



ДВЕ ТЫСЯЧИ ЧЕТВЕРТЫЙ ГОД В ДАТАХ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ

Д.И. Трубецков

Время – друг великих сочинений
И смертельный враг плохих.
Там поймешь, кто гений, кто не гений,
Где давно не будет нас в живых.

Александр Кушнер

Уважаемый читатель! Вашему вниманию предлагается дважды не прочитанная лекция. Она планировалась как вступительная сначала на «ХАОС-2004», а потом на «Нелинейных днях в Саратове для молодых», посвященных памяти Юлия Александровича Данилова. Исторический подход к вступительной лекции – дань памяти Ю.А. Данилову – человеку, который сделал необычайно много для развития нелинейной динамики в нашей стране и лучше которого мало кто знал историю науки.

Историю физики перестали преподавать в университетах, поэтому лекция полезна для молодых, поскольку в ней сделана попытка рассказать о великих, радостных и печальных событиях, связанных с развитием нелинейной динамики, и событиях из жизни ее создателей. Разумеется, выбор событий и героев, а также число выделенных дат на совести автора лекции.

Итак, чем интересен в указанном смысле 2004 год? Начнем с краткой хронологии событий.

- 375 лет со дня рождения Христиана Гюйгенса (1629)
- 260 лет с момента опубликования швейцарцем Абрамом Трамбле труда «Мемуары к истории одного рода пресноводных полипов с руками вместо рогов». Так появилась в науке гидра – «дрозофила» морфогенеза (1744)
- 225 лет со дня рождения Пьера Симона Лапласа (1749)
- 180 лет со дня рождения Вильяма Томсона (лорда Кельвина) (1824)
- 170 лет со дня открытия солитона Скоттом Расселом (1834)
- 170 лет со дня смерти Томаса Роберта Мальтуса (1834)
- 150 лет со дня рождения Анри Пуанкаре (1854)
- 125 лет со дня рождения Леонида Исааковича Мандельштама (1879)
- 115 лет со дня рождения Ван дер Поля (1889)
- 110 лет со дня защиты диссертации де Вриза, в которой появилось знаменитое КдВ-уравнение (1894)
- 100 лет фрактальной кривой Нильса Фабиана Хельге фон Коха (1904)
- 80 лет со дня рождения Бенуа Мандельброта – отца фрактальной геометрии (1924)
- 60 лет со дня выхода статьи Льва Давидовича Ландау «О природе турбулентности» (1944)
- 50 лет со дня смерти Алана Матисона Тьюринга (1954)
- 50 лет со дня опубликования работы А.М. Жаботинского о кинетике реакции Б.П. Белоусова (1954)
- 40 лет теореме А.Н. Шарковского, доказанной в работе «Существование циклов непрерывного отображения линии на саму себя» (Укр. Мат. Ж., 1964, 16, с. 61-71) (1964)
- 30 лет со дня выхода книги А.М. Жаботинского «Концентрационные колебания» – первой монографии на эту тему (1974)
- 25 лет со дня выхода книги Вернера Эбелинга «Образование структур при необратимых процессах» – первой на русском языке книги по самоорганизации (1979)
- 15 лет со дня смерти Льва Альбертовича Вайнштейна (1989)

Далее остановимся лишь на некоторых событиях и судьбах отдельных личностей, не всегда следуя хронологической последовательности, не обосновывая свой выбор и оставив общие оправдания на конец лекции¹.

Начнем с Лапласа.

23 марта 1749 года в маленьком местечке Бомон в Нижней Нормандии родился Пьер Симон Лаплас. Было это 225 лет назад. Чем не дата?

Любопытный штрих: о детстве Лапласа известно немного, и это не случайно. Он родился и вырос в бедной семье и, в отличие от многих других вышедших из народа ученых, стыдился этого. В зрелые годы он даже не поддерживал отношений со своими родителями. Обучение Лаплас начал в Колледже, руководимом монахами-бенедиктинцами. Уже там он изучал сложные математические сочинения.

В 1766 году Лаплас переезжает в Париж, где он пережил Французскую революцию, эпоху Наполеона и реставрацию Бурбонов. По представлению Д'Аламбера

¹В частности, начнем не с Гюйгенса, хотя бы потому, что о нем довольно много написано и известно (см., например, [1] – глава 1 и соответствующие ссылки в списке литературы).

Лаплас становится профессором математики в Королевской военной школе. К этому времени он уже является одним из основателей теории вероятностей, будучи убежденным детерминистом. В 1772 году Лаплас неудачно баллотируется в Академию (причина – плохой характер). На следующий год его избирают в Парижскую Академию наук, правда, не как геометра, а как адъюнкт-механика. И только в 1785 году Лаплас становится полноправным членом Академии.

В 1793 году Лаплас начал работу над знаменитым трудом «Изложение системы мира», который вышел в свет в 1796 году и переиздавался в 1799, 1808, 1813 и 1824 годах.

Лаплас бежит от якобинского террора, в котором погиб его друг Лавуазье, в Мележ.

В 1798 году он вводит термин «небесная механика» и создает труд под этим названием². В отношении «небесной механики» Лапласа (один из томов которой был посвящен Наполеону) Бонапарт в своих воспоминаниях писал: «Мне кажется, что «Небесная механика» возвышает блеск нашего века». При Директории Лаплас – неудавшийся министр внутренних дел. Бонапарт писал: «Первоклассный геометр заявил себя администратором более чем посредственным». Интересно по этому поводу замечание В.И. Арнольда: «Наполеон критиковал Лапласа за «попытку ввести в управление дух бесконечно малых». Французские коллеги объяснили мне, что Лаплас, будучи министром, требовал, чтобы все счета сходились до копейки». Во время Империи он стал офицером Почетного легиона и графом. После реставрации Лаплас отрекся от Наполеона, стал пэром и получил титул маркиза. Фурье заметил: «Мы должны отделить бессмертного творца «Небесной механики» от министра и сенатора».

По свидетельству современников, Лаплас был малопривлекательным и политически беспринципным человеком. Он голосовал за исключение Монжа из Академии, не выносил деликатного и веротерпимого Лагранжа и хорошо относился только к Ж. Д'Аламберу. Несмотря на религиозное воспитание, Лаплас был убежденным атеистом. Когда Наполеон спросил его, есть ли у него в «Небесной механике» место для Бога, ученый ответил: «Ваше Величество, я не нуждаюсь в этой гипотезе». Скончался Лаплас 5 марта 1827 года.

Нет смысла приводить известные цитаты о детерминизме Лапласа. Их уже знают наизусть. Но что бы мы без них опровергали?

Следующая дата – следующая не по хронологии, а по смыслу (или анти-смыслу?).

29 апреля 1854 года в Нанси родился Анри Пуанкаре. Было это 150 лет назад. Его отец, профессор медицинского факультета, и дед, фармацевт, были людьми высокой культуры. Двоюродные братья А. Пуанкаре – сыновья его дяди, Антони Пуанкаре, – Раймон, Президент Французской республики и председатель Совета министров, и Люсьен, физик, ректор Парижского университета. Ниже приведены основные важные даты жизни Пуанкаре.

²Интересная подробность. Гипотеза Лапласа об образовании Солнечной системы состоит в том, что планеты медленно сгущались в компактное тело из туманного вещества. При этом туманное Солнце медленно вращалось вокруг своей оси. Хотя гипотеза Лапласа и не подтвердилась, она дала толчок развитию многих исследований и ее роль исключительно велика. В 1974 году немецкий ученый Фукс обратил внимание на работу Лапласа, которую можно трактовать как предсказание существования черных дыр.

- 1862 начало учебы в лицее; мнение одного из учителей: «У меня в классе есть математическое чудовище»
- 1870 самостоятельно изучил немецкий язык
- 1871 получил степень бакалавра словесности
- 1872 первое место в конкурсе по элементарной математике среди лицейстов страны;
первое место на общем конкурсе по математике; любопытно, что Пуанкаре провалился на экзамене по рисованию и черчению, но в связи с выдающимися способностями экзаменуемого его в дальнейшем освободили от этих предметов
- 1873 первое место среди всех соискателей при поступлении в Политехническую школу
- 1874 поступление в Горную школу
- 1879 несколько месяцев Пуанкаре работает горным инженером
- 1879 1 августа защита в Париже докторской диссертации «О свойствах функций, определяемых дифференциальными уравнениями в частных производных»
- 1879–1881 преподавание на кафедре точных наук Нантского университета
- 1881 октябрь начало работы в Парижском университете
- 1887 избрание членом Парижской Академии наук
- 1896–1912 заведование кафедрой математической астрономии и точной механики
- 1902 начало заведования кафедрой теории электричества
- 1908 избрание членом Французской Академии
- 17 июля 1912 Анри Пуанкаре умер

Пуанкаре написал более 500 статей и мемуаров. При этом спектр его трудов огромен: практически все разделы математики, некоторые из них он создал сам (топология, качественная теория дифференциальных уравнений, асимптотические методы), физика (в частности, специальная теория относительности), философия науки, популярные статьи по небесной механике, геодезии и другим разделам науки, биографии Вейерштрасса, Эрмита и др.

После смерти Пуанкаре Поль Пенлеве писал: «Перестал жить мозг точных наук. Вместе с великим французским математиком от нас ушел единственный человек, разум которого мог охватить все, что создано разумом других людей, проникнуть в самую суть всего, что постигла на сегодня человеческая мысль, и увидеть в ней нечто новое». Для тех, кто занимается нелинейной динамикой, величие Пуанкаре очевидно. Достаточно упомянуть качественную теорию дифференциальных уравнений, предельные циклы Пуанкаре (вспомним, что диссертация А.А. Андронова называлась «Предельные циклы Пуанкаре и теория колебаний»), сечение Пуанкаре, «возвращение Пуанкаре», его знаменитое предсказание сложности поведения системы из-за чувствительности к изменению начальных условий (удар по детерминизму Лапласа) и многое другое ³.

В общем, можно считать, что Лаплас и Пуанкаре незримо присутствуют на любом собрании занимающихся нелинейной динамикой. Но был ли Пуанкаре первым,

³Тем, кто заинтересовался жизнью Анри Пуанкаре, можно порекомендовать книгу [2], состоящую из трех известных очерков: Ю. Сажере «Анри Пуанкаре», Ж. Адамара «Анри Пуанкаре и математика» и Л. де Бройля «Анри Пуанкаре и физические теории».

кто понял, что чувствительность начальных условий приводит к непредсказуемости? Оказывается, нет. Я узнал это после прочтения главы «Адамар, Дюгем, Пуанкаре» в замечательной книге Давида Рюэля [3]. Обратимся к этой книге.

«Безусловно, уже тысячи лет назад люди осознавали, что маленькие причины могут иметь большие следствия и что будущее предсказать трудно. Что является относительно новым, так это демонстрация того, что для некоторых систем небольшие изменения начальных условий обычно приводят к предсказаниям настолько отличным, что через некоторое время само предсказание в действительности становится бесполезным. Это показал в конце девятнадцатого века французский математик Жак Адамар.» Жак Соломон Адамар родился в Версале в 1865 году. Его блестящие и разносторонние способности проявились рано. На вступительных экзаменах в Политехническую школу в Париже он поставил рекорд, набрав большее число баллов, чем кто-либо из экзаменовавшихся до него. Оценки на этих экзаменах даются по стобальной системе по двадцати предметам. Адамар набрал около 1900 баллов. По окончании Политехнической школы Адамар посвятил себя математике и сделал ряд крупных открытий. С 1900 года Адамар – профессор Парижского университета, позже он преподавал также в Политехнической школе и читал лекции в Collège de France. В 1912 году он был избран в Парижскую Академию наук. Ввиду угрозы немецкой оккупации Адамар был вынужден в 1940 году уехать в США. Там в 1945 году была издана на английском языке его книга «Исследование психологии процесса изобретения в области математики» (на русском языке книга вышла в 1970 году, в издательстве Сов. Радио, Москва). Адамар прожил долгую жизнь и умер в Париже в 1963 году. Замечу, что в 1963 году появился аттрактор Лоренца.

Оригинальная работа Адамара [4] уже содержит явное замечание о том, что если в начальных условиях присутствует хоть какая-то ошибка, то долгосрочное поведение системы предсказать невозможно.

«Система, которую рассматривал Адамар, представляла собой странный вид бильярда, в котором вместо плоского стола использовалась закрученная поверхность отрицательной кривизны» [3].

Французский физик Пьер Дюгем⁴ включил в свою книгу, опубликованную в 1906 году, раздел под названием «Пример математического вывода, абсолютно непригодного для использования», где рассматривается вычисление траектории движения шара по бильярдному столу Адамара.

И только в 1908 году Пуанкаре в своей книге «Наука и метод», без ссылок на Адамара делает важное замечание, состоящее в том, что долгосрочная непредсказуемость примиряет случайность и детерминизм.

«Вот это замечание, выраженное одним предложением: очень маленькая причина, которая от нас ускользает, определяет значительное следствие, которое мы не можем проигнорировать, и тогда мы говорим, что это следствие вызвано случайностью» [3].

⁴Пьер Дюгем (10.06.1861-14.09.1916) – французский физик-теоретик и историк науки, член Парижской АН (с 1913 г.). Научные работы в области термодинамики, гидродинамики, теории упругости, истории философии естествознания. Ввел понятие термодинамических потенциалов. Отрицал атомистическую теорию. Преувеличивал роль науки в средние века, смягчал реакционную роль церкви и теологии в развитии средневековой науки.

Пуанкаре рассмотрел два примера чувствительной зависимости от начальных условий:

- пример газа, состоящего из множества молекул, движущихся с большой скоростью во всех направлениях и подвергающихся множеству столкновений, которые создают чувствительную зависимость от начальных условий;
- ненадежность прогнозов погоды по Пуанкаре вызвана чувствительностью к начальным условиям вместе с неточным знанием начальных условий.

Поразительна современность примеров Пуанкаре: и динамика газа твердых сфер, и циркуляция атмосферы – основные объекты исследования последних лет, использующие точку зрения, принятую Пуанкаре.

Но почему такой длинный разрыв во времени между идеями, физической и математической проницательностью Адамара, Дюгема, Пуанкаре и современной теорией хаоса?

Рюэль отвечает так [3]: «Я полагаю, что существуют две причины этого загадочного исторического пробела. Первой – является приход квантовой механики. Новая механика изменила научные перспективы физиков и забрала всю их энергию на много лет. Почему они должны были стараться, например, объяснить случайность чувствительной зависимостью от начальных условий в классической механике, когда квантовая механика ввела новый более существенный источник случайности и хаотичности?»

Кроме того, Рюэль считает, что эти идеи возникли слишком рано, поскольку не было инструментов для использования: не было теории мер, не было эргодической теоремы, а главное, не было компьютеров, сыгравших решающую роль в развитии науки о хаосе.

Еще две даты, связанные одним явлением.

В 1834 году Джон Скотт Рассел впервые наблюдал солитон, а 110 лет назад, в 1894 году, Густав де Вриз представил свою диссертацию, в которой появилось знаменитое уравнение Кортевега – де Вриза (КДВ-уравнение). Все это подробно описано во многих статьях и книгах (см., например, [5], очерк «Одна тысяча восемьсот тридцать четвертый», [1] и библиографический список в [1]).

Наверное, уже многие знают наизусть цитату из статьи [6]. Это образец научной поэзии, в котором сохранено живое удивление натуралиста, встретившегося с редким и необычным явлением. Я привожу его только для того, чтобы перевести мили и футы в привычные нам единицы измерения.

«Я наблюдал за движением баржи, которую с большой скоростью тянула по узкому каналу пара лошадей, как вдруг баржа резко остановилась. Но отнюдь не остановилась приведенная ею в движение масса воды в канале. Неистово бурля, она стала собираться вокруг носовой части судна, а затем вдруг, приняв форму обособленного крупного возвышения округлого и резко очерченного скопления воды, продолжило свой путь по каналу без сколько-нибудь заметного изменения формы или уменьшения скорости. Я поскакал за ним верхом, и, когда нагнал его, оно все еще катило вперед, сохраняя свою первоначальную форму в виде фигуры футов тридцати длиной и один-полтора фута высотой. Высота скопления постепенно уменьшалась, и, проскакав за ним одну-две мили, я потерял его в извилах канала. Такой оказалась в августе 1834 года моя первая встреча со

столь своеобразным и прекрасным явлением.» И так, длина возвышения порядка 9 метров, высота – 0.3–0.45 метра, а проскакал за ним Скотт Рассел 1.6093– 3.2186 километра. В статье [6] указана и скорость волны – 8–9 миль в час – 13–14 километров в час. У этой встречи была предыстория, о которой обычно упоминают. Обратимся к прошлому.

В 1834 году конкуренция между каналами и железными дорогами в Англии вступила в заключительную фазу. Перед лицом грядущего страха одна шотландская судоходная компания решила выяснить, что может дать паровая тяга пассажирскому судоходству на каналах. Для изучения этого вопроса был приглашен Джон Скотт Рассел – блестящий молодой инженер, окончивший университет в Глазго и Эдинбурге. Проведенные исследования прославили его имя и определили его дальнейшую судьбу, связанную с судостроением. В конце концов, в 1860 году он стал одним из основателей Института корабельных архитекторов.

Когда Скотт Рассел изучал буксировку барок в канале, он обратил внимание на замечательную быстроходность «лодок-летунов», впервые появившихся на канале между Глазго и Андроссаном в Шотландии. Эти лодки строил некто В. Хьюстон, случайно сделавший замечательное открытие. Однажды его лошадь, тащившая барку, испугалась и понесла. И тут Хьюстон заметил, что, когда барка достигла более высокой скорости, чем обычно, буксирный канат ослаб, и лошадь побежала гораздо легче. Тогда Хьюстон купил несколько легких суденышек длиной по 17 метров и стал буксировать их по-новому.

Если обычно барки на каналах двигались со скоростью 6–9 км в час, то теперь лошадей стали погонять кнутами до тех пор, пока они не разгоняли лодку до 14–15 км в час. И тут происходило чудо: лодка дальше продолжала двигаться на гребне своей собственной волны и не оставляла за собой никаких волн. Скотт Рассел изучил это явление на полукилометровом прямолинейном участке канала, соединявшем реки Клайд и Форт, глубиной 1.2–1.5 метра. Он разгонял шеститонную барку, измеряя ее скорость и усилие на канате. Оказалось, что при скорости около 14 км в час усилие, необходимое для буксировки, резко падало: при 12 км в час оно составляло 225 кг, а при 14 км в час – 127 кг. Почти в два раза меньше! Именно в этих экспериментах он и наблюдал солитон, который называл переносной волной (см. выше цитату из [6]).

Скотт Рассел обобщил свои исследования в статье с длинным названием «Экспериментальные исследования законов гидродинамического явления, сопровождающего движение плавающих тел и не приведенного в согласие с известными законами сопротивления жидкости», за которую в 1840 году был награжден большой золотой медалью Королевского общества в Эдинбурге. Он установил, что если на одном конце длинного канала резким толчком создать повышение уровня, то возникшее при этом водяное возвышение, сохраняя свою форму, начнет двигаться вдоль канала со скоростью, зависящей от его глубины. Следовательно, у каждого канала есть некоторая характерная для него скорость, «характеристическая скорость», равная скорости введенной Скоттом переносной волны.

А что происходит при движении по нему судна?

Сначала перед носом судна создается передняя ведущая волна, а за кормой возникают бегущие назад волны, причем скорости и передней и кормовой волн равны

скорости судна. Энергия, которая тратится на буксировку, идет на преодоление трения и на поддержание кормовых волн. При достижении судном «характеристической скорости» для данного канала кормовые волны исчезают, остается только передняя волна, «оседлав» которую, судно движется вдоль канала, и энергия буксировки тратится только на преодоление трения.

Как выяснилось позднее, Лагранж еще в 1788 году аналитически исследовал движение волны бесконечно малой высоты в канале конечной глубины и нашел правильную зависимость ее скорости от глубины. Но это открытие было погребено в дебрях «Аналитической механики», и на него никто не обратил внимания. Результат переоткрыл и довел до научного сообщества Скотт Рассел.

Анализируя творчество великого кораблестроителя, понимаешь двойственность его инженерного дарования, принадлежащего минувшему XVIII веку и веку XIX. Эта двойственность удивительно соответствовала некоей двойственности промышленного развития Англии Викторианской эпохи, где старое причудливо переплелось с новым: в этой стране позже, чем в других, начали строить судоходные каналы с барками и лошадьми, и раньше – железные дороги и пароходы. Перекинуть мост между этими двумя эпохами английской промышленности и попытался Скотт Рассел: принцип, найденный им при исследовании буксировки барки в канале, он попытался использовать при проектировании морских судов, приводимых в движение паровой машиной. Он создал теорию образования носовой оконечности судна, ошибочно отождествив волну, поднимаемую носом судна, с переносной волной. Корпус, спроектированный на основе этой теории, по его мнению должен был быть корпусом наименьшего волнового сопротивления. Он построил много пароходов, в которых была реализована эта идея. И хотя потом выяснилось, что он заблуждался, Скотт Рассел сыграл важную роль в развитии гидродинамики корабля, первым обратив внимание своих современников на важность учета волнового сопротивления при проектировании кораблей ⁵.

Через 60 лет после первого наблюдения солитона появилось, как уже указывалось, КдВ-уравнение, ставшее знаменитым, хотя в работе Буссинеска оно появилось раньше, в 1872 году, но осталось незамеченным.

Его знаменитости способствовало разрешение проблемы Ферми – Паста – Улама Забуски и Крускалом, работа которых привела к полному переосмыслению роли уединенных волн в физике.

Последовавший вскоре успех интенсивных аналитических исследований казался невероятным. Выяснилось, что уравнение КдВ обладает глубокой внутренней симметрией, выражающейся в существовании бесконечного числа законов сохранения.

В 1967 году Гарднер, Грин, Крускал и Миура показали, что можно получить решение уравнения КдВ, которое является, в некотором смысле, общим решением: оно охватывает широкий класс начальных условий, включающий как весьма частный случай профиль уединенной волны. Удивительно красивой была идея решения. Она основывалась на сопоставлении уравнения КдВ и некоторой связанной с ним линейной задачи. Круг солитонных уравнений расширяется, а их точные решения приводят к новым физическим представлениям, связанным с частицеподобными

⁵Много интересных фактов из жизни Скотта Рассела и из истории становления и развития основных понятий и законов гидроаэродинамики можно найти в научно-художественной книге [7].

свойствами солитонов. Многие уравнения, важные для физики, оказались нетипичными с точки зрения теоремы Пуанкаре о возвращении (опять Пуанкаре) - существование солитонов является препятствием на пути к хаосу.

Важная роль солитонов и уединенных волн выявляется при анализе ряда процессов, происходящих в твердых телах, биологических и полимерных макромолекулах, оптических волокнах и других системах.

И еще одна дата 1834 года многим может показаться странной. 23 декабря 1834 года умер Томас Роберт Мальтус. На его надгробном камне написано: «Его произведения будут вечным памятником глубине и верности его понимания». Почему дата странная? Ответ можно найти, например, в интересной статье [8]. Автор, в частности, пишет, что в не очень далекие времена упоминание о Мальтуса могло быть либо ругательным, либо опасным для упоминавшего его, поскольку «Мальтус был не менее, а скорее более ненавидим советскими идеологами марксизма, чем Мендель, Вейсман, Морган». В знаменитом и спорном труде «Анализ популяций» (см. [9]) Мальтус выдвинул гипотезу, согласно которой неконтролируемый рост популяций всегда превосходит по скорости рост средств существования. Его гипотеза указывала на геометрическую прогрессию роста неконтролируемой популяции в сравнении с арифметической прогрессией роста источников существования⁶.

Мальтус написал множество выдающихся трудов и, несмотря на неприятие многими его гипотезы о судьбах популяций, был единодушно признан выдающимся мыслителем своего времени. Несомненно, что выдвинутая Мальтусом гипотеза интересна для нелинейной динамики в плане решения демографических, социальных и экономических задач.

Ответ на вопрос, работает или не работает гипотеза Мальтуса сегодня, есть в статье [8]. В 32 странах рост популяции практически равен нулю. Популяции в Германии, Италии, России, Венгрии и Украине уменьшаются. Это замедление или уменьшение скорости роста верно для стран с общим населением 2 млрд. человек, составляющих примерно 1/3 мирового населения. Таким образом, для 1/3 человечества Мальтус не прав. Но другие 2/3 человечества неприятно близки к тому, чтобы служить доказательством правоты Мальтуса. В развивающихся странах популяция увеличивается на 80 млн. человек в год.

Заметим, что примерно 1 млрд. человек каждый день идут спать голодными, несколько сот тысяч умирают от голода каждый день. Можно ли игнорировать идеи Мальтуса?

Наконец, интересная цитата из статьи [10]. «Много лет назад, когда, перед тем как Индия стала независимой, Ганди спросили: «Будет ли страна следовать британскому пути развития?», Ганди ответил: «Чтобы достичь своего процветания, Британия использует половину ресурсов планеты. Как много планет потребуется для страны, подобной Индии?» По недавним оценкам потребовались бы две дополнительные планеты, чтобы поддерживать во всем мире жизненные стандарты индустриальных стран, три – если популяция удвоится, и двенадцать – если стандарты удвоятся.

⁶В теории популяций уравнением Мальтуса часто называют уравнением для эволюции во времени численности популяции N : $\partial N/\partial T = kN$, где $k = \text{const}$, причем $k = k_p - k_c$, где k_p и k_c – коэффициенты рождаемости и смертности. Поправляют модель переходом к логистическому уравнению $\frac{dN}{dt} = kN \frac{N_0 - N}{N_0}$, где N_0 – предельная численность, которой может достигнуть популяция.

В 2004 году мы можем отметить 115 лет со дня рождения Балтазара Ван дер Поля и почтить его память : он умер 45 лет тому назад. Немного о нем (подробности есть, например, в [1]).

- 1889, 27 января в Утрехте (Голландия) в семье состоятельного купца, широко образованного человека родился Б. Ван дер Поль.
- 1916 окончил с отличием Утрехтский университет по специальности физика и математика; сдал «докторский экзамен», что соответствовало получению степени магистра, и уехал в Англию для продолжения образования, где вначале работал у Флеминга.
- 1917–1919 работа в Кавендишской лаборатории Кембрижского университета. С 1919 года в течение трех лет был хранителем частного фонда Тейлора, в который входили музей, библиотека и лаборатория.
- 1920 защита докторской диссертации о распространении радиоволн в ионизированном газе на основании проведенных в Кембридже экспериментов.
- 1922–1949 работа в фирме «Филлипс» в Эйховене.
- С 1938 года Ван дер Поль, одновременно с работой в «Филлипсе», – профессор Дельфского университета по теоретической радиотехнике.
- 6 октября 1959 Ван дер Поль умер.

Считают, что в своей работе Ван дер Поль испытал влияние Лапласа и Оливера Хевисайда. Н.М. Крылов и Н.Н. Боголюбов писали так о творчестве Ван дер Поля: «Основателем применения метода нелинейных колебаний в радиотехнике следует считать голландского физика Балтазара Ван дер Поля, который нестрогими методами получил важные результаты». Что касается строгости, то здесь можно вспомнить высказывание Н. Винера о том, что в серьезных работах строгость не является чем-то довлеющим и, как правило, может быть внесена достаточно квалифицированным профессионалом-математиком.

Главное – наличие плодотворной идеи. Эта мысль очень созвучна Л.И. Мандельштаму: «Физик должен сам определять меру математической строгости...» Самые значительные результаты Ван дер Поля – вклад в теорию осреднения и, конечно, получение эталонного уравнения автоколебаний (x, t – безразмерные).

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \varepsilon(1 - x^2)\frac{dx}{dt} + x = 0, \quad \varepsilon = \text{const} > 0.$$

Пока колебания малы и $x^2 < 1$, коэффициент при $\frac{dx}{dt}$ (а это слагаемое описывает затухание) отрицателен, колебания нарастают.

При возрастании колебаний x увеличивается. Если $x^2 > 1$, то трение становится положительным и уменьшает амплитуду колебаний. В результате двух противоположных влияний раскачка колебаний будет постепенно замедляться, а движение неограниченно приближаться к режиму с постоянными амплитудами, в котором указанные влияния уравновешиваются. Образ автоколебаний – предельный цикл, о котором уже упоминалось.

Знаменитыми остаются исследования Ван дер Поля по синхронизации автоколебаний и моделированию работы сердца.

Наша следующая дата – 60 лет со дня опубликования работы [11]. Обратимся вновь к книге Рюэля, и наши цитаты будут длинными. Вот что он пишет. «Открытие новых идей запрограммировать невозможно. Вот почему революции и другие общественные катаклизмы зачастую оказывают положительное влияние на науку. На некоторое время прерывая рутинную работу бюрократического аппарата и выводя из строя организаторов научного исследования, они дают людям возможность думать. Как бы то ни было, «события», которые произошли во французском обществе в мае 1968 года, обрадовали меня, потому что они нарушили работу почты и связи и, помимо этого создали своего рода интеллектуальное возбуждение⁷. В то время я пытался самостоятельно изучить гидродинамику по книге Ландау и Лившица «Механика жидкости». Я медленно пробивал свой путь в гуще сложных вычислений, от которых авторы, судя по всему, получали истинное удовольствие, и внезапно наткнулся на нечто интересное: раздел по возникновению турбулентности без сложных вычислений». После этого Рюэль описывает качественно ламинарное и турбулентное движение, вводит понятие моды как периодического движения.

Далее он пишет следующее. «Но вернемся к Ландау. Он предположил, что, когда под действием внешнего источника питания жидкость приходит в движение, возбуждается определенное количество мод жидкости. Если не возбуждается ни одной моды, мы имеем постоянное состояние жидкости. Если возбуждается одна мода, мы имеем периодические колебания. Если возбуждается несколько мод, поток становится нерегулярным, а при возбуждении множества мод – турбулентным. Ландау поддержал свое предложение с помощью математических доказательств... (Независимо от Ландау немецкий математик Эберхард Хопф опубликовал подобную теорию, несколько более сложную в математическом плане. E. Hopf. A mathematical example displaying the features of turbulence // Commun. Pure Appl. Math. 1948. Vol. 1. P. 303-22).

Теория Ландау – Хопфа, в представленном мной виде, на первый взгляд, дает удовлетворительное описание возникновения турбулентности: то, как жидкость становится турбулентной при увеличении силы, приложенной к ней извне. И все же, читая Ландау, я мгновенно испытал неудовлетворение, по математическим причинам... Описание турбулентности Ландау через моды не понравилось мне потому, что я слушал семинары Рене Тома и изучал фундаментальный труд Стива Смайла под названием «Дифференцируемые динамические системы». От них я узнал о современном развитии идей Пуанкаре по динамическим системам, из чего ясно понял, что применимость парадигмы мод далека от универсальной.

Например, временная эволюция, которую можно описать через моды, не может обладать зависимостью от начальных условий... Чем больше я думал об этой проблеме, тем меньше я верил картине Ландау: если бы в вязкой жидкости были моды, то они взаимодействовали бы скорее сильно, чем слабо и создавали бы нечто совершенно отличное от картинки мод. Нечто более богатое и гораздо более интересное.» Так появилась знаменитая статья Рюэля с Флорисом Такенсом «О природе турбулентности» (Commun. Math. Phys., 1971, 20, 167; 1971, 23, 343). Заметьте, статья называется так же, как у Ландау.

⁷В 1968 году по миру прокатилась волна массовых выступлений студентов. Они яростно протестовали против всего на свете – войны во Вьетнаме, власти денег, неправильного обучения в университетах, требовали свободы секса, а кое-где и наркотиков. Особенно бурный характер этот протест принял во Франции.

И вновь Рюэль: «В своей работе мы объяснили, почему, на наш взгляд, картина турбулентности, представленная Ландау, неверна, и предложили нечто другое, что содержало странные аттракторы. Эти странные аттракторы впервые появились в работе Стива Смейла, но само название было новым, и теперь уже никто не помнит, кто его придумал: Флорис Такенс, я или кто-то еще...

Мы претендовали на то, что турбулентный поток описывается не странными аттракторами...

Возникла новая парадигма, которая получила имя – хаос, данное ей Джимом Йорке, прикладным математиком, работающим в университете Мериленда. То, что мы сейчас называем хаосом, является временной эволюцией с чувствительной зависимостью от начальных условий». Итак, модовая идея объясняет не все. Но все-таки именно работа Ландау привела к использованию идей хаоса в теории турбулентности.

Следующий наш герой – Алан Матисон Тьюринг. Он родился 23 июня 1912 года в небогатой английской аристократической семье, жившей в соответствии со строгими традициями империи. Среди многочисленной родни этой семьи был и ирландский физик и математик Джон Джонстон Стоней, который ввел понятие об элементарном электрическом заряде и придумал термин «электрон».

Традиционное английское воспитание не включало изучение естественных наук. Но Алан обладал пытливым умом, и воспитатели разрешили ему читать научно-популярные книги, благо читать он выучился в шесть лет. Кто-то из родных подарил Алану популярную книгу Эдвина К. Брюстера «Чудеса природы, которые должен знать каждый ребенок», которая подогрела его интерес к естествознанию. В 11 лет он увлекся химией, пытаясь извлечь йод из водорослей. Мать Алана боялась, что эти увлечения помешают ему поступить в одну из Public Schools – английское закрытое частное заведение для мальчиков, учеба в котором считалась обязательной для детей аристократов.

В 1926 году Алан был зачислен в престижную Шерборнскую школу (Sherborn Public School), но опасаться пришлось уже за то, окончит ли он ее, будучи последним по английскому языку, предпоследним по латинскому, не намного лучше обстояло дело и по остальным предметам.

Директор школы писал: «Этот мальчик из тех, кто обречен стать большой проблемой для любой школы или сообщества...» Но в классном журнале были и другие записи: « Если он хочет быть только научным специалистом, он зря проводит время в Public School. Наверное, он будет математиком. Такие ученики, как он, рождаются один раз в 200 лет». В 15 лет Алан самостоятельно освоил теорию относительности, но по обязательным программным предметам учился столь плохо, что мог вообще не получить аттестата. Школу он окончил и со второй попытки поступил в Кембриджский университет. Смерть лучшего друга, с которым он делился своими размышлениями, потрясла семнадцатилетнего Алана. По-видимому, он впервые задумался над тем, как материализован человеческий разум и высвобождается ли он после смерти.

В Королевском колледже Кембриджского университета он сразу стал заметен: прекрасная успеваемость и интенсивная научная работа, степень бакалавра с отличием в 1934 году, степень магистра и аспирантская стипендия от Королевского колледжа в 1935 году, премия Смита за работу по теории вероятностей в 1936 году.

В 1935 году он внезапно увлекся проблемой Гильберта о разрешимости и стал работать над ней. Напомним, что Гильберт ставил следующий вопрос: «Существует ли, хотя бы в принципе, определенный метод или процесс, посредством которого можно решить любую математическую проблему?» В апреле 1936 года Тьюринг уже завершил работу, но появилась статья американца Алонзо Черча, где результат был получен иначе, чем у Алана. Ответы и у того и у другого были отрицательными. Черча считают первым. Но в своей работе «О вычислимых числах с приложением к проблеме разрешимости» Тьюринг впервые ввел термины «вычислительный алгоритм» и «универсальный компьютер». Именно в этой работе появилась знаменитая «машина Тьюринга».

Тьюринг блестяще окончил четырехлетний курс обучения в университете, а в сентябре 1936 года получил двухгодичную аспирантскую стипендию из Принстонского университета и уехал к Джону фон Нейману. В 1936 году он защитил докторскую диссертацию и вернулся в Англию, в Кембридж, где начал работать в Правительственной школе кодов и шифров. Кстати, еще в Принстоне он сконструировал шифровальную машину на электромагнитных реле и начал изучать науку шифрования.

С началом Второй мировой войны Германия для кодировки радиосообщений стала применять шифровальную электромеханическую машину «Энигма» («Загадка»), которой англичане противопоставили свою дешифрующую машину «Бомба», но она не справлялась с раскрытием шифра. Тьюрингу удалось усовершенствовать машину, и шифр немцев был взорван, после чего англичане знали детали всех операций, планируемых люфтваффе.

Но с вступлением в войну США 1 февраля 1942 года немцы перешли на усложненный шифр («рыбий язык») и англичане опять потерпели неудачу.

Тьюринг создал машину «Колосс» с двумя тысячами электронных ламп и вновь победил немцев.

В Манчестерском университете уже после войны Тьюринг участвовал в создании одного из первых в мире работоспособных компьютеров Ferranti Mark I. В 1950 году он написал философскую статью «Вычислительные машины и интеллект» (у нас она вышла первым изданием в 1960 году в виде отдельной книги под названием «Может ли машина мыслить?» [12, 2-е издание]), ставшую классической в будущей науке об искусственном интеллекте.

В 1951 году Тьюринга избрали членом Лондонского королевского научного общества.

В 1952 году выходит статья Тьюринга [13], в которой он показал, что периодическое в пространстве и стационарное во времени распределение концентраций может установиться в первоначально однородной системе, где химические реакции сочетаются с диффузией. Периодическое строение многих животных, например, кишечнополостных, червей, многоножек и т.п. он связал с существованием некоторого вещества, влияющего на рост клеток – морфогена. С помощью компьютера он начал исследования роста и формообразования живых организмов.

Тьюринг вел отнюдь не аристократический образ жизни: в свободное время он ставил химические опыты, решал шахматные задачи и играл в го.

Друзей у него практически не было. Возможно, от него отталкивали эксцентрическая прическа, несколько беспорядочный стиль одежды, резкий скрипучий голос; к тому же он иногда сильно заикался.

Тьюринг был прекрасным спортсменом, отдавая предпочтение гребле и марафонскому бегу. Он удивлял коллег тем, что по утрам часто пробегал десять километров от дома до лаборатории. В 1948 году в кроссе он показал результат лучше, чем спортсмен, который вскоре стал серебряным призером Олимпийских игр. Сам он не участвовал в Играх из-за травмы.

31 марта 1953 года Алан Тьюринг после ареста предстал перед судом по обвинению в гомосексуализме. То, что сейчас называют нетрадиционной сексуальной ориентацией, в послевоенной Англии считалось преступлением. Он должен был выбрать: тюрьма или лечение. Тьюринг выбрал лечение, но все пережитое привело к глубокой депрессии, хотя он продолжал научную работу.

8 июня 1954 года прислуга нашла его мертвым. На недоеденном яблоке и на пальцах Тьюринга обнаружили цианистый калий. Яд был рассыпан и по столу, где он накануне ставил химические опыты.

Следствие констатировало самоубийство, хотя мать Тьюринга и многие его коллеги не верили в это: уж слишком много у него было планов, хотя после суда ему запретили работать в секретных компьютерных лабораториях.

Тьюрингу был всего сорок один год.

В связи с работой Тьюринга [13] уместно вспомнить одну давнюю дату.

В этом году исполнилось 60 лет со дня опубликования труда швейцарца Абрама Трамбле «Мемуары к истории одного рода пресноводных полипов с руками вместо рогов».

Речь в «Мемуарах» шла об обыкновенной гидре, которую проходят в школьном курсе зоологии. Гидра (зоологическая, а не мифологическая, с которой сражался Геракл) была открыта 300 лет назад. В 1703 году в трудах Лондонского Королевского общества было опубликовано очередное письмо А. Левенгука, нашедшего на листочке водного растения вблизи голландского г. Делфта маленькое существо, которое втягивало и сокращало свое тельце, шевеля длинными рогами. Затем публикация Трамбле, в которой он не только описал строение гидры (кстати, именно он впервые использовал известное из греческой мифологии имя «гидра» применительно к живому организму, хотя официальное латинское название *Nydra* было присвоено ему только в 1858 г. К. Линнеем), но также исследовал его питание, поведение и размножение. Трамбле осуществил блестящие по замыслу и технике опыты по регенерации и другим аспектам экспериментальной биологии гидры. Удивительно, но работы Трамбле были не просто замечены современниками, а пользовались громадным успехом, их обсуждали во всей Европе, отыскивали гидр и пытались воспроизводить эксперименты. С мемуаров Трамбле началась не только история изучения гидр, но и история всей экспериментальной биологии. Гидра – классический экспериментальный объект в науке о морфогенезе, такой же как дрозофила в генетике.

И последняя дата.

8 сентября 1989 года скончался Лев Альбертович Вайнштейн – один из ведущих физиков-теоретиков, которому принадлежат ставшие классическими работы по теории дифракции, СВЧ-электронике, теории колебаний и волн и ряду многих других вопросов радиофизики.

Лев Альбертович оказал огромное влияние на развитие саратовской школы по радиофизике и электронике. Многие из его работ впервые были доложены в виде

лекций на саратовских зимних школах (см., например, работы, непосредственно относящиеся к нелинейной динамике, [14-16]).

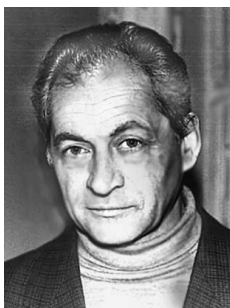
Не все упомянутые в общем списке даты нашли отражение в лекции. Некоторые из них были ранее отображены в журнале «Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика» – в статьях и в оформлении обложек. О Леониде Исааковиче Мандельштаме написано так много, что нет смысла заниматься пересказом. Кстати, недавно вышла прекрасная статья [17], представляя которую, академик В.Л. Гинзбург написал: «Я принадлежу к числу уже очень немногих, кто слушал лекции Л.И. Мандельштама (к сожалению, последние – он скончался 27 ноября 1944 года в Москве) и имел честь и счастье разговаривать с ним о науке, поэтому беру на себя смелость рекомендовать читателям публикуемую ниже статью. Она информативна и правдива». Что касается нерасшифрованных дат 1954, 1974, 1979 годов, то они, несомненно, связаны с работой Тьюринга и невыполненной программой его исследований.

В целом автор старался опираться не на общеизвестные факты.

Библиографический список

1. *Трубецков Д.И.* Введение в синергетику. Хаос и структуры. М.: Едиториал УРСС, 2004, 240 с.
2. *Сажере Ю., Адамар Ж., де Бройль Луи.* Анри Пуанкаре. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001, 64 с.
3. *Рюэль Д.* Случайность и хаос. Москва – Ижевск: РХД, 2001, 192 с.
4. *Hadamard J.* Les surfaces a courbures opposes et leurs lignes geodesicues// *J.Maht. pures et appl.* 1998, Vol. 4. P. 27-73.
5. *Трубецков Д.И.* «След вдохновений и трудов упорных»: Лекции. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2001, 104с.
6. *Scott Russel J.* Report of waves// *Proc. Roy. Soc. Edinburg*, 1834, p.319-320.
7. *Смирнов Г.В.* Рожденные вихрем. М.: Знание, 1982, 192 с. (Жизнь замечательных идей).
8. *Свердлов Е.Д.* Возвращение преподобного Томаса Мальтуса // *Вестник РАН.* 2004. Т. 74, № 9. С. 802-812.
9. *Malthus T.R.* An essay on the principle of populatin as it affects the future improvement of society. 1798. <http://www.faculty.rsu.edu/felvell/Theorists/Malthus/essay2.htm>.
10. *Raven P.H.* Science, Substainability, and the Human Prospect. Presidential Address // *Science.* 2002, v. 297, p. 954-958.
11. *Ландау Л.Д.* О природе турбулентности // *Докл. АН СССР.* 1944. Т. 44, № 8. С. 339-342.
12. *Тьюринг А.М.* Может ли машина мыслить? Саратов. Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1999. 100 с.
13. *Turing A.M.* Chemical foundations of morfogenesis // *Philos. Trans. Roy. Soc. London.* 1952. Vol. 237. P. 37-72.

14. *Вайнштейн Л.А.* Распространение импульсов: Лекции по электронике СВЧ (3-я школа-семинар инженеров), книга 5, Изд-во Саратов. ун-та, 1974. С. 3-87.
15. *Вайнштейн Л.А., Вакман Д.Е.* Аналитический сигнал в теории колебаний и волн: Лекции по электронике СВЧ (4-я школа-семинар инженеров), книга 2, Изд-во Саратов. ун-та, 1978. с. 3-43.
16. *Вайнштейн Л.А., Вакман Д.Е.* Разделение частот в теории колебаний и волн. М.: Наука, 1983. 288 с.
17. *Горелик Г.В.* Леонид Мандельштам и его школа: К 125-летию со дня рождения // Вестник Российской Академии Наук, 2004. Т. 74, №10. С. 932-945.



Трубецков Дмитрий Иванович – родился в Саратове (1938). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1960). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГУ (1965) и доктора физико-математических наук в СГУ (1978) в области радиофизики. Заведующий кафедрой электроники и волновых процессов СГУ, профессор, член-корреспондент Российской Академии наук, заслуженный деятель науки РФ. В Саратовском государственном университете в разное время подготовил и прочитал общие курсы лекций «Основы электроники сверхвысоких частот», «Квантовая электроника», «Методы математической оптимизации», «Теория волновых процессов», а также специальные курсы «Введение в специальность (радиофизика и электроника)», «Теория СВЧ-электронных приборов О- и М-типа», «Вакуумная микроэлектроника», «Высокочастотная релятивистская электроника», «Хаос и структуры», «Линейные волны», «Нелинейные волны». Некоторые из курсов читал в Санкт-Петербургском государственном техническом университете и Ростовском государственном университете. Научный руководитель Лицея прикладных наук СГУ. Соросовский профессор (1994, 1995). Автор 9 учебных пособий, вышедших за последнее десятилетие.