



## СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА ПОТОКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С ВИРТУАЛЬНЫМ КАТОДОМ

*А.П.Привезенцев, Г.П.Фоменко*

В работе численным методом рассмотрена нелинейная динамика виртуального катода в триодных системах. Показано, что различные неустойчивые стационарные потоки переходят в различные колебательные состояния - нелинейные структуры для токов инжекции, близких к критическому. Возмущение тока инжекции приводит к взаимодействию нелинейных мод и переходу высокочастотной моды в низкочастотную. При взаимодействии потока с многомодовым резонатором с определенным уровнем связи и диапазоном собственных частот наблюдается режим синхронизации с колебаниями, близкими к синусоидальным. Исследование корреляционных характеристик для локальных величин потока показывает, что динамика является сложной, когда крупномасштабная когерентность для временных масштабов порядка времени пролета сочетается с хаотическим поведением на меньших временных масштабах.

1. Интерес к исследованию динамики виртуального катода связан прежде всего с возможностью его использования для генерации мощного СВЧ-излучения. Различные варианты таких генераторов на мощных импульсных электронных пучках, имеющих общее название - виркаторы, можно разделить на две большие группы. В виркаторах триодного типа виртуальный катод формируется в межэлектродном промежутке с тормозящим потенциалом. При этом практически все инжектируемые диодом электроны отражаются, и формируются встречные потоки частиц, осциллирующие в потенциальной яме катод - виртуальный катод.

В многочисленных модификациях виркаторов диодного типа сверхпределный ток инжектируется в эквипотенциальное пространство. В этом случае наряду с электронами, осциллирующими между катодом и виртуальным катодом, существует поток пролетных частиц. В модификации виркатора, называемой редитроном, отраженный виртуальным катодом поток поглощается. Таким образом, устраняется возмущающее влияние нестационарного потока отраженных частиц на работу диода. Виртуальный катод в редитроне формируется практически моноэнергетическим потоком, что существенно улучшает спектральные характеристики генерируемого излучения.

Имеющиеся к настоящему времени экспериментальные результаты по генерации СВЧ-излучения виркаторами получены на установках с далекими от оптимальных значений параметрами. Однако, проведенные исследования показывают, что виркаторы могут рассматриваться в качестве перспективных, достаточно простых по конструкции источников электромагнитного излучения в диапазоне  $1 \div 10$  ГГц с мощностью около десяти ГВт и длительностью импульса до сотен наносекунд [1-3].

Формирование осциллирующего виртуального катода в сверхпределном потоке заряженных частиц представляет собой сложный процесс, в котором в полной мере проявляются нелинейные свойства пространственного заряда. Сложность описания такой системы определяется возбуждением большого числа сильно взаимодействующих коллективных степеней свободы. В силу этого, достаточно полное исследование динамики виртуального катода может быть получено путем полномасштабного численного моделирования [4]. Однако, для выяснения общих физических механизмов, определяющих особенности динамики виртуального катода, представляет интерес исследование простейших приближенных моделей.

Ограничимся в дальнейшем рассмотрением одномерного потока, формирующего виртуальный катод в плоском диодном промежутке. Допущение о неограниченных размерах системы в направлении перпендикулярном движению частиц дает возможность игнорировать эффекты, связанные с магнитным полем потока.

Для одномерных потоков такого вида аналитически решаются самосогласованные уравнения гидродинамического приближения, описывающие стационарные состояния потоков в нерелятивистском [5] и релятивистском [6] случаях. Решения уравнений для стационарных потоков показывают, что в некотором интервале значений токов, инжектируемых в плоский диодный промежуток, существует гистерезис состояний и возможны три различных режима стационарного потока: «быстрый» стационарный поток с полным пролетом, «медленный» стационарный поток с полным пролетом и стационарный поток с виртуальным катодом, когда часть инжектируемого потока отражается. В работах [7 - 9] методом линейной теории показано, что медленная ветвь стационарного потока с полным пролетом неустойчива.

Традиционный для классической СВЧ-электроники линейный подход для анализа работы виркатора использовался в работах [10 - 12]. В основе такого подхода лежит допущение о существовании некоторого равновесного состояния с малыми возмущениями, эволюция которых описывается линеаризованными уравнениями. На ограниченность такого подхода в теории виркаторов показывает приведенное в статье [13] качественное описание режима сильной турбулентности электронной плазмы, формируемой в турбутроне. Турбутрон - вариант виркатора, в котором электроны из плоского диода инжектируются в пролетный промежуток с большим превышением критического тока. Это достигается за счет того, что ширина пролетного промежутка значительно превосходит ширину диода. Согласно [13], сгустки, формируемые в потоке электронов, осциллирующих между катодом и виртуальным катодом, взаимодействуют друг с другом, обмениваясь частицами, изменяясь в размерах и даже рождаясь и умирая.

Очевидно, что процесс интенсивного взаимодействия коллективных степеней свободы электронного пучка характерен для мощных приборов с развитым пространственным зарядом. Сложные колебания электронного потока впервые были обнаружены при исследовании аномально высокого уровня шумов в генераторах магнетронного типа [14].

В настоящей статье рассматривается нелинейная динамика виртуального катода, определяющая сложность колебательных режимов пространственного заряда в условиях сверхкритического тока. «Сложность» при этом понимается в смысле, принятом в нелинейной физике [15, 16], как сочетание в одном процессе динамических и хаотических свойств. Рассмотрение ведется в рамках модели плоских листов. При очевидных ее ограничениях - отсутствие магнитного поля, одномерность движения - эта модель отражает существенные нелинейные свойства интенсивного потока (наличие критического тока, гистерезис состояний), что делает ее исследование интересным и дает возможность понять некоторые общие закономерности нелинейной динамики пространственного заряда. Практика применения модели плоских листов для описания генерации излучения в виркаторах с плоскими электродами, зазор между которыми меньше их поперечных размеров, как отмечено в работе [13], дает удовлетворительное

согласие с экспериментом по уровню мощности и достаточно точно предсказывает частоту излучения.

2. Рассмотрим триодную систему, образованную плоскими параллельными друг другу электродами: катодом, анодной сеткой и коллектором. Электроны, ускоренные потенциалом  $U_0$  в диодном промежутке катод - анод шириной  $d_1$ , инжектируются в пролетный промежуток анод - коллектор шириной  $d_2$ . Потенциал коллектора может равняться потенциалу анода (для виркатора диодного типа) или совпадать с потенциалом катода (для виркатора триодного типа). Возбуждение потоком высокочастотного поля учитывается только в пролетном промежутке, который рассматривается как высокочастотный резонатор. Следуя приближению плоских листов, высокочастотное поле в области взаимодействия считаем однородным, что приближенно выполняется для основных мод, если размеры области, занятой потоком, много меньше размеров резонатора.

Уравнения, описывающие динамику пространственного заряда, получим, используя модификацию модели плоских листов и безразмерные единицы, введенные в работе [17].

За единицу длины примем  $d_1$ . Масштаб плотности заряда  $\sigma_M$  введем соотношением

$$e\sigma U_0 = e^2 d_1 \sigma_M^2 / 2\epsilon_0,$$

где  $\sigma$  - плотность заряда листа. Масштаб потенциала электрического поля определим равенством

$$U_M = e d_1 \sigma_M / \epsilon_0.$$

При таком выборе единиц, безразмерная плотность заряда  $\lambda = \sigma / \sigma_M$  и безразмерное напряжение диода  $u_0 = U_0 / U_M$  связаны равенством

$$\lambda u_0 = 1/2.$$

Единицей времени в принятой нормировке служит время пролета одиночного электрона через диод с максимальной скоростью, приобретаемой в ускоряющем потенциале  $U_0$ ,

$$t_M = d_1 / v_0, \quad v_0 = \sqrt{2eU_0/m}.$$

Единицей тока является максимальный ток диода в режиме ограничения эмиссии пространственным зарядом

$$J_M = 4/9 (\epsilon_0 d_1^2) \sqrt{2e/m} U_0^{3/2}.$$

Стационарный поток с полным прохождением заряда через эквипотенциальный пролетный промежуток становится неустойчивым, если инжектируемый в него ток равен удвоенному критическому  $2J_{кр}$ . Стационарный режим частичного прохождения потока с виртуальным катодом может существовать для токов инжекции больших  $J_{кр}$ .

В дальнейшем предполагается, что диод работает в режиме ограничения тока пространственным зарядом. В этих условиях критический ток пролетного промежутка анод - коллектор выражается через  $J_M$  и относительную длину промежутка  $D = d_2 / d_1$

$$J_{кр} = 4J_M / D^2.$$

Условие срыва режима полного пролета  $J_M = 2J_{кр}$  выполняется при ширине пролетного промежутка  $D_{кр} = 2\sqrt{2}$ . Варьируя  $D$ , можно изменять степень превышения током, инжектируемым диодом, величины критического тока.

Если считать, что листы пронумерованы в порядке возрастания коор-

динаты, то уравнения движения листов в диоде и пролетном пространстве в промежутках между моментами обгона и событиями, изменяющими их число, определяются гамильтонианом

$$H = \sum_{i=1}^N (p_i^2/2 - \lambda^2 \sum_{j=1}^N (\Theta(x_j - x_i) - \mu x_j/2) x_i - \lambda \mu x_i), \quad (1)$$

где  $\Theta(x) = 0, 1/2, 1$  для  $x < 0, x = 0, x > 0$  соответственно;  $N$  - число листов в соответствующей области триодной системы; координатная ось  $x$  направлена перпендикулярно электродам;  $p_i = dx_i/dt$ . Для диодного промежутка  $0 \leq x_i \leq D$  имеем  $\mu = 1$ , для пролетного промежутка  $0 \leq x_i \leq D$  имеем  $\mu = 1/D$ . Внешнее поле  $u$  в диодном промежутке равно ускоряющему полю  $u_0$ , а для пролетного промежутка, в зависимости от рассматриваемого режима, может равняться нулю, быть стационарным тормозящим полем  $-u_0$  или составлять суперпозицию стационарного поля и собственного поля резонатора  $u_c$ , которое представляется в виде суммы по собственным модам

$$u_c = \sum_{s=1}^M dq_s/dt.$$

Уравнения для коэффициентов разложения векторного потенциала  $q_s$  удобно преобразовать, переходя к амплитудам  $A_s$  и фазам  $\varphi_s$  гармоник  $q_s = A_s \cos(\omega_s t + \varphi_s)/\omega_s$ ,

$$dA_s/dt = -(\omega_s/Q_s) A_s \sin^2 \psi_s + \lambda \Gamma_s \sin \psi_s \sum_{i=1}^N p_i, \quad (2)$$

$$d\varphi_s/dt = (\omega_s/Q_s) \sin \psi_s \cos \psi_s + \lambda \Gamma_s \cos \psi_s / A_s \sum_{i=1}^N p_i,$$

где  $\psi_s = \omega_s t + \varphi_s$ ,  $s = 1, 2, \dots, M$ ;  $M$  - общее число гармоник;  $\omega_s$  - собственные частоты;  $Q_s$  - добротности;  $\Gamma_s$  - коэффициенты связи для  $s$ -й собственной моды резонатора являются феноменологическими параметрами модели.

Для принятого порядка нумерации листов можно ввести новые координаты  $y_1 = x_1$ ,  $y_i = x_i - x_{i-1}$  ( $i = 2, 3, \dots, N$ ), в диодном промежутке  $y_{N+1} = 1 - x_N$ , в пролетном промежутке  $y_{N+1} = D - x_N$ . Уравнения для переменных  $y_i$ , определяемые гамильтонианом (1), имеют вид

$$d^2 y_1 / dt^2 = -\lambda^2 (N-1/2) + \mu \lambda^2 \sum_{j=1}^N (N-j+1) y_j - \lambda \mu u,$$

$$d^2 y_j / dt^2 = \lambda^2, \quad j = 2, 3, \dots, N, \quad (3)$$

$$d^2 y_{N+1} / dt^2 = \lambda^2 / 2 - \mu \lambda^2 \sum_{j=1}^N (N-j+1) y_j + \lambda \mu u.$$

При численном интегрировании системы (2), (3) постоянный временной шаг  $h$  определялся через известное время пролета заряда диодного промежутка  $T_{ст}$  (в выбранных единицах  $T_{ст} = 3$ ) и начальное число частиц в диоде  $N_0$  по формуле  $h = T_{ст}/N_0$ . Выбор  $N_0$  определялся условием  $h \ll 1$  и возможностями вычислительной машины, поскольку от этого условия зависело среднее число уравнений (3) и, следовательно, время счета.

В дальнейшем величина шага задает последовательность моментов времени  $t_i = t_0 + ih$  ( $i = 1, 2, \dots$ ), для которых вычисляются временные последовательности физических параметров системы, выделяющие ее динамический режим. Кроме

того,  $h$  является шагом интегрирования уравнений высокочастотного поля (2) по методу Эйлера.

Уравнения (3), описывающие динамику листов, решаются с помощью итерационной процедуры, которая определяет координаты  $y_{i,k}=y_i(t_k)$  и скорости  $v_{i,k}=(dy_i/dt)|_{t=t_k}$  для дискретной последовательности моментов времени  $t_k$  ( $k=1, 2, \dots$ ). Наряду с последовательностью  $t_i = t_0 + ih$  итерационная последовательность  $t_k$  включает моменты времени, когда происходит одно из событий, нарушающих линейный порядок нумерации листов или изменяющих их число. Такие события определяются по обращению в нуль одной из координат  $y_i$ . К ним относятся: обгон  $i$ -го листа ( $i-1$ -ым (при этом  $y_i=0$ ), возврат 1-го листа пролетного промежутка в диод или 1-го листа в диоде на катод ( $y_1=0$ ), вылет  $N$ -го листа из пролетного промежутка, через коллектор или перелет листа из диода в пролетный промежуток ( $y_{N+1}=0$ ).

Введем  $2(N+1)$  - мерные векторы, определяющие состояния листов в моменты  $t_k$  в каждой части триодной системы

$$Y_{k\pm} = \text{col}(y_{1,k\pm}, \dots, y_{N+1,k\pm}, v_{1,k\pm}, \dots, v_{N+1,k\pm}).$$

Значения векторов  $Y_k$  и их координат в момент  $t_k$  после восстановления линейного порядка нумерации листов обозначаются верхним индексом «+», значения этих величин в момент  $t_k$  до перенумерации индексом «-».

Для определения текущего шага итерации запишем решение системы (3), ограничиваясь разложением по степеням  $\Delta t = t - t_k$  с точностью до членов третьего порядка, в виде

$$\begin{aligned} y_1(\Delta t) &= y_{1,k^+} + v_{1,k^+} \Delta t + F_1(\Delta t)^2/2 + \lambda I_{\text{полн}}(\Delta t)^3/6, \\ y_i(\Delta t) &= y_{i,k^+} + v_{i,k^+} \Delta t + \lambda^2(\Delta t)^2/2, \quad i=2, \dots, N, \end{aligned} \quad (4)$$

$$y_{N+1}(\Delta t) = y_{N+1,k^+} + v_{N+1,k^+} \Delta t - F_N(\Delta t)^2/2 - \lambda I_{\text{полн}}(\Delta t)^3/6,$$

где

$$F_1 = \lambda^2 \left( \sum_{j=1}^N (N-j+1) y_{j,k^+} - 1/2 \right) + \lambda u(t_k),$$

$$F_N = \lambda^2 \left( \sum_{j=1}^N (N-j+1) y_{j,k^+} - N+1/2 \right) + \lambda u(t_k),$$

$$I_{\text{полн}} = \lambda \sum_{j=1}^N (N-j+1) v_{j,k^+} + (du_c/dt)|_{t=t_k}.$$

Шаг итерации находится как интервал времени до ближайшего события из ряда: обгон, возврат, вылет, перелет или очередной момент записи состояния системы  $t_m$ . Значение очередного шага  $\Delta t_{k+1}$  вычисляется как наименьший из интервалов  $\Delta t$ , определяемых уравнениями

$$y_i(\Delta t) = 0, \quad i=1, 2, \dots, N+1, \quad (5)$$

$$\Delta t = t - (t_0 + mh).$$

Поскольку одновременно решается  $N_d+1$  - уравнений (3) в диодной области и  $N_n+1$  - уравнений в пролетной области, общее число уравнений (5) для определения наименьшего интервала равно  $N_d + N_n + 3$ , где  $N_d$  и  $N_n$  - число частиц в диодной и пролетной областях соответственно.

По найденному  $\Delta t_{k+1}$  очередное значение  $Y_{k+1}$  определяется оператором сдвига по траектории системы (3), который можно записать в виде



$$Y_{k+1}^- = \Lambda_k + L_k Y_k^+, \quad (6)$$

где вектор  $\Lambda_k$  и матрица  $L_k$  определяются правой частью выражений (4) после замены  $\Delta t$  на  $\Delta t_{k+1}$ . Далее проводится точечное преобразование перенумерации координат

$$Y_{k+1}^+ = S_\alpha Y_{k+1}^-, \quad (7)$$

где индексом  $\alpha$  отмечены возможные типы преобразований, соответствующие различным событиям, которые определяют моменты итераций (обгон, возврат, вылет, перелет). Последовательность отображений (6) и (7) определяет динамику пространственного заряда.

Для моделирования условий эмиссии, ограниченной пространственным зарядом на катоде, очередной лист в диод вводился при выполнении неравенства

$$\lambda \sum_{i=1}^N x_i - N + 1/2 + u \geq 1/2,$$

которое обозначает, что суммарное поле на катоде превышает тормозящее поле одного листа. Начальное значение скорости вводимого в диодный промежуток листа  $v_n$  и его координаты  $x_n$  удовлетворяли равенству

$$v_n = x_n^{3/2} + \delta R, \quad (8)$$

где величина  $x_n$  выбиралась равной половине координаты ближайшего к катоду листа,  $R$  - случайная величина, равномерно распределенная в интервале  $0 \leq R \leq 1$ ;  $\delta$  - параметр, определяющий величину разброса скоростей при эмиссии и отклонение от идеального закона  $3/2$ , который имеет место при  $\delta=0$ .

Листы, проходящие анод в прямом (из диода) или обратном (из пролетного промежутка) направлениях могли поглотиться (перестать существовать) с вероятностями  $0 \leq P_f \leq 1$  и  $0 \leq P_b \leq 1$  соответственно. Варьируя величину  $P_b$ , можно изменять степень влияния отраженных электронов на работу системы. В частности, значения параметров  $\delta=0$ ,  $P_f=0$ ,  $P_b=1$  соответствуют режиму идеального редитрона, когда в пролетное пространство инжектируется моноэнергетический поток при условии полного поглощения отраженных виртуальным катодом зарядов на аноде.

**3.** Рассмотрим результаты численного моделирования динамики пространственного заряда в рамках описанной модели. В этом разделе приводятся результаты исследования собственных колебаний потока без учета возбуждения им высокочастотного поля в эквипотенциальном пролетном промежутке длиной  $D \approx D_{кр} = 2\sqrt{2}$ . При этом ток диода, инжектируемый в пролетный промежуток, близок к  $2I_{кр}$ .

Как показано в работе [18], гистерезис стационарных потоков приводит к гистерезису колебательных состояний потока в редитронном режиме ( $P_f=0$ ,  $P_b=1$ ).

Первый колебательный режим - низкочастотная нелинейная мода - формируется из начального распределения координат  $x_i$  и импульсов  $p_i$  листов в пролетном промежутке, которое соответствует стационарному потоку с полным пролетом [17],

$$\begin{aligned} x_i &= D[(3v-1)(i/N-1/2)/(2v) + 2(1-v)(i/N-1/2)^3/v+1/2], \\ p_i &= 1 + 6(1-v)(i/N-1)/iN. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь параметр  $v$  - безразмерное обратное время пролета листа через промежуток в стационарном потоке - определяется из уравнения

$$v(1-v^2)=8J/9, \quad (10)$$

где  $J$  - безразмерный ток инжекции.

Второй колебательный режим - высокочастотная нелинейная мода - формируется из начального распределения  $x_i$  и  $p_i$ , соответствующего стационарному потоку с виртуальным катодом, которое существует при том же токе инжекции в силу гистерезиса стационарных потоков,

$$\begin{aligned} x_i^{(1)} &= x_v(1-(1-i/N^{(1)})^3), & p_i^{(1)} &= (1-i/N^{(1)})^2, & i &= 1, \dots, N^{(1)}, \\ x_i^{(2)} &= x_v + (D-x_v)(i/N^{(2)})^3, & p_i^{(2)} &= (i/N^{(2)})^2, & i &= 1, \dots, N^{(2)}, \\ x_i^{(3)} &= x_v(1-(1-i/N^{(3)})^3), & p_i^{(3)} &= -(1-i/N^{(3)})^2, & i &= 1, \dots, N^{(3)}. \end{aligned} \quad (11)$$

Индексами (1), (2), (3) отмечены соответственно инжектируемый, прошедший и отраженный потоки

$$N^{(1)}+N^{(2)}+N^{(3)}=N_0, \quad N^{(1)}:N^{(2)}:N^{(3)}=x_v:(1-x_v)z:x_v(1-z),$$

где  $N_0$  - начальное число частиц в пролетном промежутке. Положение виртуального катода  $x_v$  и отношение прошедшего тока к току инжекции  $z=J^{(2)}/J^{(1)}$  определены в [5].

Начальное распределение (9) или (11) для частиц пролетного промежутка дополнялось распределением частиц в диоде, соответствующим режиму ограничения тока пространственным зарядом

$$x_i=(i/N)^3, \quad v_i=(i/N)^2.$$

По результатам расчета динамики пространственного заряда итерационной процедурой (6), (7) вычислялась временная последовательность для наведенного

тока  $I_{\text{нав}}(t) = \lambda \sum_{i=1}^N p_i$  в пролетном промежутке. Спектральная плотность мощности

$S_n$  как функция номера гармоники  $n$ , вычисленная по реализации  $I_{\text{нав}}$  для первой и второй нелинейных мод представлена соответственно кривыми 1 и 2 на рис. 1. Гармоника с максимальной амплитудой для низкочастотной моды имеет частоту  $f_1=1/T_1$ , где  $T_1 \sim 6 x_v t_M$ . Для высокочастотной моды максимальную амплитуду имеет гармоника с частотой  $f_2=1/T_2$ , где  $T_2 \sim 3x_v t_M$ . В приведенных расчетах положение виртуального катода задавалось равенством  $x_v=0.751$ . Таким образом характерный масштаб частоты колебаний потока определяется временем пролета листа от сетки до виртуального катода в стационарном потоке  $3x_v t_M$ .

В системе с идеальной сеткой  $P_f=P_b=0$  независимо от начальных условий устанавливается режим колебаний с интенсивной шумовой компонентой (см. кривую 3 рис. 1).

Комплексные амплитуды дискретного преобразования Фурье  $\hat{I}_m$ , по которым вычисляется спектр мощности  $S_m$ , находятся из выражений

$$\hat{I}_m = 1/L \sum_{k=0}^{L-1} I_{\text{нав},k} e^{-i2\pi mk/L} = \lambda/L \sum_{i=0}^N \sum_{k=0}^{L-1} p_i(t_k) e^{-i2\pi mk/L}, \quad (12)$$

где  $L$  - длина выборки,  $I_{\text{нав},k} = I_{\text{нав}}(t_k)$ . В осциллирующем потоке пространственного заряда периодически повторяются близкие по форме траектории пролетных и возвратных частиц с различными временами пролета. Легко вычислить вклад в сумму (12) периодической последовательности  $p_i$  с периодом  $K$ . Величина периода определяется временем пролета. Предположим для простоты, что длина выборки кратна периоду  $L=MK$ . Для такой последовательности траекторий Фурье-спектр

представляет набор гармоник  $I_{kM}^{\wedge}(1 \leq k \leq K)$ , номера которых кратны  $M$ , а частоты составляют гармоники основной частоты  $1/K$ . Спектр мощности нелинейных мод показывает, что когерентная часть высокочастотной моды определяется частицами с меньшим временем пролета, чем в низкочастотной моде. Этот качественный вывод подтверждается анализом траекторий листов в различных колебательных режимах.

В триоде с прозрачной сеткой поток частиц, осциллирующих в промежутке катод - виртуальный катод, имеет значительный разброс по скоростям и временам пролета. Этот разброс связан с образованием большой группы «медленных» частиц, наличие которых обуславливает увеличение шумовой компоненты спектра в области низких частот. Таким образом, кривая 3 на рис.1 представляет режим турбулентных колебаний, вызванный сильным взаимодействием встречных потоков в системе.

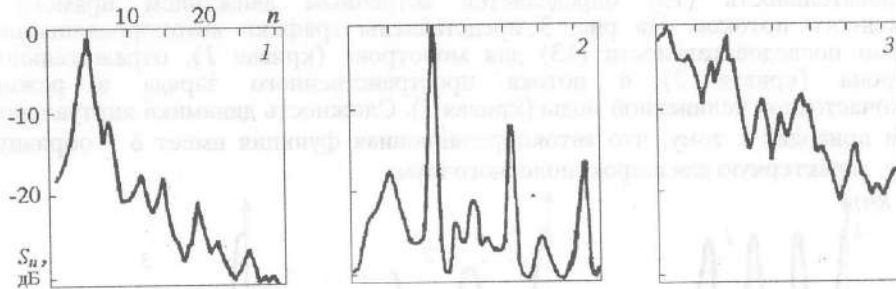


Рис. 1

Введение в поток малых возмущений позволяет наблюдать режим слабого взаимодействия нелинейных мод. Кривые на рис. 2 показывают эволюцию во времени спектра мощности наведенного тока высокочастотной нелинейной моды для диода с небольшой прозрачностью сетки для отраженных частиц ( $P_f=0$ ,  $P_b=0.983$ ). Частичное проникновение отраженных листов в диодную часть и вызываемое ими возмущение инжектируемого тока приводит к возбуждению низкочастотной нелинейной моды, обладающей большей областью устойчивости [19]. При меньшем возмущении инжектируемого потока ( $P_b=0.99$ ) наблюдается режим биений, когда стадия существования двух мод сменяется переходом к первоначальной высокочастотной моде. Аналогичный эффект конкуренции двух мод наблюдается при полупрозрачном аноде ( $P_f=0$ ,  $P_b=1$ ) за счет разброса по скоростям на катоде при инжекции ( $\delta=0.07$ ) [20].

Наведенный ток, спектры которого в различных режимах приведены на рис. 1, является усредненной характеристикой потока. Для выяснения более детального поведения системы воспользуемся методом символической динамики [16]. Эволюция потока однозначно определяется временной последовательностью

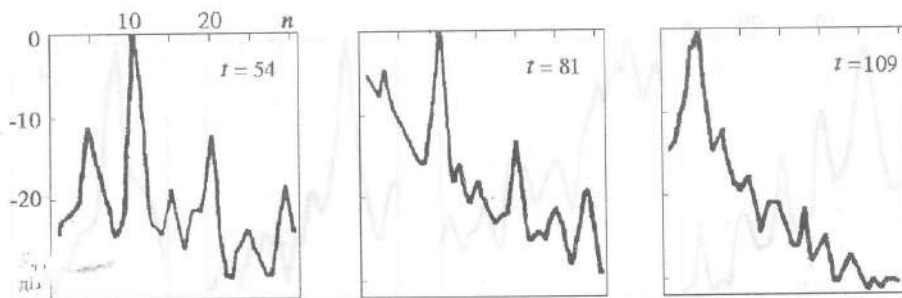


Рис. 2



событий из ряда: обгон, вылет, возврат, перелет. Поставим в соответствие каждому событию число по следующему правилу: обгон  $i$ -й частицы ( $i-1$ -ой ( $i=2, \dots$ ), возврат - 1, вылет -  $N+1$ , перелет -  $N+2$ , где  $N$  - полное число частиц в пролетном промежутке в данный момент времени. В рассматриваемом представлении эволюция системы кодируется числовой последовательностью

$$z_1, z_2, z_3, \dots, z_k, \dots \quad (13)$$

Очевидно, что для простых движений, имеющих место в слаботочных аналогах виркатора - монотроне и отражательном клистроне, последовательность (13) будет близка к периодической. В монотроне она образуется из двух чисел (перелет диод - пролетный промежуток -  $N+2$ , вылет -  $N+1$ ). Для символической траектории отражательного клистрона более сложная периодическая последовательность (13) определяется встречным движением прямого и отраженного потоков. На рис. 3 представлены графики автокорреляционной функции последовательности (13) для монотрона (кривая 1), отражательного клистрона (кривая 2) и потока пространственного заряда в режиме высокочастотной нелинейной моды (кривая 3). Сложность динамики виртуального катода приводит к тому, что автокорреляционная функция имеет  $\delta$ -образную форму, характерную для широкополосного шума.

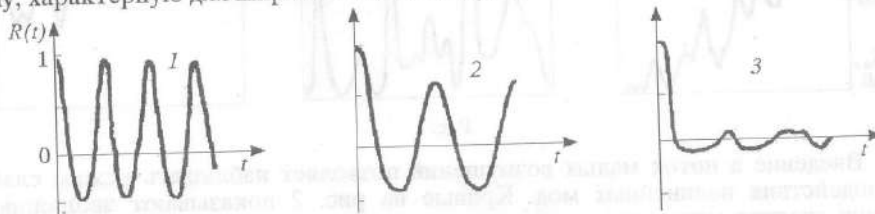


Рис. 3

4. Рассмотрим взаимодействие потока с многомодовой резонансной системой в виркаторе триодного типа. Выберем параметры модели так, чтобы по возможности приблизиться к условиям эксперимента [21]. В этом эксперименте объем вакуумной камеры  $V$ , в которой формировался виртуальный катод и которая выполняла роль СВЧ-резонатора, намного превосходил объем, занятый пучком. Наличие большого окна для вывода излучения определило низкую добротность системы, а большие размеры приводили к тому, что основная частота резонатора  $f_c = c/V^{1/3}$  была существенно меньше величины  $f_b = v_0/d_1(v_0 - c)$ , которая определяет масштаб характерных частот в колебаниях виртуального катода (в эксперименте использовались релятивистские электроны).

На рис. 4 приведены спектры мощности колебаний пространственного заряда (кривые 1, 2, 3) и высокочастотного поля (кривая 4). Кривые 1 и 2 представляют

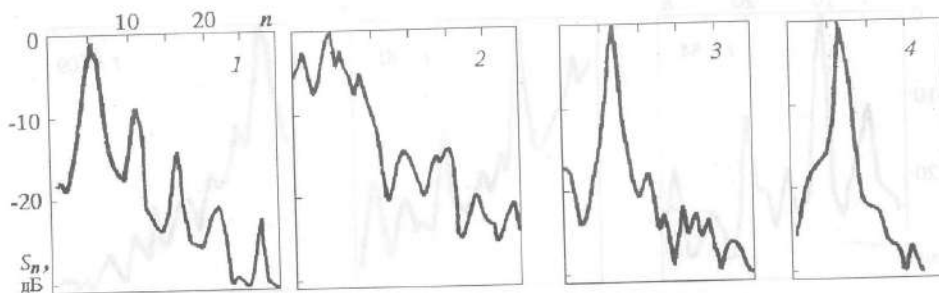


Рис. 4

спектры мощности наведенного тока в триодной системе без учета возбуждения высокочастотного поля для  $D=9.84$ . Кривая 1 соответствует редитронному режиму ( $P_f=0, P_b=1$ ). Такой спектр с четкой системой пиков на кратных частотах, характерный для релаксационных колебаний, устанавливается в редитронном режиме, когда имеет место незначительный разброс по скоростям инжектируемых и возвращаемых частиц, и последние не влияют на работу диода. Для  $D>3$  форма спектра не зависит от ширины пролетного промежутка и потенциала коллектора. Спектры редитронных режимов в триоде с тормозящим полем и эквипотенциальном промежутке совпадают.

Кривая 2 представляет спектр мощности  $I_{\text{нав}}$  в триоде с прозрачностью сетки около 0.7 ( $P_f=P_b=0.3$ ). Значительный разброс по скоростям (примерно на 50%) и временам пролета за счет появления большой группы медленных частиц приводит к увеличению интенсивности низкочастотного шума. Кривая 3 представляет колебания  $I_{\text{нав}}$  в режиме синхронизации колебаний виртуального катода в многомодовом резонаторе для триода с конечной прозрачностью сетки ( $D=9.84, P_f=P_b=0.3$ ). В приведенных расчетах частоты гармоник резонатора перекрывали интервал, соответствующий первым восьми гармоникам на графиках. Собственные частоты резонатора задавались выражением  $\omega_s = \omega_1 + (s-1)\Delta\omega$ ,  $\omega_1=0.095$ ,  $\Delta\omega=0.059$ ,  $1 \leq s \leq 15$ . Интервал частоты между гармониками графика определяется величиной  $\omega_n - \omega_{n-1} = 0.115$ . Добротность гармоник  $Q_s$  плавно уменьшалась от величины почти равной 50 (для 7-ой гармоники) до величины, приблизительно равной 15 (для 1-ой и 15-ой). Аналогично изменялся параметр  $\Gamma_s$ , от  $\Gamma_7=0.012$  до  $\Gamma_1 = \Gamma_{15} = 0.010$ . Кривая 4 представляет спектр мощности полного высокочастотного поля резонатора в режиме синхронизации. Усредненный по времени электронный КПД режима синхронизации плавно изменяется в пределах  $5 \pm 1\%$ .

Как видно из сравнения кривых 1-3, режимы колебаний пространственного заряда в разных условиях носят принципиально различный характер. Релаксационные колебания периодического накопления и сброса заряда виртуальным катодом в редитронном режиме (кривая 1) переходят в турбулентные пульсации, если отраженный поток попадает в диод (кривая 2). Эти колебания с большим уровнем динамического шума могут перестроиться и перейти в режим колебаний, близких к синусоидальным, если обеспечить взаимодействие частиц с большим временем пролета с резонатором, имеющим плотный спектр собственных мод в низкочастотной области (кривая 3).

Характер перестройки динамики потока при смене режима колебаний и наглядное представление о хаотичности локальных характеристик потока демонстрируют приведенные на рис. 5 графики корреляционных функций  $I_{\text{нав}}$  (сплошные кривые), и локального значения тока отраженных электронов, вычисленного вблизи сетки в пролетном промежутке  $I_{\text{от}}$  (пунктирные кривые). Первый график соответствует режиму релаксационных колебаний в редитронном режиме. Достаточно коррелированные колебания  $I_{\text{нав}}$  сочетаются с колебаниями отраженного тока, что свидетельствует о наличии регулярной модуляции в потоке

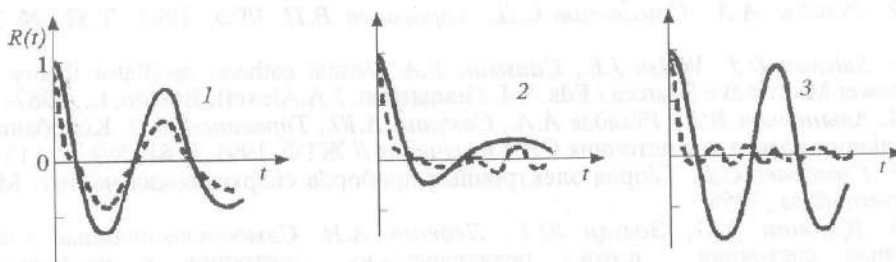


Рис. 5

отраженных электронов. Второй график представляет турбулентные колебания в триоде с конечной прозрачностью сетки. Для этого режима характерно быстрое спадание корреляций как усредненной характеристики тока  $I_{\text{нав}}$  и локальной характеристики потока  $I_{\text{от}}$ . Наибольший интерес представляет третий график, на котором приведены корреляционные функции режима синхронизации виртуального катода с высокочастотным полем в триоде с конечной прозрачностью сетки. Быстрое  $\delta$ -образное убывание корреляционной функции отраженного тока показывает на ограниченность представлений линейной теории о существовании системы сгустков, осциллирующих в потенциальной яме катод - виртуальный катод и синхронизованных с колебаниями виртуального катода. Отметим, что корреляционная функция символической траектории (13) имеет  $\delta$ -образную форму для всех представленных режимов.

5. Проведенное исследование динамических и хаотических свойств нелинейных структур, формируемых в потоке с виртуальным катодом позволяет сделать некоторые выводы о механизме их формирования.

Этот механизм определяется общими закономерностями явления самоорганизации в диссипативных системах, далеких от равновесия [22]. Колебательный режим, который устанавливается в результате потери устойчивости стационарного потока, есть результат динамического равновесия между небольшим числом коллективных степеней свободы, составляющих когерентную структуру, и хаотическим фоном коллективных возмущений малой амплитуды, значительно превосходящих число когерентную часть. Это приводит к тому, что крупномасштабная когерентность в колебаниях виртуального катода с периодом порядка времени пролета зарядом диодного зазора существует одновременно с хаотическими колебаниями и быстрым разрушением корреляций на уровне более мелких пространственно-временных масштабов.

Рассмотренная модельная система демонстрирует возможность взаимной трансформации хаоса и порядка. Для режимов без высокочастотного поля степень когерентности зависит от величины  $P_b$ , в связанной системе поток - резонатор когерентность колебаний зависит от величины параметров связи  $\Gamma_s$ . При изменении величины  $\Gamma_s$  наблюдаются переходы хаос - порядок в колебаниях наведенного тока [23].

Рассмотренные в настоящей статье структуры пространственного заряда и их взаимодействие имеют много общего с когерентными и хаотическими колебаниями пространственного заряда, которые наблюдались в экспериментах с магнетронными диодами [24, 25], что указывает на общую природу рассмотренных явлений в потоке пространственного заряда.

#### Библиографический список

1. Артюх И.Г., Сандалов А.Н., Сулакишин А.С., Фоменко Г.П., Штейн Ю.Г. Релятивистские СВЧ-устройства сверхбольшой мощности // Обзоры по электронной технике. Сер. 1. Электроника СВЧ. Вып. 17. М.: ЦНИИ «Электроника», 1989.
2. Рухадзе А.А., Столбецов С.Д., Тараканов В.П. //РЭ. 1992. Т.37, № 3. С. 385.
3. Sullivan D.J., Walsh J.E., Caustias E.A. Virtual cathode oscillator theory // High-Power Microwave Sources / Eds. V.L.Granatstein, J.A.Alexeff. Boston; L., 1987.
4. Альтеркоп Б.А., Рухадзе А.А., Сокулин А.Ю., Тараканов В.П. Колебания виртуального катода как источник СВЧ излучения // ЖТФ, 1991.Т. 61, №9. С. 115.
5. Гвоздовер С.Д. Теория электронных приборов сверхвысоких частот. М.: Гостехтеориздат, 1956.
6. Воронин В.С., Зозуля Ю.Т., Лебедев А.Н. Самосогласованные стационарные состояния потока релятивистских электронов в пролетном пространстве // ЖТФ. 1972. Т. 42, №3. С. 546.

7. *Lomax R.J.* // Proc. IEEE. 1960. Vol. 108, №3. P.119.
8. *Holmstrom R., Derfler H.* Space-charge waves and stability of electron diodes // IEEE Trans. 1966. Vol.ED-13, №7. P.539.
9. *Привезенцев А.П., Филипенко Н.М., Фоменко Г.П.* Колебания электронного потока в плоском пролетном промежутке //ЖТФ. 1981. Т.51, №6. С. 1161.
10. *Mahaffey R.A., Sprangle P., Kapetanacos S.A., Golden J.*//Phys. Rev. Letters. 1977. Vol.39, №13. P.843.
11. *Привезенцев А.П., Филипенко Н.М., Фоменко Г.П.* Нелинейная теория колебаний электронного потока в системе с виртуальным катодом // РЭ. 1985. Т.30, №4. С.756.
12. *Григорьев В.П., Диденко А.Н.* К теории возбуждения электромагнитных колебаний в системах с виртуальным катодом // РЭ. 1988. Т. 33, №2. С.353.
13. *Brandt H.E.*// IEEE Trans. 1985. Vol.PS-13, №6. P.513.
14. *Афанасьева В.В., Трубецков Д.И.* Динамический хаос в электронных сверхвысокочастотных приборах. Часть 1. Вакуумные нерелятивистские приборы // Обзоры по электронной технике. Сер.1. Электроника СВЧ. М.: ЦНИИ «Электроника», 1991.
15. *Гапонов-Грехов А.В., Рабинович М.И.* Нелинейная физика. Стохастичность и структуры // Физика XX века: развитие и перспективы. М.: Наука, 1984. С.219.
16. *Николис Г., Пригожин И.* Познание сложного. Введение. М.:Мир, 1990.
17. *Привезенцев А.П.* Аналитическое решение уравнений модели плоских листов для потока заряженных частиц // РЭ. 1987. Т.32, №8. С. 1712.
18. *Привезенцев А.П., Саблин Н.И., Фоменко Г.П.* Гистерезис колебательных режимов виртуального катода в пространстве дрейфа // РЭ. 1989. Т. 33, №3. С. 659.
19. *Привезенцев А.П., Фоменко Г.П.* Нелинейные когерентные структуры в колебаниях виртуального катода // Лекции по СВЧ-электронике и радиофизике: 9-ая зимняя школа-семинар, Саратов, 1993. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1993. С. 130.
20. *Привезенцев А.П., Саблин Н.И., Филипенко Н.М., Фоменко Г.П.* Нелинейные колебания виртуального катода в триодной системе // РЭ. 1992. Т. 37, № 7. С.1242.
21. *Диденко А.Н., Красик Я.Е., Перельгин С.Ф., Фоменко Г.П.* Генерация мощного СВЧ-излучения релятивистским электронным пучком в триодной системе // Письма ЖТФ. 1979. Т.5, №6. С.321.
22. *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984.
23. *Привезенцев А.П., Саблин Н.И., Фоменко Г.П.* Возбуждение многочастотной резонансной системы электронным потоком с виртуальным катодом // РЭ. 1990. Т. 35, №7. С. 1535.
24. *Воскресенский С.В., Левчук С.А., Соминский Г.Г.* Исследование пространственно-временных характеристик колебаний объемного заряда в неоднородных скрещенных полях //Лекции по электронике СВЧ и радиофизике: 8-я зимняя школа-семинар инженеров. Кн. 4. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1989. С. 24.
25. *Смирнов А.В., Усыченко В.Г.* Когерентные структуры в турбулентном электронном потоке магнетрона // РЭ. 1991. Т.36, №1. С. 156.

Челябинский государственный  
университет  
Томский политехнический  
университет

Поступила в редакцию 19.04.93

## COMPLEX DYNAMICS OF THE CHARGED-PARTICLE BEAM WITH VIRTUAL CATHODE

*A.P.Privezentsev, G.P.Fomenko*

This paper presents numerical analysis of nonlinear virtual cathode dynamics in triode systems. It was found that different stationary unstable flow states transform into different oscillation regimes - nonlinear structures for a certain injection current range near the critical value. Further it was found that injected current perturbations cause interactions of the nonlinear structures and high-frequency mode is absorbed by low-frequency one. When the flow interacts with multimode cavity at the certain beam coupling level and at the range of eigenmode frequencies a frequency locking regime is formed where one-mode close to sinusoidal oscillation regime appears in flow-cavity system. Study of correlation characteristics for local flow parameters showed that the dynamics is complex when large-scale coherence for time comparable to the transit time coexists with chaotic behaviour of local flow parameters for short times.



*Привезенцев Алексей Павлович* окончил физический факультет Томского университета в 1965 году. Доктор физико-математических наук, профессор кафедры радиофизики и электроники Челябинского университета. Научные интересы - физика потоков заряженных частиц.



*Фоменко Геннадий Петрович* - окончил Томский государственный университет в 1959 году. Кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник НИИ ядерной физики при Томском политехническом университете. Область научных интересов - физика интенсивных потоков заряженных частиц, релятивистская СВЧ электроника.