

ОДНОРОДНО ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ АТТРАКТОР  
В СИСТЕМЕ НА ОСНОВЕ СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ  
С СЕПАРАТРИСОЙ В ВИДЕ «ВОСЬМЕРКИ»

*В. П. Круглов<sup>1,2</sup>, Л. М.-Б. Хаджиева<sup>2,3</sup>*

<sup>1</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Саратовский филиал

Россия, 410019 Саратов, Зеленая, д. 38

<sup>2</sup>Национальный исследовательский

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83

<sup>3</sup>Чеченский государственный университет

Россия, 364093 Грозный, А. Шерипова, 32

E-mail: [kruglovyacheslav@gmail.com](mailto:kruglovyacheslav@gmail.com); [leyla.khadzhieva@gmail.com](mailto:leyla.khadzhieva@gmail.com)

В работе предложена и исследована новая автономная система с гиперболической хаотической динамикой, отвечающей аттрактору Смейла–Вильямса в отображении Пуанкаре, сконструированная на основе модели, рассмотренной в свое время Ю.И. Неймарком и имеющей на фазовой плоскости сепаратрису в форме восьмерки. Предлагаемая модель составлена из двух подсистем Неймарка, характеризующихся обобщенными координатами  $x$  и  $y$ . В уравнения добавлены члены, придающие подсистемам автоколебательный характер. Кроме того, специальная связь между подсистемами обеспечивает утроение угла поворота вектора  $(x, y)$  при возвратах в окрестность начала координат на последовательных обходах сепаратрисы. Исследование подсистем основано на численном решении уравнений динамики с построением отображения Пуанкаре. Результаты численного моделирования (итерационная диаграмма для угловой переменной, значения показателей Ляпунова) демонстрируют, что угловая переменная подвергается растягивающему отображению окружности, а по остальным направлениям происходит сильное сжатие элемента фазового объема. Построено распределение углов между устойчивым и неустойчивым многообразиями аттрактора и с его помощью показано, что выполняется свойство трансверсальности многообразий аттрактора. Структурная устойчивость аттрактора подтверждается гладкой зависимостью старшего показателя Ляпунова от параметров. Проведенные исследования показали, что в фазовом пространстве предложенной системы в определенной области параметров наблюдается аттрактор типа Смейла–Вильямса.

*Ключевые слова:* Хаос, аттрактор, соленоид Смейла–Вильямса, показатель Ляпунова.

DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-6-54-64

Ссылка на статью: Круглов В.П., Хаджиева Л.М.-Б. Однородно гиперболический аттрактор в системе на основе связанных осцилляторов с сепаратрисой в виде «восьмёрки»// Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2016. Т. 24, No 6. С.54-64.

**UNIFORMLY HYPERBOLIC ATTRACTOR  
IN A SYSTEM BASED ON COUPLED OSCILLATORS  
WITH «FIGURE-EIGHT» SEPARATRIX**

*V. P. Kruglov<sup>1,2</sup>, L. M.-B. Khadzhieva<sup>2,3</sup>*

<sup>1</sup>V.A. Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of RAS, Saratov Branch  
Zelenaya str., 38, 410019 Saratov, Russia

<sup>2</sup>National Research Saratov State University  
Astrakhanskaya str., 83, 410012 Saratov, Russia

<sup>3</sup>Chechen State University  
Sheripova str. 32, 364093 Grozny, Russia

E-mail: [kruglovyacheslav@gmail.com](mailto:kruglovyacheslav@gmail.com); [leyla.khadzhieva@gmail.com](mailto:leyla.khadzhieva@gmail.com)

A new autonomous system with chaotic dynamics corresponding to Smale–Williams attractor in Poincare map is introduced. The system is constructed on the basis of the model with «figure-eight» separatrix on the phase plane discussed in former times by Y.I. Neimark. Our system is composed of two Neimark subsystems with generalized coordinates  $x$  and  $y$ . It is described by the equations with additional terms due to which the system becomes self-oscillating. Furthermore, a special coupling between subsystems provides the tripling of the angle of vector  $(x, y)$  rotation when returning to the neighborhood of the origin in successive rounds on separatrix. Study is based on the numerical solution of the dynamical equations with the construction of the Poincare map. Results of numerical simulation (iteration diagram for the angular variable, Lyapunov exponents) demonstrate that the angular variable undergoes expanding circle map, while in the other directions there is a strong compression of the phase volume element. Distribution of angles between stable and unstable manifolds of the attractor is obtained and it confirms the property of transversal manifolds of the attractor. Structural stability of the attractor is confirmed by the smooth dependence of the highest Lyapunov exponent on the parameters. With this we conclude that the attractor of the Smale–Williams type is observed in the phase space of the proposed system in a certain range of parameters.

*Keywords:* Chaos, attractor, Smale–Williams solenoid, Lyapunov exponent.

DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-6-54-64

*Paper reference:* Kruglov V.P., Khadzhieva L.M.-B. Uniformly hyperbolic attractor in a system based on coupled oscillators with «figure-eight» separatrix. Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2016. Vol. 24. Issue 6. P.54-64 .