

80-летию Ю.А. Данилова

## ФРАКТАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ В ЛИЦАХ И СУДЬБАХ

*Д. И. Трубецков<sup>1,2</sup>, Е. Г. Трубецкова<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Национальный исследовательский  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
410012 Саратов, ул. Астраханская, 83

<sup>2</sup>Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
115409 Москва, Каширское шоссе, 31

E-mail: [dtrubetskov@yahoo.com](mailto:dtrubetskov@yahoo.com), [etrubetskova@gmail.com](mailto:etrubetskova@gmail.com)

Статья посвящена основам фрактальной геометрии и судьбам ее создателей. С возможной степенью детальности изложены биографии и открытия Феликса Хаусдорфа и Абрама Самойловича Безиковича – главных действующих лиц грандиозного спектакля под названием фрактальная геометрия. Несомненно, что автором, режиссером и постановщиком этого спектакля является Бенуа Мандельброт. В статье приводятся его биография и краткие описания жизни его гениальных предшественников – Анри Пуанкаре, Гастона Мориса Жюлиа и Пьера Жозе Гастона Фату. В частности, подробно описано открытие Пуанкаре гомоклинического пучка.

Изложена биография Льюиса Фрая Ричардсона, с посмертной публикации которого об измерении длины береговой линии Британии и начинается современная фрактальная геометрия. Кратко изложены результаты Ричардсона по теории турбулентности и возможные современные подходы к решению уравнения Навье–Стокса, на основе которых делается вывод, что турбулентность должна быть описана в рамках фрактальной геометрии.

Изложена эмпирическая теория Ричардсона применительно к измерению береговой линии. Приведено определение топологической размерности и дан вывод формулы размерности Хаусдорфа–Безиковича. Приведены два принадлежащих Мандельброту определения фракталов. В рамках этих определений проанализированы множество Кантора, триадная кривая Коха, салфетка и ковер Серпинского, губка Менгера, кривая Пеано, кривая Вейерштрасса.

Описано континуальное семейство размерностей Альфреда Реньи, частным случаем которых является размерность Хаусдорфа–Безиковича, и изложена биография ученого.

Дано описание линейных и нелинейных фракталов, основанное на лингвистической метафоре сравнения линейных фракталов с индоевропейскими языками, а нелинейных – с китайско-тибетскими. Качественно описаны основы нелинейного «диалекта», в котором выделяется квадратичный «диалект», созданный Жюлиа и Фату. Качественно описан механизм агрегации, ограниченной диффузией, которому соответствует модель фрактального роста.

Заканчивается статья биографией Жана Перрена и изложением его удивительного предвидения о практической ценности множеств, которые стали называться фракталами.

*Ключевые слова:* Фрактал, размерность Хаусдорфа–Безиковича, множества Мандельброта, турбулентность, хаос, линейные и нелинейные фракталы, агрегация, ограниченная диффузией.

DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-6-4-38

*Ссылка на статью:* Трубецков Д.И., Трубецкова Е.Г. Фрактальная геометрия в лицах и судьбах // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2016. Т. 24, No 6. С. 4–38.

## FRACTAL GEOMETRY

*D. I. Trubetskov<sup>1,2</sup>, E. G. Trubetskova<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>National Research Saratov State University  
Astrahanskaya, 83, 410012 Saratov, Russia

<sup>2</sup>National Research Nuclear University MEPhI  
115409, Moscow, Kashirskoe shosse, 31

E-mail: dtrubetskov@yahoo.com, etrubetskova@gmail.com

The article deals with the bases of fractal geometry and fates of its creators. The biographies and the discoveries of Felix Hausdorff and Abram Besicovitch – the main characters of the great play called fractal geometry – are presented with the possible degree of detail. There is no doubt that the author and director of this play was Benoit Mandelbrot. The article presents his biography and brief descriptions of the lives of his predecessors: Henri Poincare, Maurice Gaston Julia and Pierre Gaston Jose Fatou. Special attention is paid to the Poincare's discovery of homoclinic tangle bundle.

The biography of Lewis Fry Richardson, whose posthumous publication of the results of the length's measurement of the UK coastline laid the basis of modern fractal geometry, is presented. A brief presentation of Richardson's results on the turbulence's theory and possible contemporary approaches to the solution of the Navier–Stokes equations are given. It led to the conclusion that turbulence should be described in terms of fractal geometry.

There was presented Richardson's empirical theory, that was applied towards the measurement of the coastline. The definition of topological dimension and the derivation of the Hausdorff–Besicovitch dimension are given. Two definitions of fractals, offered by Mandelbrot, are provided. Within the framework of these definitions Cantor set, triadic Koch curve, Sier-

pinski carpet and cloth, Menger sponge, Peano curve, Weierstrass curve are analyzed.

The continual family of Alfred Renyi dimensions, a particular case of which is the Hausdorff–Besicovitch dimension, is described. The biography of the scientist is also given. There was presented the description of linear and nonlinear fractals which is based on linguistic metaphor comparing the linear fractals with Indo-European family of languages, and non-linear – with the Sino-Tibetan one. The basics of nonlinear «dialect», which singles out a square «dialect», created by Julia and Fatou, is qualitatively described. The diffusion-limited aggregation, which corresponds to the model of fractal growth, is also given from the qualitative viewpoint.

The article ends with the biography of Jean Perrin and exposition of his amazing prediction of the practical value of the sets, which began to be known as fractals.

*Keywords:* Fractal, Hausdorff–Besicovitch dimension, Mandelbrot set, turbulence, chaos, linear and nonlinear fractals, diffusion limited aggregation.

DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-6-4-38

*Paper reference:* Trubetskov D.I., Trubetskova E.G. Fractal geometry. Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2016. Vol. 24. Issue 6. P. 4–38.