

Нелинейные температурные волны: Анализ на основе нелинейного уравнения теплопроводности

М. В. Давидович¹, И. А. Корнев², А. И. Тимофеев²

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83

²ООО НПП «Этна Плюс»

Россия, 410040 Саратов, Вишнёвая, 11

E-mail: davidovichMV@info.sgu.ru, iak.etna@yandex.ru, anton_timofeev@list.ru

Автор для переписки Давидович Михаил Владимирович, davidovichMV@info.sgu.ru

Поступила в редакцию 17.03.2019, принята к публикации 19.10.2019, опубликована 2.12.2019

Цель работы – ввести в рассмотрение нелинейное уравнение теплопроводности, в котором учтено излучение по закону Стефана–Больцмана внутри структуры с каждой виртуальной поверхности (что предполагает введение вариации коэффициента черноты тела), и на его основе рассмотреть температурные волны. **Исследуемые модели.** Изучается нелинейная волна в плоском одномерном хорошо прозрачном слое в декартовой системе координат с большим градиентом температуры и термостатами на границах. Считается, что вариация коэффициента черноты не зависит от координаты и температуры. Рассмотрена также модель остывания цилиндрического объема с водой в теплоизолирующей оболочке. **Результаты.** Получено нелинейное уравнение теплопроводности, основанное на балансе энергии, которое применено к прозрачной для излучения области с градиентом температуры. Проведено численное исследование движения температурных волн, демонстрирующее сильные нелинейные свойства: увеличение крутизны фронта без возможности опрокидывания, рост скорости волны при увеличении градиента температуры. Показано, что учет излучения важен для динамики остывания даже при невысоких температурах и в рассмотренной задаче приводит к увеличению расчетной скорости остывания на несколько десятков процентов. Приведены и обсуждены границы применимости уравнения и моделей. **Обсуждение.** В методическом плане предлагаемый материал может быть интересен для инженеров, студентов и аспирантов, занимающихся теплофизикой. Результаты могут быть применены для расчета тепловых процессов в прозрачных атмосферах небесных тел, а также для анализа температурных полей в микро- и наноструктурах, например, при разогреве автоэмиссионных структур.

Ключевые слова: уравнение лучистой теплопроводности, закон Стефана–Больцмана, закон Кирхгофа, коэффициент черноты, нелинейные температурные волны.

Образец цитирования: Давидович М.В., Корнев И.А., Тимофеев А.И. Нелинейные температурные волны: Анализ на основе нелинейного уравнения теплопроводности //

Финансовая поддержка. Работа выполнена при поддержке РФФ, проект No 16-19-10033.

Nonlinear temperature waves: Analysis based on the nonlinear heat equation

M. V. Davidovich¹, I. A. Kornev², A. B. Timofeev²

¹Saratov State University

83 Astrakhanskaya, Saratov 410012, Russia

²Research and Production Company «Etna Plus»

11 Vishnevaya, Saratov 410040, Russia

E-mail: davidovichMV@info.sgu.ru, iak.etna@yandex.ru, anton_timofeev@list.ru

Correspondence should be addressed to Michael V. Davidovich, davidovichMV@info.sgu.ru

Received 17.03.2019, accepted for publication 19.10.2019, published 2.12.2019

The **aim** of the work is to introduce a nonlinear equation of thermal conductivity, which takes into account the radiation according to the Stefan–Boltzmann law inside the structure from each virtual surface (which assumes the introduction of body-blackness coefficient variation), and on its basis to consider temperature waves. **Studied model.** A nonlinear wave in a plane one-dimensional well-transparent layer in a Cartesian coordinate system with a large temperature gradient and thermostats at the boundaries is studied. It is believed that the variation of the blackness coefficient does not depend on the coordinate and temperature. The model of cooling of a cylindrical volume with water in a heat-insulating shell is also considered. **Results.** Nonlinear equation of thermal conductivity based on the energy balance is obtained, which is applied to a region transparent to radiation with a temperature gradient. Numerical study of temperature waves, showing a strong nonlinear properties: steepness increase of the front without possibility of overturning, the increase in wave velocity with increasing temperature gradient. It is also shown that accounting for radiation is important for cooling dynamics even at low temperatures, and in the considered problem leads to an increase in the calculated cooling rate by several tens of percent. **Discussion.** Limits of applicability of the equation and models are given and discussed. In terms of methodology, the proposed material may be of interest to engineers, students and postgraduates engaged in thermophysics. Results can be applied to calculation of thermal processes in transparent atmospheres of celestial bodies, as well as to analysis of temperature fields in micro-and nanostructures, for example, during heating of auto-emission structures.

Key words: equation of radiant heat transfer, Stefan–Boltzmann law, Kirchhoff law, blackness coefficient, nonlinear temperature waves.

Reference: Davidovich M.V., Kornev I.A., Timofeev A.I. Nonlinear temperature waves: Analysis based on the nonlinear heat equation. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2019, vol. 27, no. 6, pp. 73–90. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2019-27-6-73-90>

Acknowledgements. The work was supported by Russian Science Foundation, project no. 16-19-10033.