

КВАНТОВЫЙ ОСЦИЛЛЯТОР МАТЬЁ С КУБИЧЕСКОЙ СИЛОЙ, ТРЕНИЕМ И ШУМОМ

А. Л. Санин¹, А. А. Смирновский²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Россия 195251 С.-Петербург, Политехническая, 29, E-mail: andreylsanin@yandex.ru

²Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Россия 194021 С.-Петербург, Политехническая, 26, E-mail: smirnovskysaha@gmail.com

Предложено обобщение на квантовую область движения классического дифференциального уравнение Матьё с кубической нелинейностью, диссипативным и ланжевеновским слагаемыми. Проблема перехода от классического поведения к квантовому имеет не только фундаментальное, но и прикладное значение. В качестве примера можно отметить осцилляторную динамику материальных объектов с малой массой при понижении температуры. Уравнение, описывающее квантовый осциллятор Матьё, представляет собой уравнение Шрёдингера–Ланжевена–Костина с потенциалом четвёртой степени, логарифмическим диссипативным и ланжевеновским слагаемыми. Численное интегрирование этого уравнения проведено при заданных начальном и граничных условиях с использованием конечно-разностного итерационного метода. Впервые в рамках предложенной модели детально анализируется временная эволюция динамических средних для координаты и скорости, стандартных отклонений и частотных спектров при разных условиях и параметрах системы. При слабом параметрическом воздействии колебания квантового осциллятора Матьё содержат одну или две спектральные компоненты на частотах перехода между соседними состояниями и на комбинационных частотах, обусловленных состояниями Флоке. Если амплитуда параметрического воздействия возрастает, то число спектральных компонент также увеличивается. Трение ведёт к затуханию колебаний. Многочастотный режим квантового осциллятора Матьё возникает, если амплитуда параметрического воздействия равна или превышает единицу, при этом параметрическая частота рационально не связана с частотами спектра. Разности частот соседних спектральных компонент могут равняться одной из двух частот спектра, либо их удвоенной сумме. Гауссов белый шум изменяет картину реализаций: при малом коэффициенте трения и умеренной интенсивности шума спектральные компоненты на комбинационных частотах становятся неразличимыми, остаётся заметной только одна компонента на частоте перехода из основного состояния в возбуждённое. Таким образом, проведённые исследования показывают существенную зависимость режима колебаний от параметров модели. Увеличение амплитуды внешнего воздействия приводит к усложнению спектров.

Ключевые слова: Квантовый осциллятор Матъё, кубическая сила, квазипериодичность, возбуждение шумом.

DOI:10.18500/0869-6632-2016-24-3-54-67

Ссылка на статью: Санин А.Л., Смирновский А.А. Квантовый осциллятор Матъё с кубической силой, трением и шумом // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2016. Т. 24, No 3. С. 54–67.

MATHIEU QUANTUM OSCILLATOR WITH CUBIC FORCE, FRICTION AND NOISE

A. L. Sanin¹, A. A. Smirnovsky²

¹Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
Russia, 195251 St. Petersburg, Polytechnicheskaya, 29
E-mail: andreylsanin@yandex.ru

²Ioffe Physical-Technical Institute of the RAS
Russia, 194021 St. Petersburg, Polytechnicheskaya, 26
E-mail: smirnovskysaha@gmail.com

Mathieu quantum oscillator as a generalization of the classical one with cubic force, friction and noise has been proposed. The problem of the transition from classical to quantum behavior is of importance not only for fundamental knowledge but also for applications. As an example one can mention the oscillatory motion of low mass objects at decreasing temperature. The equation describing Mathieu quantum oscillator is Schroedinger–Langevin–Kostin equation with the quartic potential, logarithmic dissipative and Langevin terms. The numerical integration of this equation was performed at specified initial and boundary conditions by using the iterative finite-difference method. At weak parametric external action, one or two spectral components on transition frequencies are generated as well as components on combined frequencies caused by the Floquet states. If the parametric amplitude increases then the number of spectral components is also grown. The friction causes damping as in the classic Mathieu oscillator. Multi-frequency regime of Mathieu quantum oscillator occurs if the parametric action amplitude is equal to or exceeds unity wherein the parametric frequency is not coupled rationally with spectrum frequencies. The frequency differences of neighboring spectral components can be equal to one of two frequencies in spectrum or its combination. The Gaussian white noise changes the realizations: at small friction coefficient and moderate noise intensity, the spectral components on combined frequencies become hidden, only component on transition frequency from ground state into first excited remains noticeable. Thus, the research shows a

significant dependence of the oscillations on the model parameters. Increasing the amplitude of the external action leads to complication of the spectra.

Keywords: Quantum Mathieu oscillator, cubic force, quasiperiodicity, noise excitation.

DOI:10.18500/0869-6632-2016-24-3-54-67

Paper reference: Sanin A.L., Smirnovsky A.A. Mathieu quantum oscillator with cubic force, friction and noise // Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2016. Vol. 24, No 3. P. 54–67.