

Влияние нелинейности на оценки связанности осцилляторов методом частной направленной когерентности

Д. И. Астахова^{1,3}, М. В. Сысоева^{2,3}, И. В. Сысоев^{1,3}

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83

²Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

Россия, 410054 Саратов, Политехническая, 77

³Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Саратовский филиал

Россия, 410019 Саратов, Зелёная, 38

E-mail: astakhovadi@mail.ru, bobrichkek@mail.ru, ivssci@gmail.com

Автор для переписки Дарья Ивановна Астахова, astakhovadi@mail.ru

Поступила в редакцию 18.07.2019, принята к публикации 13.10.2019, опубликована 2.12.2019

Цель настоящего исследования – определить, может ли метод частной направленной когерентности правильно определять направленное взаимодействие между нелинейными системами при нелинейных связях между этими системами и в случае, когда измеренные сигналы порождены объектами высокой размерности (ансамблями). Также определить зависимость результатов оценки связанности методом частной направленной когерентности от параметров: длины реализации, частоты дискретизации, размерности модели и от архитектуры связей в системах. **Методы.** Ансамбли из четырёх связанных осцилляторов различных типов при различном внесении связей между ними и высокоразмерная динамическая математическая модель эпилепсии использованы в качестве тестовых систем. Для определения значимости результатов использовались суррогатные временные ряды, построенные путём перестановки реализаций. **Результаты.** Показано, что в ансамблях маломерных осцилляторов архитектура связи может быть правильно выявлена для линейных и нелинейных систем, связанных как линейной, так и нелинейной связью. Для сложных составных сигналов, когда каждый измеряемый временной ряд представляет собою сумму сигналов многих отдельных осцилляторов, методика оказывается недостаточно специфична, выявляя несуществующие связи, и недостаточно чувствительна, пропуская имеющиеся. **Заключение.** Сформулированы критерии применения метода частной направленной когерентности к различным сигналам. При достаточной длине ряда, частоте выборки и размерности мера не показывает опосредованных связей в отличие от попарных методов причинности по Грейнджеру и энтропии переноса и хорошо работает для зашумлённых временных рядов. Метод позволяет изучать связанность в ансамбле из произвольного числа осцилляторов и можно определить, на каких частотах происходит взаимодействие. По сравнению с методом причинности по Грейнджеру, для которого работоспособность декларируется уже при 4–16

характерных периодах, метод частной направленной когерентности даёт приемлемые результаты для рядов от 80 характерных периодов.

Ключевые слова: частная направленная когерентность, связанность, нелинейность, нелинейные системы, нелинейная связь, многомерные системы.

Образец цитирования: Астахова Д.И., Сысоева М.В., Сысоев И.В. Влияние нелинейности на оценки связанности осцилляторов методом частной направленной когерентности // Известия вузов. ПНД. 2019. Т. 27, No 6. С. 8–24.

<https://doi.org/10.18500/0869-6632-2019-27-6-8-24>

Финансовая поддержка. Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант No 17-02-00307.

Effect of nonlinearity on coupling estimations between oscillators
using partial directed coherence approach

D. I. Astakhova^{1,3}, M. V. Sysoeva^{2,3}, I. V. Sysoev^{1,3}

¹Saratov State University

83, Astrakhanskaya, Saratov 410012, Russia

²Yuri Gagarin Saratov State Technical University

77, Politekhnicheskaya, Saratov 410054, Russia

³V.A. Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of RAS, Saratov Branch

38, Zelenaya, Saratov 410019, Russia

E-mail: astakhovadi@mail.ru, bobrichkek@mail.ru, ivssci@gmail.com

Correspondence should be addressed to Daria Ivanovna Astakhova, astakhovadi@mail.ru

Received 18.07.2019, accepted 13.10.2019, published 2.12.2019

The purpose of this work is to determine the ability of the partial directed coherence method to identify directed interactions between nonlinear systems correctly in presence of nonlinear couplings between systems, as well as in the case of measured signals generated by objects of high dimension. The other purpose is to determine the dependence of the coupling estimation results on the parameters: series length, sampling rate, model dimension and coupling architecture. Methods. Ensembles composed of four differently coupled oscillators and dynamical mesoscale model of epilepsy are considered as test systems. Surrogate time series constructed by permutation of realization are used to determine the significance of the results. Results. Coupling architecture in ensembles of small-dimensional oscillators can be correctly identified for linear and nonlinear systems in both cases of linear and nonlinear coupling. For complex composite signals, when each measured time series is the sum of signals from many individual oscillators, the technique is not specific enough, revealing non-existent connections, and it is not sensitive enough, missing the existing ones. Outcomes. The criteria for applying the partial directed coherence method to different signals are formulated. The measure does not show indirect couplings at sufficient series length, sampling rate and model dimension in contrast to the pairwise

methods like Granger causality or transfer entropy. The measure works well for noisy time series. The method allows to study connectivity in an ensemble of arbitrary number of oscillators. The method allows to determine at what frequencies the interaction occurs. The partial directed coherence method gives acceptable results for series of length of 80 and more characteristic periods in comparison with the Granger causality method, for which the efficiency is declared already at 4–16 characteristic periods.

Key words: partial directed coherence, coupling, nonlinearity, nonlinear systems, nonlinear coupling, high–dimensional system.

Reference: Astakhova D.I., Sysoeva M.V., Sysoev I.V. Effect of nonlinearity on coupling estimations between oscillators using partial directed coherence approach. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2019, vol. 27, no. 6, pp. 8–24.
<https://doi.org/10.18500/0869-6632-2019-27-6-8-24>

Acknowledgements. This work was supported by Russian Foundation for Basic Research, grant no. 17-02-00307.