

*Журнал включен в «Перечень периодических научных и научно-технических изданий РФ,  
рекомендованных для публикации основных результатов диссертаций  
на соискание ученой степени доктора наук»*

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Известия высших учебных заведений

**ПРИКЛАДНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА**

*научно-технический журнал*

издается с 1993 года

Выходит 6 раз в год

Том 24, № 5, 2016, Саратов

---

**СО Д Е Р Ж А Н И Е**

От редактора. <i>Гуляев Ю.В.</i> .....	3
<b>ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ</b>	
<i>Трубецков Д.И., Калинин Ю.А., Стародубов А.В., Фокин А.С.</i> Турбулентность в электронике сверхвысоких частот: Теоретические подходы и результаты экспериментов .....	4
<b>ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН</b>	
<i>Флейшман А.Н., Кораблина Т.В., Смагина Е.С., Петровский С.А., Иовин Д.Е., Неретин А.А.</i> Энтропия и DFA variability ритма сердца при дистантном прекодиционировании, ортостазе у здоровых молодых людей и у лиц с изменениями нейровегетативной регуляции кардиодинамики .....	37
<i>Волощук С.С.</i> К нелинейной нестационарной теории двухлучевой лампы бегущей волны и электронно-волновой лампы: Основные уравнения и некоторые результаты расчетов .....	62
<b>НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И НЕЙРОНАУКА</b>	
<i>Колосов А.В., Нуйдель И.В., Яхно В.Г.</i> Исследование динамических режимов в математической модели элементарной таламокортикальной ячейки . . .	72
<b>НАУКА – ОБРАЗОВАНИЮ</b>	
<i>Абрашкин А.А.</i> О происхождении русских числительных .....	84

C O N T E N T S

Editorial. <i>Gulyaev Yu.V.</i> .....	3
REVIEWS OF ACTUAL PROBLEMS OF NONLINEAR DYNAMICS	
<i>Trubetskov D.I., Kalinin Yu.A., Starodubov A.V., Fokin A.S.</i> Turbulence in microwave electronics: Theoretical approaches and experimental results.....	4
APPLIED PROBLEMS OF NONLINEAR OSCILLATION AND WAVE THEORY	
<i>Fleishman A.N., Korablina T.V., Smagina E.S., Petrovskiy S.A., Ioven D.E., Neretin A.A.</i> Entropy and DFA of heart rate variability in remote ischemic preconditioning, orthostatic test in healthy young subjects and in individuals with changes in autonomic regulation of cardiodynamics.....	37
<i>Voloshchuk S.S.</i> For nonlinear nonstationary theory of two-stream traveling-wave tube amplifier and two-stream amplifier: General equations and some results of calculation .....	62
NONLINEAR DYNAMICS AND NEUROSCIENCE	
<i>Kolosov A.V., Nuidel I.V., Yakhno V.G.</i> Research of dynamic modes in the mathematical model of elementary thalamocortical cell.....	72
SCIENCE FOR EDUCATION	
<i>Abrashkin A.A.</i> On the origin of Russian numerals.....	84

## От редактора

В замечательном научно-популярном журнале «Кот Шрёдингера» есть рубрика «Научный праздник на каждый день», которая показалась мне интересной. Используя этот своеобразный календарь, я решил отметить несколько близких нашему журналу научных дат сентября и октября, которым соответствует пятый номер нашего журнала.

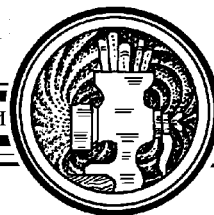
**6 сентября 1766 года** 250 лет назад в Иглсфилде родился английский химик и физик, член Лондонского королевского общества Джон Дальтон (умер 27 июля 1844 года). Дальтон получил образование самостоятельно и работал учителем математики в Манчестере. Он первым в 1794 году описал дефект зрения, связанный с неспособностью человека различать один или несколько цветов. Этот феномен цветовой слепоты получил название дальтонизма. В 1801 году он открыл закон парциальных давлений газов. В 1802 году независимо от французского учёного Ж. Гей-Люссака открыл один из газовых законов (известный нам как «закон Гей-Люссака»): газы расширяются одинаково с повышением температуры при постоянном давлении. Дальтон ввёл понятие атомного веса и составил первую таблицу атомных весов элементов. Любопытно, что он не признавал молекулярной гипотезы, будучи метафизиком и механистом.

**19 сентября 1819 года** в Париже родился французский физик-экспериментатор, член Парижской академии наук Жан Бернар Леон Фуко. Ещё в детстве он проявил незаурядные способности к конструированию: уже в 13 лет делал сложные технические игрушки – телеграф, паровую машину и др. В студенческие годы Фуко сконструировал прибор для электрического освещения поля микроскопа и вскоре после изобретения фотографии получил чёткие снимки объектов под микроскопом. В 1850 году он разработал метод измерения скорости света с помощью вращающегося зеркала («метод Фуко») и измерил скорость света в воздухе и в воде. В 1862 году Фуко вернулся к измерению скорости света в воздухе и получил для неё значение  $298\,000 \text{ км/сек} \pm 500 \text{ км/сек}$ . В 1851 году при помощи маятника (позднее он получил название «маятник Фуко») он экспериментально доказал вращение Земли вокруг оси. Замечу, что в Большой физической аудитории Саратовского университета, в котором издаётся наш журнал, такой маятник демонстрируется студентам. Думаю, что многие из читателей журнала старшего поколения с удовольствием наблюдали за маятником Фуко в Исаакиевском соборе в Санкт-Петербурге. В 1852 году Фуко изобрёл гироскоп.

**11 октября 1783 года** в Петербурге указом Екатерины II была основана Российская Академия, первым президентом которой была женщина – княгиня Екатерина Дашкова.

Научный руководитель ИРЭ РАН,  
академик РАН

*Ю.В. Гуляев*



## ТУРБУЛЕНТНОСТЬ В ЭЛЕКТРОНИКЕ СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ: ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ \*

*Д. И. Трубецков<sup>1,2</sup>, Ю. А. Калинин<sup>1</sup>, А. В. Стародубов<sup>1</sup>, А. С. Фокин<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Национальный исследовательский  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83

<sup>2</sup>Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Россия, 115409 Москва, Каширское шоссе, 31  
E-mail: dtrubetskov@yahoo.com; noios@sgu.ru  
StarodubovAV@gmail.com; alexander1989fokin@mail.ru

Представлен обзор современного состояния различных теоретических подходов к описанию турбулентности в электронных потоках и электронных приборах сверхвысоких частот (СВЧ). Выделены и рассмотрены три вида турбулентных (неламинарных) электронных потоков. Первый вид обусловлен пересечением электронных траекторий (например, за счет тепловых скоростей) и присущ всем электронным потокам. Турбулентность второго вида возникает благодаря неустойчивости электронных потоков, из-за которой малые возмущения нарастают экспоненциально (к таким неустойчивостям относятся диокотронная и slipping-неустойчивость). Третий вид – вихревая турбулентность, начало которой кладёт филаментаризация потока. Образующиеся заряженные нити взаимодействуют между собой, что приводит к образованию вихревых структур; присутствие последних повышает число коллективных степеней свободы и может привести к турбулентности. Изложены результаты экспериментального исследования турбулентных электронных потоков и генераторов с их использованием в автономном режиме и при подаче внешнего сигнала. Исследованы различные типы широкополосных генераторов СВЧ-колебаний. Обсуждаются феноменологические модели турбулентного электронного потока, представляющие собой цепочки из сверхизлучающих сгустков, содержащих электроны-осцилляторы, цепочки «вихрей», которые описываются модифицированными уравнениями ван дер Поля.

*Ключевые слова:* Электронный поток, турбулентность, неустойчивость, вихрь, генератор, широкополосная СВЧ-генерация.

DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-5-4-36

*Ссылка на статью:* Трубецков Д.И., Калинин Ю.А., Стародубов А.В., Фокин А.С. Турбулентность в электронике сверхвысоких частот: Теоретические подходы и результаты экспериментов // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2016. Т. 24, № 5. С. 4–36.

\*Статья написана по материалам одноименного доклада на Международной конференции «АПЭП-2016», 22–23.09.2016, СГТУ им. Ю.А. Гагарина, Саратов, Россия.

## Введение

Исследование турбулентности имеет давнюю историю, восходящую к Леонардо да Винчи. Среди его записей есть фрагмент, который поражает воображение: он вводит 64 термина из гидродинамики, сопровождая их рисунками. Эта своеобразная, не соответствующая, а опережающая свое время научно-художественная энциклопедия нелинейных волн с акцентом на турбулентность поражала и продолжает поражать исследователей творчества Леонардо да Винчи во все времена. Впоследствии турбулентность на различном уровне изучалась в жидкостях и газах, в плазме, в экологических и биохимических средах. Значительно меньше исследований турбулентности в электронике СВЧ, анализу которых посвящен данный обзор. Существует много различных определений турбулентности. Будем далее следовать такому определению: турбулентность – это такое состояние среды, при котором возбуждаются движения (турбулентные пульсации) разных масштабов, причём имеет место перекачка энергии между ними. Под масштабом будем понимать порядок величины тех расстояний, на протяжении которых существенно изменяется скорость движения. Следует подчеркнуть, что турбулентные пульсации по своей природе имеют случайный характер.

В связи с созданием вакуумных генераторов шумовых и хаотических колебаний СВЧ появилась проблема в понимании возникновения таких колебаний и их связи с турбулентностью электронных потоков. Работ, в которых рассматривается собственно турбулентность электронных потоков, мало. Их можно разбить на три группы. К *первой группе* следует отнести результаты работ по неламинарным электронным потокам, в которых турбулентность обусловлена пересечением траекторий электронов, например, из-за тепловых скоростей. В работах *второй группы* возникновение турбулентности объясняется неустойчивостью малых возмущений в электронных потоках, которые нарастают экспоненциально, а при достижении больших амплитуд приводят к турбулентности. В *третью группу* выделяют работы, в которых рассматривается вихревая турбулентность или более обще, турбулентность, связанная с образованием когерентных структур в потоке электронов и их взаимодействием. Далее будут рассмотрены различные основные работы выделенных групп.

### 1. Некоторые теоретические модели турбулентности в электронных потоках и их анализ

Результаты работ, отнесённых к первой группе, изложены в статьях [1,2]. Формально исходная модель этой группы свидетельствует о том, что не существует замкнутой системы гидродинамических уравнений, описывающей электронные потоки. Таким образом, возникает проблема замыкания, подобная аналогичной в классической теории турбулентных жидкостей, что позволяет в рамках гидродинамической теории рассматривать турбулентные электронные потоки, как незначительно отличающиеся от ламинарных. В работе [1] проводится анализ стационарного плоского потока в скрещенных статическом и магнитном полях. Структура тензора давлений вводится феноменологически. Стандартный для подобного подхода в теории турбулентности жидкости анализ показал, что наличие турбулентности в электронном потоке требует увеличения магнитного поля, необходимого для форми-

рования потоков, близких к ламинарным бриллиэновским, для которых плазменная частота в точности равна циклотронной. В статье [2] аналогичную неламинарную модель называют «квазибриллиэновским потоком».

Как указывалось во введении, ко второй группе относятся статьи, в которых возникновение турбулентности связывают с неустойчивостью электронных потоков, когда бесконечно малые возмущения нарастают экспоненциально, в пространстве и/или во времени, а нелинейность приводит к турбулентности. В другой модели считают, что она устойчива по отношению к малым возмущениям, но электронный поток способен перейти в турбулентное состояние при подходящих возмущениях конечной величины. Как правило, анализируется первая модель, хотя, по-видимому, турбулентность может возникать и в том, и в другом случае. Наиболее часто в связи с анализом турбулентности исследуют диокотронную и slipping-неустойчивость (см., например, [3–12]).

Диокотронная неустойчивость возникает в дрейфующем трубчатом электронном потоке, движущемся в продольном магнитном поле и неоднородном электрическом поле пространственного заряда самого пучка [4, 14]. Она близка к неустойчивости тонких заряженных слоев в скрещенных электро- и магнитостатических полях, для которых возможно простое физическое объяснение неустойчивости (см., например [13]). Действительно, если в задаче с трубчатым пучком перейти в систему координат, движущуюся вдоль магнитного поля со статической скоростью электронного потока, то движение электронов будет таким же, как и в пучке в скрещенных полях – перпендикулярным к электрическому и магнитному полям. В тонком ленточном слое в скрещенных полях локальное увеличение плотности заряда приводит к изгибу слоя, он становится неустойчивым, и начальное возмущение возрастает. Напомним, следуя [13, гл. 5], качественную картину возникновения неустойчивостей в электронном потоке в скрещенных полях. Рассмотрим поток конечной толщины  $L$  в скрещенных полях, который движется между двумя плоскостями, причём траектории электронов прямолинейны. В продольном направлении  $x$  поток бесконечен и однороден. Это позволяет в двумерном приближении считать, что существует только поперечная  $y$ -компонента статического поля пространственного заряда и

$$\frac{\partial E_0}{\partial y} = \frac{\rho_0(y)}{\varepsilon_0},$$

где  $\rho_0(y)$  – объёмная плотность заряда в потоке, которая отлична от нуля в пределах толщины пучка  $\Delta$ , и является некоторой произвольной функцией координаты  $y$ . Заметим, что  $E_0$  есть сумма поля пространственного заряда  $\tilde{E}_0$  и статического внешнего поля  $\bar{E}_0$ ;  $y_0 - \Delta/2 \leq y \leq y_0 + \Delta/2$ ;  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума. Прямолинейность траекторий требует, чтобы скорость электронов определялась по формуле  $v_0 = E_0/B$  ( $B$  – статическая магнитная индукция) и следовательно

$$\frac{\partial v_0}{\partial y} = \frac{\rho_0(y)}{\varepsilon_0 B}. \quad (1)$$

Интегрируя последнее соотношение в пределах толщины пучка, получим

$$\Delta v_0 = v_0 \left( y_0 + \frac{\Delta}{2} \right) - v_0 \left( y_0 - \frac{\Delta}{2} \right) = \frac{\omega_p^2 \Delta}{\omega_c}, \quad (2)$$

где  $\omega_p^2 = ((e/m)\bar{\rho}_0)/\varepsilon_0$ ,  $\omega_c = (e/m)B$  – циклотронная частота,  $y_0$  – поперечная координата оси пучка, а  $\bar{\rho}_0$  выражается как

$$\bar{\rho}_0 = \frac{1}{\Delta} \int_{y_0 - \frac{\Delta}{2}}^{y_0 + \frac{\Delta}{2}} \rho_0(y) dy.$$

Главный вывод: толстый поток имеет разные скорости электронов на границах, а именно,  $\Delta v_0/v_0 = (\omega_p^2 \beta_e \Delta)/(\omega \omega_c)$ , где  $v_0$  – скорость электронов на оси пучка,  $\omega$  – частота начального возмущения,  $\beta_e = \omega/v_0$ . Если  $\rho_0(y) = \text{const} = \rho_0$ , то из уравнения (1) находим, что в потоке имеет место линейное распределение по скоростям

$$v_0(y) = v_0 + \frac{\omega_0^2(y - y_0)}{\omega_c}. \quad (3)$$

Перейдём к модели бесконечно тонкого пучка с поверхностной плотностью  $\sigma_0 = \rho_0 \Delta$ . Очевидно, что такой поток представляет собой тонкую заряженную ленту, на которой поле  $E_0$  терпит разрыв. Из уравнения  $\text{div} \vec{E}_0 = \rho/\varepsilon_0$  следует, что

$$E_{02} - E_{01} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}, \quad (4)$$

где индексы 2 и 1 относятся к значениям поля выше и ниже потока, соответственно. Как видно из формул (1)–(3), при  $\Delta \rightarrow 0$  все электроны потока движутся с постоянной скоростью  $v_0 = E_0/B$ . Заметим также, что соотношение (2) можно формально получить из (4), разделив его на  $B$ . Если ввести плазменную частоту  $\Omega_{pl}$ , которая соответствует бесконечно тонкому потоку с конечной величиной протекающего тока, то

$$\frac{\Delta v_0}{v_0} = 2 \frac{\Omega_{pl}^2}{\omega \omega_c}. \quad (5)$$

Как показано в [13], решение для дрейфующего бесконечно тонкого потока в случае равного удаления его от проводящих плоскостей представляет собой суперпозицию двух волн с постоянными распространения

$$\beta_{1,2} = \beta_e \left( 1 \mp j \frac{\Omega_{pl}^2}{\omega \omega_c} \right), \quad (6)$$

одна из которых ( $\beta_2$ ) нарастает с расстоянием, а другая ( $\beta_1$ ) затухает (предполагается, что все переменные величины изменяются по закону  $e^{-j\beta x}$ ). Таким образом, имеет место неустойчивость, которую называют диокотронной. Физический процесс возникновения и развития неустойчивости можно пояснить так. Предположим, что на входе в пространство дрейфа созданы пульсации электронного потока, такие, что имеют место продольные  $\tilde{x}$  и поперечные  $\tilde{y}$  ВЧ смещения электронов. Тогда, как показано в [13], для простейшей геометрии на пульсирующий электронный поток действуют ВЧ электрическое поле пространственного заряда с составляющими  $\tilde{E}_x = -\omega_{RH} B \tilde{x}$  и  $\tilde{E}_y = \omega_{RH} B \tilde{y}$ , статическое электрическое поле  $(\bar{E}_0 + \tilde{E}_0)$  и магнитное ( $B$ ) поля. В адиабатическом приближении имеем:  $\tilde{v}_x = \tilde{E}_y/B = \omega_{RH} \tilde{y}$

и  $\omega_{PH} = \Omega_{pl}^2/\omega_c$ . Это означает, что под действием поперечной составляющей поля пространственного заряда и статического магнитного поля возникает переменная составляющая продольной скорости  $v_x$ , которая приводит к продольным смещениям  $\tilde{x}$  в потоке (рис. 1, а). Следствием продольных смещений электронов является их группировка в пространстве  $l-2$  (рис. 1, б) и появление продольной составляющей поля пространственного заряда  $\tilde{E}_{xПЗ}$ . Тогда, поскольку  $\tilde{v}_y = -\tilde{E}_{xПЗ}/B = \omega_{PH}\tilde{x}$ , появляется поперечная составляющая скорости электронов, а следовательно, и дополнительное поперечное смещение  $\tilde{y}$  потока, которое больше вызванного первоначальной пульсацией. Это дополнительное поперечное смещение создает увеличенную составляющую поля пространственного заряда  $\tilde{E}_y$ , и описанный выше процесс повторяется сначала. В рассмотренной модели число электронов, для которых  $\tilde{y} = \tilde{y}_1 > 0$ , и число электронов, для которых  $\tilde{y} = \tilde{y}_2 < 0$ , одинаково, причём  $|\tilde{y}_2| = |\tilde{y}_1|$ , поэтому, если постоянная составляющая поля пространственного заряда отсутствует, поднявшиеся электроны отдадут полю  $\tilde{E}_0$  столько энергии, сколько заберут опустившиеся. Но из формулы (4) следует, что статическое поле под пучком меньше, чем над пучком, благодаря действию постоянной составляющей поля пространственного заряда. Благодаря этому при  $\tilde{y} > 0$  поток отдаёт больше энергии, чем забирает при  $\tilde{y} < 0$ . Иными словами источником энергии ВЧ-колебаний является постоянная составляющая поля пространственного заряда потока, которая приводит к разной величине поля по разные стороны от плоскости  $y_0$  равновесного положения пучка.

Один из основных результатов исследования гидродинамической неустойчивости электронных потоков [7, 8] состоит в том, что двумерное вихревое течение идеальной несжимаемой жидкости и двумерное движение электронов поперёк достаточно сильного магнитного поля даже в рамках нелинейной теории описываются одними и теми же уравнениями с точностью до слагаемых, обратно пропорциональных квадрату циклотронной частоты, которая должна быть много больше всех других частот. Этот результат позволяет трактовать диокотронную неустойчивость электронных потоков в скрещенных полях как известную гидродинамическую неустой-

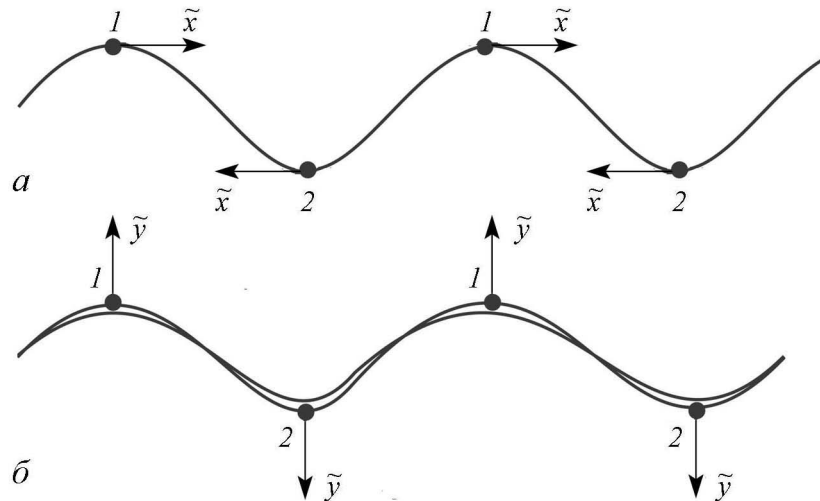


Рис. 1. Эволюция диокотронной неустойчивости



чивость Кельвина–Гельмгольца – неустойчивость вихревых течений несжимаемой жидкости. Неустойчивость толстых электронных потоков в скрещенных полях обусловлена скольжением электронных слоев друг относительно друга [9,10,15] и носит название *slipping*-неустойчивости<sup>1</sup>. Для возникновения такой неустойчивости слои должны скользить параллельно поверхностному слою потока. Поскольку величина напряженности электрического поля неодинакова в разных продольных сечениях потока, скорость дрейфа электронов также меняется, что приводит к скольжению слоёв. В рамках линейной теории неустойчивость объясняется взаимодействием двух поверхностных волн на границах потока [15], что позволяет говорить о связи *slipping*-неустойчивости с неустойчивостью вихревых поверхностей в гидродинамике [16]. Формально сдвиг по скоростям можно ввести в теорию бесконечно тонкого потока, если использовать формулу (5). Подставив её в выражение (6) для постоянных распространения диокотронных волн, находим

$$\beta_{1,2} = \beta_e \left( 1 \mp j \frac{\Delta v_0}{v_0} \right), \quad (7)$$

что справедливо при  $\Delta v_0/v_0 \ll 1$  и совпадает с соответствующими соотношениями теории, исходящей из модели потока конечной толщины. Заметим, как следует из соотношения (7),  $\beta_{1,2}$  зависят от  $\Delta v_0$  при любой толщине потока.

Существуют и результаты компьютерных экспериментов исследования описанных неустойчивостей, из которых выделяется работа [6]. В этой работе представлены кадры из короткого фильма об эволюции неустойчивости потока в скрещенных полях в разные моменты времени. Сюда примыкают и результаты диссертаций [12] и [17]. На наш взгляд особый интерес представляет работа [11], в которой из соображений размерности показано, что в рамках двумерной модели развитие турбулентных возмущений приводит к расширению электронного потока поперек магнитного поля пропорционально расстоянию, пройденному в пространстве дрейфа, и что шумы турбулентного происхождения имеют максимум на некоторой частоте, обратно пропорциональной этому расстоянию.

Важность данной работы обусловлена тем, что в ней рассмотрены статистические характеристики турбулентного движения электронов, которые получаются путем усреднения соответствующих величин по времени и статистическому ансамблю. В частности, получен аналог формулы Шоттки для турбулентных шумов. Для среднего квадрата флуктуаций тока, обусловленных спектральными составляющими из интервала частот  $\Delta\omega$ , выведена формула

$$\overline{(\Delta I)_\omega^2} = I_0^2 \frac{\sigma_0 x}{\varepsilon_0 E_0 v_0} \varphi \left( \frac{\sigma_0 x}{\varepsilon_0 E_0 v_0} \right) \Delta\omega, \quad (8)$$

где  $\sigma_0$  – среднее количество заряда на единицу площади потока,  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая постоянная,  $E_0$  – постоянное электрическое поле,  $v_0 = E_0/B_0$ ,  $B_0$  – индукция магнитного поля,  $I_0$  – постоянная составляющая тока,  $x$  – продольная координата.

<sup>1</sup>Результаты анализа волн пространственного заряда в электронных потоках в скрещенных полях изложены в монографии [13, гл. 5] (см. также библиографию в этой монографии и в [10]).

В соответствии с численными экспериментами [6] и гидродинамической аналогией [7] в сечении потока, где его ширина  $\overline{\Delta y} = CUt$ ,  $C$  – безразмерный коэффициент,  $U = \sigma_0/(\varepsilon_0 B)$ , преимущественно образуются сгустки размера  $\sim \overline{\Delta y}$ , которые следуют друг за другом с интервалом  $\sim 2\overline{\Delta y}$ . Поэтому шумы в данном сечении должны быть максимальны при

$$\omega = \omega_{\max} \sim \frac{\pi v_0}{\Delta y} \sim 12 \frac{v_0 \varepsilon_0 E_0}{\sigma_0 x}, \quad (9)$$

где считается, что  $C \sim 0.25$ . В предположении  $\omega \ll \omega_{\max}$ , полагая  $\varphi(\xi) = C_0 + C_2 \xi^2$ , автор [6] получает формулу

$$\overline{(\Delta I)_{\omega}^2} \approx I_0^2 \frac{\sigma_0 x}{\varepsilon_0 E_0 v_0} \left[ C_0 + C_2 \left( \frac{\sigma_0 \omega x}{\varepsilon_0 E_0 v_0} \right)^2 \right] \Delta \omega, \quad (10)$$

где, из физических соображений,  $C_0 > 0$  и  $C_2 > 0$ .

Выше указывалось, что в третью группу исследований выделяют вихревую турбулентность, хотя правильнее было бы говорить о турбулентности, связанной с образованием когерентных структур в потоке и их взаимодействием [17–19]. При возникновении slipping-неустойчивости возможна филаментаризация потока. Подобная модель рассмотрена в [17] и представляет собой поток заряженных нитей в однородном магнитном поле. Численные эксперименты показали, что чем больше амплитуда возмущений, чем большее количество нитей участвует во взаимодействии и чем плотнее они расположены, тем быстрее и интенсивнее происходит пересечение нитей и образование вихревых структур, что приводит к возникновению турбулентности. Вихри являются важным моментом дрейфовой турбулентности в плазме [20]. Распространяясь в плазме, вихревые структуры переносят часть вещества в виде захваченных частиц, что может сильно повлиять на процессы переноса и вызвать заметные флуктуации плотности. Случайность положения и фазы вихревых структур обусловлена столкновениями между ними, что позволяет построить модели турбулентности плазмы в виде ансамбля дрейфовых вихревых структур, располагая вихри различных амплитуд случайным образом в пространстве [20].

Работ, посвящённых образованию вихрей в плазме и электронных потоках, достаточно много (см., например, [21–24] и библиографию к ним). В большинстве работ речь идет о возникновении изолированных вихрей. Например, в работе [23] теоретически доказана возможность существования нелинейных стационарных волн типа локализованных вихрей в неоднородных по плотности и (или) по скорости электронных потоках, движущихся вдоль постоянного магнитного поля. Вихрь, как показано, в целом имеет спиральную структуру, вращающуюся вокруг оси пучка. Авторы высказывают предположение, что такие вихри в электронных потоках могут возникать либо под действием соответствующих внешних воздействий, либо из-за развития неустойчивостей: slipping-неустойчивости в сплошных пучках и диокотронной в трубчатых. В работах [21] и [22] также исследуется вихревая динамика в электронных потоках, причём приводятся результаты не только теоретических, но и экспериментальных исследований. Однако подробно обсуждаются лишь изолированные вихри, а в [22] – их парное взаимодействие. Во всех работах о вихрях их связь лишь упоминается на уровне фраз такого типа: с развитием диокотронной неустойчивости крупные вихри распадаются на более мелкие вихревые

структуры, нелинейно взаимодействующие между собой. Таким образом, аналитической теории вихревой турбулентности в настоящее время нет. Более того, в отношении вихревой турбулентности интересно мнение гидродинамиков, которое приведём, цитируя [25, с. 373–374]: «В турбулентном потоке действительно установившееся движение среды является установившимся только для средних по времени значений скорости и давления, в то время как мгновенные значения скорости и давления испытывают нерегулярные пульсации. Понятие турбулентности часто употребляется весьма вольным образом. Так, любое сложное вихревое или неустановившееся движение называют турбулентным потоком. Однако исследователи, работающие в области турбулентных потоков, имеют вполне определённое понятие об этом предмете. Любое движение, которое можно описать как периодическое или которое представляет собой до некоторой степени правильную вихревую модель, не является турбулентным потоком, каким бы сложным оно ни было. Существенная характеристика турбулентного потока заключается в том, что турбулентные пульсации по своей природе имеют хаотический характер. Следовательно, полное и логическое последовательное решение проблемы турбулентности требует применения методов статистической механики». Последнее стало неочевидным после открытия динамического хаоса.

## **2. Турбулентные электронные потоки и генераторы с их использованием: результаты экспериментов и феноменологические модели [21–29]**

Формирование турбулентных электронных потоков может быть осуществлено с использованием электростатических полей и полей пространственного заряда, магнитостатических полей и полей пространственного заряда, комбинированных электро- и магнитостатических полей и полей пространственного заряда. Принципиальное свойство турбулентных потоков – образование в них сгустков пространственного заряда, которые взаимодействуют между собой, приводя к сложной динамике потока, порождающей шумоподобные колебания. Тогда можно предложить феноменологическое описание турбулентного электронного потока как ансамбля взаимодействующих структур, состоящего из классических нелинейных колебательных и автоколебательных элементов. В работах [26–30] рассмотрены различные схемы генераторов шумоподобных колебаний, в которых используются по-разному сформированные турбулентные электронные потоки. Все экспериментальные макеты имеют общую структуру. Их конструкция содержит секцию электронной пушки, секцию управляющих электродов, секцию трансформации электронного потока, электродинамическую систему усиления с вводом и выводом энергии и коллектор. Рассмотрим свойства турбулентных потоков в зависимости от способов их формирования и приборы, в которых они используются, следуя работам [26–30].

**2.1. О турбулентных электронных потоках, формируемых магнетронно-инжекторными пушками (МИП), и генераторах, использующих МИП.** Приборы, в которых используется магнетронно-инжекторная пушка, всегда демонстрируют высокий уровень шума. Ранее большинство исследований было направлено на то, чтобы всеми возможными способами уменьшить аномально высокий шум в таких приборах. В настоящее время в связи с появлением новых способов передачи информации, радиолокации, а также потребностей обрабатывающей промышленно-

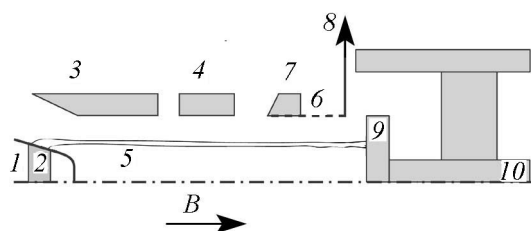


Рис. 2. Схема магнетронно-инжекторной пушки: 1 – катод, 2 – эмитирующий пояс, 3 – управляющий электрод, 4 – анод, 5 – электронный пучок, 6 – отрезок спирали, 7 – поглощающая вставка, 8 – вывод энергии, 9 – высокочастотный зонд (коллектор), 10 – центральный проводник ВЧ-зонда [27]

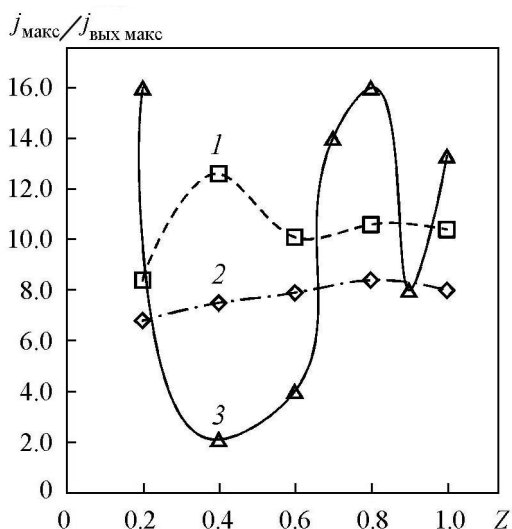


Рис. 3. Изменения максимальной плотности тока пучка вдоль длины дрейфа в зависимости от величины магнитного поля  $B$ : 1 – 0.04 Т, 2 – 0.02 Т, 3 – 0.056 Т [27]

плотности тока, так и колебания этого параметра вдоль пролетного канала. Это говорит о том, что в пучке образуются интенсивные сгустки пространственного заряда. На рис. 4 представлено распределение плотности пространственного заряда в поперечном сечении пучка на расстоянии 4 мм от катода. Из рисунка видна азимутальная неоднородность электронного пучка, которую он приобретает практически на выходе из области пушки.

Анализ рис. 3 и 4 показывает, что в системах с МИП имеет место образование взаимодействующих сгустков пространственного заряда не только в плоскости  $(r, z)$ , но и в плоскости  $(r, \varphi)$  (здесь  $z$  – продольная,  $r$  – поперечная,  $\varphi$  – азимутальная координаты). Таким образом, электронный пучок в системах с МИП является принципиально турбулентным, что связано с особенностями его формирования в области пушки. Можно предположить, что такая неоднородность электронного пучка, генерируемого МИП, связана с различными характеристиками групп электронов, эмитируемых с разных концов термопояска катода, которые приобретают различ-

сти шумоподобные широкополосные сигналы приобретают ряд важных прикладных назначений. В связи с этим приведем результаты экспериментального исследования структуры пучка и выходных характеристик генераторов с МИП, которые формируют турбулентные электронные пучки практически на выходе из области пушки [27].

Объектом исследования в [27] был макет МИП (рис. 2), в котором использовался катод конической формы с эмитирующим металлопористым термопояском шириной 1–3 мм, управляющие электроды и анод. В макете была предусмотрена возможность продольного и поперечного перемещения магнитной фокусирующей системы.

Были проведены исследования структуры пучка, формируемого МИП, выходной интегральной мощности и полосы генерации от величины магнитного поля. Результаты, приведенные на рис. 3 и рис. 4, получены при ширине термопояска 1 мм. На рис. 3 представлено распределение максимальной плотности тока вдоль пролетного канала, измеренной при различных величинах магнитного поля. Видно, что при некоторых значениях магнитного поля увеличиваются как значения максимальной

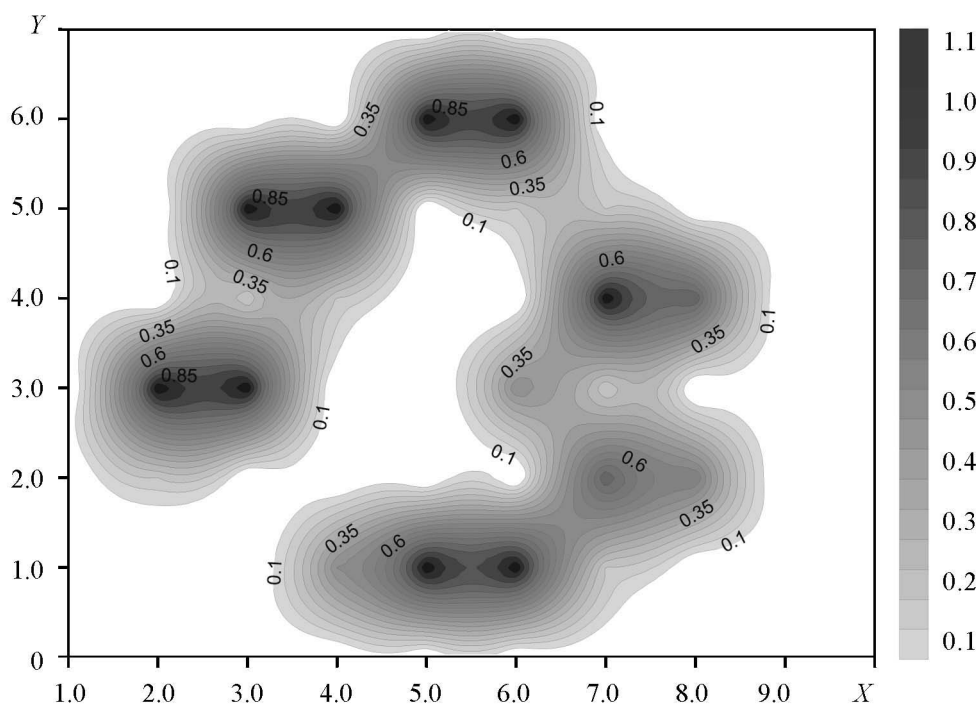


Рис. 4. Качественное изображение в безразмерных координатах ( $X$ ,  $Y$ ) сгустков электронов в поперечном сечении пучка на расстоянии 4 мм от катода. В градациях серого цвета изображена плотность пространственного заряда (в безразмерных единицах). Справа от рисунка приведена шкала градуировки величины плотности пространственного заряда в градациях серого цвета [27]

ные по модулю и по направлению скорости. Таким образом, происходит некоторое расслоение электронного пучка: скорость и направление эмитируемых электронов будут зависеть от того, с какой части термопояска они были эмитированы. Различия в характеристиках эмитируемых электронов (направление их скорости и модуль скорости) будут возрастать, если увеличивать ширину эмитирующего термопояска катода. Последнее должно приводить к еще большему возрастанию неоднородностей в электронном пучке, к еще большему его расслоению. В таблице 1 представлены данные, характеризующие зависимости плотности тока и количества сгустков пространственного заряда от ширины эмитирующего термопояска. Анализ полученных экспериментальных данных показывает, что с увеличением ширины термопояска наблюдается рост как плотности тока, так и количества сгустков пространственного заряда.

Другими словами, турбулентность электронного пучка проявляется тем больше, чем больше ширина  $h$  эмитирующего термопояска катода. В пространстве дрейфа такой пучок становится сильно неламинарным, что приводит к образованию большого числа сгустков плотности пространственного заряда.

Таблица 1

Зависимость нормированной плотности тока  $j_{\max}/j_0$  и количества сгустков пространственного заряда  $N$  от ширины  $h$  термопояска катода,  $j_0$  – начальная плотность тока

$h$ , мм	$j_{\max}/j_0$	$N$
1	6	34
2	14	112
3	22	184

Рассмотрение экспериментальных результатов исследования выходных характеристик генераторов с МИП показало, что ширина полосы термопояска значительно влияет на характеристики генерируемых сигналов: с ростом ширины термопояска наблюдается рост мощности и ширины полосы частот генерируемых сигналов, а также увеличение максимальной частоты генерации. Более того, с увеличением ширины термопояска уменьшается перепад мощности в спектре выходного сигнала. Полученный результат объясняется тем, что с увеличением ширины эмитирующего термопояска наблюдается рост как плотности тока, так и количества сгустков пространственного заряда (см. табл. 1), пространственно-временные колебания которых являются источниками мощных широкополосных микроволновых шумов. Таким образом, можно сделать вывод, что генераторы с МИП обладают значительным преимуществом перед другими подобными устройствами, так как позволяют получать достаточно мощные широкополосные шумоподобные СВЧ-колебания. Причинами аномально высокого уровня шумов в генераторах с МИП, по мнению авторов [26], являются: образование сгустков пространственного заряда в плоскостях  $(r, z)$  и  $(r, \varphi)$ ; пучок, формируемый МИП, состоит из различных слоев электронов (расслоение пучка), имеющих разные характеристики (модуль и направление скорости, плотность и т.п.).

**2.2. Генератор широкополосных шумоподобных СВЧ-колебаний с турбулентным электронным потоком.** В работе [28] предполагается, что поток электронов является аксиально-симметричным. В теоретической модели электронный поток разбивается на  $N$  заряженных слоев толщиной  $dr$ , вложенных друг в друга, каждый из которых заменяется бесконечно тонким заряженным цилиндром. Каждому цилиндру присваивается ток  $I_j$ . Уравнения движения для  $j$ -го заряженного цилиндра в цилиндрических координатах имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2 r_j}{dt^2} - r_j \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 &= -\eta E_{r,j} - \eta \left( r_j \frac{d\varphi}{dt} B_{z,j} \right), \\ \frac{d^2 z}{dt^2} &= -\eta E_{r,j} - \eta \left( r_j \frac{d\varphi}{dt} B_{r,j} \right), \\ j &= 1, 2, \dots, N, \end{aligned}$$

где  $z, r, \varphi$  – продольная, поперечная и азимутальная координаты соответственно  $j$ -го заряженного цилиндра,  $\eta = e/m$  – удельный заряд электрона,  $e$  – заряд электрона,  $m$  – масса электрона,  $E_{r,j,z_j}$  – напряженность поля пространственного заряда в точке с координатой  $(r_j, z_j)$ ,  $B_{r,j,z_j}$  – индукция магнитного поля в точке с координатой  $(r_j, z_j)$ . Поскольку напряженность поля пространственного заряда  $j$ -го заряженного цилиндра равна

$$e_j = \frac{I_j}{2\pi\epsilon_0\sqrt{2}\eta U^{\frac{1}{2}}r} \text{ при } r \leq r_j, \quad e_j = 0 \text{ при } r \geq r_j,$$

где  $I_j$  – ток  $j$ -го заряженного цилиндра,  $\epsilon_0$  – диэлектрическая постоянная,  $U$  – уско-

ряющее напряжение, суммарная напряженность поля пространственного заряда имеет вид

$$E_{rj}(r) = \sum_{j=1}^N e_j(r_j).$$

В исследуемой конструкции (лампа бегущей волны–усилитель) выделены три области (рис. 5, а). Область формирования ламинарного пучка (электронная пушка 1), область трансформации ламинарного пучка в турбулентный (модулятор электронного пучка 2), область усиления 3. В генераторе пучок электронов поступает в область трансформации с периодическим магнитным полем, которое создает в пучке сгустки пространственного заряда. Возникающие в этой области СВЧ-колебания поступают в область усиления. На рис. 5 также показаны результаты теоретического исследования генератора широкополосных шумоподобных СВЧ-колебаний с турбулентным электронным пучком. Прослеживается действие сильного магнитного поля (рис. 5, б) на электронный пучок. На рис. 5, в представлены траектории электронов в безразмерных координатах. Отчетливо видно, что в пучке присутствуют

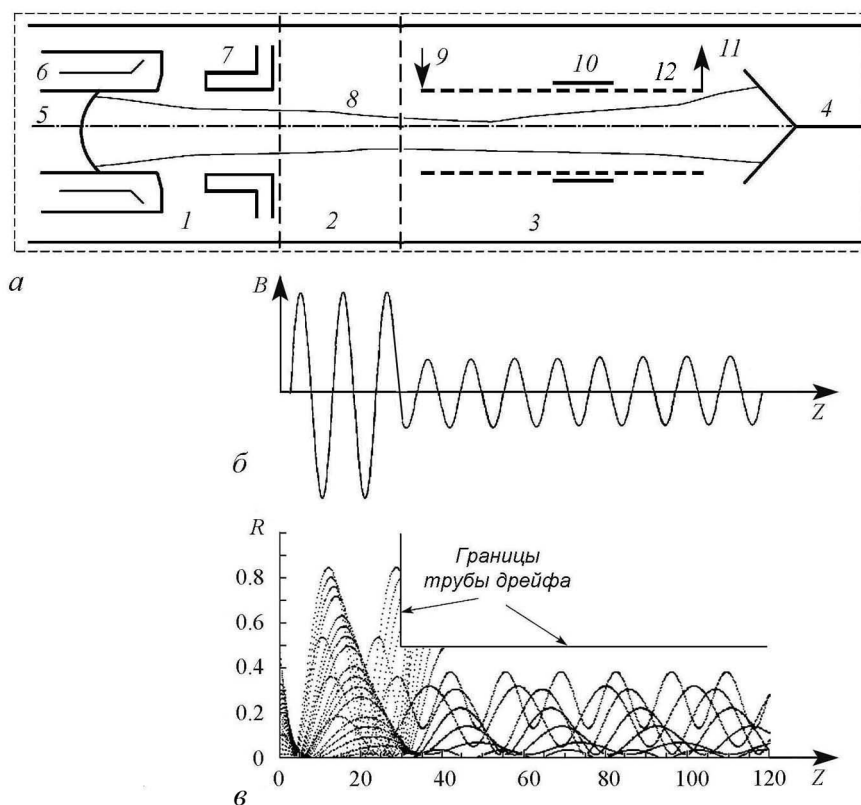


Рис. 5. а – принципиальная схема широкополосного генератора шумоподобных колебаний: 1 – секция электронной пушки; 2 – секция трансформации электронного пучка; 3 – секция усиления; 4 – коллектор; 5 – катод; 6 – система электродов; 7 – анод; 8 – электронный пучок; 9 – ввод энергии; 10 – поглотитель; 11 – вывод энергии (съемник энергии); 12 – электродинамическая система усиления; б – вид распределения магнитного поля вдоль оси генератора, в – вид траекторий электронов, проходящих через область трансформации и область усиления в неоднородном магнитном поле [28]

области сильного сжатия и пересечения траекторий, и что в интенсивном турбулентном электронном потоке возникают уплотнения (сгустки) пространственного заряда. Возникновение сгустков пространственного заряда может быть обусловлено как увеличением плотности тока, так и изменением продольной скорости электронов. Последнее связано либо с торможением электронов, либо с увеличением поперечной и азимутальной составляющих скоростей электронов.

На рис. 6 в градациях серого цвета представлены распределения нормированной плотности пространственного заряда  $\rho/\rho_0$  (здесь  $\rho_0$  – начальная плотность пространственного заряда) в турбулентном электронном потоке для различных значений магнитной фокусировки, характеризующейся параметром  $\alpha = 2 \cdot 10^8 (B_0^2 L^2)/U$  (здесь  $B_0$  – амплитуда магнитного поля,  $L$  – период магнитного поля,  $U$  – ускоряющее

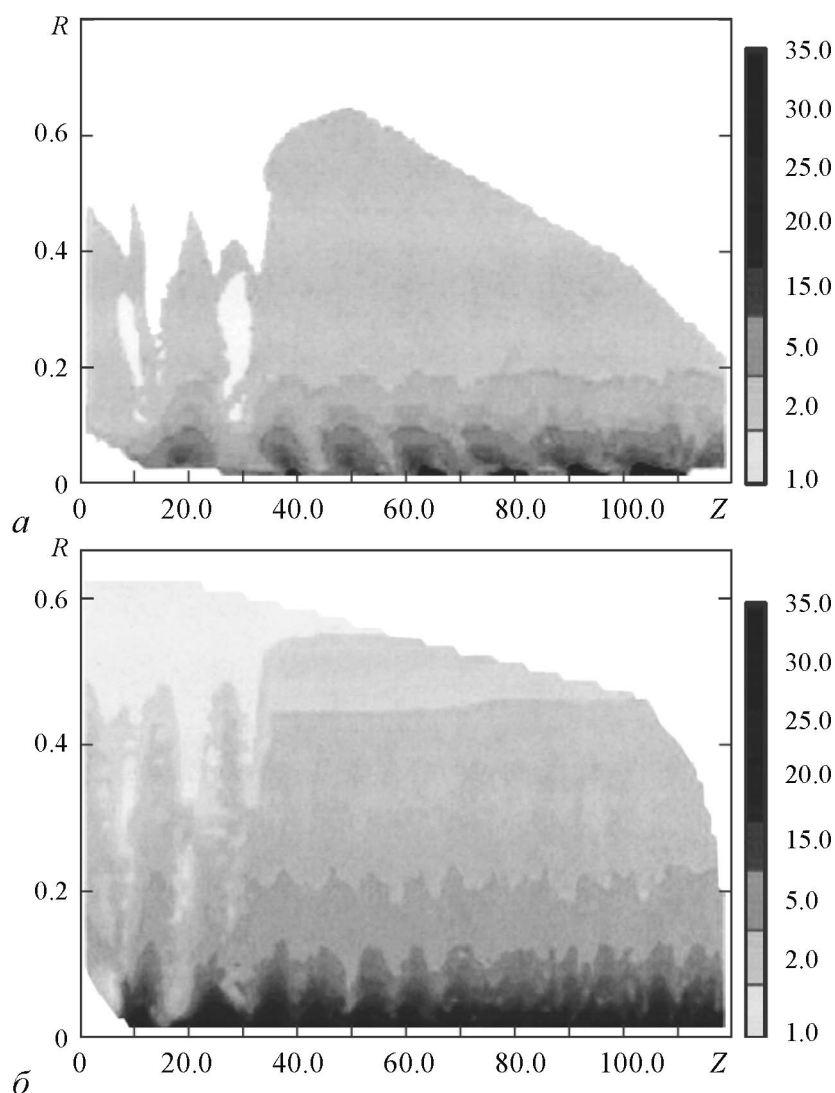


Рис. 6. Распределение (в градациях серого) нормированной плотности пространственного заряда пучка по радиусу и продольной координате для различных значений параметра магнитной фокусировки  $\alpha$ :  $a - 0.2$ ,  $b - 3.0$  [28]



напряжение), зависящим от амплитуды и периода магнитного поля. Белые области на рисунке соответствуют нормированной плотности пространственного заряда по величине меньшей 1, а черные области – ее максимальному значению. Изменения значения  $\alpha$  осуществлялись за счет увеличения амплитуды магнитного поля. Видно, что при  $\alpha = 3$  в распределении плотности пространственного заряда наблюдается значительно больше (чем при  $\alpha = 0.2$ ) областей, где  $\rho/\rho_0$  имеет максимальное значение. На рис. 7 приведен характерный спектр хаотических колебаний при  $\alpha = 3$ .

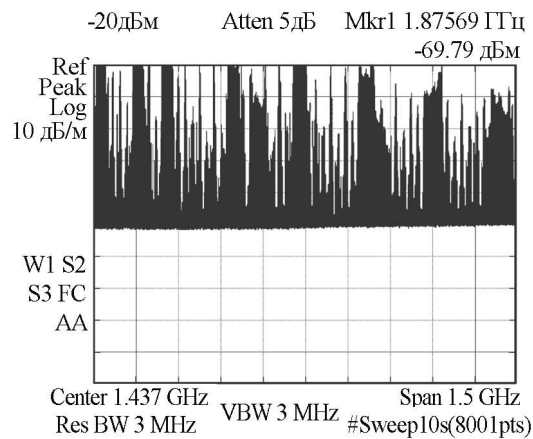


Рис. 7. Спектр шумоподобных СВЧ-колебаний, полученный при проведении экспериментальных исследований [28]

**2.3. Электрически перестраиваемый генератор широкополосных хаотических СВЧ-колебаний с турбулентным потоком.** Электрически перестраиваемый генератор широкополосных хаотических СВЧ-колебаний с турбулентным пучком также позволяет получить высокие выходные характеристики [29]. Схема генератора представлена на рис. 8, а. Принцип работы генератора следующий. Электронный пучок формируется электронной пушкой. Он инжектируется в секцию модуляции, где под действием неоднородного магнитного поля (рис. 8, б) и тормозящего электрического поля (рис. 8, в) становится турбулентным, состоящим по длине из отдельных сгустков пространственного заряда. Тормозящее электрическое поле создается путем подачи потенциала  $U_{eds} < U_0$  (здесь  $U_{eds}$  – потенциал на электродинамической системе усилителя (ЭДСУ),  $U_0$  – ускоряющее напряжение на аноде). Промодулированный электронный пучок попадает в область ЭДСУ, где происходит его усиление. Из области ЭДСУ отработанный пучок попадает в коллектор. Выходной сигнал снимается с усилителя через вывод энергии. Режим генерации в устройстве регулируется путем изменения потенциала  $U_{eds}$  на ЭДСУ.

Под действием сильного магнитного поля плотность пространственного заряда в некоторых областях пучка в 50–70 раз превышает начальные значения, что приводит к образованию отдельных сгустков (групп электронов), неустойчивых в пространстве и во времени. Движущийся сгруппированный интенсивный электронный поток обладает мощностью, которая в процессе его торможения превращается в радиоизлучение.

По результатам численного моделирования был проведен подсчет количества сгустков пространственного заряда при различных значениях коэффициента торможения электронного потока  $K$ , который определялся следующим образом:

$$K = 1 - \frac{U_{eds}}{U_0}.$$

Учитывались те сгустки, плотность пространственного заряда которых  $\rho$  больше начальной плотности  $\rho_0$ . В ходе численных экспериментов было установлено, что при малом торможении  $K = 0.4$  (рис. 9, а) в распределении количества сгустков

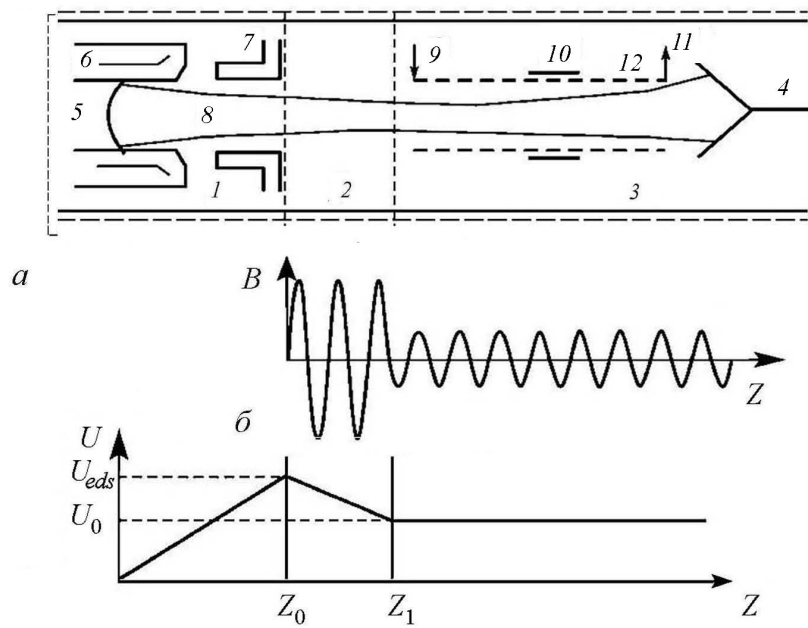


Рис. 8. *a* – принципиальная схема электрически перестраиваемого генератора хаотических колебаний: 1 – секция электронной пушки, 2 – секция модуляции электронного пучка, 3 – секция усиления, 4 – коллектор, 5 – катод, 6 – система электродов, 7 – анод, 8 – электронный пучок, 9 – ввод энергии, 10 – поглотитель, 11 – вывод энергии (съемник энергии), 12 – электродинамическая система усиления; *b* – распределение магнитного поля  $B(z)$ ; *v* – распределение потенциала  $U(z)$  [29]

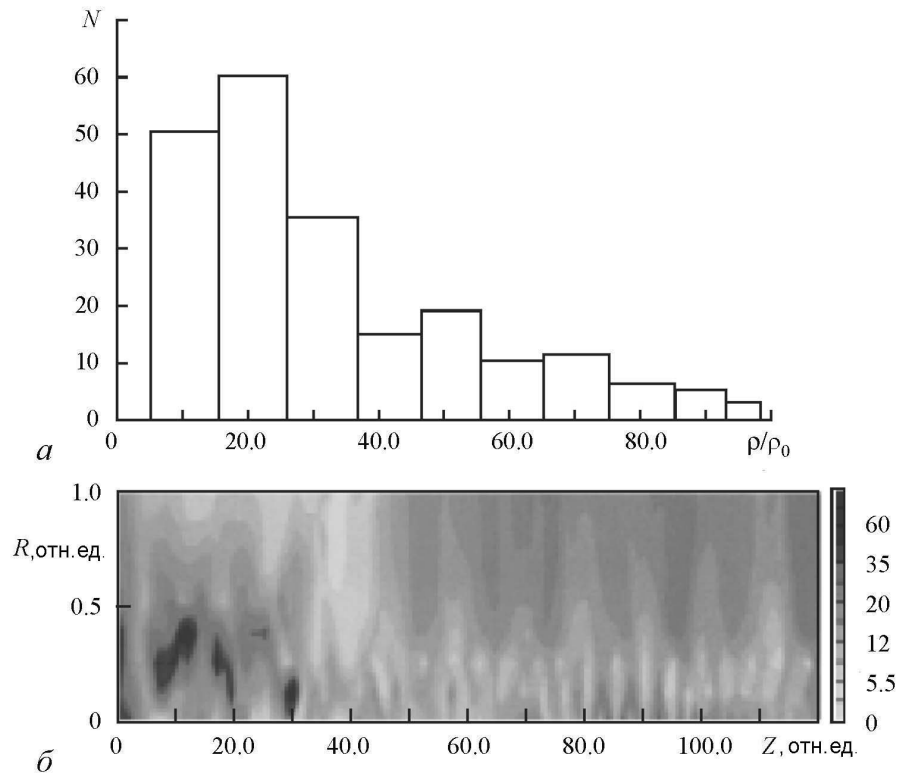


Рис. 9. Результаты численного моделирования: *a* – вид распределения количества сгустков плотности пространственного заряда при  $K = 0.4$ , *b* – распределение плотности пространственного заряда  $\rho_0(R, z)$  пучка при  $K = 0.4$  [29]

пространственного заряда есть выраженный максимум. При больших значениях коэффициента торможения  $K$  распределение количества сгустков более равномерное, без ярко выраженных максимумов. На рис. 9, б представлена плотность пространственного заряда в режиме малого торможения  $K = 0.4$ . Наиболее темные области соответствуют плотности пространственного заряда, в 70 раз превышающей начальное значение.

Исследование показало, что формирование турбулентных электронных пучков может быть проведено путем либо значительного увеличения амплитуды магнитного поля, либо за счет применения комбинации небольшого по амплитуде магнитного поля и тормозящего электрического поля. Последний случай является предпочтительным, поскольку в данном варианте, как показало проведенное численное моделирование, токопрохождение в системе выше.

Зависимость выходной мощности  $P$  от величины коэффициента торможения электронного пучка  $K$  приведена на рис. 10, а, (кривая 2). Из рисунка отчетливо видно, что зависимость  $P(K)$  имеет участки нарастания и спада. Спад выходной мощности связан с тем, что образующиеся сгустки пространственного заряда при больших величинах  $K$  становятся менее плотными, так как увеличивается токооседание на ЭДСУ. Зависимости электронного (кривая 3) и технического КПД (кривая 1) от потенциала ЭДСУ также имеют области нарастания и спада. С ростом тормозящего потенциала полоса генерируемых частот увеличивается (рис. 10, б, кривая 2), что связано с образованием большого количества сгустков пространственного заряда. Экспериментально измеренная зависимость токопрохождения от коэффициента торможения электронного пучка  $K$  приведена на рис. 10, б (кривая 1). Видно, что с увеличением  $K$  токооседание увеличивается, что приводит к уменьшению генерируемой выходной мощности (см. рис. 10, а, кривая 2).

Таким образом, режимом генерируемых колебаний можно управлять за счет изменения тормозящего потенциала – потенциала на ЭДСУ.

В настоящее время актуальность разработки, создания и исследования источников хаотического широкополосного микроволнового излучения обусловлена не только классическими задачами радиопротиводействия и радиоподавления, но и наличием ряда перспективных практических приложений хаотических сигналов в си-

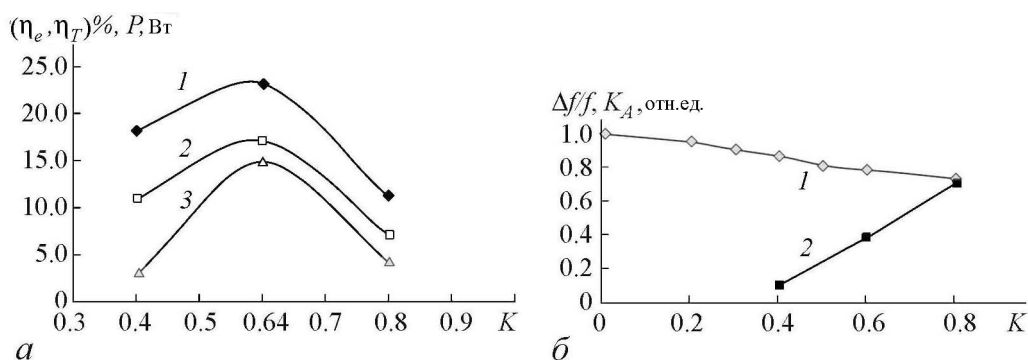


Рис. 10. Результаты экспериментальных исследований: а – зависимость величины технического КПД  $\eta_t$  (кривая 1), выходной мощности  $P$  (кривая 2) и электронного КПД  $\eta_e$  (кривая 3) от величины коэффициента торможения электронного пучка  $K$ ; б – зависимость величины токопрохождения  $K_t$  (кривая 1) и ширины полосы генерации (кривая 2) от величины коэффициента торможения электронного пучка  $K$  [29]

стемах передачи информации на основе динамического хаоса, в системах шумовой радиолокации, в обрабатывающей промышленности [30]. Отличительная особенность приборов, принцип работы которых основан на использовании турбулентных электронных пучков, заключается в том, что возможно превращение промышленно выпускаемых приборов (например, ЛБВ) путем изменения переходной области периодического магнитного поля в генератор хаотических колебаний [26].

Суммируя сказанное выше, можно констатировать, что экспериментальные результаты работ [26–30] связаны на качественном уровне с различными сценариями возникновения в электронном потоке когерентных самоподдерживающихся электронных структур и их взаимодействием.

Следует заметить, что часто возникновение и развитие режимов динамического хаоса называют турбулентностью. По-нашему мнению, отождествление этих феноменов требует обоснования в каждом конкретном случае. Общая картина возникновения и развития турбулентности в электронных потоках, не говоря уже о теории, как следует из предыдущего изложения, отсутствует. Поэтому актуальным по-прежнему представляется проведение специальных натуральных экспериментов и построение на их основе феноменологических моделей. Определенный интерес представляют и «сочиненные» модели-цепочки из классических колебательных элементов, взаимодействующих между собой. Например, в работе [31] рассмотрены взаимодействующие малые объемы активной среды, состоящей из электронов-осцилляторов. Предполагая, что для каждого элемента такой системы имеет место кооперативное излучение, возникающее, как известно, за счет взаимодействия электронов через поле собственного излучения, которое является для них фазирующим. Такие процессы могут протекать только в системах нелинейных, неизохронных осцилляторов – именно из-за неизохронности происходит фазировка. Показано, что при объединении сверхизлучающих сгустков в цепочку в системе с течением времени может установиться хаотическая динамика.

Попытка сочетания эксперимента с расчетами в рамках феноменологической модели предпринята в работе [32]. Экспериментальные исследования были проведены с использованием отпаянного макета системы с электронной обратной связью – генератора с турбулентным электронным потоком (ГТЭП). Формирование в пространстве дрейфа исследуемой системы плотных электронных структур за счет дополнительного торможения электронного пучка потенциалом на коллекторе

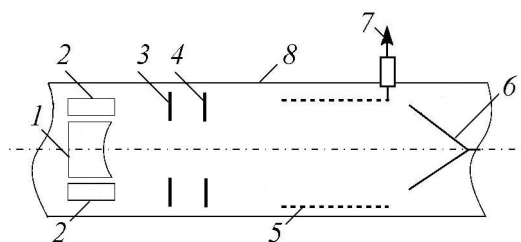


Рис. 11. Принципиальная схема отпаянного лабораторного макета низковольтного ГТЭП; 1 – катод, 2 – управляющий электрод, 3 – первый анод, 4 – второй анод, 5 – отрезок спиральной замедляющей системы, 6 – коллектор, 7 – коаксиальный широкополосный СВЧ вывод, 8 – труба дрейфа [32]

позволяет рассматривать данную систему как модельную для исследования турбулентных электронных потоков. Принципиальная схема лабораторного макета ГТЭП приведена на рис. 11. Питание лабораторного макета осуществлялось в непрерывном режиме с использованием нескольких источников питания. Основными параметрами, управляющими динамикой исследуемой системы с турбулентным электронным потоком, выступают: ускоряющее напряжение (разность потенциалов

на первом аноде); напряжение на коллекторе, которое является тормозящим по отношению к электронному пучку, эмитируемому с катода; разность потенциалов на управляющем электроде и разность потенциалов на втором аноде.

При экспериментальном исследовании были использованы следующие управляющие параметры: ускоряющее напряжение на первом аноде  $U_0 = 1200$  В, относительно катода разность потенциалов на коллекторе  $\Delta U_k = 100$  В (на катоде разность потенциалов принималась за 0). Предварительными экспериментальными было установлено, что существенное влияние на формирование высших гармоник в спектре выходного излучения низковольтного ГТЭП оказывает разность потенциалов на управляющем электроде. Соответственно разность потенциалов на втором аноде не изменялась и была выбрана равной  $\Delta U_2 = 830$  В. Разность потенциалов на управляющем электроде относительно катода изменялась в диапазоне  $U_{упр} = -190 \dots -40$  В.

В результате экспериментальных исследований было установлено, что при уменьшении разности потенциалов на управляющем электроде до  $-40$  В (относительно катода) наблюдается формирование высших гармонических составляющих. Максимальная частота генерации составила 5.52 ГГц, что соответствует 13-й гармонике основной частоты генерации (рис. 12). Таким образом, в [32] экспериментально показано формирование высших гармонических составляющих в спектре выходного излучения лабораторного макета ГТЭП с электронной обратной связью, что демонстрирует принципиальную возможность генерации в коротковолновой части сверхвысокочастотного диапазона.

Как уже указывалось выше, в экспериментальных исследованиях установлено, что в низковольтных вакуумных генераторах с электронной обратной связью в пространстве дрейфа в электронных потоках возбуждаются структуры – плотные электронные самоподдерживающиеся сгустки, между которыми происходит перекачка энергии [26–30]. В ряде случаев сгустки имели вихревую структуру, что и было положено в основу феноменологической модели, которая представляет собой систему взаимодействующих «электронных вихрей»; каждый из них описывается грубой моделью тропического циклона, предложенной в работе [33]. С позиции теории колебаний, динамику циклон-спирального образования вокруг вертикальной оси можно трактовать как объемный автоколебательный процесс, стремящийся к предельному циклу. Такой процесс формально можно описать [32,33] с помощью двух модифицированных нелинейных дифференциальных уравнений ван дер Поля, определяющих динамику такого автогенератора,

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_i}{dt^2} - a_1(1 - a_2 x_i^2) \exp(-\alpha t) \frac{dx_i}{dt} + \Omega x_i &= 0, \\ \frac{d^2 y_i}{dt^2} - a_3(1 - a_4 y_i^2) \exp(-\beta t) \frac{dy_i}{dt} + y_i &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

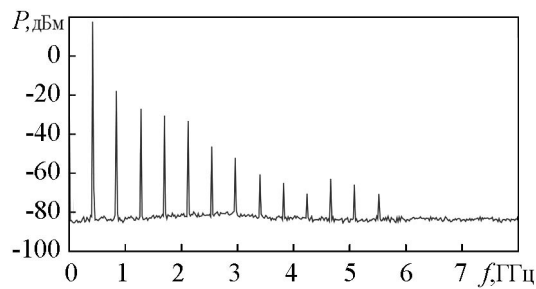


Рис. 12. Экспериментально полученный спектр мощности  $P(f)$  выходного сигнала низковольтного ГТЭП в автономном режиме работы [32]

где  $\alpha, \beta$  – коэффициенты, отвечающие за сжатие или расширение вихря, а  $a_1, a_2, a_3, a_4, \Omega$  – параметры, которые задаются численно.

Уравнения (11) отражают динамический процесс для каждой «частицы» исследуемой среды. Таким образом, было предположено заранее, что сгустки – это своеобразные автоколебательные системы. Анализ уравнений (11) показывает, что изменить развитие автоколебательного процесса в системе можно путем постепенного изменения параметра  $\alpha$  ( $\alpha > 0$ ). В данном случае за счет постепенного увеличения  $\alpha$  будет происходить сжатие «сгустка».

Для исследования процессов в цепочке вихрей была использована система двух модифицированных нелинейных дифференциальных уравнений ван дер Поля следующего вида [32]:

$$\frac{d^2x_i}{dt^2} - a_1(1 - a_2x_i^2) \exp(-\alpha t) \frac{dx_i}{dt} + \Omega x_i + K_B x_{i+1} = 0,$$

$$\frac{d^2y_i}{dt^2} - a_3(1 - a_4y_i^2) \exp(-\beta t) \frac{dy_i}{dt} + y_i + K_F y_{i-1} + K_B y_{i+1} = 0,$$

где  $i$  – номер структуры,  $K_F$  и  $K_B$  – коэффициенты взаимного влияния структур. Цепочка состояла из 7 структур (заметим, что количество объединяемых структур непринципиально). В случае, когда на каждый элемент влияет только предыдущая структура, коэффициент  $K_F$  будет равен нулю. Считалось также, что  $K_B = 0.5$ . Численное моделирование показало, что с увеличением числа структур в цепочке в спектре увеличивается число гармоник.

Далее в [32] рассмотрена цепочка из 7 взаимодействующих «электронных вихрей» при условии, что на систему оказывается внешнее воздействие. В этом случае было использовано модифицированное нелинейное дифференциальное уравнение ван дер Поля при наличии внешнего воздействия

$$\frac{d^2x_i}{dt^2} - a_1(1 - a_2x_i^2) \exp(-\alpha t) \frac{dx_i}{dt} + \Omega x_i + K_B x_{i+1} = A \cos(\omega t),$$

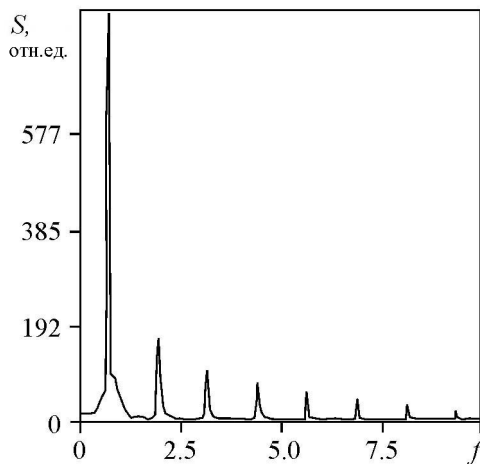


Рис. 13. Спектр  $S_f$ , полученный при численном моделировании цепочки структур ( $i=7$ ), описываемых модифицированными нелинейными дифференциальными уравнениями ван дер Поля [32]

где  $i$  – номер структуры,  $A$  – амплитуда внешнего воздействия,  $K_B$  – коэффициенты взаимного влияния структур,  $\omega$  – частота внешнего воздействия. Численные значения параметров:  $K_B = 1.2$ ,  $a_1 = 0.2$ ,  $a_2 = 0.02$ ,  $a_3 = 0.2$ ,  $a_4 = 0.02$ ,  $\Omega = 1.08$ ,  $A = 1$ ,  $\omega = 0.45$ . На рис. 13 представлен график спектра колебаний для седьмой структуры. Из рис. 13 видно, что в системе возбуждается 8 гармоник.

Численным моделированием установлено, что с увеличением номера структуры уменьшается амплитуда основной гармоники. Это связано с тем, что увеличивается амплитуда других спектральных составляющих. В данном

случае спектры колебаний, представленные на рис. 13, имеют дискретный характер, как и спектры на рис. 12. Учет влияния в цепочке на каждую структуру предыдущей и последующей структур не сильно влияет на характер спектра, который, однако, обогащается дополнительными спектральными составляющими.

Исследовано влияние уровня входной мощности  $P_{in}$  на выходные характеристики цепочки, в частности на мощность  $P_{out}$ . На рис. 14 представлена зависимость  $G = P_{out}/P_{in}$  отношения

мощности выходного и входного сигналов (будем называть это отношение коэффициентом усиления) от величины нормированной мощности внешнего сигнала  $P_{in}/P_0$ , где нормировка осуществлялась на величину мощности  $P_0$  автономной генерации. При проведении численного моделирования внешний сигнал подавался на частоте первой гармоники. Кривой 1 на рис. 14 соответствует результат численного моделирования. Одновременно было проведено экспериментальное исследование неавтономной динамики ГТЭП, при котором внешний сигнал также подавался на частоте первой гармоники. Кривой 2 на рис. 14 показан результат экспериментальных измерений коэффициента усиления низковольтной системы ГТЭП. Наблюдается качественное соответствие поведения зависимостей, полученных при экспериментальных исследованиях низковольтной системы ГТЭП, и результатов численного моделирования цепочки взаимодействующих «электронных вихрей», описываемых модифицированными нелинейными дифференциальными уравнениями ван дер Поля, в случае мощности внешнего сигнала, близкой к мощности автономной генерации.

Укажем ещё на возможные способы создания электронных сгустков, слоёв и нитей при прохождении электронного потока через плазму, которые основаны на самоорганизации неустойчивых сред. В монографии [34] (см. также [35]) показано, что более 50 неустойчивых сред в приближении длинных волн описываются двумя уравнениями гидродинамического типа

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_*}{dt} &= -\rho_* \operatorname{div} \vec{v}, \\ \frac{\vec{v}}{dt} &= C_0^2 \operatorname{grad} \rho_*^{1/m}, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\rho_* = \rho/\rho_0$  – безразмерная приведенная плотность, отнесённая к невозмущенной;  $t$  – время;  $\vec{v}$  – скорость среды;  $m$  – некоторое азимутальное число и  $C_0^2$  – квадрат эффективной скорости звука. Роль приведенной плотности в разных случаях могут играть разные величины. Все неустойчивые среды, которые описываются системой уравнений (12), названы в [34, 35] «квазичаплыгинскими». С.А. Чаплыгин (1869–1942) в своей диссертации «О газовых струях» в качестве примера исследует

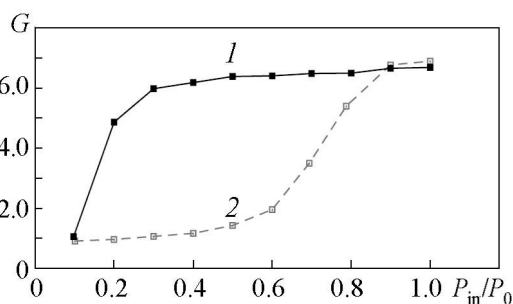


Рис. 14. Зависимость коэффициента усиления  $G$  от мощности входного сигнала: 1 – результат численного моделирования цепочки «вихревых структур», 2 – результат экспериментального исследования низковольтного ГТЭП [32]

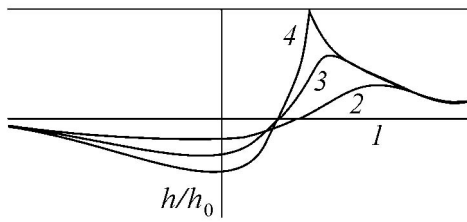


Рис. 15. Один из результатов точного аналитического решения для «капель на потолке». Слой характеризуется относительной толщиной  $h/h_0$  в данной точке потолка ( $h_0$  – первоначальная толщина) [35, рис. 1, в]

Замечательный наглядный пример нарастания случайных возмущений, самопроизвольно возникающих в неустойчивой среде, приводящих к разрывам в сплошной среде и образованию отдельных сгустков, описан в статье [35, с. 68–69]: «Теперь мысленно вообразим, что мы заморозили тонкий слой воды на полу и перевернули всю комнату “вверх ногами”, так что лёд оказался на потолке, затем мы его мгновенно нагрели, и он превратился в слой воды на потолке. Он не может сразу обрушиться вниз как единое целое, так как снизу его подпирает атмосферное давление воздуха в  $1 \text{ кг}\cdot\text{см}^{-3}$ , но такая ситуация будет неустойчивой, и слой начнёт собираться в капли и струи, падающие вниз. Уравнения движения воды в слое фактически останутся прежними, но только ускорение тяжести поменяет знак по правилу  $g \rightarrow -|g|$ , так что бывшая “скорость цунами” станет мнимой по правилу перехода  $c_0 = \sqrt{gH} \rightarrow i\sqrt{|g|H}$ . Такая ситуация и будет означать переход устойчивой среды в неустойчивую. В ней уже не будет волн, бегущих вдоль поверхности, а в направлении, перпендикулярном ей, будут нарастать стоящие на месте возмущения определенного “квазичаплыгинского” типа, которые приведут к образованию капель и в итоге заставят всю воду упасть вниз». На рис. 15 представлен вариант несимметричной капли (сочетание «горбика» с «ямкой»), которая нарастает во времени (кривые 1–3) вплоть до полного обрыва слоя (кривая 4).

В монографии [34] со ссылкой на статью [36] излагается теория разбиения электронного пучка в холодной плазме на сгустки. Рассматривается плазма из ионов и электронов  $e$ , пронизываемая электронным пучком  $E$ , которая описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_\alpha v_\alpha) &= 0, \\ \frac{\partial v_\alpha}{\partial t} + v_\alpha \frac{\partial v_\alpha}{\partial x} &= - \left( \frac{|e|}{m_e} \right) E, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\alpha = e, b$ . Предполагается, что ионы неподвижны и выполняется условие квазинейтральности. Из системы уравнений (13) вытекает закон сохранения тока в виде:

$$\begin{aligned} n_e v_e + n_b v_b &= n_b^0 v_0 = \text{const}, \\ n_e + n_b &= n_i = \text{const}, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $n_b^0$  и  $v_0$  – начальные плотность и скорость пучка, который называется в [34] нескомпенсированным по току. С использованием (14) уравнения (13) сводятся к

необычный газ, для которого давление  $p$  обратно пропорционально плотности  $\rho$ , то есть произведение  $p\rho = \text{const}$  и расширение газа ведёт не к падению давления, как реально происходит, а к его росту. Очевидно, что «газ Чаплыгина» неустойчив и сам по себе не существует в природе, но данная модель с некоторыми модификациями полезна при исследовании многих квазичаплыгинских сред. Для «газа Чаплыгина»  $m = -1/2$ .



двум уравнениям более общего вида, чем квазичаплыгинские, а именно:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_* v_b) &= 0, \\ \frac{\partial v_b}{\partial t} + v_b \frac{\partial v_b}{\partial x} &= R = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\varepsilon \rho_*}{1 - \varepsilon \rho_*} (\varepsilon v_0 - v_b)^2 \right], \\ \rho_* &= \frac{n_b}{n_b^0}, \quad \varepsilon = \frac{n_b^0}{n_i},\end{aligned}\tag{15}$$

С учётом того, что возмущения в данной модели являются «сносовыми», авторы [34] переходят в систему координат, движущуюся вместе с пучком, полагая

$$\begin{aligned}x &= \tilde{x} + v_0 t, \\ \rho_* &= \rho_*(t, \tilde{x}), \\ v_b &= v_0 + v(t, \tilde{x}).\end{aligned}\tag{16}$$

В этих переменных система уравнений (15) принимает вид

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \tilde{x}}(\rho_* v) &= 0, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial \tilde{x}} &= R = \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left[ \frac{\varepsilon \rho_*}{1 - \varepsilon \rho_*} (v_0(1 - \varepsilon) + v)^2 \right].\end{aligned}\tag{17}$$

Квазичаплыгинский случай имеет место при условиях

$$v_0 \gg v, \quad \varepsilon \ll 1,\tag{18}$$

тогда правая часть (17) становится равной

$$R = C_0^2 \frac{\partial \rho_*}{\partial x}, \quad C_0^2 = \varepsilon v_0^2.\tag{19}$$

Таким образом, модель плазмы, пронизываемой электронным потоком, эквивалентна модели опрокинутой мелкой воды и может описывать разбиение (даже без начального толчка) потока на сгустки, подобные каплям на потолке. Как показано в [34], уравнения (13) сводятся к квазичаплыгинским уравнениям при  $m = 1$  (подобным описывающим капли, формирующиеся на потолке) без каких-либо ограничений, если ввести новые переменные

$$\begin{aligned}n &= n_e - n_b, \\ u &= v_b - v_e, \\ v &= \frac{nu - n_0 v_0}{n_i}, \\ \rho_* &= \frac{n_i^2 - n^2}{n_i^2 - n_0^2} \left( \frac{u}{u_0} \right)^2.\end{aligned}\tag{20}$$

Тогда имеют место следующие уравнения группирования:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[(v + V_{CH})\rho_*] &= 0, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + (v + V_{CH})\frac{\partial v}{\partial x} &= C_0^2 \frac{\partial \rho_*}{\partial x},\end{aligned}\tag{21}$$

где  $C_0^2 = u_0^2 n_b^0 n_e^0 / n_i^2$  – скорость, определяющая темп нарастания на линейном этапе возмущений;  $V_{CH} = (n_b^0 v_e^0 + n_e^0 v_b^0) / n_i$  – скорость систематического сноса. Если перейти в подвижную со скоростью сноса систему координат, то аналогия с уравнениями для капель с потолка очевидна и соответствует динамике «элементарной капли», которая иллюстрируется рис. 15.

В монографии [34] изложено и решение интересной задачи о разбиении электронного потока в плазме на слои и нити. В типичных условиях поток является длинным и поэтому он должен разбиваться не на сгустки в продольном направлении, а на параллельные нити – «филаменты». Задача усложняется по сравнению с предыдущей, поскольку необходимо учитывать магнитное поле. Исходные уравнения для электронного потока примут вид

$$\begin{aligned}\frac{\partial n_b}{\partial t} + \text{div } n_b \vec{v}_b &= 0, \\ \frac{\partial v_b}{\partial t} + (\vec{v}_b \nabla) \vec{v}_b &= -\frac{|e|}{m_e} (\vec{E} + [\frac{\vec{v}_b}{c} \vec{B}]).\end{aligned}\tag{22}$$

Предполагается, что поток движется вдоль  $x$ , расслаиваясь в поперечном направлении по  $y$ , так что магнитное поле имеет лишь компоненту  $B_z$ . Причем, поля  $E_y$  и  $B_z$ , действующие на пучок, возбуждаются самим пучком и находятся из уравнения Максвелла для среды. С учётом ряда приближений в [34] показано, что уравнения (22) в системе координат, движущейся с потоком, сводятся к стандартному квазичаплыгинскому виду (как для капель, формирующихся на потолке) при  $m = +1$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_* v_\perp) &= 0, \\ \frac{\partial v_\perp}{\partial t} + v_\perp \frac{\partial v_\perp}{\partial y} &= C_0^2 \frac{\partial \rho_*}{\partial y},\end{aligned}\tag{23}$$

где  $v_\perp = v_{by}$ ,  $C_0^2 = \varepsilon v_0^2$ ,  $\varepsilon = n_b^0 / n_i$ ,  $\rho_* = n_b / n_b^0$ .

Результаты экспериментального исследования влияния давления остаточного газа на амплитудные и спектральные характеристики выходного сигнала генератора с турбулентным электронным пучком приведены в статье [37]. Лабораторный макет представлял собой устройство, состоящее из катода, управляющего электрода, анодов, пролетной трубы, подвижного коллектора-съёмника. Последний был выполнен в виде коаксиальной линии, центральный проводник которой соединен с отрезком спирали. СВЧ-сигнал снимается со спирали и подаётся на анализатор спектра. Исследования проводились в импульсном режиме. Представлены результаты изучения влияния различных факторов на характеристики генерации и параметры сгустков пространственного заряда. Главные результаты работы связаны с ответом на вопрос:

«Какое влияние на формирование и амплитуду сгустков оказывают ионы остаточных газов?». Если пролетная труба заполнена остаточным газом низкого давления, то вблизи сгустков происходит интенсивная ионизация газа, обусловленная малыми скоростями электронов вблизи них и провисанием потенциала, вызванным пространственным зарядом самого сгустка. Далее сгусток насыщается ионами, что приводит к его зарядовой нейтрализации и смещению в направлении коллектора. После достижения коллектора генерация прекращается. Если время жизни сгустка, определяемое соотношением [38]

$$\tau \approx \frac{\alpha}{p} \left(1 - \frac{I_{\text{limited}}}{I}\right),$$

больше длительности импульса напряжения, то ионизация газа не должна влиять на выходные характеристики генератора. Здесь  $p$  – давление газа,  $I$  – ток пучка в пролетной трубе,  $I_{\text{limited}}$  – предельный ток для данной геометрии трубы,  $\alpha$  – постоянная, зависящая от рода газа (для воздуха  $\alpha = 2 \cdot 10^{-10}$ ). Таким образом, за счет зарядовой нейтрализации удастся сформировать более компактные и плотные сгустки пространственного заряда, характеризующиеся большим временем жизни. Параметры сгустков, полученные экспериментально для различных значений давления газа в пространстве дрейфа, приведены в таблице 2.

В результате проведенных экспериментальных исследований установлено, что при давлении остаточного газа  $p \sim 10^{-7}$  Torr, формируемый в пространстве дрейфа сгусток не плотный и размыт по сечению. Плотность тока в сгустке  $j_{\text{max}} = j/j_0 = 12$ . Фактически, в этом случае мы имеем не одиночный плотный сгусток, а локальные неоднородности плотности тока, каждая из которых вносит свой вклад в спектр сигнала, который становится шумоподобным. С ростом давления остаточного газа до величины порядка  $p \sim 10^{-6}$  Torr, вблизи сгустков происходит наиболее интенсивная ионизация вследствие малых скоростей электронов в сгустке. Ионы ослабляют действие кулоновских сил, что ведет к резкому увеличению плотности тока в сгустке ( $j_{\text{max}} = j/j_0 = 120$ ). Колебания такого плотного сгустка являются регулярными, при этом уровень выходного сигнала существенно возрастает (рис. 16). При давлении остаточного газа порядка  $p \sim 2 \cdot 10^{-5}$  Torr в спектре появляются

Таблица 2

Зависимость параметров сгустков пространственного заряда от давления газа в пространстве дрейфа,  $p$  – давление газа,  $R$  – поперечный размер сгустка,  $Z$  – протяженность сгустка,  $j_{\text{max}}/j_0$  – нормированная плотности тока [37]

$p$ , Torr	$R$ , mm	$Z$ , mm	$j_{\text{max}}/j_0$
$5 \cdot 10^{-7}$	0.30	1.20	15
$3 \cdot 10^{-6}$	0.22	0.81	120
$2 \cdot 10^{-5}$	0.10	0.20	190

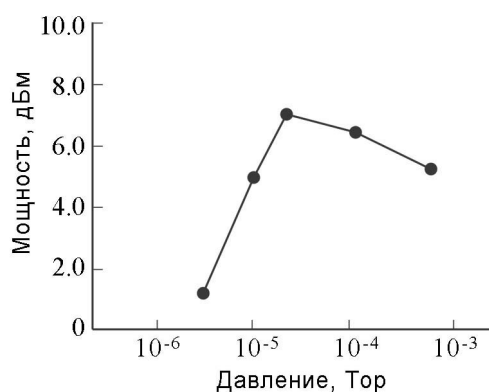


Рис. 16. Зависимость выходной мощности от давления остаточного газа, соответствующая регулярному режиму

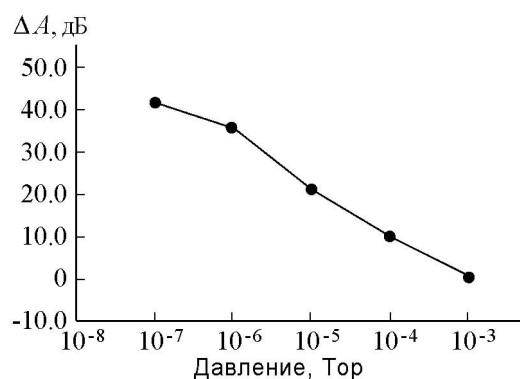


Рис. 17. Зависимость изрезанности спектра выходной мощности от давления остаточного газа

дополнительные составляющие, соответствующие низкочастотной модуляции основного сигнала, обусловленные собственными колебаниями ионов. С дальнейшим увеличением давления до  $p \sim 6 \cdot 10^{-4}$  Торр и более характер модуляции усложняется. Наконец, при давлении  $p \sim 10^{-4}$  Торр и выше наблюдается переход к сплошному спектру, соответствующий формированию в пучке более сложных электронных структур (турбулентный характер движения). Спектр при этом характеризуется слабой изрезанностью в диапазоне нескольких октав, а спектральная плотность шума выше, чем в случае хороших вакуумных условий ( $p \sim 10^{-7}$  Торр). На рис. 17 приведен график зависимости изрезанности спектра выходной мощности от давления остаточных газов. Изрезанность шумоподобного сигнала определяется как  $\Delta A = \lg P_{\max}/P_{\min}$  (в децибелах), то есть представляет собой отношение максимальной мощности  $P_{\max}$  к минимальной  $P_{\min}$ , которые выбраны в рабочем диапазоне частот  $\Delta f$ . Полученные результаты свидетельствуют, что наличие ионного фона способствует существенному улучшению спектральных характеристик выходного сигнала. Так, изрезанность с ростом давления от  $p \sim 10^{-7}$  Торр до  $p \sim 10^{-3}$  Торр падает от  $\Delta A \sim 40$  dB до  $\Delta A \sim 0.3$  dB, соответственно, а полоса при этом расширяется до  $\Delta f \sim 2$  октав. Ранее в работе [39] результаты численного моделирования показали, что применение периодического магнитного поля приводит к уменьшению изрезанности до величин порядка  $\Delta A \sim 15...18$  dB.

Таким образом, на основе приведенных экспериментальных результатов можно констатировать, что ионы оказывают существенное влияние на все режимы работы генератора с турбулентным электронным потоком. Следует особо подчеркнуть, что спектр выходного сигнала в регулярном режиме содержит большое число гармонических составляющих высшего порядка, что расширяет рабочий диапазон в более коротковолновую область, а селекция этих составляющих в перспективе позволяет создать на базе прибора компактные умножители частоты.

### Заключение

Представлен обзор современного состояния различных теоретических подходов к описанию турбулентности в электронных потоках. Приведены результаты экспериментального исследования устройств с турбулентными электронными потоками и результаты вычислительного эксперимента для достаточно общей феноменологической модели взаимодействующих электронных сгустков.

Общей теории турбулентности в электронных потоках нет. Нет такой теории и в гидродинамике, хотя уравнение для описания динамики вязкой жидкости сформулировано давно. Это – уравнение Навье–Стокса, изучение которого отнесено к одной из семи величайших проблем тысячелетия. Иэн Стюарт пишет [40, с. 308]: «Задача

тысячелетия не просит математиков найти явные решения уравнения Навье–Стокса, поскольку это, по-существу, невозможно. Не имеет она отношения и к численным методам решения этих уравнений, несмотря на всю их важность. Вместо этого в задаче требуется доказательство фундаментального теоретического свойства: существования решений. Может быть в электронике вопрос следует ставить так: существует ли решение соответствующих уравнений при заданном состоянии электронного потока в определенный момент времени – при известных характеристиках его движения?». Стюарт заканчивает статью ссылкой на сайт Института Клэя, на котором Чарльз Фефферман написал: «Существует множество интереснейших задач и гипотез о поведении решений уравнения Эйлера и Навье–Стокса... Поскольку мы не знаем даже существуют ли эти решения, наши представления о них находятся на очень примитивном уровне. Стандартные методы (из теории дифференциальных уравнений в частных производных) представляются недостаточными для решения этой задачи. Вместо этого нам, вероятно, требуются новые глубокие идеи».

Создается впечатление, что такие идеи появились, и их автор Бенуа Мандельброт. В монографии [41, гл. 11] он пишет: «...я заявляю<sup>2</sup>, что турбулентные решения фундаментальных уравнений включает в себя особенности или “почти особенности” совершенно иного рода. Эти особенности представляют собой локальные масштабн-инвариантные фрактальные множества, а “почти особенности” – приближения к ним». Мандельброт формулирует два конкретных предположения: первое – особенности решения уравнений Эйлера представляют собой фрактальные множества; второе – особенности решений уравнений Навье–Стокса могут быть только фракталами.

В заключение укажем, что идеи фрактального подхода к турбулентности высказывались и ранее. В монографии Фрика П.Г. «Турбулентность: Подходы и модели» есть раздел «Фракталы и турбулентность», цитатой из которого закончим обзор [42, с. 139]: «Колмогоровская модель однородной турбулентности подразумевает равномерное заполнение пространства вихрями каждого масштаба ... Иная картина соответствует турбулентности с перемежаемостью, в этом случае часть вихрей не получает энергию от вихрей верхнего уровня. На следующем уровне энергия оставшихся (активных) вихрей вновь передаётся только части вихрей и так далее. В результате в пространстве образуется многомасштабная система активных и пассивных областей, которая по построению представляет собой фрактальное множество. Идея использования фракталов для описания структуры поля была впервые высказана в работе Новикова и Стюарта в 1964 году [43]. Простейшая динамическая модель инерционного интервала, приводящая к фракталам, была предложена в работе [44]».

*Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 16-02-00238, 14-02-00329, а также Министерства образования и науки РФ.*

## **Библиографический список**

1. *Гладун А.Д.* Феноменологическая теория турбулентных электронных потоков // Электронная техника. 1966. № 8. С. 39–53.

<sup>2</sup>Мандельброт ссылается на свою работу «Mandelbrot B.V. Geometrie fractale de la turbulence. Dimension de Hausdorff, dispersion et nature des singularites dumouvement des fluides // Comptes Rendus (Paris). 1976. 282A. P. 119–120».

2. *Miller M.* Quasi-Brillouin electron stream // *Journal of Applied Physics*. 1961. Vol. 32, Iss. 9. P. 1791–1793.
3. *Мурье Ж.* Теория слабого сигнала // «Электронные сверхвысокочастотные приборы со скрещенными полями». Том I, разделы V и XII. М.: Изд-во иностранной литературы, 1961.
4. *Kuhl R.L. and Webster H.R.* Breakup of hollow cylindrical electron beams // *IRE Transactions on Electron Devices*. 1956. ED-3. P. 172–183.
5. *Levy R.H.* Diocotron instability in cylindrical geometry // *The Physics of Fields*. 1965. Vol. 8, Iss. 7. P. 1288–1295.
6. *Levy R.H. and Hockney R.W.* Computer experiments on flow-density cross-fields electron beam // *The Physics of Fields*. 1968. Vol. 8. P. 766–771.
7. *Лейман В.Г.* Адиабатическая теория неустойчивости электронных потоков в скрещенных полях // *Электронная техника*. 1968. № 8. С. 26–34.
8. *Гладун А.Д., Лейман В.Г.* К теории гидродинамической устойчивости электронных потоков в вакууме // *ЖТФ*. 1970. Т. 15, № 12. С. 2513–2517.
9. *Карбушев Н.И., Удовиченко С.Ю.* К теории slipping-неустойчивости релятивистских электронных пучков // *ЖТФ*. 1983. Т. 53, № 9. С. 1706–1709.
10. *Лейман В.Г., Никулин М.Г., Розанов Н.Е.* Слиппинг-неустойчивость электронного пучка с произвольной степенью замагниченности // *ЖТФ*. 1989. Т. 59, № 4. С. 111–117.
11. *Кузнецов С.П.* Турбулентное движение электронного потока в скрещенных полях // *ЖТФ*. 1977. Т. 47, № 12. С. 2483–2486.
12. *Кравченя П.Д.* Неустойчивости в релятивистских потоках в скрещенных полях. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (01.04.04). Волгоград, 2014. ФГАОУ ВПО «Волгоградский государственный университет». 116 с.
13. *Шевчик В.Н., Трубецков Д.Н.* Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М.: Сов. радио, 1970. 584 с.
14. *Pierce J.R.* Instability of Hollow Beams // *IRE Transactions on Electron Devices*. 1956. ED-4. P. 183–190.
15. *Krammer W.* Diocotron instability in plasmas and gas discharges // *Journal of Applied Physics*. 1967. Vol. 37, Iss. 5. P. 602–611.
16. *Лейман В.Г.* Об устойчивости системы параллельных электронных потоков, фокусируемых магнитным полем // *Электронная техника*. 1967. Серия 1, № 8. С. 15–26.
17. *Сингатуллин Р.М.* Численное исследование динамики вихревых структур в сплошных средах, включая плазму. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (25.00.29, 01.04.03). Казань, 2004. ФГАОУ ВПО «Казанский государственный энергетический университет». 116 с.
18. *Рабинович М.И., Сущик М.М.* Когерентные структуры в турбулентных течениях. Нелинейные волны. Самоорганизация. М.: Наука, 1983. С. 53–85.
19. *Колесниченко А.В.* Синергетический подход к описанию стационарно-неравно-

- весной турбулентности астро-геофизических систем // Препринт ИМП им. Келдыша. М.: РАН, 2003. 37 с.
20. *Абурджания Г.Д.* Самоорганизация нелинейных волновых структур и вихревой турбулентности в диспергирующих средах. М.: КомКнига, 2006. 328 с.
  21. *Кервамишвили Н.А.* Нелинейные нерегулярные структуры в заряженной электронной плазме в скрещенных ( $E \perp H$ ) полях // ЖТФ. 1990. Т. 60, № 2. С. 78–84.
  22. *Driscoll C.F. and Fine K.S.* Experiments on vortex dynamics in pure electron plasmas // The Physics of Fields B. 1965. Vol. 2, Iss. 6. P. 1359–1366.
  23. *Голубь Ю.А., Никулин М.Г., Розанов Н.Е.* Вихри в неоднородных некомпенсированных электронных пучках // ЖТФ. 1990. Т. 60, № 9. С. 78–82.
  24. *Гордеев А.В.* Электростатическая вихревая электронная структура в плазме с внешним магнитным полем // Физика плазмы. 2008. Т. 34, № 6. С. 563–566.
  25. *Бендерский Б.Я.* Аэрогидродинамика. Курс лекций с краткими биографиями и интересными случаями из жизни учёных. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2012. 500 с.
  26. *Калинин Ю.А., Стародубов А.В.* Широкополосные генераторы хаотических колебаний на турбулентных электронных потоках с внутренней электронной обратной связью // ЖТФ. 2010. Т. 80, № 12. С. 80–81.
  27. *Калинин Ю.А., Стародубов А.В., Муштаков А.В.* О турбулентных электронных пучках, формируемых магнетронно-инжекторными пушками // ЖТФ. 2011. Т. 81, № 6. С. 92–96.
  28. *Калинин Ю.А., Волкова Л.Н.* Генератор широкополосных шумоподобных СВЧ-колебаний на турбулентных электронных пучках // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36, вып. 14. с. 65–72.
  29. *Калинин Ю.А., Стародубов А.В., Волкова Л.Н.* Перестраиваемый генератор широкополосных хаотических СВЧ-колебаний на турбулентных пучках // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36, вып. 19. С. 52–58.
  30. *Калинин Ю.А., Стародубов А.В.* Сверхнизковольтный генератор широкополосных хаотических СВЧ-колебаний на встречных электронных пучках // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 32, вып. 1. С. 32–39.
  31. *Мчедлова Е.С., Трубецков Д.И.* Особенности излучения в цепочках связанных малых объёмов, содержащих электроны-осцилляторы // ЖТФ. 1994. Т. 64, № 10. С. 158–167.
  32. *Калинин Ю.А., Кильдякова О.А., Стародубов А.В., Трубецков Д.И.* О возможности усиления и генерации гармоник высшей частоты в СВЧ приборе с турбулентным электронным потоком (натурный эксперимент и феноменологическая модель) // Доклады Академии Наук. 2016. Т. 467, № 2. С. 1–4.
  33. *Каганов В.И.* Ветроэнергетические методы предотвращения развития тропического циклона // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32, вып. 6. С. 42–48.
  34. *Жданов С.К., Трубников Б.А.* Квазигазовые неустойчивые среды. М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 2001. 176 с.

35. Трубников Б.А. Самоорганизация неустойчивых сред. Точные решения. // Природа. 2007. № 4. С. 68–73.
36. Буланов С.В., Сасоров П.В. Точная нелинейная теория распада электронного пучка на отдельные сгустки в плазме // ЖЭТФ. 1984. Т. 86, вып. 2. С. 479–482.
37. Kalinin Yu.A., Starodubov A.V., Fokin A.S. Effect of the ion background on the spectral and amplitude characteristics of the output signal from the oscillator with the turbulent electron beam // Physics of Wave Phenomena. 2016. Vol. 24, № 3. P. 1–4.
38. Калинин Ю.А., Есин А.Д. Методы физического эксперимента в вакуумной СВЧ-электронике. Саратов: Изд-во Саратовского университета, 1991.
39. Kurkin S.A., Hramov A.E. Influence of external nonuniform magnetic field on the spectral characteristics of a virtual cathode oscillator's output radiation // Bulletin Russian Academy of Sciences Physics. 2011. Vol. 75(12). P. 1609.
40. Стюарт Иэн Величайшие математические задачи. М.: Альпина нон-фикшн, 2015. 460 с.
41. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных технологий, 2002. 656 с.
42. Фрик П.Г. Турбулентность: Подходы и модели. М.–Ижевск: Институт компьютерных технологий, 2003. 292 с.
43. Новиков Е.А., Стюарт Р.В. Перемежаемость турбулентности и спектр диссипации энергии // Изв. АН СССР. Сер. геофизическая. 1964. № 3. С. 408–413.
44. Frisch U., Sulem P.-L., Nelkin M. A simple dynamic model of intermittent fully developed turbulence // J. Fluid Mechanics. 1978. Vol. 87. P. 719–736.

*Поступила в редакцию 11.10.2016*

## **TURBULENCE IN MICROWAVE ELECTRONICS: THEORETICAL APPROACHES AND EXPERIMENTAL RESULTS**

*D. I. Trubetskov<sup>1,2</sup>, Yu. A. Kalinin<sup>1</sup>, A. V. Starodubov<sup>1</sup>, A. S. Fokin<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>National Research Saratov State University  
Astrahanskaya, 83, 410012 Saratov, Russia

<sup>2</sup>National Research Nuclear University «МЭФИ»  
Kashirskoe shosse, 31, 115409 Moscow, Russia

E-mail: dtrubetskov@yahoo.com; noios@sgu.ru;  
StarodubovAV@gmail.com; alexander1989fokin@mail.ru

A review of the current state of different theoretical approaches to the description of turbulence in electron beams and electronic devices at microwave frequencies is shown. A three types of turbulent (nonlaminar) electron beams were considered. The first type of turbulent electron beam is caused by the intersection of electronic trajectories (e.g., due to thermal velocity) and it is common to the flow of electrons at all. The turbulence of the second type is due to the instability of the electron beams, because of which a small perturbations grow for an exponentially (such instabilities include diocotron and slipping-instability). The third type – vortex turbulence, the cause of which is filamentarization of electron flow. Formed charged filaments interact among themselves, that leads to the formation of vortex structures; the



presence of this structures increases the number of collective degrees of freedom and may lead to turbulence. The results of an experimental study of turbulent flows and electronic generators with their use in standalone mode and when an external signal were shown. Various types of broadband broadband microwave oscillators oscillations were investigated. We discuss the phenomenological model of turbulent the electron beam, which is a chain of superradiant clots containing electron-oscillators, chain of «vortices» ( «vortices» are describes by the modified equations of van der Pol).

*Keywords:* electron flow, turbulence, instability, vortex, generator, broadband microwave generation

DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-5-4-36

*Paper reference:* Трубецков Д.И., Калинин Ю.А., Стародубов А.В., Фокин А.С. Турбулентность в электронике сверхвысоких частот: Теоретические подходы и результаты экспериментов // Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2016. Vol. 24. Issue 5. P. 4–36.

### Библиографический список

1. Gladun A.D. // *Electronnaya tehnika*. 1966. Issue 8. P. 39-53 (in Russian).
2. Miller M. // *Journal of Applied Physics*. 1961. Vol. 32, Issue 9. P. 1791-1793.
3. Murie Zh. Teoriya slabogo signala. In book *Electronnye Sverchvysokochastotnye Pribory so Skreschennymi Polyami*. M.: Izd-vo Inostrannoy literatury, 1961. Vol I, Parts V,XII (in Russian).
4. Kyhl R.L. and Webster H.R. // *IRE Transactions on Electron Devices*. 1956. ED-3. P. 172-183.
5. Levy R.H. // *The Physics of Fields*. 1965. Vol. 8, Issue 7. P. 1288-1295.
6. Levy R.H. and Hockney R.W. // *The Physics of Fields*. 1968. Vol. 8. P. 766-771.
7. Leyman V.G. // *Electronnaya Tehnika*. 1968. Issue 8. P. 26-34 (in Russian).
8. Gladun A.D., Leyman V.G. // *Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki*. 1970. Vol. 15, Issue 12. P. 2513-2517 (in Russian).
9. Karbushev N.I., Udovichenko S.Yu. // *Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki*. 1983. Vol. 53, Issue 9. P. 1706-1709 (in Russian).
10. Leiman V.G., Nikulin M.G., Rozanov N.E. // *Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki*. 1989. Vol. 59, Issue 4. P. 111-117 (in Russian).
11. Kuznetsov S.P. // *Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki*. 1977. Vol. 47, Issue 12. P. 2483-2486 (in Russian).
12. Kravchenya P.D. Neustoichivosti v relyativistskih potokah v skreschennyh polayh. Dissertaciya po special'nosti 01.04.04. Volgograd: Volgograd State University, 2014. 116 p. (in Russian).
13. Shevchik V.N., Trubetskoy D.I. Analiticheskie Metody Rascheta v Elektronike SVCH. M.: Sov. Radio, 1970. 584 p. (in Russian).
14. Pierce J.R. // *IRE Transactions on Electron Devices*. 1956. ED-4. P. 183-190.
15. Krammer W. // *Journal of Applied Physics*. 1967. Vol. 37, Issue 5. P. 602-611.
16. Leiman V.G. // *Electronnaya Tehnika*. 1967. Seriya 1, Issue 8. P. 15-26 (in Russian).
17. Singatullin R.M. Chislennoe issledovanie dinamiki vihrevykh struktur v sploshnykh sredah, vkluchaya plazmu. Dissertaciya po special'nosti 25.00.29 and 01.04.03. Kazan: Kazan State University of Energetics. 116 p. (in Russian).

18. *Rabinovich M.I., Suschik M.M.* Kogerentnye Struktury v Turbulentnyh Techeniyah. Nelineynye Volny. Samoorganizaciya. M.: Nauka, 1983. P. 53-85 (in Russian).
19. *Kolesnichenko A.V.* Sinergeticheskii Podhod k Opisaniyu Stacionarno-Neravnovesnoi Turbulentnosti Astro-Geophisicheskikh Sistem Preprint IMP named after Keldysh. M.: RAS, 2003. 37 p. (in Russian).
20. *Aburdzhaniya G.D.* Samoorganizacia Nelineynych Volnovykh Structur i Vihrevoiy Turbulentnosti v Dispergiruyuschih Sredah. M.: KomKniga, 2006. 328 p. (in Russian).
21. *Kervamishvili N.A.* // Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki. 1990. Vol. 60, Issue 2. P. 78-84 (in Russian).
22. *Driscoll C.F., Fine K.S.* // The Physics of Fields B. 1965. Vol. 2, Issue 6. P. 1359-1366.
23. *Golub Y.A., Nikulin M.G., Rozanov N.E.* // Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki. 1990. Vol. 60, Issue 9. P. 78-82 (in Russian).
24. *Gordeev A.V.* // Plasma Physics Reports. 2008. Vol. 34, Issue 6. P. 515-518.
25. *Benderskii B.Ya.* Aerogidrodinamika. Kurs Lekcii s Kratkimi Biographiyami i Interesnymi Sluchaaymi is Zhizni Uchenyh. M.-Izhevsk: NIC «Regulayrnaya i Haoticheskaya dinamika». 2012. 500 p. (in Russian).
26. *Kalinin Yu.A., Starodubov A.V.* // Technical Physics. 2010. Vol. 55, Issue 12. P. 1788-1792.
27. *Kalinin Yu. A., Starodubov A.V., Mushtakov A.V.* // Technical Physics. 2011. Vol. 56, Issue 6. P. 838-842.
28. *Kalinin Yu. A., Volkova L. N.* // Technical Physics Letters. 2010. Vol. 36, Issue 7. P. 668-671.
29. *Kalinin Yu. A., Starodubov A. V., Volkova L. N.* // Technical Physics Letters. 2010. Vol. 36, Issue 10. P. 899-901.
30. *Kalinin Yu. A., Starodubov A. V.* // Technical Physics Letters. 2011. Vol. 37, Issue 1. P. 91-93.
31. *Mchedlova E.S., Trubetskov D.I.* // Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki. 1994. Vol. 64, Issue 10. P. 158-167 (in Russian).
32. *Kalinin Yu.A., Kildyakova O.A., Starodubov A.V., Trubetskov D.I.* // Doklady Physics. 2016. Vol. 61, Issue 3. P. 112-115.
33. *Kaganov V.I.* // Technical Physics Letters. 2006. Vol. 32, Issue 3. P. 252-254.
34. *Zhdanov S.K., Trubnikov B.A.* Quazigazovye Neustoychivye Sredy. M.: Nauka, 2001. 176 p. (in Russian).
35. *Trubnikov B.A.* // Priroda. 2007. Issue 4. P. 68-73 (in Russian).
36. *Bulanov S.V., Sasorov P.V.* // Zhurnal Eksperimantalnoi i Teoreticheskoi Fiziki. 1984. Vol. 86, Issue 2. P. 479-482 (in Russian).
37. *Kalinin Yu.A., Starodubov A.V., Fokin A.S.* // Physics of Wave Phenomena. 2016. Vol. 24, Issue 3. P. 1-4.
38. *Kalinin Yu.A., Esin A.D.* Methods and Means of Physical Experiment in Vacuum Microwave Electronics. Saratov: Izd-vo Saratovsk. Gos. Univ., 1991 (in Russian).

39. *Kurkin S.A., Hramov A.E.* // Bulletin Russian Academy of Sciences. Physics. 2011. Vol. 75(12). P. 1609.
40. *Stewart Ian.* The Great Mathematical Problems: Marvels and Mysteries of Mathematics. Profile Books Ltd, 2013. 340 p.
41. *Mandelbrot B.B.* Fraktal'naya Geometriya Prirody. Mosk-Izhevsk: Institut Kompyuternykh Tekhnologii. 2002. 656 p. (in Russian).
42. *Frik P.G.* Turbulentnost': Podhody i Modeli. Mosk-Izhevsk: Institut Kompyuternykh Tekhnologii. 2003. 292 p. (in Russian).
43. *Novikov E.L., Stuart R.V.* // Izv. Akad. Nauk USSR. Seriya Geophysicheskaya. 1964. Issue 3. P. 408-413 (in Russian).
44. *Frisch U., Sulem P.-L., Nelkin M.* // J. Fluid Mechanics. 1978. Vol. 87. P. 719-736.

*Трубецков Дмитрий Иванович* – родился в Саратове (1938). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1960). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата (1965) и доктора физико-математических наук в СГУ (1978) в области радиофизики. Заведующий кафедрой электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов СГУ, профессор кафедры прикладной математики НИЯУ МИФИ, член-корреспондент Российской академии наук, заслуженный деятель науки РФ, лауреат премии Президента РФ в области образования. Научный руководитель Лицея прикладных наук и факультета нелинейных процессов СГУ. Область научных интересов: вакуумная электроника и микроэлектроника сверхвысоких частот, теория колебаний и волн, нелинейная динамика, история науки. Автор более двадцати учебных пособий и монографий, а также более двухсот статей в периодической печати.



410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
 115409 Москва, Каширское шоссе, 31  
 Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
 E-mail: dtrubetskov@yahoo.com

*Калинин Юрий Александрович* – родился в Саратове (1937). Окончил физический факультет СГУ по кафедре электроники (1959) и направлен на работу в НИИ «Волна». Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1968), получил звание старшего научного сотрудника (1972). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1981), в 1982 году присвоено звание профессора. С сентября 1994 года работал в должности заместителя директора по научной работе, а с сентября 1999 года – директором НИИ механики и физики СГУ. С января 2001 года работал в должности заместителя директора по научной работе НИИ «Открытые системы» СГУ. С апреля 2004 года – директор НИИ физики нелинейных систем СГУ. С января 2005 года по 2014 год – руководитель Отделения физики нелинейных систем Научно-исследовательского института Естественных наук СГУ. С февраля 2014 года и по настоящее время работает в должности ведущего научного сотрудника Отделения физики нелинейных систем Научно-исследовательского института Естественных наук СГУ. Область научных интересов: вакуумная электроника и микроэлектроника, физический эксперимент, физические эффекты и неустойчивости в электронных пучках. Автор более 380 печатных работ и более 50 патентов. Под его руководством защищено 32 кандидатские работы.

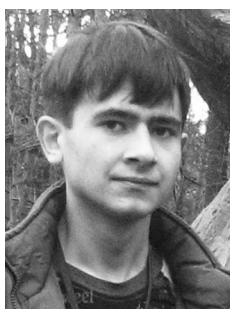


Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83  
 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
 E-mail: noios@sgu.ru



*Стародубов Андрей Викторович* – родился в Саратове (1982). Окончил факультет нелинейных процессов СГУ (2005). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (2008). С 2002 года начал работать в должности лаборанта, с 2005 по 2008 год работал в должности младшего научного сотрудника, с 2009 года по настоящее время – старший научный сотрудник. Область научных интересов: радиофизика, нелинейная динамика, вакуумная электроника и микроэлектроника, физический эксперимент, численное моделирование физических процессов, физические эффекты и нестабильности в электронных пучках, нанотехнологии, взаимодействие электромагнитного излучения с веществом, микро и наноструктуры, наночастицы. Автор более 40 печатных работ и 10 патентов.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: StarodubovAV@gmail.com



*Фокин Александр Сергеевич* – родился в Туле (1989). Окончил факультет нелинейных процессов Саратовского государственного университета (2012). Аспирант факультета нелинейных процессов. Область научных интересов – нелинейная динамика, радиофизика. Автор ряда статей в рецензируемых отечественных и зарубежных журналах.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: alexander1989fokin@mail.ru



**ЭНТРОПИЯ И DFA ВАРИАБЕЛЬНОСТИ РИТМА СЕРДЦА  
ПРИ ДИСТАНТНОМ ПРЕКОНДИЦИОНИРОВАНИИ, ОРТОСТАЗЕ  
У ЗДОРОВЫХ МОЛОДЫХ ЛЮДЕЙ И У ЛИЦ С ИЗМЕНЕНИЯМИ  
НЕЙРОВЕГЕТАТИВНОЙ РЕГУЛЯЦИИ КАРДИОДИНАМИКИ**

*А. Н. Флейшман<sup>1</sup>, Т. В. Кораблина<sup>2</sup>, Е. С. Смагина<sup>2</sup>,  
С. А. Петровский<sup>1</sup>, Д. Е. Иовин<sup>2</sup>, А. А. Неретин<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Научно-исследовательский институт комплексных проблем гигиены  
и профессиональных заболеваний

Россия, 654041 Кемеровская область, Новокузнецк, Кутузова, 23

<sup>2</sup>Сибирский государственный индустриальный университет

Россия, 654007 Кемеровская область, Новокузнецк, Кирова, 42

E-mail: anf937@mail.ru, kortv07@bk.ru, smagina.katya2911@gmail.com,  
staspetrovskiy@yandex.ru, exhiit@gmail.com, hawktrike@gmail.com

Проведены исследования сравнительной физиологической оценки нелинейных методов анализа variability ритма сердца: аппроксимированной энтропии, энтропии образца, многомасштабной энтропии и детрентного флуктуационного анализа при дистантном ишемическом прекондиционировании и ортостазе у здоровых молодых людей и у лиц с нарушениями вегетативной регуляции. Цель: повышение информативности исследований и раскрытие механизмов нефармакологических методов защиты сердца и сосудов мозга от повреждений и стрессов.

Основные задачи работы включали:

1. Модельные исследования связей амплитудных и структурных особенностей variability ритма сердца с показателями энтропии и детрентного флуктуационного анализа.
2. Сравнительные исследования свойств аппроксимированной энтропии, энтропии образца, многомасштабной энтропии variability ритма сердца.
3. Исследования особенностей энтропийных показателей и детрентного флуктуационного анализа variability ритма сердца в условиях дистантного ишемического прекондиционирования, ортостаза и при изменениях нейровегетативной регуляции.

В модельных исследованиях искусственно генерируемых волновых сигналов найдено, что изменения амплитуды и мощности колебательных процессов не связаны с показателями энтропии. Результаты модельных исследований экстраполировались на реальные данные variability ритма сердца и частоты сердечных сокращений.

При сравнительных исследованиях аппроксимированной энтропии, энтропии образца, многомасштабной энтропии определены оптимальные показатели длины выборки сравниваемых последовательностей исследуемых временных рядов, допустимые отклонения получаемых результатов для аппроксимированной энтропии, энтропии образца,

многомасштабной энтропии, масштабирующий коэффициент для многомасштабной энтропии, а также достоинства и недостатки различных методов анализа энтропии variability ритма сердца.

Физиологические приложения разработанных методов были изучены нами у 34 испытуемых молодого возраста (19–25 лет) в динамике нагрузочных тестов, при дистантном ишемическом прекодиционировании и у 75 человек с измененной вегетативной регуляцией. Оценивалось влияние прекодиционирования на ортостатическую нагрузку. Показатели функционального состояния были представлены десятью показателями спектров variability ритма сердца, частоты сердечных сокращений, артериального давления и нелинейной динамики – аппроксимированной энтропии, энтропии образца, многомасштабной энтропии, детрентного флуктуационного анализа. Полученные результаты сравнивались с динамикой спектральных показателей при проведении ложного прекодиционирования. Достоверность различий оценивалась на основе парного *t*-критерия Стьюдента.

В динамике нагрузочных тестов при анализе variability ритма сердца, а также при ортостазе реактивные изменения структуры кардиодинамики наилучшим образом отражались в показателях энтропии образца и многомасштабной энтропии и в меньшей степени – в показателях аппроксимированной энтропии. При этом изменения показателей энтропии и детрентного флуктуационного анализа имели противоположную направленность при ортостазе.

Установлено, что энтропии – аппроксимированная, энтропия образца и многомасштабная – обладают свойствами подавления случайных воздействий и шумов. Эти свойства проявились в повышении информативности прогностических критериев изменений нейровегетативного профиля, то есть в случаях изолированного снижения HF и LF и увеличения частоты сердечных сокращений, которые ранее рассматривались как противоречивые критерии энергодифицитных состояний. Выраженное снижение энтропий variability ритма сердца повышало достоверность отрицательного прогноза состояния пациентов у больных с сахарным диабетом, полинейропатиями.

Отсутствие прямой зависимости показателей энтропии от мощности колебательных процессов variability ритма сердца снижает информативность показателей энтропии в оценке кардиодинамики при прекодиционировании, так как усиление мощности variability ритма сердца при этом является одним из ведущих признаков положительной динамики при дистантном ишемическом прекодиционировании.

Интерпретация результатов исследования основана на возможностях современных методов исследования и новых теоретических взглядах на функционирование организма и переходных процессах от здоровья к болезни.

*Ключевые слова:* Аппроксимированная энтропия, многомасштабная энтропия, энтропия образца, дистантное ишемическое прекодиционирование, variability ритма сердца, ортостаз, детрентный флуктуационный анализ.

DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-5-37-61

*Ссылка на статью:* Флейшман А.Н., Кораблина Т.В., Смагина Е.С., Петровский С.А., Иовин Д.Е., Неретин А.А. Энтропия и DFA variability ритма сердца при дистантном прекодиционировании, ортостазе у здоровых молодых людей и у лиц с изменениями нейровегетативной регуляции кардиодинамики // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2016. Т. 24, № 5. С. 37–61.

## Введение

**Теоретические основы нелинейных показателей variability ритма сердца и их практического применения.** Поиск новых методов диагностики и защиты сердца и сосудов мозга от повреждений, тяжелых стрессовых состояний, повышение резистентности к гипоксии организма человека, к неблагоприятным факторам среды является необычайно важной задачей.

Раскрытие механизмов дистантного ишемического preconditioning (remote ischemic preconditioning – RIPC) как нефармакологического метода защиты сердца и сосудов мозга является объектом многочисленных исследований в экспериментальной и клинической медицине и спорте [1].

Одним из важных информативных методов в исследовании нейровегетативных аспектов феномена RIPC является анализ медленных волновых процессов вариабельности ритма сердца (BPC) [2].

Традиционные методы анализа BPC, рекомендованные международной группой евро-американских исследователей в 1996-м, базировались на статистических, временных и спектрально-частотных характеристиках BPC, оценивающих преимущественно симпато-вагусные физиологические процессы регуляции и их роль в диагностике и прогнозе сердечно-сосудистой патологии [3].

Дальнейшая медицинская практика показала необходимость в разработке новых прогностических критериев. В последующие 20 лет были опубликованы тысячи работ по BPC, в том числе на новой методической основе нелинейной динамики.

Представления о BPC как о сложной волновой динамической системе потребовало дальнейшего развития нелинейных методов анализа BPC и их практических приложений. Некоторым итогом этого потока публикаций стала совместная позиция рабочей группы электрокардиологов Европейской ассоциации и Азиатско-Тихоокеанского общества ритма сердца [4]. В этом документе дан критический обзор новых методов анализа BPC. В частности, таких перспективных методов как фрактальный анализ, краткосрочная сложность, энтропия, хаотическое поведение динамических систем и их прикладное значение.

В настоящей работе для клинико-физиологических исследований были дополнительно взяты два нелинейных показателя: детрентный флуктуационный анализ (DFA) и энтропия BPC. Энтропия как показатель сложности волнового динамического процесса, который редуцируется в старости и болезни [5].

DFA и методы анализа энтропии взаимно дополняют друг друга. DFA описывает динамику амплитуды сигнала BPC при изменении масштабов времени и долгосрочных корреляций. Методы анализа энтропии описывают картину сложности BPC при изменениях временной шкалы.

**Особенности фрактального анализа BPC на основе DFA.** DFA – это метод оценки фрактальных самоподобных или самоаффинных структур в динамике BPC (affinity – близость, родство). Самоаффинность – это особый случай самоподобия, в соответствии с которым небольшая часть фрактальной структуры подобна всей структуре [6]. Свойства самоаффинности описывают при разных масштабах временных рядов, поэтому они называются безмасштабными. Причем в качестве степенного показателя масштаба используется коэффициент Херста (H) [7]. Этот коэффициент находится в диапазоне от 0 до 1. Если коэффициент H приближается к 1, то ряд сигналов имеет «гладкий» внешний вид. Если H стремится к нулю, ряд сигналов имеет грубую деформацию с быстрым переключением между высокими и низкими значениями.

Peng С-К., Hausdorff J.M. и Golberger A.L. предложили модифицированный анализ DFA с помощью вычисления среднеквадратичных показателей колебаний случайной выборки. Технология вычисления DFA изложена также в работе Goldberger et al, 1995 (<https://www.physionet.org/tutorials/fmnc/node3.html>) [8, 9].

Самоподобие (фрактальность) структуры ВРС в разных временных масштабах определяется величиной угла  $\alpha_1$  при коротких выборках и  $\alpha_2$  при длинных. Первоначально вся выборка делится на «окна» одинаковых временных отрезков. Рассчитываются локальные тренды в каждом окне, затем рассчитывается интегральный показатель  $\alpha$  для всей выборки. Экспонента  $\alpha$  названа параметром самоподобия. По величине она варьирует от 0.4 до 1.5 и по значению близка к показателю Хёрста.

Преимущество DFA по отношению к обычным методам (например, спектральному анализу) состоит в том, что этот вид анализа дает возможность обнаружить свойства самоподобия, присущие непосредственно временным рядам, а также позволяет избежать артефактных трендов. Последние работы указывают на возможность использования DFA для характеристики многомасштабных или мультифрактальных структур [10].

Физиологическая интерпретация DFA в исследованиях ВРС изложена в работах: Goldberger A.L. с соавторами; Francis Darrel с соавторами и J.L. Rojo Alvares с соавторами [11–13]. А также в теоретической работе В.В. West с соавторами: Фрактальная физиология и дробные вычисления [14]. Современные методы анализа DFA представлены в методическом руководстве: «Введение в многомасштабный детрентный флуктуационный анализ в MATLAB» и в руководстве: «Фрактальная характеристика сложности», В. Еке с соавторами [15,16].

В работе «Физиологические основы фрактальной сложности свойств variability сердечного ритма у человека» найдено, что между DFA и спектральными характеристиками ВРС наблюдаются значительные корреляции: DFA ( $a_1$ ,  $a_2$ ) пропорциональны традиционным спектральным соотношениям ВРС –  $LF/(HF+LF)$  и  $(VLF/LF+VLF)$ , то есть физиологическим показателям, отражающим симпатовагальные отношения в организме [12].

**Методические аспекты анализа энтропии ВРС.** Вместе с DFA нами исследована энтропия ВРС как показатель уровня сложности волнового динамического процесса.

Ранее были предложены три способа анализа энтропии ВРС: аппроксимированная энтропия (ApEn) – David Pincus, 1995, sample entropy – энтропия образца или шаблона (SampEn) – Richman J.S., Moorman J.R. и многомасштабная энтропия – multiscale entropy (MSE) ВРС, развиваемая в работах Costa M. и Goldberger A.L. [17–22].

Аппроксимированная энтропия была разработана для оценки меры сложности David Pincus в 1995 году для измерения регулярности ВРС и была тесно связана с энтропией Колмогорова–Синяя [17]. Применима к коротким и зашумленным рядам для клинических целей. Имеет два входных параметра:  $n$  и  $r$ , где  $n$  – размер паттерна ВРС,  $r$  – критерий подобия. Размер паттерна определял чувствительность метода. Низкие значения ApEn отражают высокую степень регулярности и упрощение структуры ВРС, что чаще является неблагоприятным прогностическим признаком развития патологических процессов. Длительная эксплуатация метода показала его значительную зависимость от длины выборки, что затрудняло получение сравнимых результатов.

Для уменьшения этих недостатков Richman J.S. и Moorman J.R. усовершенствовали методику, назвав ее sample entropy [18]. По мнению этих авторов, sample entropy пригодна для коротких записей и в широком диапазоне эксплуатации.



Смесь колебательных процессов в динамике ВРС с разными временными масштабами требовала дальнейшего совершенствования анализа энтропий.

Одномасштабный анализ не учитывает особенности, присущие здоровым физиологическим процессам управления в сложных структурах временных колебаний. Показатели ApEn и SampEn оценивают регулярность только одной мерой или масштабом и игнорируют другие, что может привести к ошибочным результатам [18, 23].

Yi-Chung Zhang в 1991 году предложил меру сложности на основе энтропии различных масштабов и определил сложность как интеграл от всех масштабно зависимых энтропий в фазовом пространстве [24]. Свойства шума  $1/f$  близки к свойствам кардиодинамики ВРС.

M. Costa и A.L. Goldberger продемонстрировали новый методический подход для анализа многомасштабной энтропии [19–21]. Методически MSE заключалась в разделении исходного ряда сигналов на непересекающиеся отрезки одинаковой длины и расчете средних значений точек данных в каждом из этих сегментов. Процесс повторялся для различных диапазонов длин окон или масштабов. Таким образом, получался упрощенный (огрубленный) временной ряд, состоящий из крупнозернистых компонентов (coarse-grain). Методика, преимущество и вид упрощения (огрубления) для многомасштабных процессов описаны российским, красноярским математиком Александром Николаевичем Горбанем с сотрудниками [25, 26]. Основы этого метода были изложены в классической работе П.С. Эренфеста и его супруги Татьяны Эренфест-Афанасьевой для немецкой энциклопедии в 1911 [27]. Методы анализа энтропии продолжают совершенствоваться в настоящее время [28].

**Практическое применение показателей энтропии ВРС.** Практические приложения многомасштабной энтропии ВРС быстро набирают темпы публикаций. В частности, в диагностике и прогнозе застойной сердечной недостаточности, в прогнозе госпитальной смертности у 3134 больных с тяжелыми травмами, смертности в реанимации 285 больных, при мониторинговании сердечного ритма плода, прогнозе массовой военной травмы [29–32]. В работе Cancio L.C. с соавторами сравниваются группы тяжелой военной травмы [33]. Одна группа потребовала реанимационных мероприятий (интубация трахеи, экстренное переливание, дренаж плевральной полости), другая группа не требовала экстренных мероприятий. Первая группа сопровождалась падением показателей аппроксимированной энтропии до  $0.90 \pm 0.42$ , против  $1.19 \pm 0.35$  в сравниваемой группе. MSE: падение до 2.58 против 5.67.

MSE использовалась в диагностике психо-эмоциональных нарушений, прогнозе ишемических инсультов при мерцательной аритмии [34–36].

При всех достоинствах многомасштабной энтропии ВРС остается масса вопросов, связанных с клинико-физиологической интерпретацией результатов исследования, сопоставления с традиционными видами анализа, а также необходимости оценки взаимосвязи энтропийных методов с энергетическими процессами, имеющими важное диагностическое и прогностическое значение.

В настоящей работе традиционные показатели анализа ВРС были дополнены комплексом нелинейных показателей ВРС и направлены на изучение крайне важных механизмов действия дистантного ишемического прекодиционирования с целью защиты от повреждений сердца и сосудов мозга, а также защите при выраженных стрессорных травмах и гипоксии [37].

В отличие от конкретных нозологий настоящее исследование направлено на изучение ранних донозологических признаков развития этих процессов, на оценку изменений функционального состояния, индивидуальных особенностей организма, вегетативного обеспечения на нагрузку.

В практических приложениях как традиционных, так и нелинейных подходах, в анализе ВРС и в оценке функционального состояния человека в норме и переходных изменениях от здоровья к болезни, от высоко адаптивных реакций на среднюю нагрузку в молодом возрасте и их снижения в старости и болезнях использовались теоретические представления об устойчивости организма и о его показателях – *гомеостазе*. Эти представления о некоем «узком» коридоре, куда стремятся показатели функционального состояния человека, и его устойчивости были дополнены в последнее время представлениями об *аллостазе* [38].

При этом устойчивость достигается через перестройку внутренней регуляции системы, имеющей сетевую иерархическую основу и свойства генетической памяти [39–41]. Представления о медленноволновом гомеостазе использованы нами в интерпретации энергетической классификации ВРС [42, 43]. Эти же принципы могут быть использованы в интерпретации результатов исследования энтропии при стрессовых нагрузках [44]. В этой работе найдено, что стрессовые состояния сопровождаются повышением энтропии кардиодинамических процессов. В противоположность этому RIPC предположительно снижает склонность к стрессовому состоянию [1]. Оценка устойчивости организма и физиологических систем может быть корректно выполнена на основе использования различных функциональных проб и представления об иерархических системах регуляции. Важнейшим элементом адаптации являются высшие центры вегетативной регуляции ЦНС, которые играют принципиальную роль в аллостатической устойчивости [45, 46].

Настоящая работа направлена на повышение информативности нелинейно-динамических показателей ВРС и их практических приложений.

## Материал и методы

*Материал:* Физиологические исследования были проведены нами у 34 испытуемых молодого возраста (19–25 лет) в динамике нагрузочных тестов, при дистантном ишемическом прекондиционировании и у 75 человек с измененной вегетативной регуляцией. Оценивалось влияние прекондиционирования на вегетативное обеспечение организма и ортостатическую нагрузку. Показатели функционального состояния были представлены десятью показателями спектров ВРС, ЧСС, АД и нелинейной динамики (ApEn, SampEn, MSE, DFA). Направленность изменений полученных результатов оценивалась в сравнении с динамикой спектральных показателей при проведении ложного прекондиционирования.

Схема последовательности исследований прекондиционирования включала регистрацию ВРС исходного состояния с функциональными пробами малой интенсивности, ортостатической пробой с последующим каскадом ишемии-реперфузии верхней конечности, периода восстановления, включая регистрацию ВРС с функциональными пробами. Контрольная группа сравнения ложного прекондиционирования представляла ту же выборку, за 1 час до начала исследования. Достоверность различий оценивалось на основе парного *t*-критерия Стьюдента.

Цель и задачи настоящего исследования были объяснены добровольцам до начала исследования. Все добровольцы подписали «Декларацию об информированном согласии». Исследования соответствовали стандартам, установленным Хельсинкской декларацией, принятой на 64-й Генеральной Ассамблее ВМА (Форталеза, Бразилия, октябрь 2013), а также процедуры были одобрены Комитетом по этике в НИИ КППЗ (Новокузнецк, Россия).

*Методы математического анализа:* Все расчеты различных энтропий по модельным и реальным рядам, характеризующим вариабельность сердечных ритмов, проводились с использованием программного модуля, специально разработанного в среде MATLAB.

В алгоритмах программного модуля были использованы работы российских и зарубежных исследователей, где представлены математические описания и фрагменты программ [47].

Разработанный программный модуль имеет удобный интерфейс, позволяющий выбирать алгоритм расчета энтропии ApEn, SampEn, MSE, способ задания настроечных параметров алгоритмов – вручную или автоматически, задавать объем обрабатываемых данных. Реальные данные о вариабельности сердечных ритмов, представленные в виде текстовых файлов, поступают из информационной системы, используемой при проведении обследования пациентов. Полученные результаты выводятся в файл, данные из которого использовались для визуализации в виде графиков и таблиц для дальнейшего анализа.

### **Модельные сравнительные исследования ApEn, SampEn, MSE ВРС**

Многолетнее использование показателей энтропии и DFA выявило определенные трудности в интерпретации этих показателей, как с точки зрения их физиологического, так и медицинского, в том числе их прогностического значения. Сложность интерпретации взаимоотношений энтропии и энергии колебательных процессов ранее рассмотрены в работе Zhang Y.C. 1991 года [24].

Нами для сравнительных модельных исследований аппроксимированной энтропии, SampEn и MSE энтропии за методическую основу была взята работа, опубликованная д.ф.м.н. Манило Л.А. [48].

Различные алгоритмы расчета энтропии (ApEn, SampEn, MSE) были исследованы на следующих модельных сигналах:

– гармонический сигнал  $s(i)$

$$s(i) = A \cos\left(\frac{\pi \cdot i}{20}\right), \quad (1)$$

где  $A$  – амплитуда гармонического сигнала;

– шумовой сигнал –  $n(i)$

$$n(i) = 2 + B \text{ rand}(256; 1), \quad (2)$$

где  $\text{rand}$  – функция, генерирующая белый шум;  $B$  – амплитуда шумовой составляющей;

– аддитивная смесь гармонического и шумового сигнала  $s'(i)$

$$s'(i) = s(i) + Cn(i), \quad (3)$$

где  $C$  – интенсивность шумовой составляющей в аддитивном сигнале;

– хаотический сигнал (логистическое отображение)  $x(i)$

$$x(i+1) = 4dx(i)[1-x(i)], \quad (4)$$

где  $d$  – характеристический параметр, определяющий характер траектории – периодический или хаотический,  $0 < d \leq 1$ .

На рис. 1 представлены графики исследуемых сигналов при  $A = 3$ ;  $B = 0.3$ ,  $C = 0.9$ ,  $d = 1$ .

В проведенных исследованиях оценивалось влияние на значения энтропий ApEn, SampEn и MSE таких факторов, как длина сравниваемых последовательностей  $m$  (рис. 2), длина реализаций, величина порога фильтрации, мощность сигнала, чувствительность значений энтропии к кратковременным неустановившимся помехам.

Зависимость значений ApEn, SampEn и MSE энтропий от длины сравниваемых последовательностей  $m$  показана на рис. 2. Из рисунка хорошо видно, что значения энтропий (ApEn, SampEn и MSE) шумового сигнала больше, чем для гармонического, смешанного и хаотического сигнала практически при всех рассматриваемых значениях длины сравниваемых последовательностей  $m$ . Следует отметить, что значение энтропии хаотического сигнала больше, чем у периодического и аддитивного сигнала, но меньше, чем у шумового. Это обстоятельство позволяет отличить хаотический сигнал от случайного шумового.

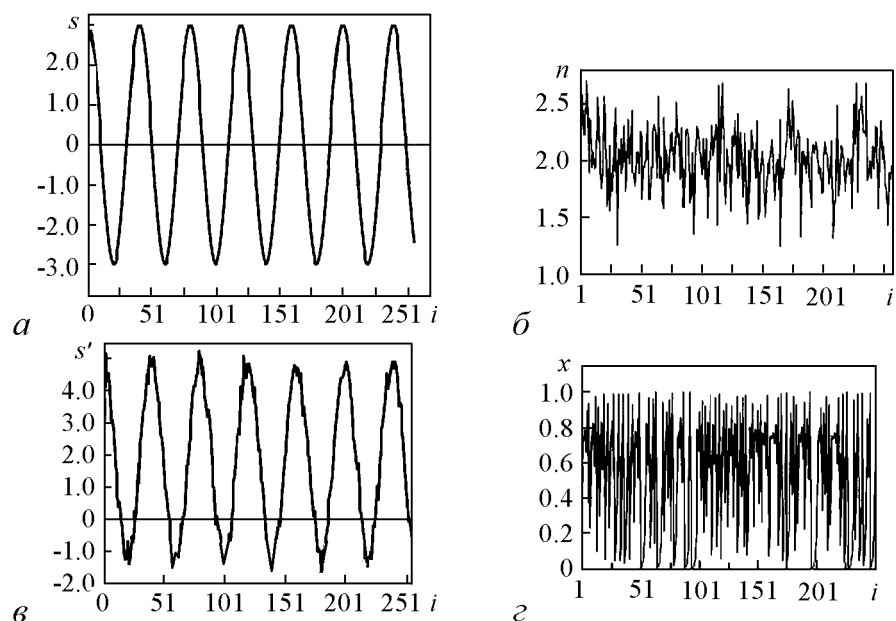


Рис. 1. Реализации модельных сигналов:  $a$  – гармонического сигнала  $s(i)$ ,  $б$  – белого шума  $n(i)$ ,  $в$  – их аддитивной смеси  $s'(i)$ ,  $г$  –  $d(i)$  хаотический сигнал

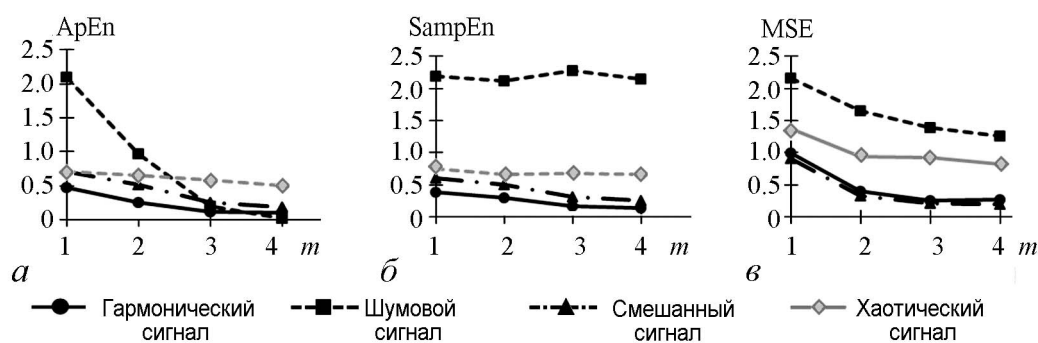


Рис. 2. Значения аппроксимированной энтропии ApEn (а), образцовой энтропии SampEn (б) и многомасштабной энтропии MSE (в) в зависимости от длины сравниваемых последовательностей  $m$  гармонического сигнала, шумового сигнала и их аддитивной смеси, рассчитанные по 256 отсчетам

В модельном исследовании подтверждается гипотеза о том, что энтропия характеризует сложность сигнала, то есть чем более регулярным является сигнал, тем меньше значения энтропий. Это можно установить, исследуя выборки небольшого объема. Энтропия также не чувствительна к кратковременным неустановившимся помехам. Значения энтропии не зависят от мощности сигнала.

По значению энтропий можно отличить шумовой случайный сигнал от хаотического.

Для получения устойчивых значений энтропии нужно проводить настройку алгоритма путем подбора параметров:  $m$  – длины сравниваемых последовательностей,  $r$  – величина порога фильтрации шумов, а для алгоритма многомасштабной энтропии необходим параметр  $\tau$  – размер неперекрывающихся сегментов ряда.

### Сравнительная оценка DFA и показателей энтропии у лиц с различной спектральной структурой ВРС и различным нейровегетативным профилем организма человека

Представляет интерес изменения нелинейных показателей ВРС у лиц с различной спектральной структурой ВРС. В качестве модели для анализа взяты четыре выборки, в том числе группа здоровых молодых людей и три группы с различным характером вегетативных изменений (71 человек). В частности, проанализированы лица, имеющие устойчивые к функциональным пробам структуру ВРС: с доминированием 10-секундных ритмов, с доминированием HF дыхательных ритмов и лиц с депрессией волновых процессов, более выраженных в высокочастотной зоне. Первые две группы – это лица с функциональными вегетативными нарушениями, а третьи – с органическими изменениями ЦНС, преимущественно с сосудистыми нарушениями, диабетом. Клиническая характеристика сравниваемых групп описана в работе [2].

В качестве контрольной группы взяты молодые люди 20–30 лет. Особенности усредненных показателей DFA и энтропии в контрольной группе и у пациентов с устойчивыми изменениями нейровегетативного профиля (рис. 3.) показаны в табл. 1, которая является дополнением рисунка.

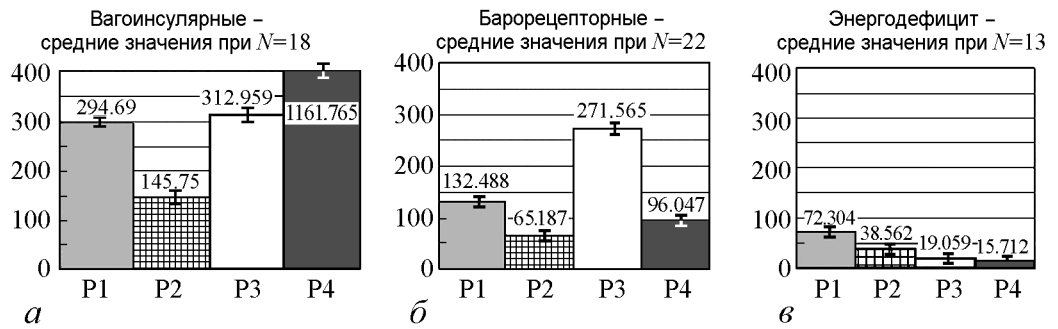


Рис. 3. Средние значения 4-компонентных спектров ВРС у лиц с доминированием HF (а) или LF (б) или выраженным снижением энергетики колебаний (в); P1 – VLF100, P2 – VLF50, P3 – LF, P4 – HF

Таблица 1

Сравнительная оценка DFA и показателей энтропии у лиц с различной спектральной структурой ВРС при умственной и дыхательных пробах

Контрольная группа	Исходное состояние	Умственная нагрузка	Восстановление 1	Гипервентиляция	Восстановление 2
ApEn	1.012 ± 0.046	1.004 ± 0.047	0.995 ± 0.049	0.889 ± 0.064	0.976 ± 0.038
SampEn	1.446 ± 0.121	1.374 ± 0.13	1.429 ± 0.133	1.204 ± 0.157	1.294 ± 0.112
MSE	1.99 ± 0.236	1.865 ± 0.227	2.022 ± 0.257	1.958 ± 0.221	1.887 ± 0.193
DFA	0.861 ± 0.061	0.888 ± 0.098	0.85 ± 0.063	0.652 ± 0.071	0.826 ± 0.067
Рис. 3, б. С доминированием 10-сек ритмов ВРС (LF)					
ApEn	0.962 ± 0.045	0.96 ± 0.048	0.935 ± 0.053	0.917 ± 0.041	0.947 ± 0.057
SampEn	1.439 ± 0.137	1.287 ± 0.175	1.452 ± 0.163	1.326 ± 0.147	1.472 ± 0.165
MSE	1.591 ± 0.171	1.34 ± 0.166	1.551 ± 0.185	1.426 ± 0.179	1.528 ± 0.198
DFA	0.739 ± 0.385	0.776 ± 0.417	0.774 ± 0.415	0.676 ± 0.356	0.769 ± 0.412
Рис. 3, а. С доминированием дыхательных ритмов ВРС (HF)					
ApEn	1.003 ± 0.016	1.011 ± 0.049	1.019 ± 0.031	0.901 ± 0.065	0.993 ± 0.024
SampEn	1.651 ± 0.089	1.684 ± 0.16	1.571 ± 0.094	1.376 ± 0.188	1.532 ± 0.108
MSE	1.713 ± 0.206	1.599 ± 0.14	1.509 ± 0.146	1.401 ± 0.256	1.513 ± 0.196
DFA	0.591 ± 0.085	0.701 ± 0.06	0.651 ± 0.106	0.628 ± 0.112	0.679 ± 0.086
Рис. 3, в. Низкоэнергетические спектры ВРС					
ApEn	0.981 ± 0.049	0.926 ± 0.07	1.007 ± 0.041	0.96 ± 0.049	0.988 ± 0.039
SampEn	1.308 ± 0.156	1.158 ± 0.174	1.323 ± 0.148	1.25 ± 0.145	1.348 ± 0.145
MSE	0.452 ± 0.085	0.309 ± 0.051	0.386 ± 0.046	0.419 ± 0.094	0.366 ± 0.053
DFA	1.136 ± 0.116	1.11 ± 0.121	1.1 ± 0.08	1.111 ± 0.144	1.11 ± 0.073

Из табл. 1 видно, что наиболее значительные различия между группами наблюдаются по показателям DFA и MSE. Особенно эти изменения выражены в группе пациентов (артериальная гипертония, СД2) с низкоэнергетическими спектрами ВРС.

Наиболее *низкие* показатели DFA отмечены у лиц с доминированием дыхательных ритмов HF ВРС в сочетании с *высокой* MSE. Наоборот, наиболее высокие DFA наблюдаются у лиц с низкоэнергетическими показателями спектров ВРС, которые сочетаются с наиболее низкими показателями MSE и отрицательной клинической динамикой. На умственной нагрузке (seven-test) зафиксированы разнонаправленные изменения MSE и DFA. Повышение DFA сопровождается понижением MSE. На вентиляционной нагрузке и последующем восстановлении получены неоднозначные результаты показателей DFA и MSE.

Таким образом, было показано важное значение исходного функционального состояния организма в характере и типе изменений DFA и многомасштабной энтропии. Получены однонаправленные изменения DFA и MSE на умственную нагрузку: снижение MSE и повышение DFA независимо от группы испытуемых.

### Изменения DFA и энтропийных показателей при активной ортостатической пробе здоровых испытуемых до и после прекондиционирования (RIPC)

Активная ортостатическая проба – это условие быстрого перехода из положения лежа в положение стоя и перераспределение некоторого объема крови в нижнюю часть тела. Проба позволяет выявить механизм, способствующий устойчивости сердечно-сосудистой системы к этой пробе и причинах появления обморока. Ранее найдено, что в механизме устойчивости при ортостатической тахикардии имеет значение структура VLF в частности 100-секундные колебания, отражающие центральные механизмы вегетативной регуляции. В настоящей работе мы анализируем особенности изменения DFA и энтропийных показателей в механизме устойчивости к ортостазу до и после прекондиционирования (табл. 2)

Как табличные данные, так и данные, представленные на графике (рис. 4), указывают на общие закономерности изменения энтропии и DFA ВРС при ортостазе.

Этим изменениям сопутствуют изменения спектральных характеристик ВРС. В частности, повышение симпатической активности нервной системы сопровождается падением вагального компонента (HF), и нередко – появлением устойчивых 10-секундных ритмов как признака преобладания симпатической активности.

Переход из горизонтального в вертикальное положение ведёт к учаще-

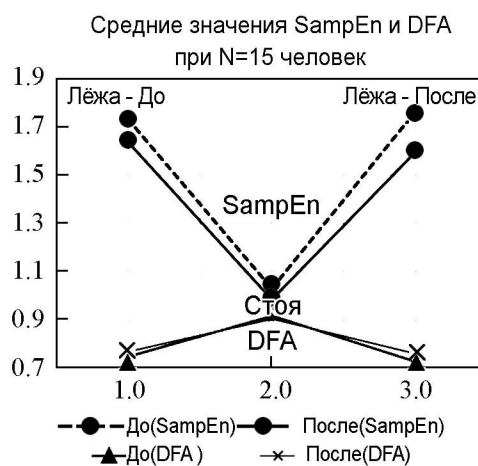


Рис. 4. Изменения DFA и SampEn ВРС при ортостазе. Динамика до и после прекондиционирования. Усредненные данные 15 молодых испытуемых (табл. 2)

Таблица 2

Средние значения показателей ВРС, пульса  
при ортостатической пробе до RIPC

	Пульс	SYS АД	SampEn	DFA	VLF	LF	HF
I. До RIPC							
Лёжа							
Среднее по выборке	71.6± ±5.4	116.67± ±6.17	1.733± ±0.131	0.751± ±0.099	150.66± ±61.33	101.96± ±37.29	10.68± ±12.41
Среднее по женщинам	69.33± ±8.01	109.5± ±9.56	1.691± ±0.222	0.718± ±0.17	199.31± ±143.3	117.21± ±77.4	2.61± ±2.11
Среднее по мужчинам	73.11± ±7.46	121.44± ±6.76	1.761± ±0.167	0.77± ±0.13	118.24± ±33.94	91.79± ±37.9	16.06± ±20.31
Стоя							
Среднее по выборке	90.07± ±6.63	115.93± ±6.27	1.07± ±0.2	0.919± ±0.069	69.42± ±35.9	62.71± ±37.98	0.84± ±0.87
Среднее по женщинам	83± ±5.84	110.33± ±10.89	0.961± ±0.268	0.91± ±0.14	75.27± ±78.58	86.59± ±90.32	0.92± ±0.96
Среднее по мужчинам	94.78± ±9.34	119.67± ±6.98	1.144± ±0.284	0.896± ±0.076	65.52± ±34.16	46.78± ±22.43	0.8± ±1.36
II. После RIPC							
Лёжа							
Среднее по выборке	69.933± ±4.63	116.2± ±4.27	1.639± ±0.101	0.774± ±0.101	258.507± ±101.17	169.398± ±49.19	17.496± ±20.84
Среднее по женщинам	72.333± ±9.33	112.333± ±6.93	1.624± ±0.125	0.707± ±0.197	269.003± ±253.45	147.846± ±113.45	1.936± ±1.06
Среднее по мужчинам	68.333± ±4.82	118.778± ±5.02	1.649± ±0.152	0.821± ±0.103	251.51± ±55.05	183.766± ±38.01	27.869± ±33.73
Стоя							
Среднее по выборке	90.133± ±5.02	119.067± ±7.44	0.989± ±0.222	0.907± ±0.063	143.169± ±74.36	110.588± ±46.67	1.724± ±1.62
Среднее по женщинам	90.667± ±5.76	112.167± ±9.62	1.191± ±0.48	0.877± ±0.094	108.653± ±26.17	100.842± ±36.94	3.222± ±3.78
Среднее по мужчинам	89.778± ±7.72	123.667± ±9.88	0.854± ±0.159	0.958± ±0.079	166.179± ±123.32	117.086± ±75.71	0.725± ±0.71

нию ЧСС и увеличению DFA, то есть к усилению симпато-адреналовой активности. И одновременно к снижению показателей энтропии и спектральных показателей ВРС.

RIPC приводит к снижению пульса, DFA и значительному повышению спектральных показателей ВРС (VLF, LF, HF) как в положении лёжа, так и в положении стоя. Это ведет к повышению устойчивости организма к ортостатической нагрузке на более высоком энергетическом уровне. Однако энтропийные показатели после прекодиционирования могут или не меняться или снижаться в зависимости от исходного состояния.



## Сравнительная оценка традиционных и нелинейных показателей ВРС в условиях RIPC у здоровых молодых субъектов мужского и женского пола

Ранее нами изучены изменения традиционных показателей спектров ВРС до и после RIPC (сборник по симпозиуму 2015, вторая статья).

Таблица 3

Средние значения и отклонение показателей  
до проведения прекондиционирования

	Пульс, уд/мин	SYS АД, мм рт. ст.	SampEn	DFA	VLF	LF	HF
Среднее по выборке	86.60± ±5.58	122.33± ±6.88	1.38± ±0.16	0.84± ±0.06	106.85± ±53.51	41.91± ±15.15	9.49± ±3.72
Среднее по женщинам	81.84± ±3.98	116.33± ±12.49	1.396± ±0.175	0.85± ±0.11	149.68± ±89.75	46.65± ±20.76	13.16± ±4.90
Среднее по мужчинам	89.78± ±8.49	126.33± ±7.34	1.362± ±0.148	0.84± ±0.07	78.30± ±63.36	38.75± ±21.85	7.04± ±4.82

Таблица 4

Средние значения и отклонение показателей  
после проведения прекондиционирования

	Пульс, уд/мин	SYS АД, мм.рт.ст.	SampEn	DFA	VLF	LF	HF
Среднее по выборке	77.81± ±5.34	120.00± ±5.32	1.364± ±0.161	0.87± ±0.06	196.84± ±98.48	97.77± ±37.66	21.69± ±6.37
Среднее по женщинам	74.34± ±10.42	121.67± ±4.25	1.408± ±0.169	0.88± ±0.06	201.08± ±121.02	97.91± ±45.91	30.28± ±9.01
Среднее по мужчинам	80.12± ±5.61	118.89± ±8.58	1.315± ±0.166	0.87± ±0.10	194.02± ±148.91	97.68± ±57.08	15.97± ±6.73

В предыдущих исследованиях получены определенные закономерности изменения нейровегетативного обеспечения у здоровых молодых людей при RIPC: урежение ритма сердца, некоторое преобладание вагусной активности, значительное увеличение показателей спектра ВРС – VLF и LF [1]. Эти изменения развивались в первые часы после ишемии и реперфузии, однако не давали полного ответа о механизмах положительного действия RIPC, так как было показано изменение биохимических процессов в тканях и крови после прекондиционирования. Исследования энтропийных показателей после прекондиционирования давали неоднозначный результат. В связи с этим были проведены исследования молодых людей, включая контрольную группу. Получены следующие результаты в динамике спектральных показателей ВРС с нагрузкой малой интенсивности (seven-test и гипервентиляция) и влияние RIPC на ортостаз (см. рис. 4). Результаты исследований показывают, что, несмотря

на значительные изменения спектральных характеристик, показатели энтропии при прекондиционировании у молодых людей не давали достоверных изменений. Эти результаты, прежде всего, связаны с низкой чувствительностью энтропийных показателей к изменениям амплитудных характеристик ВРС, то есть тех характеристик, которые являлись ведущими в динамике положительного действия RIPC.

### Обсуждение

Проблемы практических приложений нелинейных показателей variability ритма сердца в медицинских исследованиях, прежде всего, связаны с совершенно различным информационным содержанием этих показателей, которые они отражают. В модельных исследованиях показатели энтропии слабо связаны с энергетикой колебательных процессов и больше связаны со структурой ВРС. На практике эти два процесса тесно взаимосвязаны. В то же время DFA связан с динамикой изменения амплитудных значений ВРС. Богатство спектральной структуры ВРС, сочетается с высокой энергетикой и удовлетворительными адаптационными свойствами организма. И наоборот, тяжелое состояние больного или отрицательная динамика приводит не только к депрессии волновых процессов и их спектральной структуры, но и к депрессии показателей энтропии, которые чаще наблюдаются при сахарном диабете, осложненном полинейропатиями.

Отсутствие чувствительности энтропии к амплитудным и мощностным изменениям спектральных показателей ВРС по данным модельных исследований не дает возможность использовать энтропийные показатели в случаях, когда изменения амплитуды ВРС являются основным информативным показателем важных физиологических процессов или реакций ВРС, например, в случаях прекондиционирования.

Устойчивая симпато-адреналовая активация, как правило, является отрицательным показателем функционального состояния человека, которая ведет к резкому психоэмоциональному напряжению, повышению АД и может приводить к инсультам или инфарктам миокарда. Эта активация ведет к снижению показателей энтропии и спектральных значений ВРС [49]. Повышение резистентности организма к стрессовым нагрузкам и защите сердца и сосудов мозга наблюдается при каскаде ишемии-реперфузии конечностей (RIPC). Механизм этого явления не ясен. Наши исследования показали неоднозначный механизм этого воздействия, имеющие центральные и периферические аспекты вегетативного обеспечения [1]. Одним из интересных явлений RIPC является повышение мощности диапазона VLF спектра ВРС и урежения пульса, которые слабо отражаются в показателях энтропии. Эти информационные ограничения энтропии ВРС также отмечены в ряде исследований [50, 51].

Вместе с тем индивидуальный анализ нарушений нейровегетативной регуляции у пациентов с вегетососудистой дистонией (дисавтономией) даёт развернутую картину физиологических механизмов, дополненных изменениями показателей энтропии.

Энтропия отражает полиморфизм структуры ВРС, в частности, при сравнении здоровых молодых испытуемых и лиц с устойчивыми изменениями спектрального профиля.

Показатели энтропии снижаются от здоровых испытуемых, имевших наиболее высокие уровни энтропии (1.99), к лицам с доминированием дыхательных ритмов (1.7), далее – к 10-секундным ритмам (1.59) и далее – к волновой депрессии (0.45). То есть падение энтропии ВРС от богатой и многообразной спектральной структуры ВРС у молодых здоровых лиц к лицам, имеющим устойчивые 10-секундные ритмы и далее к лицам, имеющим волновую депрессию ВРС.

Создаётся впечатление, что значительное снижение энтропии ВРС чаще сопровождается выраженными клиническими проявлениями отрицательного прогноза болезни или её отрицательной динамики. Низкие показатели энтропии в сочетании со снижением вагусной активности (HF ВРС) сопутствуют поражению вегетативной нервной системы при сахарном диабете и формированию полинейропатии.

Могут ли показатели энтропии самостоятельно указывать на состояние здоровья или болезнь? Клинический опыт показывает о необходимости комплексной оценки состояния организма и прогноза развития патологии, прежде всего, в рамках нейрокардиальных моделей [52, 53].

Критическая оценка информативности энтропии в биологических системах была высказана известным биофизиком Г.Р. Иваницким в работе «XXI век, что такое жизнь с точки зрения физики» (2010), посвященной юбилею выхода книги Шредингера с аналогичным названием. В ней он утверждает: «энтропия – это слишком грубый усредненный параметр, для того чтобы с её помощью можно было бы охарактеризовать движение и развитие живых систем» [54].

Многочисленные медицинские наблюдения в сочетании с энтропийными характеристиками ВРС дают неоднозначные результаты в их клинической эффективности. Уровень энтропии критичен к снижению мощности колебательного процесса ВРС, несмотря на то, что модельные исследования говорят о том, что они независимы. Объяснение этого явления лежит в рамках физиологических закономерностей.

Снижение мощности колебательных процессов ВРС (HF, LF, VLF) и реактивности влечет за собой упрощение структуры ВРС, что влияет на энтропийные показатели.

Уровень тяжести патологии проявлялся как в энергетическом коллапсе, с одной стороны, так и в уменьшении сложности структуры, с другой.

Использование нелинейных показателей в характеристике физиологических систем имеет два аспекта: 1) повышение эффективности конкретных прогностических, диагностических показателей при той или иной патологии; 2) изменение общетеоретического взгляда на устойчивое функционирование организма и его систем на внешние воздействия и онтогенез.

Повышение диагностической эффективности энтропийных показателей ВРС требует совершенствования методов диагностики и поиска взаимосвязей с физиологическими и медицинскими признаками.

### **Заявление о конфликте интересов**

Авторы заявляют что настоящее исследование было проведено в отсутствие каких-либо коммерческих или финансовых отношений, которые могли бы быть истолкованы как потенциальные конфликты интересов.

## Библиографический список

1. Флейшман А. Н., Сулейман М.С., Шумейко Н.И., Халиулин И.Г. и др. Нейрогенные механизмы дистантного ишемического прекодиционирования у молодых здоровых людей // Сборник научных трудов VII Всероссийского симпозиума и V Школы-семинара с международным участием. Новокузнецк, 2015. С. 24–40.
2. Флейшман А.Н. и др. Ортостатическая тахикардия: диагностическое и прогностическое значение Very Low Frequency variability ритма сердца // Бюллетень сибирской медицины. 2014. Т. 13, № 4.
3. Task Force of the European Society of Cardiology et al. Heart rate variability standards of measurement, physiological interpretation, and clinical use // *Eur Heart J*. 1996. Vol. 17. P. 354–381.
4. *Sassi R. et al.* Advances in heart rate variability signal analysis: joint position statement by the e-Cardiology ESC Working Group and the European Heart Rhythm Association co-endorsed by the Asia Pacific Heart Rhythm Society // *Europace*. 2015. euv015.
5. *Lipsitz L.A., Goldberger A.L.* Loss of 'complexity' and aging: potential applications of fractals and chaos theory to senescence // *Jama*. 1992. Vol. 267, N 13. P. 1806–1809.
6. *Hardstone R. et al.* Detrended fluctuation analysis: A scale-free view on neuronal oscillations // *Scale-free Dynamics and Critical Phenomena in Cortical Activity*. 2012. P. 75.
7. *Mandelbrot B.B., Wallis J.R.* Computer experiments with fractional Gaussian noises: Part 2, rescaled ranges and spectra // *Water resources research*. 1969. Vol. 5, N 1. P. 242–259.
8. *Peng C.-K., Hausdorff J.M., Goldberger A.L.* Fractal mechanisms in neural control: Human heartbeat and gait dynamics in health and disease // In: *Self-Organized Biological Dynamics and Nonlinear Control* / Ed. J. Walleczek. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
9. <https://www.physionet.org/tutorials/fmnc/node3.html>
10. *Fang Wang, Qingju Fan, and H. Eugene Stanley.* Multiscale multifractal detrended-fluctuation analysis of two-dimensional surfaces // *Phys. Rev. E*. 2016. Vol. 93. 042213.
11. *Goldberger A.L. et al.* Fractal dynamics in physiology: alterations with disease and aging // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2002. Vol. 99, suppl 1. P. 2466–2472.
12. *Francis Darrel P., Willson K., Georgiadou P. et al.* Physiological basis of fractal complexity properties of heart rate variability in man // *J. Physiol*. 2002. Vol. 542, N 2. P. 619–629.
13. *Rojo-Álvarez J.L. et al.* Analysis of physiological meaning of detrended fluctuation analysis in heart rate variability using a lumped parameter model // *Computers in Cardiology. IEEE*. 2007. P. 25–28.
14. *West B.J.* Fractal physiology and the fractional calculus: a perspective // *Frontiers in physiology*. 2010. Vol. 1. P. 12.

15. *Ihlen E.A.F.* Introduction to multifractal detrended fluctuation analysis in Matlab //Fractal Analyses: Statistical And Methodological Innovations And Best Practices. 2012. P. 97.
16. *Eke A. et al.* Fractal characterization of complexity in temporal physiological signals //Physiological measurement. 2002. Vol. 23, N 1. P. R1.
17. *Pincus S.* Approximate entropy (ApEn) as a complexity measure //Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 1995. Vol. 5, N 1. P. 110–117.
18. *Richman J.S., Moorman J.R.* Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy //American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology. 2000. Vol. 278, N 6. H2039-H2049.
19. *Costa M., Goldberger A.L., Peng C.K.* Multiscale entropy analysis of complex physiologic time series //Physical review letters. 2002. Vol. 89, N 6. 068102.
20. *Costa M., Goldberger A. L., Peng C. K.* Multiscale entropy analysis of biological signals //Physical review E. 2005. Vol. 71. N 2. P. 021906.
21. *Costa M.D., Goldberger A.L.* Generalized multiscale entropy analysis: application to quantifying the complex volatility of human heartbeat time series //Entropy. 2015. Vol. 17, N 3. P. 1197–1203.
22. *Singh B., Bharti N.* Software tools for heart rate variability analysis //International Journal of Recent Scientific Research. 2015. Vol. 6, N 4. P. 3501–3506.
23. *Aktaruzzaman M., Sassi R.* Parametric estimation of sample entropy in heart rate variability analysis //Biomedical Signal Processing and Control. 2014. Vol. 14. P. 141–147.
24. *Zhang Y.C.* Complexity and 1/f noise. A phase space approach //Journal de Physique I. 1991. Vol. 1, N 7. P. 971–977.
25. *Gorban A.N.* Basic types of coarse-graining //Model Reduction and Coarse-Graining Approaches for Multiscale Phenomena. Springer Berlin Heidelberg, 2006. P. 117–176.
26. *Gorban A.N. et al.* Ehrenfest's argument extended to a formalism of nonequilibrium thermodynamics //Physical Review E. 2001. Vol. 63, N 6. 066124.
27. *Ehrenfest P., Ehrenfest T.* The conceptual foundations of the statistical approach in mechanics. Courier Corporation, 2002.
28. *Ji L. et al.* Analysis of short-term heart rate and diastolic period variability using a refined fuzzy entropy method //Biomedical engineering online. 2015. Vol. 14, N 1. P. 1.
29. *Ho Y.L. et al.* The prognostic value of non-linear analysis of heart rate variability in patients with congestive heart failure-a pilot study of multiscale entropy //PloS one. 2011. Vol. 6, N 4. e18699.
30. *Norris P.R., Stein P.K., Morris J.A.* Reduced heart rate multiscale entropy predicts death in critical illness: a study of physiologic complexity in 285 trauma patients //Journal of critical care. 2008. Vol. 23, N 3. P. 399–405.
31. *Tarvainen M.P. et al.* Complexity of heart rate variability in type 2 diabetes-effect of hyperglycemia // 35th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC). IEEE, 2013. P. 5558–5561.

32. *Minassian A. et al.* Heart rate variability characteristics in a large group of active-duty marines and relationship to posttraumatic stress // *Psychosomatic medicine*. 2014. Vol. 76, N 4. P. 292.
33. *Cancio L.C. et al.* Combat casualties undergoing lifesaving interventions have decreased heart rate complexity at multiple time scales // *Journal of critical care*. 2013. Vol. 28, N 6. P. 1093–1098.
34. *Young H., Benton D.* We should be using nonlinear indices when relating heart-rate dynamics to cognition and mood // *Scientific reports*. 2015. Vol. 5.
35. *Гончар И.А. и др.* Энтропия сердечного ритма – предиктор функционального исхода парциального инфаркта мозга в бассейне сонных артерий у пациентов с фибрилляцией предсердий // *Медицинские новости*. 2015. №1. С.41–46.
36. *Wessel N. et al.* Entropy measures in heart rate variability data // *International Symposium on Medical Data Analysis* // Springer Berlin Heidelberg. 2000. Pp. 78–87.
37. *Bienertová-Vašku J. et al.* Calculating Stress: From Entropy to a Thermodynamic Concept of Health and Disease // *PloS one*. 2016. Vol. 11, N 1. e0146667.
38. *McEwen B.S.* Stress, adaptation, and disease: Allostasis and allostatic load // *Annals of the New York Academy of Sciences*. 1998. Vol. 840, N 1. P. 33–44.
39. *Ganzel B.L., Morris P.A., Wethington E.* Allostasis and the human brain: Integrating models of stress from the social and life sciences // *Psychological review*. 2010. Vol. 117, N 1. P. 134.
40. *Куприянов Р.В., Жданов Р.И.* Стресс и аллостаз: проблемы, перспективы и взаимосвязь // *Журнал Высшей нервной деятельности им. И.П.Павлова*. 2014. Вып. 64, № 1. С. 21–31.
41. *Sterling P.* Allostasis: a model of predictive regulation // *Physiology & behavior*. 2012. Vol. 106, N 1. P. 5–15.
42. *Флейшман А.Н.* Вариабельность ритма сердца и медленные колебания гемодинамики: Нелинейные феномены в клинической практике. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2009.
43. *Флейшман А.Н.* Медленные колебания гемодинамики: Теория, практическое применение в клинической медицине и профилактике. Новосибирск: Сиб. предприятие РАН, 1999. 264 с.
44. *Anishchenko V.S. et al.* Comparative analysis of methods for classifying the cardiovascular system's states under stress // *Critical Reviews<sup>TM</sup> in Biomedical Engineering*. 2001. Vol. 29, N 3.
45. *McEwen B.S., Gianaros P.J.* Central role of the brain in stress and adaptation: links to socioeconomic status, health, and disease // *Annals of the New York Academy of Sciences*. 2010. Vol. 1186, N 1. P. 190–222.
46. *Долецкий А.Н.* Выраженность взаимосвязей сверхмедленных колебательных процессов в организме в качестве интегральной характеристики адаптации человека // *Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 11: Естественные науки*. 2014. № 4.
47. *Rebeca Goya Esteban.* Heart rate variability characterization using entropy measures. Dissertation submitted to the FEUP, Universidade do Porto in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science in Biomedical Engineering. 2008.

48. Манило Л.А., Зозуля Е.П. Исследование возможности применения аппроксимированной энтропии для анализа биосигналов // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2007. С. 3–9.
49. Silva L.E.V. et al. Multiscale entropy analysis of heart rate variability in heart failure, hypertensive and sinoaortic-denervated rats: Classical and refined approaches // American Journal of Physiology – Regulatory, Integrative and Comparative Physiology. 2016. С. ajpregu. 00076.
50. Weippert M. et al. Sample entropy and traditional measures of heart rate dynamics reveal different modes of cardiovascular control during low intensity exercise // Entropy. 2014. Vol. 16, N 11. P. 5698–5711.
51. Al-Angari H.M., Sahakian A.V. Use of sample entropy approach to study heart rate variability in obstructive sleep apnea syndrome //IEEE Transactions on Biomedical Engineering. 2007. Vol. 54, N 10. P. 1900–1904.
52. Thayer J.F., Lane R.D. Claude Bernard and the heart-brain connection: Further elaboration of a model of neurovisceral integration //Neuroscience & Biobehavioral Reviews. 2009. Vol. 33, N 2. P. 81–88.
53. Vargas B. et al. What Can Biosignal Entropy Tell Us About Health and Disease? Applications in Some Clinical Fields //Nonlinear dynamics, psychology, and life sciences. 2015. Vol. 19, N 4. P. 419–436.
54. Иваницкий Г.П. XXI век: что такое жизнь с точки зрения физики // Успехи физических наук. 2010. Т. 180, №. 4. С. 337–369.

*Поступила в редакцию 3.10.2016*

**ENTROPY AND DFA OF HEART RATE VARIABILITY IN REMOTE ISCHEMIC PRECONDITIONING, ORTHOSTATIC TEST IN HEALTHY YOUNG SUBJECTS AND IN INDIVIDUALS WITH CHANGES IN AUTONOMIC REGULATION OF CARDIODYNAMICS**

*A. N. Fleishman<sup>1</sup>, T. V. Korablina<sup>2</sup>, E. S. Smagina<sup>2</sup>,  
S. A. Petrovskiy<sup>1</sup>, D. E. Ioven<sup>2</sup>, A. A. Neretin<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Research Institute for Complex Problems of Hygiene and Occupational diseases  
Kutuzova, 23, 654041 Kemerovo region, Novokuznetsk, Russia

<sup>2</sup>Siberian State Industrial University

Kirova, 42, 654041 Kemerovo region, Novokuznetsk, Russia

E-mail: anf937@mail.ru, kortv07@bk.ru, smagina.katya2911@gmail.com,  
staspetrovskiy@yandex.ru, exhiit@gmail.com, hawktrike@gmail.com

There was conducted the research of comparative physiological assessment in nonlinear analysis methods of heart rate variability (HRV): the approximate entropy (ApEn), sample entropy (SampEn), multiscale entropy (MSE) and detrended fluctuation analysis (DFA) in case of remote ischemic preconditioning (RIPC) and orthostatic test both in healthy young subjects and individuals with autonomic regulation imbalance. The purpose of this work was to raise awareness of the researches as well as disclosing the mechanisms of non-pharmacological methods in heart and brain protection from damage and stress.

The main tasks included: 1) a model study of the relations between amplitude and structural HRV features regarding the entropy indexes and DFA; 2) a comparative study in the properties of ApEn, SampEn, MSE of heart rate variability (HRV); 3) the research of many features of

entropy and DFA indicators of HRV in the context of RIPC, orthostatic test and autonomic regulation changes.

The artificially generated wave signals were used in the model studies. It was revealed that the changes in amplitude and power of the oscillatory processes were not associated with entropy indicators. The results of the model research were extrapolated to the data of HRV and heart rate.

During comparative studies of ApEn, SampEn, MSE there was defined the optimum length indicators ( $m$ ) of the compared sequences in the studied time series. The acceptable deviation of the resulting parameter  $r$  for ApEn, SampEn, MSE, a scaling factor for MSE, as well as the advantages and disadvantages of different methods in the analysis of entropy of HRV.

Physiological applications of the developed methods were studied in 34 subjects of young age (19–25 years) in the dynamic load tests within RIPC and in 75 individuals with altered autonomic regulation. We evaluated the effects of RIPC to orthostatic test. The indicators of the functional state were represented by ten indexes of HRV spectra, heart rate, blood pressure and nonlinear dynamics (ApEn, SampEn, MSE, DFA). The results were compared to the dynamics of the spectral parameters during SHAM procedure. The significance of differences was assessed based on paired Student's  $t$ -test.

In dynamics of the load tests as well as orthostatic test the reactive changes in the structure of cardiodynamics were best reflected in the indicators of SampEn and MSE whereas ApEn didn't do as well. Moreover, the changes in the indices of entropy and DFA had the opposite direction during orthostatic test.

It was established that ApEn, SampEn and MSE can suppress noise. These properties were expressed in a form of increased information value for prognostic criteria in changes of autonomic profile, namely, in cases of isolated decrease in LF and HF and increase in heart rate, which were previously regarded as contradictory criteria of energy deficit states. A marked reduction in entropy of HRV increased the validity of negative prognosis for the patients suffering from diabetes mellitus or polyneuropathy.

The absence of a direct dependence of the entropy indicators in the oscillatory processes power of HRV will reduce the information value in indices of entropy regarding the assessment of cardiodynamics in RIPC, because the strengthening in the power of HRV is one of the leading signs for positive dynamics in RIPC.

The study results interpretation was based on the capabilities of modern research methods and new theoretical views on the body functioning and transition process from health to disease.

*Ключевые слова:* Approximate entropy, multiscale entropy, sample entropy, remote ischemic preconditioning, heart rate variability, orthostatic test, detrended fluctuation analysis.

DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-5-37-61

*Paper reference:* Fleishman A.N., Korablina T.V., Smagina E.S., Petrovskiy S.A., Ioven D.E., Neretin A.A. Entropy and DFA of heart rate variability in remote ischemic preconditioning, orthostatic test in healthy young subjects and in individuals with changes in autonomic regulation of cardiodynamics // *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2016. Vol. 24. Issue 5. P. 37–61.

## References

1. *Fleishman A.N., Suleiman M.S., Shumeyko N.I. Khaliulin I.G., et al.* Neurogenic mechanisms of remote ischemic preconditioning in young healthy people // *Sbornik nauchnyh trudov VII Vserossijskogo simpoziuma i V Shkoly-seminara s mezhdunarodnym uchastiem*. Novokuznetsk, 2015. P. 24 – 40. (In Russian).
2. *Fleishman A.N. et al.* Orthostatic tachycardia: diagnostic and prognostic value of Very Low Frequency of heart rate variability // *Bjulleten' sibirskoj mediciny*. 2014. Vol. 13, N. 4. (In Russian).



3. Task Force of the European Society of Cardiology et al. Heart rate variability standards of measurement, physiological interpretation, and clinical use // *Eur Heart J*. 1996. Vol. 17. P. 354–381.
4. *Sassi R. et al.* Advances in heart rate variability signal analysis: joint position statement by the e-Cardiology ESC Working Group and the European Heart Rhythm Association co-endorsed by the Asia Pacific Heart Rhythm Society // *Europace*. 2015. euv015.
5. *Lipsitz L.A., Goldberger A.L.* Loss of 'complexity' and aging: potential applications of fractals and chaos theory to senescence // *Jama*. 1992. Vol. 267, N 13. P. 1806–1809.
6. *Hardstone R. et al.* Detrended fluctuation analysis: A scale-free view on neuronal oscillations // *Scale-free Dynamics and Critical Phenomena in Cortical Activity*. 2012. P. 75.
7. *Mandelbrot B.B., Wallis J.R.* Computer experiments with fractional Gaussian noises: Part 2. Rescaled ranges and spectra // *Water resources research*. 1969. Vol. 5, N 1. P. 242–259.
8. *Peng C.-K., Hausdorff J.M., Goldberger A.L.* Fractal mechanisms in neural control: Human heartbeat and gait dynamics in health and disease // In: *Self-Organized Biological Dynamics and Nonlinear Control* / Ed. J. Walleczek. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
9. <https://www.physionet.org/tutorials/fmnc/node3.html>
10. *Fang Wang, Qingju Fan, and H. Eugene Stanley.* Multiscale multifractal detrended-fluctuation analysis of two-dimensional surfaces // *Phys. Rev. E*. 2016. Vol. 93. 042213.
11. *Goldberger A.L. et al.* Fractal dynamics in physiology: alterations with disease and aging // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2002. Vol. 99, suppl 1. P. 2466–2472.
12. *Francis Darrel P., Willson K., Georgiadou P. et al.* Physiological basis of fractal complexity properties of heart rate variability in man // *J. Physiol*. 2002. Vol. 542, N 2. P. 619–629.
13. *Rojo-Álvarez J.L. et al.* Analysis of physiological meaning of detrended fluctuation analysis in heart rate variability using a lumped parameter model // *Computers in Cardiology. IEEE*. 2007. P. 25–28.
14. *West B.J.* Fractal physiology and the fractional calculus: a perspective // *Frontiers in physiology*. 2010. Vol. 1. P. 12.
15. *Ihlen E.A.F.* Introduction to multifractal detrended fluctuation analysis in Matlab // *Fractal Analyses: Statistical And Methodological Innovations And Best Practices*. 2012. P. 97.
16. *Eke A. et al.* Fractal characterization of complexity in temporal physiological signals // *Physiological measurement*. 2002. Vol. 23, N 1. P. R1.
17. *Pincus S.* Approximate entropy (ApEn) as a complexity measure // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 1995. Vol. 5, N 1. P. 110–117.
18. *Richman J.S., Moorman J.R.* Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy // *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology*. 2000. Vol. 278, N 6. H2039-H2049.

19. *Costa M., Goldberger A.L., Peng C.K.* Multiscale entropy analysis of complex physiologic time series //Physical review letters. 2002. Vol. 89, N 6. 068102.
20. *Costa M., Goldberger A. L., Peng C. K.* Multiscale entropy analysis of biological signals //Physical review E. 2005. Vol. 71. N 2. P. 021906.
21. *Costa M.D., Goldberger A.L.* Generalized multiscale entropy analysis: application to quantifying the complex volatility of human heartbeat time series //Entropy. 2015. Vol. 17, N 3. P. 1197–1203.
22. *Singh B., Bharti N.* Software tools for heart rate variability analysis //International Journal of Recent Scientific Research. 2015. Vol. 6, N 4. P. 3501–3506.
23. *Aktaruzzaman M., Sassi R.* Parametric estimation of sample entropy in heart rate variability analysis //Biomedical Signal Processing and Control. 2014. Vol. 14. P. 141–147.
24. *Zhang Y.C.* Complexity and  $1/f$  noise. A phase space approach // Journal de Physique I. 1991. Vol. 1, N 7. P. 971–977.
25. *Gorban A.N.* Basic types of coarse-graining //Model Reduction and Coarse-Graining Approaches for Multiscale Phenomena. Springer Berlin Heidelberg, 2006. P. 117–176.
26. *Gorban A.N. et al.* Ehrenfest's argument extended to a formalism of nonequilibrium thermodynamics //Physical Review E. 2001. Vol. 63, N 6. 066124.
27. *Ehrenfest P., Ehrenfest T.* The conceptual foundations of the statistical approach in mechanics. Courier Corporation, 2002.
28. *Ji L. et al.* Analysis of short-term heart rate and diastolic period variability using a refined fuzzy entropy method //Biomedical engineering online. 2015. Vol. 14, N 1. P. 1.
29. *Ho Y.L. et al.* The prognostic value of non-linear analysis of heart rate variability in patients with congestive heart failure—a pilot study of multiscale entropy //PloS one. 2011. Vol. 6, N 4. e18699.
30. *Norris P.R., Stein P.K., Morris J.A.* Reduced heart rate multiscale entropy predicts death in critical illness: a study of physiologic complexity in 285 trauma patients //Journal of critical care. 2008. Vol. 23, N 3. P. 399–405.
31. *Tarvainen M.P. et al.* Complexity of heart rate variability in type 2 diabetes—effect of hyperglycemia //2013 35th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC). IEEE, 2013. P. 5558–5561.
32. *Minassian A. et al.* Heart rate variability characteristics in a large group of active-duty marines and relationship to posttraumatic stress //Psychosomatic medicine. 2014. Vol. 76, N 4. P. 292.
33. *Cancio L.C. et al.* Combat casualties undergoing lifesaving interventions have decreased heart rate complexity at multiple time scales //Journal of critical care. 2013. Vol. 28, N 6. P. 1093–1098.
34. *Young H., Benton D.* We should be using nonlinear indices when relating heart-rate dynamics to cognition and mood //Scientific reports. 2015. Vol. 5.
35. *Gonchar I.A., et al.* Entropy of heart rate is a predictor of the functional outcome in partial cerebral infarction in blood-pool of carotid arteries in patients with atrial fibrillation //Meditsinskie novosti. 2015. N1. P.41–46 (In Russian).
36. *Wessel N. et al.* Entropy measures in heart rate variability data //International Sym-

- posium on Medical Data Analysis // Springer Berlin Heidelberg. 2000. P. 78–87.
37. *Bienertová-Vašku J. et al.* Calculating Stress: From Entropy to a Thermodynamic Concept of Health and Disease // *PloS one*. 2016. Vol. 11, N 1. e0146667.
  38. *McEwen B.S.* Stress, adaptation, and disease: Allostasis and allostatic load // *Annals of the New York Academy of Sciences*. 1998. Vol. 840, N 1. P. 33–44.
  39. *Ganzel B.L., Morris P.A., Wethington E.* Allostasis and the human brain: Integrating models of stress from the social and life sciences // *Psychological review*. 2010. Vol. 117, N 1. P. 134.
  40. *Kupriianov R.V., Zhdanov R.I.* Stress and allostasis: Problems, outlooks and relationships // *Zhurnal Vysshei Nervnoi Deyatel'nosti imeni I.P. Pavlova*. 2014. Vol. 64, N 1. P. 21–31. (In Russian).
  41. *Sterling P.* Allostasis: a model of predictive regulation // *Physiology & behavior*. 2012. Vol. 106, N 1. Pp. 5–15.
  42. *Fleishman A.N.* Heart Rate Variability and Slow Oscillations in Hemodynamics: Nonlinear Phenomena in Clinical Practice. Novosibirsk: Publishing house of SB RAS, 2009 (in Russian).
  43. *Fleishman A.N.* Slow Oscillations of Hemodynamics. Theory, Practical Application in Clinical Medicine and Prevention. Novosibirsk: Sib. predpriyat'ie RAN, 1999 (in Russian).
  44. *Anishchenko V.S. et al.* Comparative analysis of methods for classifying the cardiovascular system's states under stress // *Critical Reviews<sup>TM</sup> in Biomedical Engineering*. 2001. Vol. 29, N 3.
  45. *McEwen B.S., Gianaros P.J.* Central role of the brain in stress and adaptation: links to socioeconomic status, health, and disease // *Annals of the New York Academy of Sciences*. 2010. Vol. 1186, N 1. Pp. 190–222.
  46. *Doletskiy A.N.* The intensity of the relationships of very slow oscillatory processes in the body as an integral characteristic of human adaptation // *Bulletin of Volgograd State University. Series 11: Natural sciences*. 2014. N 4 (in Russian).
  47. *Rebeca Goya Esteban.* Heart rate variability characterization using entropy measures. Dissertation submitted to the FEUP, Universidade do Porto in Partial Fulfillment of the requirements for the Degree of Master of Science in Biomedical Engineering. 2008.
  48. *Manilo L.A., Zozulya E.P.* Research of the possibility of using approximate entropy to analyze biosignals // *Bulletin of the Saint Petersburg State Institute of Technology (Technical University)*. 2007. P. 3–9. (In Russian).
  49. *Silva L.E.V. et al.* Multiscale entropy analysis of heart rate variability in heart failure, hypertensive and sinoaortic-denervated rats: classical and refined approaches // *American Journal of Physiology-Regulatory, Integrative and Comparative Physiology*. 2016. C. ajpregu. 00076.2016.
  50. *Weippert M. et al.* Sample entropy and traditional measures of heart rate dynamics reveal different modes of cardiovascular control during low intensity exercise // *Entropy*. 2014. Vol. 16, N 11. P. 5698–5711.
  51. *Al-Angari H.M., Sahakian A.V.* Use of sample entropy approach to study heart rate variability in obstructive sleep apnea syndrome // *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. 2007. Vol. 54, N 10. P. 1900–1904.

52. *Thayer J.F., Lane R.D.* Claude Bernard and the heart-brain connection: Further elaboration of a model of neurovisceral integration // *Neuroscience & Biobehavioral Reviews*. 2009. Vol. 33, N 2. P. 81–88.
53. *Vargas B. et al.* What can biosignal entropy tell us about health and disease? Applications in some clinical fields // *Nonlinear dynamics, psychology, and life sciences*. 2015. Vol. 19, N 4. P. 419–436.
54. *Ivanitskii G.R.* 21st century: What is life from the perspective of physics? // *Physics-Usp*. 2010. Vol.53. P.327–356.

*Арнольд Наумович Флейшман* – родился в Омске (1937). Окончил Омский медицинский институт (1960). Защитил кандидатскую диссертацию в Институте нейрохирургии им. Бурденко АМН (Москва, 1972), посвященную нейрофизиологической диагностике родовой черепно-мозговой травмы. С 1973 года – старший научный сотрудник Новосибирского НИИТО. В 1977 году организовал и возглавил лабораторию прикладной физиологии НИИ КППЗ СО РАМН. Защитил докторскую диссертацию, посвященную медленным колебательным процессам гемодинамики (2000). Под руководством А.Н. Флейшмана выполнено 6 крупных научных исследовательских тем СО АМН, результаты одной из которых получили всесоюзное внедрение. Автор более 200 печатных работ, в том числе 2 монографии, 6 патентов. Заслуженный деятель науки и образования РАЕН, невролог, эпилептолог, доктор медицинских наук, профессор, руководитель лаборатории физиологии медленных волновых процессов. Член международного общества «Society for Chaos Theory on Psychology and Life Sciences» (с 2011 года). Участник международных конференций, симпозиумов в Праге (Чехия), Комо (Италия), Йена и Берлин (Германия), Белград (Сербия). Под руководством А.Н. Флейшмана защищено 3 кандидатские диссертации и готовится к защите еще 3 кандидатские и одна докторская. Является организатором 6 всероссийских конференций с международным участием, посвященных медленным колебательным процессам в организме человека и теоретическим и практическим аспектам нелинейной динамики в физиологии и медицине. В 2004 году решением Коллегии экспертов Американского биографического института А.Н. Флейшман признан ЧЕЛОВЕКОМ ГОДА-2004. Научная биография внесена в издание *Professional Contemporary Who's who 2004–2005 гг.*, в издании этого же института. 2007 – Международная награда: Золотая медаль для России Флейшману А.Н. за вклад в международное сотрудничество и научные достижения (февраль 2007, Американский Биографический Институт).



654007 Кемеровская область, Новокузнецк, ул. Кутузова, 23  
 НИИ комплексных проблем гигиены и профессиональных заболеваний СО РАМН  
 E-mail: anf937@mail.ru  
 Сайт: www.neiomed-nk.ru

*Кораблина Татьяна Валентиновна* - окончила Новосибирский электротехнический институт (1987). Один год работала в Институте теоретической и прикладной механики СО РАН СССР. С 1988 года по настоящее время работает в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального обучения «Сибирский государственный индустриальный университет» на кафедре систем информатики и управления. В 1998 году защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук «Имитация и прогноз рядов данных с многовариантной динамикой при автоматизации металлургических объектов», в 2001 году присвоено ученое звание доцента. Автор более 70 научных и 33 учебно-методических работ.



654007 Кемеровская область, Новокузнецк, ул. Бардина, 25  
 Сибирский государственный индустриальный университет  
 E-mail: kortv07@bk.ru  
 Сайт: www.sibsiu.ru



*Смагина Екатерина Сергеевна* – родилась в 1994 году. Окончила Сибирский государственный индустриальный университет по программе бакалавриата «Прикладная информатика». Тема выпускной квалификационной работы «Исследование методов анализа энтропии variability ритма сердца для оценки функционального состояния человека», выполненная на базе лаборатории физиологии медленноволновых процессов НИИ КППГЗ. В настоящее время проходит обучение по программе магистратуры «Прикладная информатика», профиль: «Корпоративные информационные системы».

654007 Кемеровская область, Новокузнецк, ул. Бардина, 25  
СибГИУ, Сибирский государственный индустриальный университет  
E-mail: smagina.katya2911@gmail.com  
Сайт: www.sibsiu.ru



*Петровский Станислав Альфредович* – родился в Новокузнецке (1987), окончил Санкт-Петербургский институт внешнеэкономических связей экономики и права (2010). После окончания ИВЭСЭП работает младшим научным сотрудником в НИИ комплексных проблем гигиены и профессиональных заболеваний. Участник международного симпозиума по нейрокардиологии «Neurocard – 2013» (Сербия).

654007 Кемеровская область, Новокузнецк, ул. Кутузова, 23  
НИИ комплексных проблем гигиены и профессиональных заболеваний СО РАМН  
E-mail: staspetrovskiy@yandex.ru  
Сайт: www.neiromed-nk.ru



*Иовин Денис Евгеньевич* – родился в 1995 году, окончил ФГБОУ ВО «Сибирский государственный индустриальный университет» по программе бакалавриата «Прикладная информатика» (2016). Тема выпускной квалификационной работы «Исследование механизмов прекондиционирования методами спектрального анализа variability ритма сердца у молодых людей», выполненная на базе лаборатории физиологии медленноволновых процессов НИИ КППГЗ. В настоящее время проходит обучение по программе магистратуры «Прикладная информатика», профиль «Корпоративные информационные системы».

654007 Кемеровская область, Новокузнецк, ул. Бардина, 25  
Сибирский государственный индустриальный университет  
E-mail: exhiit@gmail.com  
Сайт: www.sibsiu.ru



*Неретин Артём Андреевич* – родился в 1994 году. Окончил ФГБОУ ВО «Сибирский государственный индустриальный университет» по программе бакалавриата «Прикладная информатика» (2016). Тема выпускной квалификационной работы «Автоматизированная информационная система с модулем медицинской онлайн-консультации», выполненная на базе лаборатории физиологии медленноволновых процессов НИИ КППГЗ. В настоящее время проходит обучение по программе магистратуры «Прикладная информатика», профиль «Корпоративные информационные системы». С 2015 года работает инженером в лаборатории физиологии медленноволновых процессов НИИ КППГЗ. Опубликовано три научных статьи.

654007 Кемеровская область, Новокузнецк, ул. Бардина, 25  
Сибирский государственный индустриальный университет  
E-mail: hawktrike@gmail.com  
Сайт: www.neiromed-nk.ru



## К НЕЛИНЕЙНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕОРИИ ДВУХЛУЧЕВОЙ ЛАМПЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ И ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВОЙ ЛАМПЫ: ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ\*

С. С. Волощук

Национальный исследовательский  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83  
E-mail: ss.voloshchuk@gmail.com

Приведен вариант построения нелинейной нестационарной теории двухлучевой лампы бегущей волны с попутными потоками, основанный на нелинейной теории лампы бегущей волны с одним электронным пучком.

Необходимость построения теории двухлучевой лампы бегущей волны возникла в связи с исследованием электронно-волновой лампы. Электронно-волновая лампа состоит из входного, выходного устройства и пространства дрейфа, где взаимодействуют два электронных потока. Во входном устройстве происходит модуляция электронных пучков, которые взаимодействуют между собой в пространстве дрейфа благодаря явлению двухлучевой неустойчивости. В качестве входного и выходного устройства можно использовать отрезки спирали, таким образом, входное и выходное устройства будут являться короткими секциями двухлучевой ЛБВ. Электронно-волновая лампа из-за отсутствия замедляющей системы является перспективным прибором для продвижения в терагерцовую область.

Цель данной работы состоит в построении нелинейной нестационарной теории двухлучевой ЛБВ с попутными пучками. В настоящее время существует много работ, посвященных двухлучевой неустойчивости, гораздо меньше работ посвящены конкретным двухлучевым приборам, причем ни одна из них не рассматривает нестационарные модели.

Полученная в работе система уравнений решалась численно, методом частиц в ячейках. Проведено тестовое сравнение результатов построенной теории с нелинейными уравнениями электронно-волновой лампы, которое показало корректность выведенных уравнений. Приведено сравнение работы двухлучевой ЛБВ и электронно-волновой лампы в нестационарной области рабочих параметров и в области интерференции. Приведено сравнение электронно-волновой лампы, в которой входное и выходное устройства моделируются секциями ЛБВ, с двухлучевой ЛБВ такой же длины.

*Ключевые слова:* Двухпучковая неустойчивость, электронно-волновая лампа, двухлучевая лампа бегущей волны.

DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-5-62-71

*Ссылка на статью:* Волощук С.С. К нелинейной нестационарной теории двухлучевой лампы бегущей волны и электронно-волновой лампы: Основные уравнения и некоторые результаты расчетов // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2016. Т. 24, № 5. С. 62–71.

\*Работа написана по материалам доклада «Некоторые результаты нелинейной нестационарной теории двухлучевой лампы бегущей волны и электронно-волновой лампы» на XI международной школе «Хаотические автоколебания и образование структур», 3–7.10.2016, Саратов, Россия.

## Введение

В настоящее время растет интерес к устройствам, которым раньше уделялось мало внимания из-за технологических ограничений, связанных с их изготовлением. Одним из таких устройств является электронно-волновая лампа (ЭВЛ). Благодаря своей конструкции электронно-волновая лампа является перспективным прибором для продвижения в терагерцовую область. Особенностью ЭВЛ является отсутствие замедляющей системы: она состоит из входного, выходного устройств и пространства дрейфа, в котором происходит взаимодействие между двумя электронными потоками.

Таким образом, лампу можно разделить на две области: область дрейфа, где происходит взаимодействие пучков, и области, где происходит ввод и вывод энергии – входное и выходное устройства.

Для пространства дрейфа предложено несколько теорий, например, в работе [1] – линейная теория для попутных и встречных пучков, [2, 3] – нелинейная теория для попутных пучков; в предыдущей работе автора [4] были получены уравнения для нелинейного нестационарного случая попутных и встречных пучков.

В качестве входного и выходного устройств будем рассматривать короткую секцию двухлучевой лампы бегущей волны (ЛБВ). Для двухлучевой ЛБВ предложена нелинейная стационарная теория [5]. Цель данной работы состоит в создании нелинейной нестационарной модели двухлучевой ЛБВ для моделирования входного и выходного устройства в ЭВЛ.

## Построение теории

Для построения нестационарной теории воспользуемся идеологией нелинейной стационарной теории лампы бегущей волны, представленной, например, в [6–8]. Напомним, что эта теория построена в следующих предположениях:

- движение электронов одномерно;
- электроны движутся только в одну сторону, то есть невозможен их разворот, но возможен обгон;
- движение электронов нерелятивистское;
- в замедляющей системе возбуждается только одна гармоника поля;
- замедляющая система идеально согласована.

В безразмерных переменных уравнения для этой модели записываются в следующем виде (см., например, [6–8]):

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \left(1 + C_0 \frac{\partial u}{\partial x}\right)^3 (\operatorname{Re}(F e^{ju}) + F_q), \\ \frac{\partial F}{\partial x} + jbF &= -(1 + bC_0)^2 I(x), \\ I(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-ju} du_0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $x$  – безразмерная координата;  $u = \omega t - \beta_e x$  – фаза крупной частицы;  $F$  – поле волны в замедляющей системе;  $F_q$  – поле пространственного заряда;  $C_0$  – параметр

усиления;  $b = -(v_\phi - v_0)/(v_\phi C_0)$ , где  $v_\phi$  – фазовая скорость волны,  $v_0$  – начальная скорость электронов (в дальнейших уравнениях для двух пучков под  $v_0$  будем понимать среднеарифметическое значение начальных скоростей потоков);  $I$  – первая гармоника тока;  $\omega$  – круговая частота;  $j$  – мнимая единица.

Для случая двух пучков записываются два уравнения движения, в которых слабое  $F_q$  для каждого уравнения удобно взять из стационарной нелинейной теории двухлучевой электронной лампы [6,7]. Тогда для первого и второго пучка выражение для поля записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} F_{q1} &= \frac{j_{10}\lambda_{11}(x, t_0) + j_{20}\lambda_{21}(x, t_0)}{j_{10} + j_{20}}, \\ F_{q2} &= \frac{j_{10}\lambda_{12}(x, t_0) + j_{20}\lambda_{22}(x, t_0)}{j_{10} + j_{20}}, \\ \lambda_{kj}(x, t_0) &= \int_0^{2\pi} D_{kj} \left( \omega t_k \left( x, \frac{t'_0}{\omega} \right) - \omega t_j \left( x, \frac{t_0}{\omega} \right) \right) dt'_0, \\ D_{kj}(x) &= \frac{\pi - x}{2\pi}. \end{aligned} \quad (2)$$

Таким образом, может быть получена система уравнений, описывающая стационарный случай системы двух взаимодействующих электронных потоков, движущихся вдоль замедляющей системы, по которой может распространяться электромагнитная волна.

Нестационарные уравнения можно получить, применяя феноменологический метод, описанный, например, в [9]. Он заключается в замене оператора  $d/dx$  в уравнении возбуждения

$$\frac{d}{dx} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t}, \quad (3)$$

где  $v = V/v_0$  – безразмерная групповая скорость электромагнитной волны, нормированная на  $v_0$ , и в уравнении движения

$$\frac{d}{dx} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t}. \quad (4)$$

Для простоты считаем параметр  $C_0$  малым и  $b = -v_\phi - v_0/v_\phi$ , так что окончательно уравнения примут вид

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} \right)^2 u_1 &= - \left( \operatorname{Re} (F e^{ju_1}) + \frac{j_{10}\lambda_{11}(x, t_0) + j_{20}\lambda_{21}(x, t_0)}{j_{10} + j_{20}} \right), \\ \left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} \right)^2 u_2 &= - \left( \operatorname{Re} (F e^{ju_2}) + \frac{j_{10}\lambda_{12}(x, t_0) + j_{20}\lambda_{22}(x, t_0)}{j_{10} + j_{20}} \right), \\ \frac{1}{v} \frac{\partial F}{\partial t} - \frac{\partial F}{\partial x} + jrF &= -(1+b)^2 (I_1 + I_2), \\ I(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-ju} du_0, \\ \lambda_{kj}(x, t_0) &= \int_0^{2\pi} D_{kj} \left( \omega t_k \left( x, \frac{t'_0}{\omega} \right) - \omega t_j \left( x, \frac{t_0}{\omega} \right) \right) dt'_0, \\ D_{kj}(x) &= \frac{\pi - x}{2\pi}. \end{aligned} \quad (5)$$



Переходя от производных к конечно-разностным соотношениям, можно получить удобные выражения для численного решения. Для этого введем функцию  $v = \partial u / \partial t + \partial u / \partial x$ . Тогда уравнение движения запишется в следующем виде:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} = -f(\lambda). \quad (6)$$

Переходя к конечно-разностным соотношениям в этом уравнении, получим

$$\frac{v(x, t + \Delta t) - v(x, t)}{\Delta t} + \frac{v(x + \Delta x, t) - v(x, t)}{\Delta x} = -f(\lambda), \quad (7)$$

$$v(x + \Delta x, t) = v(x, t) - \frac{\Delta x}{\Delta t} (v(x, t + \Delta t) - v(x, t)) - \Delta x \cdot f(\lambda)$$

Аналогично последнему выражению записывается выражение для  $u$  и  $F$ .

### **Проверка модели. Сравнение с известными результатами для электронно-волновой лампы**

Очень важно убедиться в корректности полученных уравнений. Наиболее близки к ним уже упомянутые уравнения нелинейной теории двухлучевой электронной лампы [2], результаты решения которых приведены в работе [3].

Для сравнения с результатами из [3] уберем из полученной нами системы уравнение возбуждения и, решая оставшиеся при одинаковых с [3] параметрах, построим графики траекторий электронов (рис. 1) и распределения тока (рис. 2).

Построенные графики (см. рис. 1 и 2) достаточно близки, что позволяет говорить о том, что нестационарная модель построена корректно, по крайней мере, для случая ЭВЛ.

В линейной теории ЭВЛ можно выделить две области рабочих параметров: область неустойчивости и область интерференции. Область неустойчивости характеризуется существованием экспоненциально возрастающей парциальной волны. В области интерференции существует четыре парциальные волны с постоянной амплитудой.

Для нестационарной модели ЭВЛ, как и в работе [4], можно построить кривые распределения тока в области двухпучковой неустойчивости и в области интерференции (рис. 3). Верхние графики на рис. 3 соответствуют области неустойчивости, так как наблюдается постоянный рост тока, нижние можно считать областью интерференции. Однако линейная модель не учитывает обгон электронов, который играет большую роль в этом случае. Прямое сравнение с линейной моделью ЭВЛ [4] затруднительно из-за использования разных способов введения безразмерных величин.

Возвращая теперь в нестационарную модель уравнение возбуждения, можно находить для лампы бегущей волны с двумя потоками (ЛБВЭВЛ) зависимости от тех же параметров, но с учетом влияния замедляющей системы для области неустойчивости (рис. 4) и области интерференции (рис. 5). Распределения токов для ЛБВЭВЛ на рис. 4 и 5 приведены в сравнении с распределениями токов для ЭВЛ.

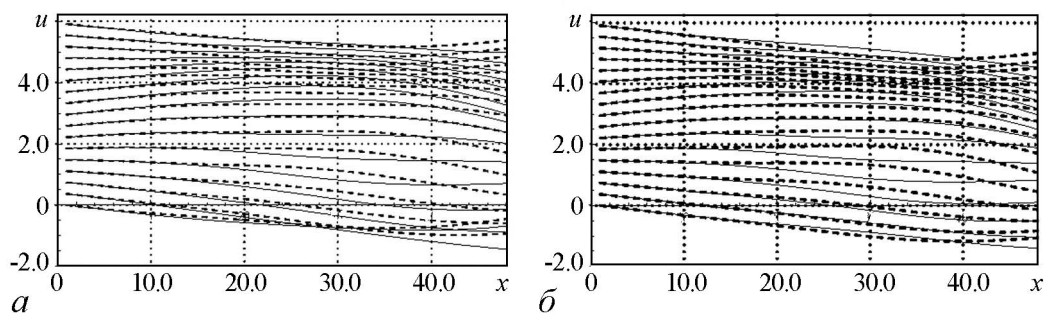


Рис. 1. Сравнение траекторий электронов для модели ЭВЛ [3] (а) и нестационарной модели (б); сплошной линией показаны траектории электронов первого пучка, прерывистой – второго

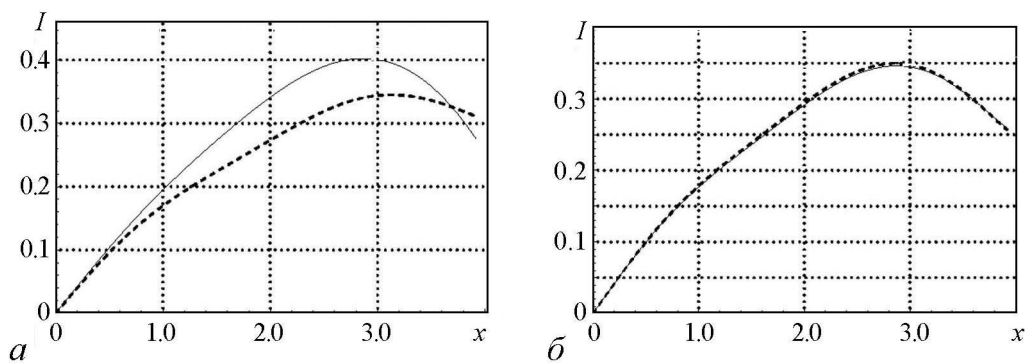


Рис. 2. Сравнение распределений токов для модели ЭВЛ [3] (а) и нестационарной модели (б); сплошной линией показано распределение плотности тока первого пучка, прерывистой – второго

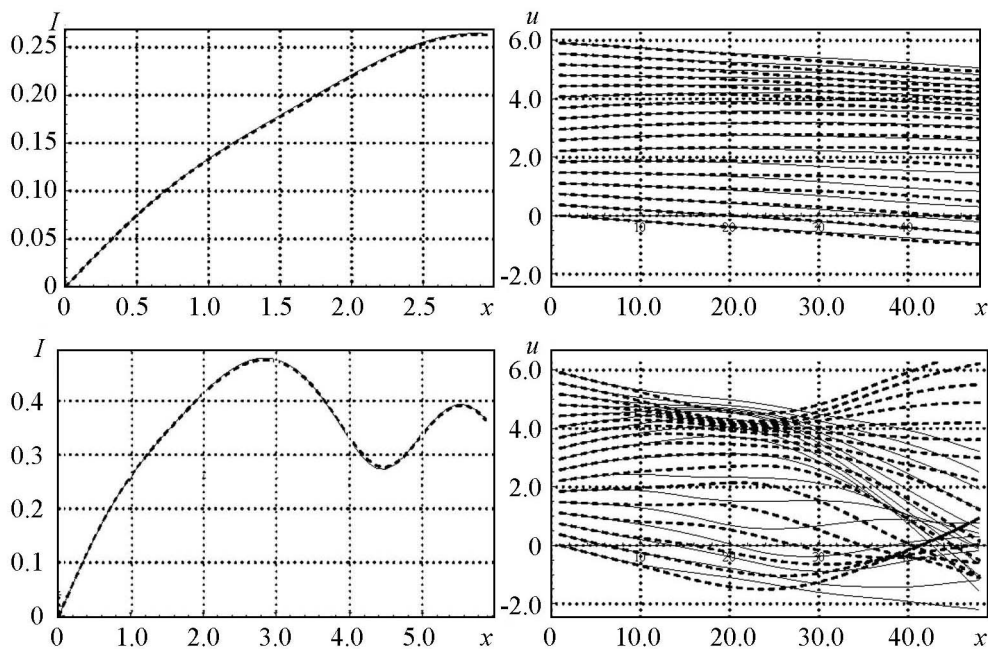


Рис. 3. Область неустойчивости (сверху) и область интерференции (снизу) в нестационарной модели

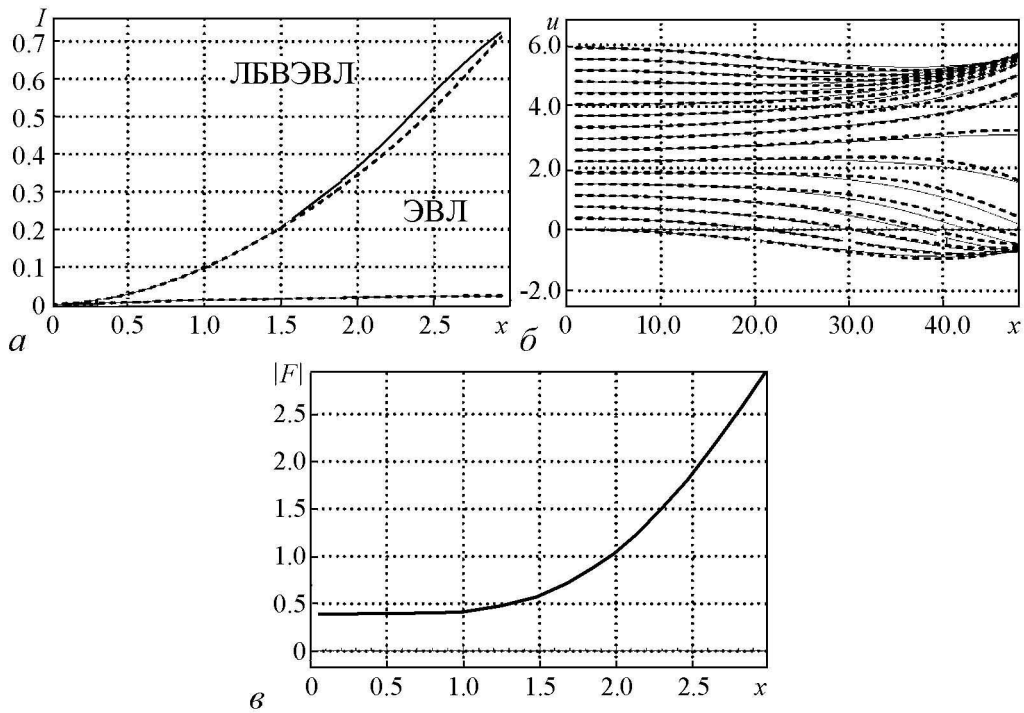


Рис. 4. Распределения токов (а), траектории электронов (б) и распределение поля (в) для области неустойчивости, сплошные кривые относятся к первому пучку, прерывистые – ко второму

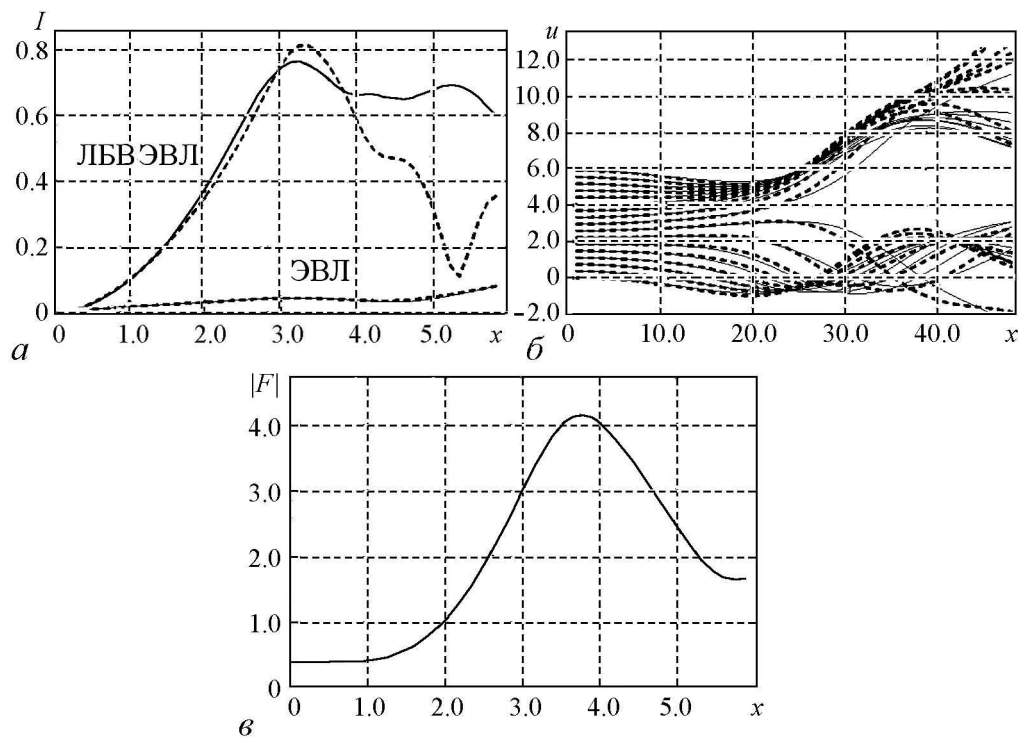


Рис. 5. Распределения токов (а), траектории электронов (б) и распределение поля (в) для области интерференции; сплошные кривые относятся к первому пучку, прерывистые – ко второму

С введением замедляющей системы амплитуды токов значительно увеличиваются, но поведение модели качественно не изменяется: в области неустойчивости наблюдается рост амплитуды тока, в области интерференции наблюдается пульсирующее поведение кривых тока и поля.

Выше для всех вычислений мы полагали параметр рассинхронизма  $b$  малым, но для косвенной проверки построенной модели можно построить распределения поля при различных параметрах  $b$  (рис. 6). Из рисунков видно, как и можно было ожидать, при росте  $b$  амплитуда возбуждаемого поля в замедляющей системе падает.

Для рассмотренных параметров временные характеристики не демонстрируют какой-либо интересной динамики и приходят в стационарное состояние практически сразу после «прилета» крупных частиц в соответствующую точку вычислительной сетки. На рис. 7 хорошо виден треугольник в плоскости  $(x, t)$  с нулевым полем, в котором еще нет крупных частиц и оставшаяся часть области  $(x, t)$  со стационарным распределением поля  $|F|$ .

Объединим теперь уравнения для двухлучевой ЛБВ и ЭВЛ так, чтобы ЛБВ на концах прибора моделировала входное и выходное устройство, а ЭВЛ в центре моделировала область дрейфа.

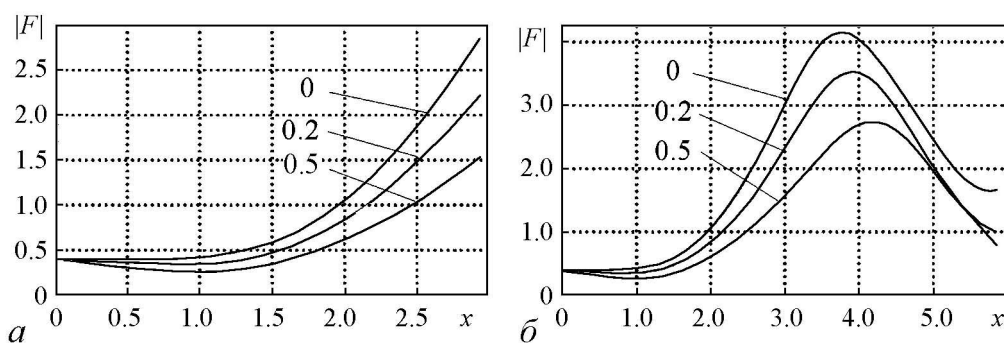


Рис. 6. Распределение поля для нескольких значений параметра рассинхронизма  $b$  в области неустойчивости (а) и в области интерференции (б)

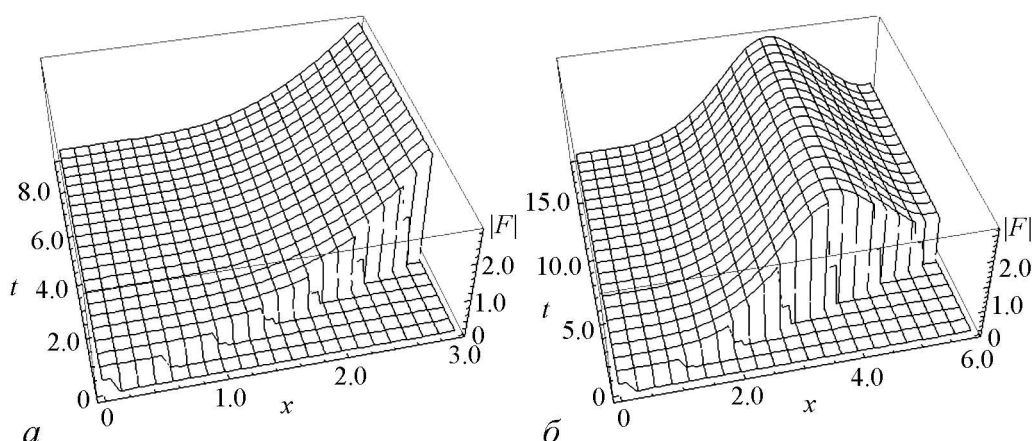


Рис. 7. Распределение поля электромагнитной волны в замедляющей системе в зависимости от координаты и времени в области неустойчивости (а) и области интерференции (б)

На рис. 8 приведены зависимости распределения поля в замедляющей системе двухлучевой ЛБВ в сравнении с ЭВЛ такой же длины с входным и выходным устройством в виде коротких секций двухлучевой ЛБВ. Видно, что в двухлучевой ЛБВ усиление гораздо больше, чем в ЭВЛ.

### Заключение

Построенная нелинейная нестационарная модель двухлучевой ЛБВ без учета замедляющей системы демонстрирует близкое поведение в сравнении с известной стационарной нелинейной теорией ЭВЛ, что говорит о корректности построенной модели. При анализе построенной модели двухлучевой ЛБВ нестационарные эффекты модели проявлялись слабо, видимо, это связано с тем, что ЛБВ является усилителем. Возможно, для генератора – двухлучевой ЛОВ – переходные процессы будут заметней.

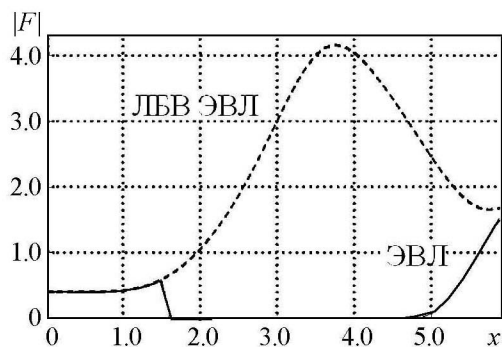


Рис. 8. Распределение поля в замедляющей системе для ЭВЛ с входным и выходным устройством (сплошная линия) и двухлучевой ЛБВ (пунктирная линия)

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-02-00238 А и № 16-32-00468 МОЛ А.*

### Библиографический список

1. Лопухин В.М., Рошаль А.С. Усилитель на встречных электронных потоках // Радиотехника и электроника. 1962. № 4. С. 643.
2. Филимонов Г.Ф. Нелинейная теория двухлучевой электронной лампы. Ч. I. Вывод и исследование уравнений // Радиотехника и электроника. 1959. № 3. С. 489.
3. Филимонов Г.Ф. Нелинейная теория двухлучевой электронной лампы. Ч. II. Результаты Вычислений // Радиотехника и электроника. 1959. № 5. С. 832.
4. Волощук С.С. Нелинейная модель взаимодействия двух электронных потоков и ее тестирование // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2015. № 3. С. 38.
5. Шульга В.Г., Бондаренко Б.Н. Нелинейная теория двухлучевой ЛБВ. Основные уравнения // Сборник «Радиотехника». Харьков: Изд-во ХГУ, 1970. № 14. С. 12.
6. Кац А.М., Ильина Е.М., Манькин И.А. Нелинейные явления в СВЧ приборах О-типа с длительным взаимодействием. М.: «Сов. Радио», 1975.
7. Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: «Сов. Радио», 1973.
8. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. В 2 т. Т.1. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
9. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. В 2 т. Т.2. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.

Поступила в редакцию 13.10.2016

# FOR NONLINEAR NONSTATIONARY THEORY OF TWO-STREAM TRAVELING-WAVE TUBE AMPLIFIER AND TWO-STREAM AMPLIFIER: GENERAL EQUATIONS AND SOME RESULTS OF CALCULATION

*S. S. Voloshchuk*

National Research Saratov State University  
Astrahanskaya, 83, 410012 Saratov, Russia  
E-mail: ss.voloshchuk@gmail.com

In the work shows a way of developing the theory of nonlinear non-stationary two-beam traveling wave tube with a codirected beams, based on the nonlinear theory of traveling wave tube with a single electron beam.

The need to build a double-beam traveling wave tube theory arose from the study of two-stream amplifier. It consists of an input device, an output device and the drift space, where two electron beams interact. In the input device there is a stream of modulation, which interact with each other in the drift space due to the phenomenon of two-stream instability. As input and output device of two-stream amplifier can be used spiral segments, so the input and output devices will be short section of double-stream traveling wave tube. Two-stream amplifier, due to lack of slow-wave system is a promising tool for advancement in terahertz region.

The purpose of this work is to construct a theory of nonlinear nonstationary two-beam traveling wave tube with codirected beams. Currently, there are a lot of works about two-stream instability, much less work about a specific two-beam devices, none of them considers the time-dependent model.

The resulting system was solved numerically by the method of particles in cells. A comparison of the test results of the theory with nonlinear equations of two-stream amplifier that showed the correctness of derived equations. The comparison operation TWT and two-stream amplifier in the non-stationary area of operating conditions and in the interference area. The comparison of two-stream amplifier in which the inlet and outlet sections of the device modeled TWT, with dual beam traveling wave tube of the same length.

*Keywords:* Two-stream instability, two-stream amplifier, two-stream traveling wave tube.

DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-5-62-71

*Paper reference:* Voloshchuk S.S. For nonlinear nonstationary theory of two-stream traveling-wave tube amplifier and two-stream amplifier: General equations and some results of calculation // *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2016. Vol. 24. Issue 6. P. 62–71.

## References

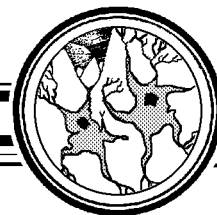
1. *Lopuhin V.M., Roshal A.S.* Opposite directed beam amplifier // *Radiotekhnika i elektronika*. 1962. N4. P. 643. (In Russian).
2. *Filimonov G.F.* Nonlinear theory two-stream tube. P. I. Deriving and studying of equations // *Radiotekhnika i elektronika*. 1959. N3. P. 489 (In Russian).
3. *Filimonov G.F.* Nonlinear theory two-stream tube. P. II. Computing results // *Radio-tehnika i elektronika*. 1959. N5. P. 832 (In Russian).
4. *Voloshchuk S.S.* Nonlinear model of two electron beam and testing // *Applied nonlinear dynamics*, 2015. N3. P. 38 (In Russian).
5. *Shulga V.G., Bondarenko B.N.* Nonlinear theory of two-stream TWT. Basic equations // *Sb. «Radiotekhnika»*. Harkov: pub. HSU. 1970. N14. P. 12 (In Russian).
6. *Katc A.M., Ilina E.M., Mankin I.A.* Nonlinear effects in microwave O-type devices with long-term interaction. Moscow: «Sovetskoe radio», 1975 (In Russian).

7. *Vainshtein L.A., Solntsev V.A.* Lectures on Microwave Electronics. Moscow: «Sovetskoe radio», 1975 (In Russian).
8. *Trubetskov D.I., Khramov A.E.* Lectures on Microwave Electronics for Physicists. Vol. 1. Moscow: FIZMATLIT, 2003 (In Russian).
9. *Trubetskov D.I., Khramov A.E.* Lectures on Microwave Electronics for Physicists. Vol. 2. Moscow: FIZMATLIT, 2004 (In Russian).



*Волощук Сергей Сергеевич* – родился в Саратове (1990), окончил Саратовский государственный университет (2013). В настоящее время – аспирант факультета нелинейных процессов Саратовского государственного университета. Научные интересы – численные методы, многолучевые системы. Имеет две научные публикации в журнале «Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика».

410012 Саратов, Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: [ss.voloshchuk@gmail.com](mailto:ss.voloshchuk@gmail.com)



## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ТАЛАМОКОРТИКАЛЬНОЙ ЯЧЕЙКИ

А. В. Колосов<sup>1</sup>, И. В. Нуйдель<sup>2</sup>, В. Г. Яхно<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского  
Россия, 603950 Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23

<sup>2</sup>Институт прикладной физики РАН  
Россия, 603950 Нижний Новгород, БОКС-120, ул. Ульянова, 46  
E-mail: 7418880@mail.ru; nira\_appl@mail.ru; yakhno@appl.sci-nnov.ru

В работе рассматривается математическая модель элементарной ячейки таламокортикальной сети и характерные для нее динамические режимы, описывающие взаимодействие таламуса, ретикулярных ядер таламуса и коры.

В таламокортикальной системе при нормальной обработке информации происходит стробирование входного сигнала во времени. Нарушение нормального функционирования приводит к эпилепсии, когда восприятие информации нарушается. Рассмотрение данной системы приведет к пониманию закономерностей нарушения восприятия человека, чему соответствуют автоколебания в таламокортикальной сети.

Сосредоточенная математическая модель описывается системой трех дифференциальных уравнений. Для данной системы строится трехмерное фазовое пространство, позволяющее отслеживать изменения «состояний равновесия» системы при изменениях параметров.

Анализ такой системы впервые производится с использованием трехмерного фазового пространства; рассматривается поведение траекторий изображающих точек, и становится наглядным изображение состояний равновесия системы. Из-за большого количества параметров системы построение такого пространства даёт возможность предсказывать развитие системы в последующие моменты времени при любых параметрах.

Проведена классификация динамических режимов в системе (невозбужденный, возбужденный и автоколебания) в зависимости от величины постоянного внешнего сигнала, поступающего на таламус. Показано, что отклик системы состоит из первого импульса и следующих за ним импульсов автоколебаний, период которых отличается от длительности первого импульса. Исследована зависимость характерных времен первого импульсного отклика и периода автоколебаний от величины внешнего сигнала.

Численный анализ модели показал существование  $U$ -образной зависимости длительности первого импульса и уменьшение периода автоколебаний в ответ на увеличение значений внешнего сигнала. Полученные результаты важны для дальнейшего рассмотрения правдоподобности гипотезы, в соответствии с которой таламокортикальные сети управляют активностью участков коры мозга и ориентированы (в норме) на интеграцию полученных на них результатов для принятия решений на более высоких уровнях нейросетевой обработки в мозговых структурах.

*Ключевые слова:* Нейроподобные сети, автоколебания, релаксационные колебания, эпилепсия, тормозная связь, возбуждающая связь, стробирование сигнала, сенсорный сигнал.

DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-5-72-83

*Ссылка на статью:* Колосов А.В., Нуйдель И.В., Яхно В.Г. Исследование динамических режимов в математической модели элементарной таламокортикальной ячейки // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2016. Т. 24, № 5. С. 72–83.



## Введение

По данным литературы, схемам организации различных систем мозга и данным о динамике преобразования сигналов известны примеры, когда поступающие в мозг сенсорные сигналы проходят через одинаковым образом организованные нейрональные модули. Такие одинаковые схемы обработки были обнаружены, например, в таламокортикальной системе [1–2], системе «таламус – базальные ганглии» [3–4], мозжечке [5], гиппокампе [6–7]. В большинстве таких нейрональных модулей архитектура связей основана как минимум на трех связанных структурах, в которых восходящие связи для сенсорных сигналов возбуждающие, обратные, управляющие, тормозные. Предполагается, что такая архитектура необходима для обеспечения механизма прерывания сенсорного сигнала, при этом в активной фазе происходит обработка сенсорного сигнала, а в период «неактивности» в стробе происходит передача результатов трансформации на более высокий уровень обработки [1, 8–11].

В целом процесс обработки информации (например, изображений) в коре головного мозга непрерывен и проявляется, с одной стороны, в эволюции структур пространственной активности нейронов коры. С другой стороны, прерывание процесса первичной обработки сенсорного сигнала может быть использовано как для выделения дополнительных признаков из сигнала, так и для синхронизации получаемых результатов в различных обрабатывающих модулях.

Выдвинутая в работах R. Hecht-Nielsen [1] гипотеза о прерывании входного сенсорного сигнала кажется нам вполне правдоподобной, так как во временные интервалы, когда входной сигнал не проходит в кору, сигналы могут передаваться для последующей обработки (например, формирования ассоциативных связей) и распознавания из зон первичной обработки (например, зрительная кора для зрительных сигналов) в высшие корковые структуры. В то же время, однозначного объяснения функциональной роли такой прерывистой обработки пока нет, поэтому необходимы модельные расчеты и проверка различных правдоподобных гипотез.

В экспериментальных нейрофизиологических исследованиях выявлено, что взаимосвязанные нейрональные модули: кора, ретикулярные ядра таламуса, специфический таламус играют важную роль в процессах обработки информации.

В работах R. Hecht-Nielsen [1] механизм периодического прерывания входного сенсорного сигнала также связывается с этими структурами мозга.

В таламокортикальной системе в режиме нормальной обработки информации происходит стробирование входного сигнала во времени. В работах Шевелева [8] было высказано предположение, что сигнал с таламуса приходит в разные участки коры (отвечающие за выделение разных признаков) со сдвигом фазы, вызванным временной задержкой. Этот сдвиг фазы обуславливает асинхронную работу в клетках коры в процессе обработки информации в норме.

Нарушение этого нормального функционирования в реальности проявляется в различных формах эпилепсии с разной этиологией или органическими изменениями в мозгу, когда процесс восприятия информации нарушается. Нервный субстрат остаётся неизменным, но система переходит в режим автоколебаний, чем обусловлено нарушение процесса восприятия. У человека известно несколько видов эпилепсии,

в частности неконвульсивная абсансная эпилепсия, в основе которых лежит пароксизмальная ритмическая активность таламокортикальной цепи нейронов. Пароксизмальная активность нейронов обуславливается синхронизацией электрической активности нейронных ансамблей в различных модулях и отражается на электроэнцефалограмме повышением частоты и амплитуды колебаний. Для неё характерно возникновение в коре и подкорковых структурах пик-волновых разрядов широко генерализованной спонтанной высокоамплитудной активности [2, 11].

Нейрофизиологический механизм возникновения разрядов «пик-волна» абсансной эпилепсии достаточно подробно изучен на животных. Пик-волновые разряды у человека «устроены» так же, как у животных. Показано, что этот вид пароксизмальной синхронизированной ритмической активности связан с возникновением возбуждения в нейрональной цепи: кора – ретикулярные ядра таламуса – специфический таламус.

Именно поэтому рассмотрение динамики формирования двумерных картин активности, выявление качественных особенностей обработки сенсорных сигналов в нормальных режимах и условий нарушения нормальных режимов представляются очень важными при моделировании и интерпретации различных функциональных режимов, реализуемых в таламокортикальной системе [12–13]. Поэтому функциональные модели таких систем следует отнести к классу базовых моделей, описывающих преобразование сенсорных сигналов, и для них важно изучать универсальные закономерности в динамических режимах обработки информационных сигналов.

Моделирование процессов прохождения входного сигнала через нейронные ансамбли таламокортикальной системы показало, что на нейронных ансамблях коры формируется прерывистое, стробированное представление исходного сигнала [10–13]. При этом за время стробов активности происходит обработка сигнала, например, выделение простейших признаков из исходного сигнала (изображения) с целью передачи результатов в высшие корковые структуры для последующей обработки и анализа.

Основной задачей данной работы является классификация динамических режимов на упрощенной, сосредоточенной системе и выяснение условий, когда активация постоянным внешним сигналом переходит в прерывистый режим. Предполагается, что режим стробирования разных участков коры мозга необходим для согласованного управления результатами обработки информационных сигналов и передачей их на более высокие уровни принятия решений и управления.

## Модель

Рассматриваемая модель взята из результатов работ [9–14] по исследованию функциональных операций, выполняемых нейрональными модулями при обработке информации в таламокортикальной системе.

Структурная схема таламокортикальной ячейки представлена на рис. 1. Подсистема-модуль, соответствующая коре, состоит из ансамблей пирамидальных (возбуждающих) нейронов и тормозных интернейронов коры. Подсистема-модуль,

соответствующая специфическим таламическим ядрам, состоит из ансамблей возбуждающих нейронов. Подсистема-модуль, соответствующая ретикулярно-модулю, соответствующая ретикулярно-модулю ядру таламуса, состоит из нейронов с тормозящими связями. Известно, что таламокортикальные ячейки связаны между собой через ансамбли нейронов коры головного мозга.

Модель любого ансамбля – это модель однородной распределенной среды, которая записывается в виде интегродифференциальных уравнений [9–18]. В таких уравнениях рассматриваются балансные соотношения для изменений уровней активационных процессов в аксонных, дендритных деревьях и в телах нейронов с помощью усредненных переменных для популяции нейронов в выделенном объеме.

Усреднение проводится на длинах порядка 0.1 мм, много меньших, чем характерные размеры нейронного ансамбля (до нескольких сантиметров), но значительно превышающих размеры тела отдельных нейронов (~ 0.01 мм). Последовательные этапы вывода балансных уравнений приведены, например, в [14, 10].

Расчеты, проведенные на модели, иллюстрируют различные режимы преобразования зрительной информации в системе «зрительная кора – таламус – ретикулярные ядра таламуса», связанные с предварительной обработкой входных изображений и режимами их стробирования во времени [8–18].

Данное рассмотрение в первую очередь ориентировано на исследование преобразования сигналов в сосредоточенной модели таламокортикальной ячейки.

Сосредоточенная математическая модель ячейки, соответствующая схеме на рис. 1, описывается системой дифференциальных уравнений (ДУ)

$$\frac{dU_1}{dt} = -\frac{U_1}{\tau_1} + k_1 F_1 [-T_1 + k_{ex} U_{ex} - k_{13} U_3], \quad (1)$$

$$\frac{dU_2}{dt} = -\frac{U_2}{\tau_2} + k_2 F_2 [-T_2 + k_{21} U_1 + k_{22} U_2], \quad (2)$$

$$\frac{dU_3}{dt} = -\frac{U_3}{\tau_3} + k_3 F_3 [-T_3 + k_{32} U_2], \quad (3)$$

где  $U_1, U_2, U_3$  – усредненная активность нейронов выбранных участков таламуса, коры и ретикулярных ядер таламуса, соответственно;  $\tau_i$  – характерные времена затухания активности в соответствующих нейронных ансамблях;  $k_i$  – амплитуды генерации импульсной активности соответствующими нейронными ансамблями;  $T_i$  – усредненные величины для порогов возбуждения соответствующих нейронных ан-



Рис. 1. Схема функциональных связей между основными нейроноподобными подсистемами в таламокортикальной ячейке

самблей;  $U_{ex}$  – входной сигнал, поступающий на таламус;  $k_{ij}$  – коэффициенты взаимной связи между подсистемами в таламокортикальной ячейке;  $k_{ex}$  – коэффициент, регулирующий силу воздействия внешнего сигнала на таламус;  $F_i[\ ]$  – ступенчато-образные функции, крутизна которых характеризует разброс величин порогов около усредненных значений в рассматриваемом ансамбле, в квадратных скобках – аналог постсинаптического потенциала (ПСП) на мембранах соответствующих ансамблей нейронов [14, 10].

### Динамика системы

Численный анализ системы (1)–(3) производился в пакете Wolfram Mathematica. В ходе численного решения рассматриваемой системы дифференциальных уравнений (1)–(3) проверялась зависимости длительности импульсных откликов от

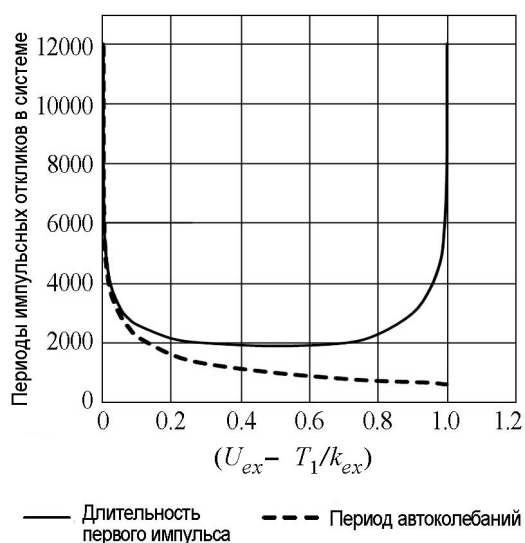


Рис. 2. Зависимость длительности первого импульса и периода следующих за ним автоколебаний от постоянной величины внешнего сигнала. Расчеты проводились для следующих параметров системы:  $\tau_1 = 10$ ;  $\tau_2 = 100$ ;  $\tau_3 = 1000$ ;  $k_1 = 0.1$ ;  $k_2 = 0.01$ ;  $k_3 = 0.001$ ;  $k_{ex} = 0.001$ ;  $k_{13} = 1$ ;  $k_{21} = 1$ ;  $k_{32} = 1$ ;  $k_{22} = 1$ ;  $T_1 = 0$ ;  $T_2 = 1$ ;  $T_3 = 0.5$

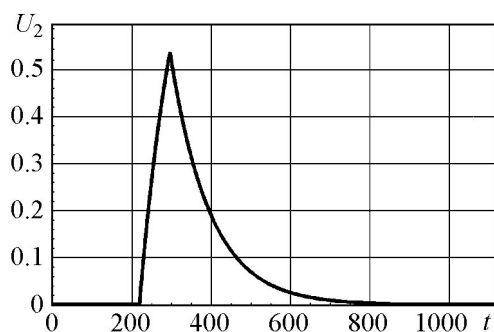


Рис. 3. Пример отклика системы, когда при малом входном сигнале отклик  $U_2$  системы стремится к нулю

величины входного сигнала (при этом все остальные параметры:  $\tau_i$ ,  $k_i$ ,  $T_i$ ,  $k_{ij}$  фиксировались). Ранее попытка исследования подобной системы проводилась в работе [19].

В данной работе показана справедливость ранее полученной зависимости только для величины первого импульса, в то время как период следующих за ним импульсов имеет иную зависимость от величины внешнего сигнала. Эту вновь обнаруженную особенность отклика системы необходимо учитывать при дальнейшем анализе режимов взаимодействия нескольких таких ячеек. Пример двух таких зависимостей, длительности первого импульса и периода следующих за ним автоколебаний, приведен на рис. 2.

В случае входного сигнала постоянной величины при заданных параметрах ячейка может находиться в следующих функциональных состояниях.

- Невозбужденный режим (или режим ожидания) при малом входном сигнале, когда его величина меньше  $T_1/k_{ex}$  (рис. 3).
- Режим генерации колебаний при промежуточных значениях величины входного сигнала. Из графика на рис. 4 видно, что длительность первого импульса отличается от периода следую-

щих за ним автоколебаний.

- Возбужденный режим («триггерный» или «насыщение») при большом входном сигнале (рис. 5)

Для возможностей более подробного исследования и наглядной демонстрации реализуемых режимов в системе было построено трехмерное фазовое пространство (при условии, что  $F_i[] = 0$ , если ПСП < 0 и  $F_i[] = 1$ , если ПСП > 0). Уравнения для плоскостей нуль-изоклин были взяты из системы дифференциальных уравнений (1)–(3):

$$-T_1 + k_{ex}U_{ex} - k_{12}U_2 = 0, \quad (4)$$

$$-T_2 + k_{21}U_1 + k_{22}U_2 = 0, \quad (5)$$

$$-T_3 + k_{32}U_2 = 0, \quad (6)$$

$$-U_i/\tau_i + k_i = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (7)$$

$$U_i = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (8)$$

Из нормировки ( $k_i, \tau_i = 1$ ) и из соотношений (7) следует:

$$U_i = 1, \quad i = 1, 2, 3. \quad (9)$$

Итого мы получили девять плоскостей нуль-изоклин: (4), (5), (6), (8), (9). Шесть из них закреплены (изменения параметров системы не приведут к их перемещению): (8) и (9). Назовем их «гранями куба» в трехмерном фазовом пространстве, так как именно в этом кубе происходит вся динамика системы (изменяются от 0 до 1). Три плоскости (4), (5) и (6) можно параллельно переносить и вращать, задавая различные значения параметров:  $T_i, k_{ex}, U_{ex}, k_{ij}; i, j = 1, 2, 3, \dots$ . Режимы системы (невозбужденный, возбужденный и автоколебания) полностью определяются взаимным пересечением плоскостей нуль-изоклин.

Наиболее интересный случай, автоколебания; очевидно, что в двумерном случае на фазовой плоскости им соответствует выход системы на устойчивый предельный цикл. Было продемонстрировано, что подобный предельный цикл имеет место и в трехмерном фазовом пространстве. Так как данная работа в значительной степени основана на эвристическом подходе, можно с уверенностью сказать, что предельный цикл возможен тогда, когда все три плоскости (4), (5) и (6) пересекаются и их пересечение лежит внутри «куба».

Состояния рассматриваемой системы проиллюстрированы далее.

Итак, рассмотрим примеры расположения плоскостей нуль-изоклин, траектории изображающих точек и соответствующие им осциллограммы колебаний в системе. Для наглядности плоскости нуль-изоклин сделаны полупрозрачными, черным

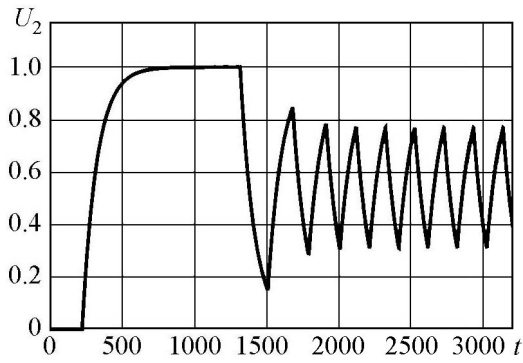


Рис. 4. Пример отклика системы с последующей генерацией колебаний  $U_2$  при значении входного сигнала  $U_{ex} = 0.5$

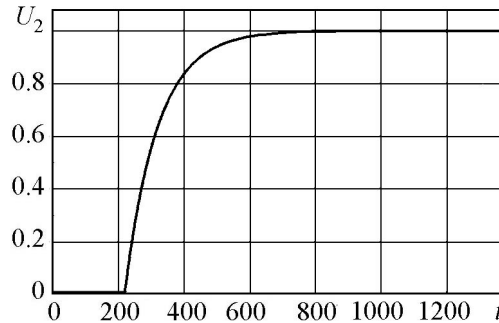


Рис. 5. Пример отклика системы с последующим переходом к максимальной величине  $U_2$  при большом входном сигнале

цветом выделена траектория изображающей точки с нулевыми начальными условиями, для данной траектории приведены соответствующие зависимости активности переменных  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  от времени. Полученные результаты приведены на рис. 6, рис. 7, рис. 8.

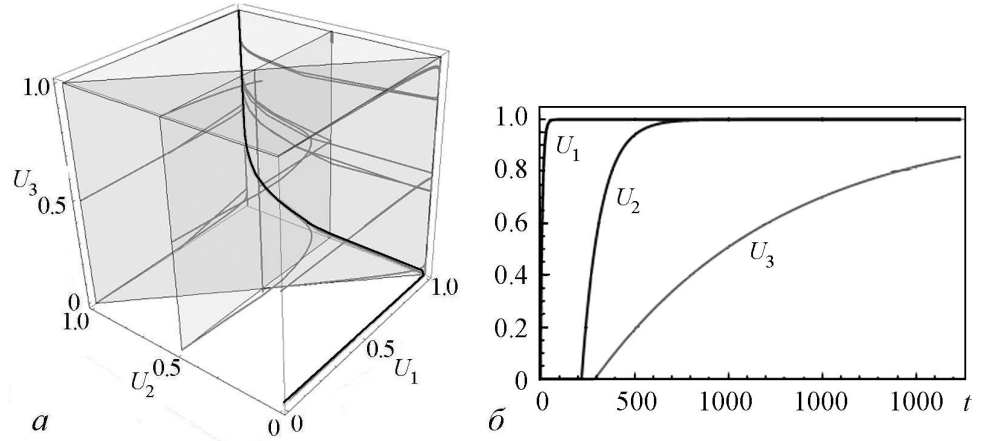


Рис. 6. Режим насыщения:  $a$  – фазовое пространство;  $b$  – осциллограмма

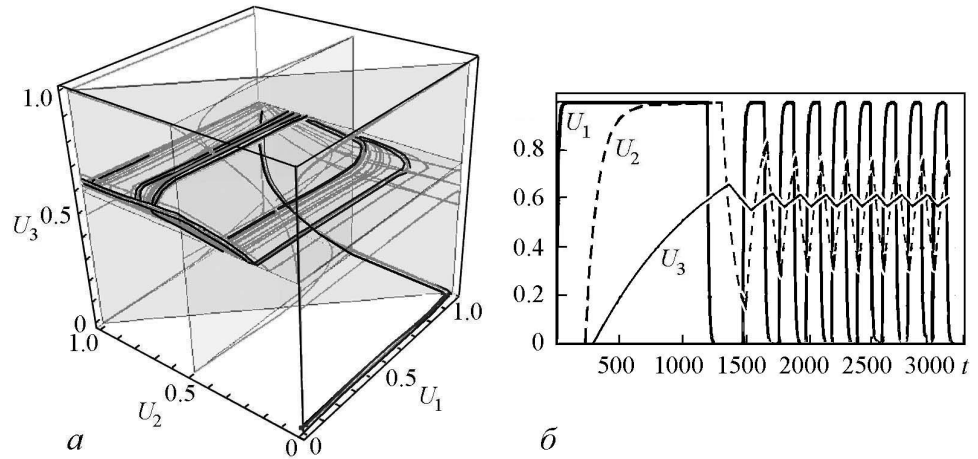


Рис. 7. Режим автоколебаний:  $a$  – фазовое пространство;  $b$  – осциллограмма

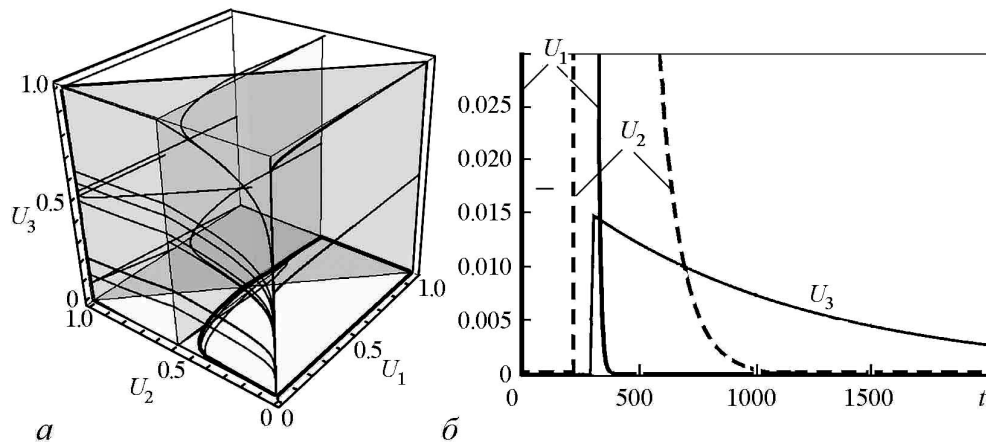


Рис. 8. Невозбужденный режим:  $a$  – фазовое пространство;  $b$  – осциллограмма

## Заключение

Численный анализ сосредоточенной модели таламокортикальной ячейки показал существование  $U$ -образной зависимости длительности первого импульса и постепенное уменьшение периода автоколебаний в ответ на увеличение значений внешнего сигнала.

Для анализа режимов в системе использовалось также трехмерное фазовое пространство с соответствующим расположением в нем плоскостей нуль-изоклин и демонстрацией траекторий движения изображающих точек, связанных с возможными импульсными откликами системы.

Полученные на исследованной модели результаты важны для дальнейшего рассмотрения правдоподобности гипотезы, в соответствии с которой таламокортикальные сети управляют активностью участков коры мозга и ориентированы (в норме) на интеграцию полученных на них результатов для принятия решений на более высоких уровнях нейросетевой обработки в мозговых структурах [20]. Для движения по этому пути планируется провести рассмотрение возможных динамических режимов отклика на нестационарный входной сигнал, а также анализ режимов в системах из двух или нескольких взаимодействующих элементарных ячеек, связанных через переменную  $U_2$  (кора), и рассмотреть варианты режимов синхронизации в такой системе.

*Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН: проект № 0035-2014-0008.*

## Библиографический список

1. *Hecht-Nielsen R.* A theory of the cerebral cortex // Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Conference on Molecular Electronics and Biocomputing, Future Electronic Devices Association of Japan, Okinawa, 28–30 November 1995.
2. *Coulter D.A.* Thalamocortical Anatomy and Physiology, Epilepsy: A Comprehensive Textbook // J. Engel (ed.), Jr. and T.A. Pedley, Lippincott Raven Publisher: Philadelphia, 1997. 341 p.
3. *Haber S.N., Calzavara R.* The cortico-basal ganglia integrative network: The role of the thalamus // Brain Research Bulletin. 2009. Vol. 78. P. 69–74.
4. *Силькис И.Г.* Вклад синаптической пластичности в базальных ганглиях в обработку зрительной информации (гипотетический механизм) // Журнал высшей нервной деятельности. 2006. Т. 56. № 6.
5. Физиология человека / Под ред. В.М. Покровского, Г.Ф. Коротько. Учебник, 2-е изд., перераб. и доп. М.: 2003, 656 с.
6. *Виноградова О.С.* Гиппокамп и память. М: Наука, 1975.
7. *Борисюк Р.* Моделирование гиппокампального тета-ритма // Журнал высшей нервной деятельности. 2004. Т. 54, № 1. С. 85–100.
8. *Шевелёв И.А.* Волновые процессы в зрительной коре мозга // Природа. 2001. № 12. [http://vivovoco.rsl.ru/VV/JOURNAL/NATURE/12\\_01/ALPHA.HTM](http://vivovoco.rsl.ru/VV/JOURNAL/NATURE/12_01/ALPHA.HTM)
9. *Яхно В.Г., Беллюстин Н.С., Красильникова И.Г., Кузнецов С.О., Нуйдель И.В.,*

*Панфилов А.И., Перминов А.О., Шадрин А.В., Шевырев А.А.* Исследовательская система принятия решений по фрагментам сложного изображения, использующая нейроноподобные алгоритмы // Изв. вузов. Радиофизика. 1994. Т. 37, № 8. С. 961–986.

10. *Яхно В.Г.* Модели нейроноподобных систем. Динамические режимы преобразования информации // Нелинейные волны – 2002/ Отв. Ред. А.В. Гапонов-Грехов, В.И. Некоркин. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2003. С. 90–114.
11. *Coenen A.M.L., van Luijelaar E.L.J.M., Kuznetsova G.D., Ivanov A.E., Nuidel I.V., Khurlapov P.G., and Yakhno V.G.* Modeling of transition regimes between normal and pathological transformation of sensor signals in brain // Proceedings of Nijmegen Institute for Cognition and Information. 2004. P. 331.
12. *Нуйдель И.В., Соколов М.Е., Яхно В.Г.* Универсальная схема взаимодействия нейронных модулей для функционального моделирования процессов обработки информации // Сложность. Разум. Постнеклассика. 2013. № 4.
13. *Нуйдель И.В., Соколов М.Е., Кузнецова Г.Д., Яхно В.Г.* Моделирование динамических процессов преобразования сенсорных сигналов в таламо-кортикальных сетях // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2011. № 6. С. 117–129.
14. *Кудряшов А.В., Яхно В.Г.* Распространение областей повышенной импульсной активности в нейронной сети // Динамика биологических систем. 1978. Вып. 2. С. 45–59.
15. *Belliustin N.S., Kuznetsov S.O., Nuidel I.V., Yakhno V.G.* Neural networks with close nonlocal coupling for analysing composite images // Neurocomputing. 1991. Vol. 3. P. 231–246.
16. *Kuznetsov S.O., Nuidel I.V., Yakhno V.G.* Segmentation and pattern recognition of a composite image product by a system of elements with neural network architecture // In book: Neurocomputers and Attention / Eds A. Holden, V. Kryukov. Manchester University Press. 1991. P. 5910–596.
17. *Яхно В.Г.* Процессы самоорганизации в распределенных нейроноподобных системах. Примеры возможных применений // Нейроинформатика 2001. Лекции по нейроинформатике. М.: МИФИ, 2001. С. 103–141.
18. *Яхно В.Г., Нуйдель И.В., Иванов А.Е.* Модельные нейроноподобные системы: примеры динамических процессов // В кн.: Нелинейные волны–2004 / Отв. ред. А.В. Гапонов-Грехов, В.И. Некоркин. Н.Новгород: ИПФ РАН, 2005. С. 362–375.
19. *Спицын И.Г., Нуйдель И.В., Яхно В.Г.* Моделирование таламокортикальных связей в сенсорных системах // Научная сессия МИФИ – 2004. Ч. 1 Нейроинформатика – 2004. Всероссийская научно-техническая конференция. Теория нейронных сетей. 1. Нейробиология. Применение нейронных сетей 1. С. 145–149.
20. *Yoonsuck Choe.* The Role of Temporal Parameters in a Thalamocortical Model of Analogy // IEEE Transactions on Neural Networks. 2004. Vol. 15, № 5. P. 1071–1082.

*Поступила в редакцию* 15.09.2016  
*После доработки* 1.11.2016

© А.В. Колосов, И.В. Нуйдель, В.Г. Яхно  
Изв. вузов «ПНД», т. 24, № 5, 2016



## RESEARCH OF DYNAMIC MODES IN THE MATHEMATICAL MODEL OF ELEMENTARY THALAMOCORTICAL CELL

*A. V. Kolosov<sup>1</sup>, I. V. Nuidel<sup>2</sup>, V. G. Yakhno<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Nizhny Novgorod State University  
Gagarin St., 23, 603950 Nizhny Novgorod, Russia

<sup>2</sup>Institute of Applied Physics of the RAS  
Ul'yanov St., 46, 603950 Nizhny Novgorod, Russia

E-mail: 7418880@mail.ru; nira\_appl@mail.ru; yakhno@appl.sci-nnov.ru

In the work the mathematical model of the thalamocortical network's unit cell and its characteristic dynamical modes in system, describing the interaction between a thalamus, thalamus reticular nucleus and a cortex, is studied.

During normal information processing, input signal gating occurs in time in the thalamocortical network. The violation of the normal functioning leads to an epilepsy, when the perception of information is disrupted. The consideration of this system will lead to an understanding of the human perception's violation regularities, which correspond to the thalamocortical network's self-oscillation.

The focused mathematical model is described by a system of three differential equations. For this system a three-dimensional phase space is constructed, enabling us to track changes of the system's «equilibrium states» when parameters change.

The analysis of the system for the first time is performed using a three-dimensional phase space; the behavior of the representative points' trajectories is considered, and the representation of equilibrium states of the system becomes obvious. Due to the large number of parameters of the system to build that space makes it easier to predict the development of the system in subsequent time for any parameters.

The classification of dynamical modes in system (unexcited, excited and a self-oscillation), depending on the magnitude of the constant external signal incoming to the thalamus, is carried out. It is shown that the response of the system consists of a first pulse and following it self-oscillation pulses, whose period is different from the duration of the first pulse. The dependence of characteristic times of the first impulse response and the period of the self-oscillation with the external signal is studied.

The numerical analysis of the model revealed the existence of U-shaped dependence of the first pulse duration and a decreasing of the period of the self-oscillation in the response to the increase of the external signal value. The results are important for further consideration of the plausibility of the hypothesis, according to which the thalamocortical networks control the activity of the areas of the cerebral cortex and focused (normally) on the integration of the obtained results for decision-making at higher levels of neural network processing in brain structures.

*Keywords:* Neuronlike network, self-oscillation, relaxation oscillations, epilepsy, inhibitory connections, excitatory connections, signal gating, sensor signal.

DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-5-72-83

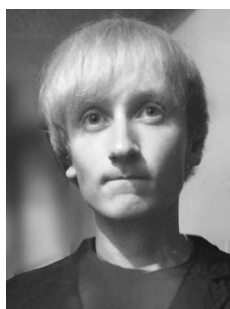
*Paper reference:* Kolosov A.V., Nuidel I.V., Yakhno V.G. Research of dynamic modes in the mathematical model of elementary thalamocortical cell // *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2016. Vol. 24. Issue 5. P. 72–83.

### References

1. *Hecht-Nielsen R.* A theory of the cerebral cortex // *Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Conference on Molecular Electronics and Biocomputing, Future Electronic Devices Association of Japan, Okinawa, 28–30 November 1995.*

2. *Coulter D.A.* Thalamocortical Anatomy and Physiology, Epilepsy: A Comprehensive Textbook // J. Engel (ed.), Jr. and T.A. Pedley, Liippincott Raven Publisher: Philadelphia, 1997. 341 p.
3. *Haber S.N., Calzavara R.* The cortico-basal ganglia integrative network: The role of the thalamus // Brain Research Bulletin 78. 2009. P. 69–74.
4. *Silkis I.G.* The contribution of synaptic plasticity in the basal ganglia in the processing of visual information (hypothetical mechanism) // Journal higher nervous activity. 2006. Vol. 56. № 6 (In Russian).
5. Human Physiology / Eds V.M Pokrovsky, G.F. Korot'ko. Textbook, 2nd ed., Rev. and ext. M.: 2003. 656 p. (In Russian).
6. *Vinogradova O.S.* Hippocampus and memory. M.: Nauka, 1975. (In Russian).
7. *Borysiuk R.* Simulation hippocampal theta rhythm// Journal of Higher Nervous Activity. 2004. Vol. 54, № 1. P. 85–100 (In Russian).
8. *Shevelev I.A.* Wave Processes in the Visual Cortex // J. Priroda. 2001. N12. P. 10. [http://vivovoco.rsl.ru/VV/JOURNAL/NATURE/12\\_01/ALPHA.HTM](http://vivovoco.rsl.ru/VV/JOURNAL/NATURE/12_01/ALPHA.HTM)
9. *Yakhno V.G., Bellyustin N.S., Krasil'nikova I.G., Kuznetsov S.O., Nuidel I.V., Panfilov A.I., Perminov A.O., Shadrin A.V., Shevyrev A.A.* The research system of decision-making by fragments of a complex image using neuron algorithms // Izvestia VUZ. Radiophysics. 1994, Vol. 37, N8. Pp. 961–986 (In Russian).
10. *Yakhno V.G.* Models of neuron systems. Dynamic regimes of information processing// Proc. Nonlinear Waves–2002 / Eds A.V. Gaponov-Grekhov, V.I. Nekorkin. Nizhny Novgorod. IAP RAS. 2003. P. 90–114 (In Russian).
11. *Coenen A.M.L., van Luijelaar E.L.J.M., Kuznetsova G.D., Ivanov A.E., Nuidel I.V., Khurlapov P.G., and Yakhno V.G.* Modeling of transition regimes between normal and pathological transformation of sensor signals in brain // Proceedings of Nijmegen Institute for Cognition and Information, 2004. P. 331.
12. *Nuidel I.V., Sokolov M.E., Yakhno V.G.* Universal scheme of neuron interaction module for functional modeling of information processing// Slozhnost'. Razum. Postneklassika. 2013. N4. (In Russian).
13. *Sokolov M.E., Kuznetsova G.D., Nuidel I.V., Yakhno V.G.* Modeling of dynamic processes of sensor signal processing in thalamo-cortical networks // Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2011. N6. P. 117–129. (In Russian).
14. *Kudryashov A.V., Yakhno V.G.* The propagation of areas of increased impulse activity in the neural network // Sbornik: The Dynamics of Biological Systems. 1978. P. 45–59. (In Russian).
15. *Bellyustin N.S., Kuznetsov S.O., Nuidel I.V., Yakhno V.G.* Neural networks with close nonlocal coupling for analysing composite images // Neurocomputing. 1991. Vol. 3. P. 231–246.
16. *Kuznetsov S.O., Nuidel I.V., Yakhno V.G.* Segmentation and Pattern Recognition of a Composite Image Product by a System of Elements with Neural network Architecture // In book: Neurocomputers and Attention/ Eds A. Holden, V. Kryukov. Manchester University Press. 1991, P. 590–596.
17. *Yakhno V.G.* Processes of self-organization in distributed neuron systems. Examples of possible applications // «Neuroinformatics–2001». Lectures on neuroinformatics. M.: MEPhI, 2001. P. 103–141 (In Russian).

18. *Yakhno V.G., Nuidel I.V., Ivanov A.E.* The model neuron system: examples of dynamic processes // In: «Nonlinear Waves - 2004» / Eds A.V. Gaponov-Sin, V.I. Nekorkin. Nizhny Novgorod: IAP RAS, 2005. P. 362–375 (In Russian).
19. *Spitcin I.G., Nuidel I.V., Yakhno V.G.* Modeling thalamocortical connections in the sensory systems // Scientific session MPhI–2004. Part 1 «Neuroinformatics–2004». The theory of neural networks. 1. Neurobiology. Application of Neural Networks 1. P. 145–149. (In Russian).
20. *Yoonsuck Choe.* The role of temporal parameters in a thalamocortical model of analogy // IEEE Transactions on Neural Networks. Vol. 15, N5, September 2004. P. 1071–1082.



*Колосов Алексей Вадимович*, родился в Нижнем Новгороде (1996), студент 4 курса факультета Высшей школы общей и прикладной физики ННГУ им. Лобачевского. Область научных интересов: беспроводная передача энергии на основе нанотехнологий, нанотехнологии в медицине.

Россия, 603950 Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23  
 ННГУ им. Н.И. Лобачевского  
 Email: 7418880@mail.ru



*Нуйдель Ирина Владимировна*, старший научный сотрудник лаборатории автоволновых процессов в Институте прикладной физики РАН (Нижний Новгород), кандидат физико-математических наук. Область научных интересов: нелинейная динамика, исследование структур коллективной активности в однородных распределенных нейрноподобных системах, обработка изображений, моделирование процессов преобразования сенсорных сигналов в таламокортикальных сетях. Имеет более 60 научных публикаций.

Россия, 603950 Нижний Новгород, БОКС-120, ул. Ульянова, 46  
 Институт прикладной физики РАН  
 Email: nira\_appl@mail.ru



*Яхно Владимир Григорьевич*, заведующий лабораторией автоволновых процессов в Институте прикладной физики РАН (Нижний Новгород), доктор физико-математических наук. Научные интересы связаны с исследованием процессов самоорганизации в распределенных неравновесных системах и применением автоволновых представлений для моделирования процессов обработки сенсорных сигналов, развития компьютерных алгоритмов кодирования сложных изображений (разработка биометрических систем), рассмотрением характерных процессов в модельных системах, имитирующих функционирование живых систем. Имеет более 200 научных публикаций (в том числе 2 монографии и 10 патентов).

Россия, 603950 Нижний Новгород, БОКС-120, ул. Ульянова, 46  
 Институт прикладной физики РАН  
 Email: yakhno@appl.sci-nnov.ru



## О ПРОИСХОЖДЕНИИ РУССКИХ ЧИСЛИТЕЛЬНЫХ

*А. А. Абрашкин*

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
Россия, 603155 Нижний Новгород, ул. Большая Печерская, д. 25/12  
E-mail: aabrashkin@hse.ru

Предложена новая этимология основных русских числительных. Происхождение названий первых четырех чисел связывается с древнейшей эротической культурной традицией. Рождение названий чисел от пяти до десяти и числа двенадцать объясняется влиянием славянского алфавита. Даны интерпретации слов сорок, девяносто, сто и тысяча.

*Ключевые слова:* Русский язык, этимология, числительные.

DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-5-84-91

*Ссылка на статью:* Абрашкин А.А. О происхождении русских числительных // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2016. Т. 24, № 5. С. 84–91.

В названии своего толкового словаря Владимир Иванович Даль применительно к нашему языку употребил слово «живой». В подзаголовке он приписал, что это следует понимать, как «направление исследования». Выражение достаточно туманное. Оно ничего не проясняет, однако приглашает задуматься. Параллель «живой – живущий» слишком очевидна. В современном мире существуют сотни, если не тысячи языков. В противовес умершим и вышедшим из употребления их можно называть живыми. Но не такой смысл писатель вкладывал в свою характеристику. Окунувшись в глубины великорусской языковой стихии, он ощутил её корневую связь с миром природы, её естественность. Слово «птица» неразрывно связано с глаголом «петь», речь в русском восприятии – та же река, только наполненная духом и смыслом. Великорусский язык живой потому, что его корни хранят память тысячелетий, первообразы человеческой речи, например: урожай – это то, что рождает мать – сыра земля; медведь ведает, где мёд; облако – белое око небосвода. Жизнью наполнен наш язык, её вечной юностью, таков смысл далевского определения. Но коли так, то, как говорится, сам бог велел, поискать глубинные основания нашей речи. Начнем с числительных.

**Почему Иван-дурак третий сын?** Было время, когда человек только-только учился считать. Каменный век царил на Русской равнине. Математика тогда ещё не родилась, но первые числа уже существовали. Их соотносили с чёрточками, нарисованными на земле или процарапанными на камне. Или с палочками, выложенными вертикально в ряд. Одна палочка означала «один», две палочки – «два», три палочки – «три»:

Имена первым числам давали поэты. За каждым числом они видели определённый образ. Палка – древнейший символ мужского начала, а единица, повторяющая своим видом вертикальный обелиск, – символическое изображение бога плодородия. Наши предки называли его Уд. От словосочетания «Уд он» и произошло числительное «один». Вы скажете, появились другие гласные. Но слову-то не одна тысяча лет, а при произношении сохраняется, в первую очередь, каркас согласных.

Вся мифология, вся первобытная культура пронизана эротизмом. Было бы даже странно, если бы это не нашло отражения в названиях цифр. Представьте рисунок, на котором изображены две вертикальные черты. Он обратит нас к мысли о прекрасном сокровище, данном женщине. Число «два» олицетворяет женское начало, причем, в своем изначальном, девственном обличье. Два – по-другому, дева. Если на образном уровне единицу можно соотносить с ветхозаветным Адамом, то двойку – с Евой.

Третий в их компании, небезызвестный Змей, слывет искусителем женских сердец, вдохновителем исполнения их заветных желаний. Суть такого рода удовольствий прекрасно выражает слово «три»: ласкаясь, возлюбленные трутся друг о друга. Три – это сочетание единицы и двойки, слияние мужского и женского начал, вернее, входа первого во второе. Русские до сих пор характеризуют это действие глаголами «дери», «драть». Они-то и таят в себе сокровенный смысл ругательного ныне слова «дурак». А в своем изначальном значении оно относилось к герою-любовнику, который блестяще владел искусством соблазнения. Иван – третий сын родителей, третьяк или драк (дурак). Числительное таит в себе скрытый смысл, который переносится на сказочного героя и определяет, тем самым, его образ.

Число «три» символизирует любовь, и не какую-нибудь безответную и платоническую, а взаимную, страстную, ненасытную. Вот почему третий тост мужчины всегда поднимают за женщин. Тройка – единственное число в последовательности положительных чисел, которое равно сумме двух предыдущих. Это подчёркивает ее избранность, внутреннюю сложность и в то же время гармоничную целостность. В мифологии число «три» подразумевает существование единства верхнего, нижнего и среднего миров, а в христианстве отражает суть божественного устройства. Тройка несёт Русь!

**Особая роль четвёрки.** Для филологов происхождение слова «четыре» темно и неясно. От безысходности они выводят его из греческого языка. И совершенно напрасно. Для начала напомним, что слово «чета» – значит двоица, пара. Если же к нему присоединить глагол «ярить», имеющий смысл «разжигать похоть», то сложится как раз та праформа, из которой и выросло числительное «четыре». Означает оно «отъярить деву дважды». В таком художественном определении заложена и реальная математика: дважды два – четыре.

Всегда приятно убедиться, что открытое тобой правило работает. Но для пятёрки и превышающих её цифр оно уже даёт сбой. Четвёрка обозначает границу, за которой закон наименования чисел меняется. Эротический подтекст в названиях следующих цифр исчезает. Есть и другие доказательства избранности четвёрки.

Будем считать, например, дома и следить за окончанием существительного. Что получится? Один дом, два (три, четыре) дома, но : пять (сто) домов. Существительное, начиная с цифры «пять», употребляется в родительном падеже множественного числа. Два, три, четыре дома – это уже несколько домов, но для их счёта используется родительный падеж единственного числа. В составных числительных существительные подчиняются тому же правилу: «24 дома», но «25 домов». Эта древняя остановка на четырёх не ограничивается только числами единичного разряда. Она проявляется и в счёте десятков (тридцать, но сорок и пятьдесят), сотен (четыреста, но пятьсот), тысяч (4 тысячи, но 5 тысяч). За исключением числа «сорок», о нём речь впереди, при переходе через четвёрку соответствующего разряда начинается употребление существительное в родительном падеже множественного числа.

Удивись, дорогой читатель! Язык сохранил тонкости мировосприятия наших древнейших предков. На вопрос «сколько тебе лет?» ребёнок по мере взросления будет отвечать: «Мне два (три, четыре) года», но потом скажет: «Мне пять лет». Забавно, не правда ли, возраст до четырёх измеряется в годах, а после – в годах.

Или ещё пример, наверное, самый красивый. Будем записывать однотипные наречия, образованные от названий первых чисел, восстанавливая их первоначальный вид и способ образования: одна-жди, два-жди, три-жди, четыре-жди. Но на следующем шаге мы вынуждены написать – пять раз. Чудеса, да и только! Четвёрка обозначает предел, за которым закон счисления качественно меняется. Разумеется, это наследие давних времен, эпохи каменного века. Но эту реальность сберёт наш язык.

Способ записи обсуждаемых наречий открывает нам загадку четвёрки. Мы привыкли считать десятками, но так было не всегда. Самая первая русская система счисления основывалась на числе «четыре». Единицы счёта – один, два, три, четыре – находились в равном положении, после произнесения их при пересчёте чего-либо надо было сделать паузу, отсюда «жди» в связанных с ними наречиях. Пятёрка выступала первым элементом второй четвёрки, она открывала новый цикл счёта. Сосчитав до четырёх, древний вычислитель переходил к новой четвёрке. Поэтому синонимом слова «опять», в котором первая буква ненароком прилепилась, приросла к более древнему корню, служит наречие «снова». В этом слове первая буква – декоративная, оно родилось из словосочетания «сё (это) ново». По такому правилу в русском языке образовано также множество глаголов и существительных, например, делать – сделать, мена – смена и т.д.

Кажется странным, что основой счёта палеолитического человека стало четыре. Ведь самый простой способ счёта осуществляется при помощи пальцев, а их на каждой руке – по пять. В чём же дело? Чего проще, загибай пальцы на руке и шепчи под нос – один, два, три, четыре, пять, а далее отмечай каким-либо образом количество пятков. Но всё гораздо интереснее. Счёт велся, конечно, на пальцах, но большой

палец выступал в роли счётчика. Его последовательное прикосновение к каждому из четырех других пальцев руки соответствовало пересчёту очередной четвёрки чисел.

Почему же была выбрана именно такая система? Ответ открывает само слово «счёт». Используя «наше» правило буквы «с», его можно прочесть как «сё чёт». Человек начинал считать чётами (парами). Для нас это удивительно, но ни древние греки, ни средневековые арифметики единицу числом не считали. Традиционно ей присваивали особый статус, поскольку она неразложима на части. Первым числом считалась двойка. Вот почему охотники считали звериные шкуры парами. Счет «двойками» до сих пор используется в спортивных занятиях («раз, два») или для расчёта на «первый, второй». Неграмотным солдатам при маршировке в своё время командовали «сено, солома», у современных же военных возобладал счёт четвёрками. Считать так, действительно, удобнее.

Итак, в силу чётности четвёрка была выбрана для счёта на пальцах руки. Это свойство предопределило и её значимость в человеческой культуре. Четыре стороны света, четыре времени года, четверть... Наконец, поэтический «атом» – четверостишие. Союз двух пар рифм в нём прекрасно выражает тот глубинный смысл, который видели в четвёрке первые математики.

**Гармония числа и буквы.** Фантазии человека рождаются под воздействием окружающей действительности, их истоки лежат в океане реальности. Это свойство нашего мозга. Так происходит сейчас, так было и прежде. Всякое слово рождалось из определённого образа или на его основе. Слово «пять», казалось бы, должно выводиться из каких-то простейших корней, «привязанных» к руке или ладони: все ж таки пятипальцевая конечность – важнейшая черта человеческого тела. В санскрите, например, слова «рука» и «пять» совпадают. У нас не так. Правда, есть старорусское слово «пясть» – ладонь, кисть руки, но оно произошло уже от понятия «пять». Точно так же, как и пядь – расстояние от конца большого пальца до конца мизинца при наибольшем возможном их раздвижении (максимальном раскрытии пятерни). Ступня человека на мягкой почве оставляет след в виде отпечатков пяти пальцев и кружочка. Рассматривая их как части единого целого, древний языковед назвал этот кружок следом пятки, то есть, опять-таки и слова «пятка», «пятиться» ведут свою родословную от слова «пять». Но как же оно возникло само?

Тут самое время сказать, что, разгадывая тайну пяти, следует думать не только и не столько о происхождении одного этого слова, сколько о том новом принципе, который был заложен в названиях числительных, превышающих четвёрку. Система обозначений должна раскрыться как веер, обнажив как исходную идею создателей числовой азбуки, так и конкретные формы её реализации. Если первая четвёрка чисел замешана на эротическом «тесте», то для следующей за ней последовательности цифр на первый план выходит культурная составляющая. И вся проблема лишь в том, чтобы открыть её в явном виде.

А что, если изобретатели названий чисел от пяти до десяти опирались на идею их гармонии с буквами древнерусского алфавита? Мы сейчас пользуемся так называемыми индийскими цифрами. Первые сведения об их появлении в Европе относятся к концу X – началу XI вв. На Руси к тому времени уже существовал древнерусский алфавит (кириллица). Сравним её буквы с нашими цифрами.

На цифру «пять» похожа буква «ять». Она использовалась до реформы 1917-18 гг. и изображалась, как мягкий знак, у которого верхняя часть вертикальной линии перечёркнута горизонтально. Наша версия такова: слово «пять» образовалось в результате оглушения при произношении выражения «бѣ ять» – «было ять». А стало пять!

Цифра «шесть» похожа на отражённую от горизонтали строчную букву «е», которая в русской азбуке называлась «есть». Само слово «шесть» родилось из выражения «сѣ есть» – «это е». Кстати, гласная «е» – шестая в азбучном порядке.

Цифра «семь» похожа на отражённую от вертикали букву «с». А слово, обозначающее это число, выросло из древнерусской конструкции «сэ имею». Идём дальше.

Восьмёрка повторяет букву «в», а «восемь» значит «вэ сѣ имею». Глагол «имею» родствен существительному «имя», поэтому наименования первых букв семёрки и восьмёрки можно еще называть их именами.

Про изображение девятки так и хочется сказать «дэ ведь», «дэ ведай». Или по-другому – «дэ видь»! Речь идет об архаичной строчной букве «д», у которой, в отличие от современной, петелька не замкнута. Она один к одному воспроизводит девятку.

Вопрос о возникновении числительного «десять» представляет наибольшую сложность. С ходу он не решается, поскольку десятка состоит из двух знаков, которые схожи с буквой «ю», но выстроить на её основе выражение, сводящееся к слову «десять», невозможно. Не будем, однако, сдаваться.

«Ять» в слове «десять» воспроизводит название однозвучной буквы. Изначально это слово состояло из четырех букв - «д», «е», «с», «ять». Его можно прочитать, как «де с ятью», то есть десять означает сложение буквы «дэ» («де») с буквой «ять». Но «дэ» – пятая буква русского алфавита, а буква «ять» обозначает пятёрку. Их сумма как раз составляет десять. Мы в точности выполнили действие, которое предписывает слово «десять», и в итоге объяснили его смысл.

Наше отношение к числам сегодня чисто утилитарное, и поверить, что за их обозначениями, какими-то значками, скрывается определённый смысл, непросто. Но что есть, то есть. Названия чисел от пяти до десяти придумывались по единому плану, и нельзя не восхищаться его красотой и оригинальностью.

Слову «дюжина» академические филологи отдают французский приоритет. Причина простая – первое упоминание о ней содержится во французской рукописи XII века. Но в «Русской Правде», а это первая половина XI века, присутствуют наши доморожденные прилагательные «дюжь, дюжий», значение которых «здоровенный», «очень крепкий». Наречие «дюже» у русских имело смысл «сильно», «очень», а у поляков «много». В общем, у нас есть все основания говорить, что «дюжина» произошла от славянского «дюже». А теперь самое главное. «Дюже» – это соединение («суммирование») букв «д» и «ж». Первая из них – пятая по счету в русской азбуке, а вторая – седьмая. Складываем эти числа и получаем в сумме ровно дюжину. Может, это кому-то и не очень понравится, но это мы подарили европейцам и десятку и дюжину.

**Мистика сорока.** В русском языке, как и в большинстве других индоевропейских языков, система числительных имеет почти регулярную структуру. Числа до 10



имеют оригинальные имена, а от 11 до 19 уже составные названия: одиннадцать (один на десять) и т.д. А вот с наименованием десятков уже начинаются сложности. После двадцати и тридцати следовало бы ожидать четырёхдесят, однако говорят «сорок». Далее правило, казалось бы, восстанавливается, но вместо девяносто произносят «девяносто». Учёные назвали два этих исключительных числительных аномальными.

Относительно природы числа «сорок» специалисты спорят. Предложены греческая, тюркская и даже скандинавская гипотезы его происхождения. Принимать их всерьёз не следует по одной простой причине: если на Руси был широко принят счёт сороками, то ни в Греции, ни у татар, ни в Скандинавии этого в таком масштабе не наблюдалось. В русском пуде содержалось 40 фунтов, в мерной бочке - 40 вёдер, в указном ведре – 40 косушек и т.д. Да, Русь платила дань ордынцам сороковинами (ежегодная подать, равная сороковой части наличного имущества), но это лишь доказывает, что для русских была известна и принята такая мера отсчёта, и имеет смысл говорить как раз об обратном заимствовании. Московские церкви считались также «сороками». Ещё в XVII веке говорили, что в Москве «сорок сороков» церквей, хотя на самом деле их было порядка ста.

Сороками считали звериные шкурки и сибирские охотники. Делали они это прелюбопытным способом. Большим пальцем правой руки, используемым в качестве счётчика, зверолов пересчитывал каждую пару суставов на четырёх оставшихся пальцах и, насчитав, таким образом, восемь единиц, загибал один палец левой руки. Операция счёта кончалась, когда были загнуты все пять пальцев левой руки, что давало пять восьмёрок, одну «сорочку» или число «сорок». Таким образом, «сорок» значит «сё рука»! Гласные в этом выражении ближе к нашему времени чуток изменились, но это обычное дело. Почему мы называем рубашку сорочкой? Потому, что она с ручками, с рукавами. Точно так же и звероловы называли свой мешок со шкурками оттого, что к его горловине были пришиты «ручки», использовавшиеся в качестве завязок. И вовсе не потому, что в такую сорочку закладывалось по сорок шкурок.

О том, что число 40 на Руси когда-то играло роль «границы» говорят и некоторые связанные с ним поверья. Так, сорок первый медведь считался роковым для охотника. В связи с этим обратим внимание на символический характер названия знаменитой повести Бориса Лавренёва «Сорок первый». Слово «срок» выросло из словосочетания «сё рок». Оно не слишком близкий родственник сорока. Здесь проявляется, скорее, ассоциативная параллель: рука - конечность – конец – срок (рок). Но народная традиция прочно соединила два эти слова. Русские люди, к примеру, до сих пор обсуждают, можно ли отмечать 40-летие. Число сорок играет важную роль в иудейской, христианской и мусульманской религиях. Но истоки его мистического почитания лежат в языческой культуре охотников Евразии.

**Тайна девяноста.** Слово «девяносто» интригует своей загадкой. Его иногда пытаются выводить из оборота «десять до ста», но выглядит это как-то неубедительно: исходная праформа должна содержать число «девять».

В первую очередь, следует разобраться со значением слова «сто», которым оканчивается наше числительное. Все гениальное просто, поэтому слово «сто» ло-

гично толковать, как сокращённое «стой». Почему логично? Потому что сто – обозначение нового разряда, это очередной рубеж счёта, перед которым необходима «пауза». Вспомним окончание «жди» в уже обсуждавшейся четвёрке наречий, или то, что при пересчёте спортсменов и военнослужащих, стоящих в шеренге, последний в ней должен произнести свой порядковый номер и добавить: «Расчёт окончен». Схожая ситуация сложилась, например, и в английском языке. Там слово «hundred» («сто») родилось из словосочетания «end road» («конец дороги»). Таким образом, последний слог числительного «девяносто» как бы предупреждает, что скоро грядёт переход к новому разряду.

Составители «гаммы» чисел уважительно относились к людям, которым предстояло научиться считать. За десять шагов до сотни они, вместо обозначения кончающегося разряда, выставили предупреждающий знак «стой» и дублировали его перед каждым следующим числом. Получался следующий счёт: девять-стой, девять-стой один и т.д. «Стой» стало наименованием нового разряда. Впоследствии последняя буква отпала, а про изначальный смысл обозначения разряда забыли и склоняли число «сто» по правилам грамматики.

Но на этапе счёта сотнями обнаружился методический просчет. Число «девять-сот» практически повторяло оборот «девять-стой». Вот тогда-то директивно, сверху и ввели слово «девяносто». Эксперимент с предупреждающими знаками был признан неудачным и при переходе на счёт тысячами они уже не выставлялись. От идеи остановки перед введением нового разряда при этом не отказались. Слово «тысяча» значит «то усеча» – «отсекание, отруб» («то» - указательное местоимение). Для сравнения укажем, что у англичан «thousand» («тысяча») является слегка искажённым словосочетанием «those end» («этот конец»). Аналогия полная.

**Русская формула счёта.** Как и всякая наука, арифметика вненациональна. Числа и действия над ними везде одинаковы, будь то чёрный или зелёный континент. Это следствие формализации процедуры вычислений. Но русский язык указывает на возможность несколько иного взгляда на сам процесс счёта. По-русски слова «считать» и «читать» означают в сущности одно и то же (правило буквы «с»!). Ни в одном другом языке ничего подобного нет. Читать – значит глядеть в текст, а считать – значит оперировать с числами. У русских же эти два процесса объединяются. У нас работает формула счёта: СЧИТАТЬ – ЗНАЧИТ ЧИТАТЬ! Она пережила тысячелетия и отражает народный характер. Наша натура бунтует против абстрагирования от природы. Нам не всё равно, что считать, и не всё равно, как считать. В нас живёт идущая от предков установка - оживить процедуру счёта, наполнить её жизненными реалиями. Если счёт подразумевает обезличение предмета, то чтение, наоборот, предполагает его образное восприятие.

**Подведем итоги.** Имена первых русских числительных рождались на основе первообразов, прочно закрепившихся в сознании людей. Числа от одного до четырёх связаны с эротическими символами, числа от пяти до дюжины обязаны своими названиями русскому алфавиту, а число «сорок» возникло после укоренения на Руси пальцевого счёта. Исключениями в этом ряду являются девяносто, сто и тысяча. Они вводились, как обозначение перехода в новую зону счёта. Но исключения лишь украшают правило. В названиях наших основополагающих числительных живёт поэзия, и это ещё одно свидетельство в пользу того, что наш язык – живой.

*Поступила в редакцию 27.09.2016*

## ON THE ORIGIN OF RUSSIAN NUMERALS

*A. A. Abrashkin*

National Research University «Higher School of Economics»  
Bolshaja Pecherskaya str., 25/12, 603155 Nizhny Novgorod, Russia  
E-mail: aabrashkin@hse.ru

A new etymology of basic Russian naturals is proposed. The origin of the names of the first four numbers is connected with the ancient erotic cultural tradition. The appearance of the names of the numbers from five to ten and the twelve is explained by the influence of Cyrillic alphabet. The interpretations of such words as forty, ninety, hundred and thousand are given.

*Keywords:* Russian language, etymology, numerals

DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-5-84-91

*Paper reference:* Abrashkin A.A. On the origin of russian numerals // Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2016. Vol. 24. Issue 5. P. 84–91.

*Абрашкин Анатолий Александрович* – родился в 1959 году в Горьком, окончил радиофизический факультет Горьковского Государственного Университета в 1981 году. После окончания ГГУ работал в Институте прикладной физики РАН и Институте прикладной механики РАН. В настоящее время профессор кафедры математики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» и ведущий научный сотрудник ИПФ РАН. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1988) и доктора физико-математических наук в Институте гидродинамики СО РАН (1999) по теме «Вихревые волны и вихри в идеальной несжимаемой жидкости». Автор монографии «Вихревая динамика в лагранжевом описании» (совместно с Е.И. Якубовичем). Опубликовал более 40 научных статей. Член Союза писателей России.

603155 Нижний Новгород, ул. Большая Печерская, д. 25/12  
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
E-mail: aabrashkin@hse.ru

