

Автогенератор грубого гиперболического хаоса

С. П. Кузнецов

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Саратовский филиал

Россия, 410019 Саратов, Зеленая, 38

E-mail: spkuz@yandex.ru

Поступила в редакцию 11.08.2019, принята к публикации 10.10.2019, опубликована 2.12.2019

Тема и цель исследования. Цель состоит в разработке автогенератора грубого хаоса, у которого на аттракторе реализуется динамика, близкая к потоку Аносова на многообразии отрицательной кривизны, в построении и анализе математической модели, а также проведении схемотехнического моделирования динамики с помощью программного продукта Multisim. **Исследуемые модели.** Сформулирована математическая модель, описываемая системой обыкновенных дифференциальных уравнений девятого порядка с алгебраической нелинейностью, и предложена схемотехническая реализация генератора хаоса. **Результаты.** Проведено численное исследование динамики, подтвердившее существование аттрактора, составленного из траекторий, близких к геодезическому потоку на поверхности отрицательной кривизны (P-поверхность Шварца). Проведено схемотехническое моделирование электронного генератора. Представлены иллюстрации в виде осциллограмм, спектров мощности, изображений потока траекторий на аттракторе. Для математической модели проведено вычисление показателей Ляпунова и выполнена проверка гиперболической природы аттрактора с помощью анализа гистограмм углов пересечения устойчивых и неустойчивых многообразий. **Обсуждение.** Предложенный электронный генератор демонстрирует хаос, обладающий структурной устойчивостью в силу гиперболической природы аттрактора, что влечет нечувствительность динамики по отношению к малому изменению параметров системы, несовершенству изготовления, помехам. Этому гиперболическому аттрактору, кроме того, свойственна приближительная равномерность растяжения и сжатия элементов фазового объема в непрерывном времени, что определяет хорошие спектральные свойства сигнала. Хотя рассмотрение проведено на уровне низкочастотного устройства, представляется возможной проработка и модификация схемы также для создания генераторов грубого хаоса высоких и сверхвысоких частот.

Ключевые слова: динамическая система, хаос, аттрактор, геодезический поток, динамика Аносова, гиперболичность, показатель Ляпунова.

Образец цитирования: Кузнецов С.П. Автогенератор грубого гиперболического хаоса // Известия вузов. ПНД. 2019. Т. 27, № 6. С. 39–62.
<https://doi.org/10.18500/0869-6632-2019-27-6-39-62>

Финансовая поддержка. Работа выполнена при поддержке РФФ, грант No 17-12-01008.

Self-oscillating system generating rough hyperbolic chaos

S. P. Kuznetsov

V.A. Kotelnikov Institute of Radio-Engineering and Electronics of RAS, Saratov Branch
38 Zelenaya, Saratov 410019, Russia

E-mail: spkuz@yandex.ru

Received 11.08.2019, accepted for publication 10.10.2019, published 2.12.2019

Topic and aim. The aim of the work is design of rough chaos generator, whose attractor implements dynamics close to Anosov flow on a manifold of negative curvature, as well as constructing and analyzing mathematical model, and conducting circuit simulation of the dynamics using the Multisim software. **Investigated models.** A mathematical model is considered that is a set of ordinary differential equations of the ninth order with algebraic nonlinearity, and a circuit representing the chaos generator is designed. **Results.** A numerical study of the dynamics of the mathematical model was carried out, which confirmed existence of the attractor composed of trajectories close to the geodesic flow on the surface of negative curvature (Schwarz P-surface). A circuit simulation of the electronic generator, in which the dynamics corresponds to the proposed mathematical model, is carried out. The illustrations of the system dynamics are presented in the form of oscilloscope traces, power spectra, pictures of the trajectory flow on the attractor. For the mathematical model, the Lyapunov exponents were calculated and the hyperbolic nature of the attractor was verified by analyzing histograms of the intersection angles of stable and unstable manifolds. **Discussion.** The proposed electronic generator demonstrates chaos with intrinsic structural stability due to hyperbolic nature of the attractor, which implies insensitivity of the dynamics with respect to small variations in the system parameters, manufacturing imperfections, and interferences. The hyperbolic attractor is characterized by approximate uniformity of stretching and compression for phase volume elements in continuous time, which determines rather good spectral properties of the signal. Although the consideration has been carried out for a low-frequency device, it seems possible to develop and modify the circuit also to create generators of rough chaos in high and ultra-high frequency bands.

Key words: dynamical system, chaos, attractor, geodesic flow, Anosov dynamics, hyperbolicity, Lyapunov exponent.

Reference: Kuznetsov S.P. Self-oscillating system generating rough hyperbolic chaos. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2019, vol. 27, no. 6, pp. 39–62.
<https://doi.org/10.18500/0869-6632-2019-27-6-39-62>

Acknowledgements. *The work was supported by Russian Science Foundation, grant no. 17-12-01008.*