of the ensemble is considered. Mechanisms of arising of quasi-synchronous oscillations are studied. Domains of existence of synchronous and quasi-synchronous modes are analysed.



Матросов Валерий Владимирович – родился в 1960 году. Окончил факультет вычислительной математики и кибернетики Горьковского государственного университета по специальности «прикладная математика» (1982). С 1984 по 1999 – научный сотрудник НИИ прикладной математики и кибернетики при ННГУ, с 1999 года – доцент кафедры теории колебаний и автоматического регулирования ННГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1994, НИИ ПМК при ННГУ) и доктора физико-математических наук (2007, ННГУ), доцент (2001). Область научных интересов – динамика нелинейных систем, динамический хаос, синхронизация и управление хаосом, математическое моделирование. Имеет более 100 публикаций в отечественных и зарубежных изданиях, в том числе два учебных пособия и две монографии (в соавторстве). E-mail: matrosov@rf.unn.ru