



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ЗАДЕРЖКИ ПО ВРЕМЕННЫМ РЯДАМ НА ОСНОВЕ МЕТОДА БЛИЖАЙШИХ СОСЕДЕЙ

М.Д. Прохоров,¹ В.И. Пономаренко,¹ В.С. Хорев²

¹ Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

² Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Предложен метод определения времени запаздывания систем с задержкой по их временным рядам, основанный на применении метода ближайших соседей. Метод может быть применен к широкому классу систем с запаздыванием и остается эффективным при высоких уровнях динамического и измерительного шума.

Ключевые слова: Системы с запаздыванием, анализ временных рядов, оценка параметров.

Введение

Автоколебательные системы с запаздывающей обратной связью чрезвычайно широко распространены в реальном мире. Например, в пространственно-развитых системах запаздывание определяется тем, что сигналы распространяются с конечной скоростью и им требуется время на преодоление расстояний [1]. Запаздывание реакции на сигнал и обратная связь с запаздыванием присущи многим физическим [2, 3], химическим [4], климатическим [5] и биологическим [6–8] объектам и процессам. При исследовании систем с запаздыванием важно знать значения временных задержек, величина которых во многом определяет динамику и свойства системы. Знание времен запаздывания имеет большое значение для построения модели системы и предсказания поведения системы во времени и при изменении параметров. Поэтому задача восстановления времени запаздывания по временным рядам наблюдаемых динамических переменных привлекает внимание многих исследователей.

Для ее решения были предложены различные методы, позволяющие восстановить времена запаздывания систем по хаотическим временным рядам их колебаний. Многие из этих методов основаны на проецировании бесконечномерного фазового пространства системы с запаздыванием в подпространства малой размерности [9–14]. При этом используются такие критерии качества реконструкции системы с запаздыванием, как минимальная ошибка прогноза построенной модели [9–11], минимальная величина информационной энтропии [12] или различные меры сложности спроецированного временного ряда [13, 14]. Известны также методы восста-

новления времени запаздывания, основанные на применении регрессионного анализа [15, 16], статистического анализа экстремумов временного ряда [17], информационных подходов [18, 19], метода множественной стрельбы [20], метода оптимизации [21] и адаптивной синхронизации [22, 23]. В отдельную группу можно выделить методы определения времени запаздывания, основанные на возмущении системы внешним воздействием и анализе отклика [24–27], которые могут быть применены к системам не только в хаотических, но и в периодических режимах.

В данной работе мы предлагаем новый метод восстановления времени задержки по временным рядам, основанный на использовании метода ближайших соседей. Метод ближайших соседей широко используется в различных научных дисциплинах при анализе временных рядов [28, 29]. При этом основными областями его применения являются классификация объектов и прогноз динамики исследуемой системы. В задаче классификации объектов идея метода ближайших соседей заключается в том, что объект полагается относящимся к тому классу, который является наиболее распространенным среди его ближайших соседей. Применительно к задаче прогноза временного ряда, суть метода ближайших соседей состоит в том, чтобы использовать для предсказания динамики системы ее состояния в прошлом, наиболее близкие по своим свойствам состоянию в настоящий момент времени. Мы впервые предлагаем использовать метод ближайших соседей для определения по временному ряду системы с запаздыванием ее времени задержки.

1. Восстановление времени задержки в системах первого порядка с запаздыванием

Поясним идею предлагаемого метода на примере одного из наиболее широко используемых дифференциальных уравнений первого порядка с одним временем запаздывания

$$\varepsilon \dot{x}(t) = -x(t) + f(x(t - \tau)), \quad (1)$$

где ε – параметр инерционности, t – время запаздывания, f – нелинейная функция. К уравнению вида (1) сводятся, например, уравнение Маккея–Гласса [6] и уравнение Икеды [1], ставшие эталонными при исследовании систем с запаздыванием.

Поскольку при анализе временных рядов мы всегда имеем дело с переменными, измеренными в дискретные моменты времени, удобно перейти от дифференциального уравнения (1) к разностному уравнению

$$\varepsilon \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} = -x(t) + f(x(t - \tau)), \quad (2)$$

где Δt – малое время, равное интервалу выборки. Уравнение (2) можно переписать в виде

$$x(t + \Delta t) = a_1 x(t) + a_2 f(x(t - \tau)), \quad (3)$$

где $a_1 = 1 - \Delta t/\varepsilon$, $a_2 = \Delta t/\varepsilon$. Запишем уравнение (3) в виде дискретного отображения

$$x_{n+1} = a_1 x_n + a_2 f(x_{n-d}), \quad (4)$$

где $n = t/\Delta t$ – дискретное время, а $d = \tau/\Delta t$ – дискретное время задержки.

Пусть у нас имеется временной ряд $\{x_n\}_{n=1}^N$ системы (1) длиной N точек. Введем вектор $\mathbf{X}_i = (x_i, x_{i-d})$ и найдем для него ближайшего соседа – вектор

$\mathbf{X}_j = (x_j, x_{j-d})$, где $j \neq i$. Существует несколько критериев выбора ближайшего соседа для заданного вектора, отличающихся выбором метрики [29]. Наиболее часто используемой является Евклидова метрика

$$L(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (x_{i-d} - x_{j-d})^2}. \quad (5)$$

Ближайшим соседом для вектора \mathbf{X}_i будет такой вектор \mathbf{X}_j , для которого расстояние $L(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j)$ минимально. В общем случае, по временному ряду находят не одного, а k ближайших соседей для заданного вектора.

Идея предлагаемого метода состоит в том, что в системе (4) ближайшим соседним векторам, содержащим динамическую переменную в моменты времени n и $n-d$, где $n \in [d+1, N-1]$, будут соответствовать близкие состояния системы в моменты времени $n+1$, так как эволюция системы (4) определяется ее текущим состоянием и состоянием в задержанный момент времени. Поскольку время запаздывания нам неизвестно, будем перебирать пробные задержки m из некоторого интервала и для k ближайших соседних векторов каждого вектора $\mathbf{X}_n = (x_n, x_{n-m})$ временного ряда оценивать дисперсию σ_n^2 соответствующих им состояний системы в моменты времени $n+1$.

При ошибочном выборе величины m ($m \neq d$) дисперсия этих состояний может оказаться большой, так как состояния системы в моменты времени $n+1$ не будут зависеть от ее состояний в моменты времени $n-m$. Истинному времени запаздывания d будет соответствовать положение минимума величины

$$D(m) = \frac{1}{N-m-2} \sum_{n=m+1}^{N-1} \sigma_n^2. \quad (6)$$

Мы применили метод к временным рядам уравнения Маккея–Гласса

$$\dot{x}(t) = -bx(t) + \frac{ax(t-\tau)}{1+x^c(t-\tau)}. \quad (7)$$

Делением на b уравнение (7) приводится к виду (1) с $\varepsilon = 1/b$. Параметры системы (7) $a = 0.2$, $b = 0.1$, $c = 10$, $\tau = 300$ соответствовали движению на хаотическом аттракторе, шаг выборки точек $\Delta t = 1$, длина ряда $N = 10000$. Фрагмент временного ряда приведен на рис. 1, *a*.

На рис. 1, *b* приведены зависимости величины D от пробного времени запаздывания m при различном количестве k ближайших соседей для вектора $\mathbf{X}_n = (x_n, x_{n-m})$. Величина m перебирается из интервала от 1 до 500 с шагом 1. Все зависимости $D(m)$ демонстрируют ярко выраженный абсолютный минимум при $m = 300$, обеспечивая точное восстановление дискретного времени запаздывания $d = \tau/\Delta t = 300$.

Отметим, что при выбранных значениях параметров процессы в системе Маккея–Гласса происходят с достаточно большой скоростью, и для численного решения системы часто используется шаг интегрирования $h = 0.1$. Если при этом для построения зависимости $D(m)$ использовать все точки временного ряда, то есть положить шаг выборки точек $\Delta t = 0.1$, то дискретное время запаздывания будет $d = 3000$. В этом случае величину m потребуется перебирать в значительно более широком интервале, а длину ряда – увеличить на порядок, чтобы иметь достаточное количество колебаний системы. В результате время численного счета, необходимое

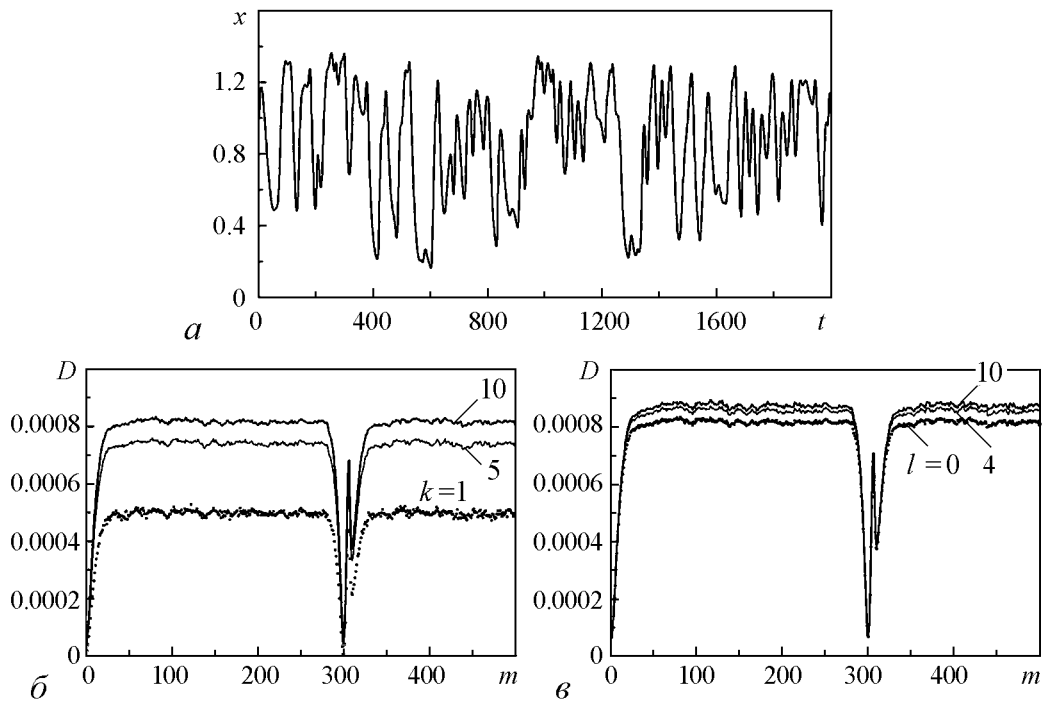


Рис. 1. *a* – временная реализация уравнения Маккея–Гласса в хаотическом режиме; *б* – зависимости величины D от пробного времени запаздывания m при различном количестве k ближайших соседей; *в* – зависимости $D(m)$ при различном количестве l исключаемых из рассмотрения близких по времени векторов

для построения зависимости $D(m)$, очень сильно увеличится. Для уменьшения времени счета мы пробовали при $h = 0.1$ брать лишь каждую десятую точку временного ряда ($\Delta t = 1$ и $d = 300$) для построения $D(m)$. Полученные при этом для разных k графики $D(m)$ были очень близки соответствующим графикам, представленным на рис. 1, *б*, и имели такой же ярко выраженный абсолютный минимум при $m = 300$. Поэтому в последующих примерах мы использовали $h = 1$ и $\Delta t = 1$.

При слишком частой выборке точек возможна ситуация, когда ближайшими соседями вектора $\mathbf{X}_i = (x_i, x_{i-d})$ окажутся близкие ему по времени векторы $\mathbf{X}_j = (x_j, x_{j-d})$ с $j = i \pm p$, где $p = 1, 2, \dots, P$, которые мешают оценке времени запаздывания. В таких случаях при поиске ближайших соседей вектора $\mathbf{X}_i = (x_i, x_{i-d})$ следует исключить из рассмотрения близкие ему по времени векторы $\mathbf{X}_j = (x_j, x_{j-d})$ в количестве $l = 2P$.

На рис. 1, *в* построены зависимости $D(m)$ при различном количестве l близких по времени векторов, не учитываемых при поиске ближайших соседей, для случая $k = 10$. Как и на рис. 1, *б*, все графики имеют абсолютный минимум при $m = d = 300$.

Следует отметить, что вместо поиска фиксированного числа k ближайших соседей вектора $\mathbf{X}_i = (x_i, x_{i-d})$ можно считать его ближайшими соседями все векторы $\mathbf{X}_j = (x_j, x_{j-d})$, для которых $L(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j) < \delta$, где δ – некоторая малая величина. Графики $D(m)$, построенные при таком способе нахождения ближайших соседних векторов, очень похожи на графики, представленные на рис. 1, *б*. Подобрать параметры k и δ соответствующим образом, можно добиться практически полного совпа-

дения результатов поиска ближайших соседей обоими способами. Кроме того, нами установлено, что выбор метрики для поиска ближайших векторов почти не влияет на вид зависимостей $D(m)$.

Для оценки возможностей метода при наличии возмущений мы применили его к рядам, полученным при добавлении к временному ряду уравнения (7) гауссова белого шума с нулевым средним значением. Полученные результаты представлены на рис. 2, *а* для различных уровней измерительного шума при $k = 10$ и $l = 10$. Положение минимума $D(m)$ позволяет точно восстановить время запаздывания даже при уровнях шума порядка 30% (отношение сигнал/шум около 10 дБ), что существенно превышает уровень шума, допустимый для применения большинства других методов восстановления времени запаздывания.

По отношению к динамическому шуму предложенный нами метод оказывается еще более устойчивым. На рис. 2, *б* зависимости $D(m)$ при $k = 10$ и $l = 10$ построены для случая, когда гауссов белый шум с нулевым средним значением добавлен в правую часть уравнения (7). Минимум всех графиков $D(m)$, построенных на рис. 2, *б* при различных уровнях динамического шума, наблюдается при $m = 300$.

Рассмотрим случай, когда система (7) совершает периодические колебания ($a = 0.2, b = 0.1, c = 10, \tau = 10$). Фрагмент временного ряда таких колебаний приведен на рис. 3, *а*. При построении зависимостей $D(m)$ будем считать ближайшими соседями векторы, для которых $L(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j) < 0.02$. В отсутствие шума на графике $D(m)$ нет выраженного минимума (рис. 3, *б*). Однако добавление динамического шума оказывается полезным для восстановления времени запаздывания. При 10% шуме (отношение сигнал/шум равно 20 дБ) на графике $D(m)$ появляется отчетливый минимум при $m = d = 10$ (см. рис. 3, *б*). Присутствие измерительного шума, разумеется, не оказывает положительного влияния на определение времени запаздывания.

В отличие от большинства других методов восстановления времени запаздывания, предложенный нами подход можно применять для определения времени задержки не только систем вида (1) с линейной зависимостью от текущего состояния и нелинейной зависимостью от состояния в задержанный момент времени, но и систем более общего вида, с нелинейной функцией F , зависящей от обеих переменных $x(t)$ и $x(t - \tau)$

$$\dot{x}(t) = F(x(t), x(t - \tau)). \quad (8)$$

Рассуждения, приведенные выше для системы (1), остаются справедливыми

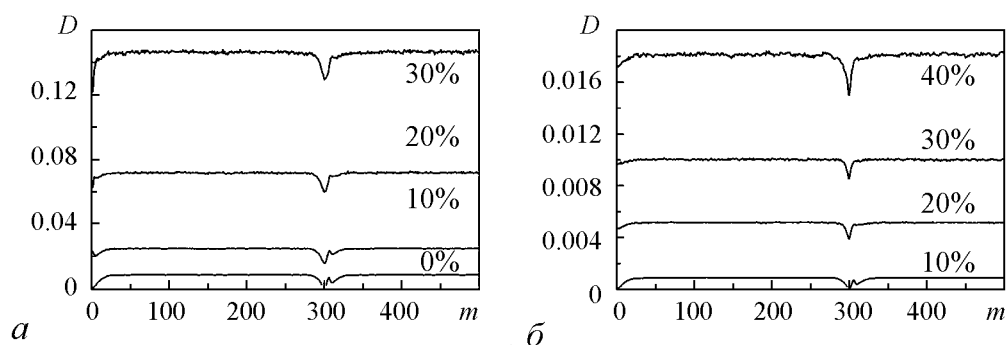


Рис. 2. Зависимости $D(m)$ для системы Маккея–Гласса в хаотическом режиме при различных уровнях измерительного шума (*а*) и динамического шума (*б*). Уровни шума указаны в процентах на соответствующих кривых

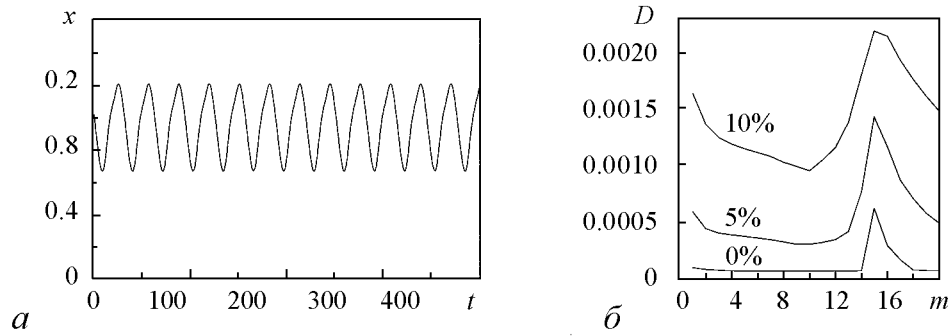


Рис. 3. *a* – временная реализация уравнения Маккея–Гласса в периодическом режиме; *b* – зависимости $D(m)$ при различных уровнях динамического шума, указанного в процентах на соответствующих кривых

для систем вида (8), поскольку в основе метода лежит учет зависимости эволюции исследуемой системы от ее текущего состояния и состояния в задержанный момент времени, а сам вид зависимости не имеет значения.

2. Восстановление времени задержки в системах второго порядка с запаздыванием

Предложенный метод может быть легко развит на системы высокого порядка с задержкой, в частности на системы, описываемые дифференциальными уравнениями с запаздыванием второго порядка

$$\varepsilon_2 \ddot{x}(t) + \varepsilon_1 \dot{x}(t) = F(x(t), x(t - \tau)), \quad (9)$$

где ε_1 и ε_2 – параметры инерционности. Проиллюстрируем это на примере системы следующего вида:

$$\varepsilon_2 \ddot{x}(t) + \varepsilon_1 \dot{x}(t) = -x(t) + f(x(t - \tau)). \quad (10)$$

Используя описанный выше формализм, можно перейти от дифференциального уравнения (10) к дискретному отображению

$$x_{n+2} = b_1 x_{n+1} + b_2 x_n + b_3 f(x_{n-d}), \quad (11)$$

где $b_1 = 2 - (\varepsilon_1 \Delta t) / \varepsilon_2$, $b_2 = -1 + (\varepsilon_1 \Delta t - (\Delta t)^2) / \varepsilon_2$, $b_3 = (\Delta t)^2 / \varepsilon_2$.

Для каждого вектора $\mathbf{X}_n = (x_{n+1}, x_n, x_{n-m})$ временного ряда системы (10) найдем k ближайших соседних векторов и оценим дисперсию соответствующих им состояний системы в моменты времени $n + 2$. Перебирая различные пробные задержки m , будем искать минимум величины

$$D(m) = \frac{1}{N - m - 3} \sum_{n=m+1}^{N-2} \sigma_n^2, \quad (12)$$

положение которого даст оценку дискретного времени запаздывания $d = \tau / \Delta t$.

Описанные методы могут быть использованы для определения по временному ряду априорно не известного порядка системы с запаздыванием. Идея подхода состоит в том, чтобы сначала восстановить время запаздывания исследуемой системы

в предположении, что она описывается уравнением с запаздыванием первого порядка (1), а затем в предположении, что модельным уравнением системы является уравнение второго порядка (10), и построить зависимости (6) и (12) на одном графике. При правильном выборе порядка модельного дифференциального уравнения зависимость $D(m)$ будет лежать ниже зависимости $D(m)$, построенной при ошибочном выборе порядка модельного уравнения.

Например, пусть у нас имеется временной ряд системы с запаздыванием второго порядка (10) с квадратичной нелинейной функцией $f(x) = \lambda - x^2$, где λ – параметр нелинейности, находящейся под действием 10% динамического шума. Параметры системы $\tau = 1000$, $\lambda = 1.9$, $\varepsilon_1 = 7$, $\varepsilon_2 = 10$ соответствуют движению на хаотическом аттракторе. Шаг выборки точек $\Delta t = 1$, длина ряда $N = 10000$. Фрагмент временного ряда приведен на рис. 4, а. Будем считать, что порядок модельного уравнения этой системы нам не известен, и восстановим сначала время запаздывания, полагая, что система описывается уравнением с запаздыванием первого порядка (1). На рис. 4, б построена зависимость (6) при $k = 10$ и $l = 10$. Она имеет минимум при $m = 1001$, что немного больше времени запаздывания $d = \tau/\Delta t = 1000$.

Восстановим теперь время запаздывания, предположив, что исследуемая система описывается уравнением с запаздыванием второго порядка (10). На рис. 4, б построена зависимость (12) при $k = 10$ и $l = 10$. Она располагается ниже зависимости (6), что указывает на то, что система лучше описывается уравнением второго порядка. Минимум зависимости (12) наблюдается при $m = d = 1000$, то есть при правильном выборе порядка модельного уравнения время запаздывания удается восстановить точно.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда исследуемый временной ряд сгенерирован системой с запаздыванием первого порядка (1) с квадратичной нелинейной функцией и параметрами $\tau = 1000$, $\lambda = 1.9$, $\varepsilon = 10$, соответствующими движению на хаотическом аттракторе. Как и в рассмотренном выше примере, на систему действует 10% динамический шум, $\Delta t = 1$, $N = 10000$.

При реконструкции времени задержки в предположении, что модельное уравнение имеет вид (1), график

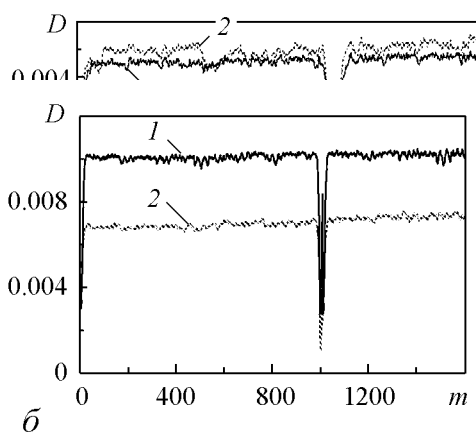
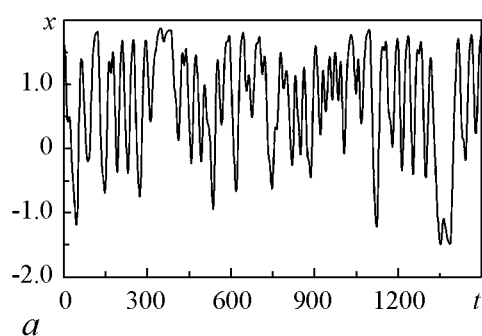


Рис. 4. а – временная реализация уравнения (10) с квадратичной нелинейностью в хаотическом режиме; б – зависимости $D(m)$, построенные в предположении, что модельное уравнение имеет первый порядок (1) и второй порядок (2)

$D(m)$, построенный при $k = 10$ и $l = 10$, демонстрирует минимум при $m = d = 1000$. (Кривая 1 на рис. 5.)

Зависимость $D(m)$, построенная в предположении, что модельное уравнение имеет вид (10), показана на рис. 5 (кривая 2). Она имеет минимум при $m = 999$ и расположена преимущественно выше кривой 1, что указывает на то, что модельное уравнение системы имеет первый порядок.

Отметим, что при выборе шага интегрирования для рассмотренных в данном разделе систем мы руководствовались такими же соображениями, как и в разделе 1 для системы Маккея–Гласса. При $h = 1$ и $\Delta t = 1$ количество точек на характерном временном масштабе колебаний оказывается достаточным для успешной реализации предложенного метода и построения зависимостей $D(m)$.

3. Восстановление времен запаздывания в системах с двумя задержками

Предложенный метод может быть распространен и на системы с несколькими временами запаздывания. Рассмотрим систему с запаздыванием с двумя различными временами задержки τ_1 и τ_2

$$\varepsilon \dot{x}(t) = -x(t) + f_1(x(t - \tau_1)) + f_2(x(t - \tau_2)). \quad (13)$$

Используя описанный выше подход, можно перейти от дифференциального уравнения (13) к дискретному отображению

$$x_{n+1} = a_1 x_n + a_2 f_1(x_{n-d_1}) + a_2 f_2(x_{n-d_2}), \quad (14)$$

где $a_1 = 1 - \Delta t/\varepsilon$, $a_2 = \Delta t/\varepsilon$, $d_1 = \tau_1/\Delta t$, $d_2 = \tau_2/\Delta t$.

Из уравнения (14) следует, что ближайшим соседним векторам, содержащим динамическую переменную в моменты времени n , $n - d_1$ и $n - d_2$, где $n \in [d_2 + 1, N - 1]$ ($d_2 > d_1$), будут соответствовать близкие состояния системы в моменты времени $n + 1$. Поскольку времена запаздывания d_1 и d_2 нам не известны, будем перебирать пробные задержки m_1 и m_2 из некоторого интервала и для k ближайших соседних векторов каждого вектора $\mathbf{X}_n = (x_n, x_{n-m_1}, x_{n-m_2})$ временного ряда оценивать дисперсию σ_n^2 соответствующих им состояний системы в моменты времени $n + 1$.

При ошибочном выборе m_1 и/или m_2 ($m_1 \neq d_1$, $m_2 \neq d_2$) дисперсия этих состояний может оказаться большой. В качестве оценки времен запаздывания d_1 и d_2 будем использовать положение минимума величины

$$D(m_1, m_2) = \frac{1}{N - m_2 - 2} \sum_{n=m_2+1}^{N-1} \sigma_n^2. \quad (15)$$

Продemonстрируем работоспособность метода, применив его к временному ряду обобщенного уравнения Маккея–Гласса, получаемого введением второго времени запаздывания

$$\dot{x}(t) = -bx(t) + \frac{1}{2} \frac{ax(t - \tau_1)}{1 + x^c(t - \tau_1)} + \frac{1}{2} \frac{ax(t - \tau_2)}{1 + x^c(t - \tau_2)}. \quad (16)$$

Подевлив обе части уравнения (16) на b , можно привести его к виду (13) с $\varepsilon = 1/b$. При $a = 0.2$, $b = 0.1$, $c = 10$, $\tau_1 = 70$, $\tau_2 = 300$ система (16) демонстрирует хаотические колебания. По временному ряду длиной $N = 10000$ точек при шаге выборки $\Delta t = 1$ построим зависимость $D(m_1, m_2)$, представляющую собой двумерную поверхность (рис. 6, а). При ее построении мы считали ближайшими соседями вектора \mathbf{X}_i и \mathbf{X}_j , расстояние

$$L(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (x_{i-m_1} - x_{j-m_1})^2 + (x_{i-m_2} - x_{j-m_2})^2} \quad (17)$$

между которыми $L(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j) < 0.02$. Зависимость $D(m_1, m_2)$ имеет минимум при $m_1 = d_1 = 70$, $m_2 = d_2 = 300$, обеспечивая точное восстановление обоих времен запаздывания. Так же как при численном интегрировании системы (7), мы выбрали $h = 1$. Такой шаг интегрирования позволяет при $\Delta t = 1$ точно восстановить времена запаздывания, а уменьшение шага приводит к существенному увеличению вычислительных затрат для построения зависимости $D(m_1, m_2)$.

Для сравнения на рис. 6, б приведена зависимость $D(m)$, полученная при применении к временному ряду системы (16) метода, предложенного в разделе 1 для систем (1) с одной задержкой. График этой зависимости (6) имеет глубокие минимумы при $m = 68$ и $m = 298$. Таким образом, без учета вида модельного уравнения (13) оценка времен запаздывания оказывается менее точной. Еще один характерный минимум $D(m)$ наблюдается на рис. 6, б вблизи $m = d_1 + d_2$.

Отметим, что, если применить метод восстановления двух задержек к временному ряду системы (1) с одним временем запаздывания, минимум величины $D(m_1, m_2)$ будет наблюдаться при $m_1 = m_2 = d$.

Описанный в данном разделе метод можно применять для определения времен запаздывания не только систем вида (13), но и систем более общего вида с двумя задержками

$$\dot{x}(t) = F(x(t), x(t - \tau_1), x(t - \tau_2)). \quad (18)$$

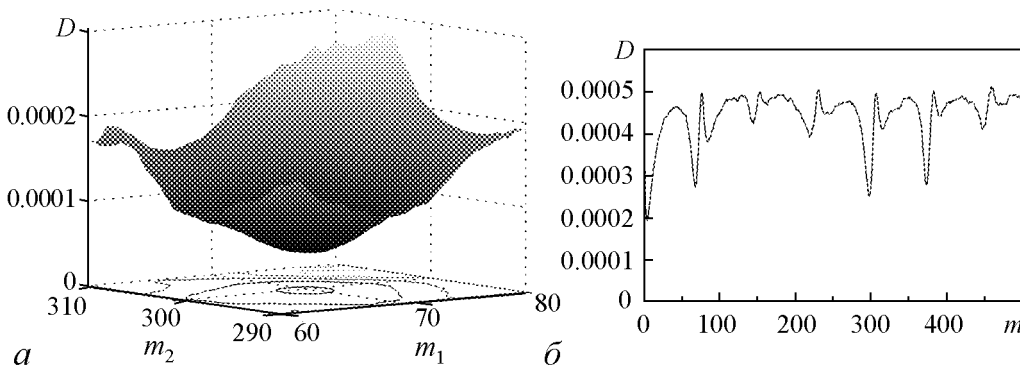


Рис. 6. Зависимости $D(m_1, m_2)$ и $D(m)$ для обобщенной системы Маккея–Гласса в хаотическом режиме

4. Восстановление времени задержки в системах с запаздыванием с двумя динамическими переменными

Предложенный метод восстановления времени запаздывания по временным рядам, основанный на применении метода ближайших соседей, может быть распространен на системы, описываемые дифференциальными уравнениями с запаздыванием с несколькими динамическими переменными:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= F(x(t), x(t - \tau), y(t - \tau)), \\ \dot{y}(t) &= F(y(t), y(t - \tau), x(t - \tau)).\end{aligned}\tag{19}$$

В этом случае, используя временные ряды обеих переменных $x(t)$ и $y(t)$, будем искать ближайших соседей для векторов $\mathbf{X}_n = (x_n, x_{n-m}, y_{n-m})$ или $\mathbf{Y}_n = (y_n, y_{n-m}, x_{n-m})$ при различных пробных задержках m и определять время запаздывания по положению минимума величины (6).

Применим метод к временным рядам системы двух связанных нелинейных дифференциальных уравнений с запаздыванием

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= rx(t) - \mu [x^2(t - \tau) + cy^2(t - \tau)] x(t), \\ \dot{y}(t) &= ry(t) - \mu [y^2(t - \tau) + cx^2(t - \tau)] y(t),\end{aligned}\tag{20}$$

введенной в [30]. Выберем следующие значения параметров: $r = 4$, $\mu = 4$, $c = 0.5$, $\tau = 0.35$. Как показано в [30], при этих параметрах система (20) демонстрирует периодические колебания. Фрагмент временного ряда переменной $x(t)$ приведен на рис. 7, а.

По временным рядам переменных $x(t)$ и $y(t)$ длиной $N = 10000$ точек при шаге выборки $\Delta t = 0.01$ построим зависимость $D(m)$. В отсутствие шума на графике $D(m)$ нет выраженного минимума. Однако при добавлении в правую часть обоих уравнений системы (20) достаточно больших независимых динамических шумов на графике $D(m)$ появляется минимум. На рис. 7, б зависимость $D(m)$ построена при $k = 10$, $l = 10$ и 40% динамических шумах (отношение сигнал/шум около 8 дБ). Она имеет минимум при $m = 35$, что совпадает с временем запаздывания $d = \tau/\Delta t = 35$.

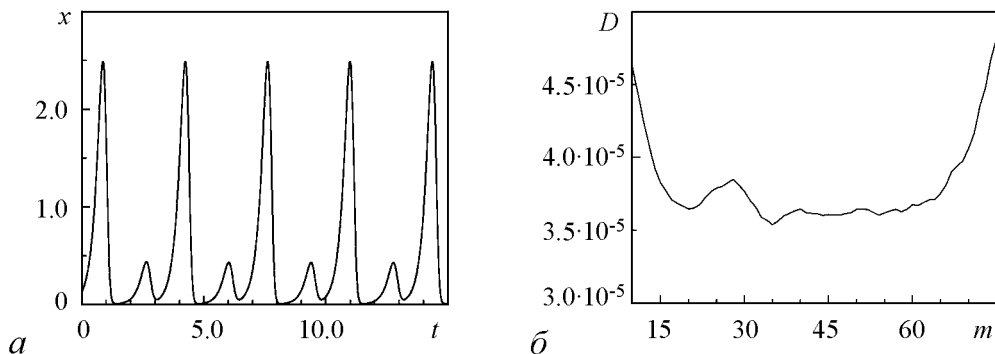


Рис. 7. а – временная реализация уравнения (20); б – зависимость $D(m)$ при 40% динамических шумах

Заключение

Нами предложен метод восстановления времени запаздывания систем с задержкой по их временным рядам, основанный на применении метода ближайших соседей. Метод позволяет определить время запаздывания систем высокого порядка с задержкой, систем с несколькими временами запаздывания и систем, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздыванием с несколькими динамическими переменными. Метод может быть применен к системам с запаздыванием с произвольным видом нелинейной функции, в том числе зависящей одновременно от задержанной и незадержанной переменной. Кроме того, метод можно использовать для определения по временному ряду априорно не известного порядка системы с запаздыванием.

Параметры метода могут быть выбраны в широких пределах, а сам метод остается эффективным при очень высоких уровнях как динамического, так и измерительного шума. Показано, что метод позволяет восстановить время запаздывания не только систем с задержкой, совершающих хаотические колебания, но и систем с задержкой в периодических режимах, находящихся под действием динамического шума.

Работа выполнена при государственной поддержке ведущих научных школ, грант НШ-1726.2014.2 и при поддержке РФФИ, грант № 13-02-00227.

Библиографический список

1. Ikeda K. Multiple-valued stationary state and its instability of the transmitted light by a ring cavity system // Opt. Commun. 1979. Vol. 30. P. 257.
2. Lang R., Kobayashi K. External optical feedback effects on semiconductor injection lasers // IEEE J. Quantum Electron. 1980. Vol. 16. P. 347.
3. Erneux T. Applied Delay Differential Equations. New York: Springer, 2009.
4. Epstein I. R. Delay effects and differential delay equations in chemical-kinetics // Int. Rev. in Phys. Chem. 1992. Vol. 11. P. 135.
5. Mokhov I.I., Smirnov D.A. El Nino Southern Oscillation drives North Atlantic Oscillation as revealed with nonlinear techniques from climatic indices // Geophys. Research Lett. 2006. Vol. 33. L03708.
6. Mackey M.C., Glass L. Oscillations and chaos in physiological control systems // Science. 1977. Vol. 197. P. 287.
7. Kuang Y. Delay Differential Equations with Applications in Population Dynamics. Boston: Academic Press, 1993.
8. Bocharov G.A., Rihan F.A. Numerical modelling in biosciences using delay differential equations // J. Comp. Appl. Math. 2000. Vol. 125. P. 183.
9. Fowler A.C., Kember G. Delay recognition in chaotic time series // Phys. Lett. A. 1993. Vol. 175. P. 402.
10. Hegger R., Bünner M.J., Kantz H., Giaquinta A. Identifying and modeling delay feedback systems // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 81. P. 558.
11. Bünner M.J., Ciofini M., Giaquinta A., Hegger R., Kantz H., Meucci R., Politi A. Reconstruction of systems with delayed feedback: (I) Theory // Eur. Phys. J. D. 2000. Vol. 10. P. 165.

12. *Tian Y.-C., Gao F.* Extraction of delay information from chaotic time series based on information entropy // *Physica D.* 1997. Vol. 108. P. 113.
13. *Kaplan D.T., Glass L.* Coarse-grained embeddings of time series: Random walks, gaussian random process, and deterministic chaos // *Physica D.* 1993. Vol. 64. P. 431.
14. *Bünner M.J., Meyer Th., Kittel A., Parisi J.* Recovery of the time-evolution equation of time-delay systems from time series // *Phys. Rev. E.* 1997. Vol. 56. P. 5083.
15. *Voss H., Kurths J.* Reconstruction of non-linear time delay models from data by the use of optimal transformations // *Phys. Lett. A.* 1997. Vol. 234. P. 336.
16. *Ellner S.P., Kendall B.E., Wood S.N., McCauley E., Briggs C.J.* Inferring mechanism from time-series data: Delay differential equations // *Physica D.* 1997. Vol. 110. P. 182.
17. *Пономаренко В.И., Прохоров М.Д., Караваев А.С., Безручко Б.П.* Определение параметров систем с запаздывающей обратной связью по хаотическим временным реализациям // *ЖЭТФ.* 2005. Т. 127. Вып. 3. С. 515.
18. *Udaltsov V.S., Larger L., Goedgebuer J.P., Locquet A., Citrin D.S.* Time delay identification in chaotic cryptosystems ruled by delay- differential equations // *J. Opt. Technology.* 2005. Vol. 72. P. 373.
19. *Zunino L., Soriano M.C., Fischer I., Rosso O.A., Mirasso C.R.* Permutation-information-theory approach to unveil delay dynamics from time- series analysis // *Phys. Rev. E.* 2010. Vol. 82. 046212.
20. *Horbelt W., Timmer J., Voss H.U.* Parameter estimation in nonlinear delayed feedback systems from noisy data // *Phys. Lett. A.* 2002. Vol. 299. P. 513.
21. *Dai C., Chen W., Li L., Zhu Y., Yang Y.* Seeker optimization algorithm for parameter estimation of time-delay chaotic systems // *Phys. Rev. E.* 2011. Vol. 83. 036203.
22. *Sorrentino F.* Identification of delays and discontinuity points of unknown systems by using synchronization of chaos // *Phys. Rev. E.* 2010. Vol. 81. 066218.
23. *Ma H., Xu B., Lin W., Feng J.* Adaptive identification of time delays in nonlinear dynamical models // *Phys. Rev. E.* 2010. Vol. 82. 066210.
24. *Siefert M.* Practical criterion for delay estimation using random perturbations // *Phys. Rev. E.* 2007. Vol. 76. 026215.
25. *Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D.* Recovery of systems with a linear filter and nonlinear delay feedback in periodic regimes // *Phys. Rev. E.* 2008. Vol. 78. 066207.
26. *Yu D., Frasca M., Liu F.* Control-based method to identify underlying delays of a nonlinear dynamical system // *Phys. Rev. E.* 2008. Vol. 78. 046209.
27. *Prokhorov M.D., Ponomarenko V.I.* Reconstruction of time-delay systems using small impulsive disturbances // *Phys. Rev. E.* 2009. Vol. 80. 066206.
28. *Farmer J.D., Sidorowich J.J.* Predicting chaotic time series // *Phys. Rev. Lett.* 1987. Vol. 59. P. 845.
29. *Garcna P., Jiménez J., Marcano A., Moleiro F.* Local optimal metrics and nonlinear modeling of chaotic time series // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 76. P. 1449.
30. *Villermaux E.* Memory-induced low frequency oscillations in closed convection boxes // *Phys. Rev. Lett.* 1995. Vol. 75. P. 4618.

Поступила в редакцию 25.06.2013
После доработки 6.12.2013

© М.Д. Прохоров, В.И. Пономаренко, В.С. Хорев
Изв. вузов «ПНД», т. 22, № 1, 2014

DELAY TIME ESTIMATION FROM TIME SERIES BASED ON NEAREST NEIGHBOR METHOD

M.D. Prokhorov,¹ V.I. Ponomarenko,¹ V.S. Khorev²

¹ Institute of Radio-Engineering and Electronics RAS, Saratov Branch

² Saratov State University

The method is proposed for delay time estimation in time-delay systems from their time series. The method is based on the nearest neighbor method. It can be applied to a wide class of time-delay systems and it is still efficient under very high levels of dynamical and measurement noise.

Keywords: Time-delay systems, time series analysis, parameter estimation



Прохоров Михаил Дмитриевич – родился в Саратове (1968). Окончил Саратовский государственный университет (1992). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1997) и доктора физико-математических наук (2008). Ведущий научный сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники РАН. Область научных интересов – нелинейная динамика и ее приложения, математическое моделирование, анализ временных рядов. Имеет более 150 научных публикаций.

410019 Саратов, ул. Зеленая, 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники
им. В.А. Котельникова РАН
E-mail: mdprokhorov@yandex.ru



Пономаренко Владимир Иванович – родился в Саратове (1960). Окончил Саратовский государственный университет (1982). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1992) и доктора физико-математических наук (2008). Ведущий научный сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники РАН. Область научных интересов – статистическая радиофизика, анализ временных рядов, нелинейная динамика и ее приложения. Автор более 150 научных публикаций.

410019 Саратов, ул. Зеленая, 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники
им. В.А. Котельникова РАН
E-mail: ponomarenkovi@gmail.com



Хорев Владимир Сергеевич – родился в Гомеле (1987). Окончил магистратуру в Саратовском государственном университете (2011). Аспирант кафедры динамического моделирования и биомедицинской инженерии СГУ. Область научных интересов – моделирование по временным рядам, нелинейная динамика и ее приложения к задачам биофизики и медицины. Принимал участие в 10 международных и всероссийских конференциях. Имеет 14 научных публикаций.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: zergs@inbox.ru