

## СИНХРОНИЗАЦИЯ В АНСАМБЛЯХ КУРАМОТО–САКАГУЧИ ПРИ КОНКУРИРУЮЩЕМ ВЛИЯНИИ ОБЩЕГО ШУМА И ГЛОБАЛЬНОЙ СВЯЗИ

*Д. С. Голдобин<sup>1,2</sup>, А. В. Долматова<sup>1</sup>, М. Розенблюм<sup>3,4</sup>, А. Пиковский<sup>3,4</sup>*

<sup>1</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН

Россия, 614013 Пермь, ул. Акад. Королева, 1

<sup>2</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет

Россия, 614990 Пермь, ул. Букирева, 15

<sup>3</sup>University of Potsdam

Germany, 14476 Potsdam-Golm, Karl-Liebknecht Str., 24/25

<sup>4</sup>Нижегородский государственный университет имени Н.И. Лобачевского

Россия, 603950 Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23

E-mail: Denis.Goldobin@gmail.com, Anastasiya.Pimenova@gmail.com,

mros@uni-potsdam.de, pikovsky@uni-potsdam.de

*Поступила в редакцию 1.08.2017, после доработки 19.10.2017*

В работе исследуются эффекты синхронизации и десинхронизации в ансамблях фазовых осцилляторов с глобальной связью типа Курамото–Сакагучи при воздействии на них общим шумом. В связи с тем, что механизмы синхронизации за счет связи и общего шума существенно различны, представляет интерес выяснение особенностей их взаимодействия. В термодинамическом пределе большого числа осцилляторов с помощью подхода Отта–Антонсена выведены стохастические уравнения для параметра порядка и изучена их динамика как в случае идентичных осцилляторов, так и в случае малой расстройки собственных частот. Для идентичных осцилляторов исследована устойчивость состояния полной синхронизации и выявлено, что достаточный уровень общего шума может синхронизировать систему даже при отрицательной (отталкивающей) глобальной связи. Установлено нарушение равноправия между состояниями максимальной асинхронности (нулевого значения параметра порядка) и состоянием полной синхронизации: первое может быть только слабо притягивающим, тогда как второе может становиться адсорбирующим (переход к синхронизации становится необратимым). Исследована динамика перехода в синхронное состояние в зависимости от параметров. Для неидентичных осцилляторов полная синхронизация невозможно и адсорбирующее состояние исчезает: на его месте остается слабо притягивающее. Обнаружен и исследован нетривиальный эффект расхождения индивидуальных частот осцилляторов с отличающимися собственными частотами при умеренной отталкивающей связи, причем параметр порядка в этом случае остается достаточно большим. В Приложении к работе дается введение в теорию Отта–Антонсена и Ватанабе–Строгаца.

*Ключевые слова:* Синхронизация, стохастические процессы, ансамбль Курамото–Сакагучи, подход Отта–Антонсена.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-6-5-37

*Образец цитирования:* Голдобин Д.С., Долматова А.В., Розенблюм М., Пиковский А.

Синхронизация в ансамблях Курамото–Сакагучи при конкурирующем влиянии общего шума и

## SYNCHRONIZATION IN KURAMOTO–SAKAGUCHI ENSEMBLES WITH COMPETING INFLUENCE OF COMMON NOISE AND GLOBAL COUPLING

*D. S. Goldobin<sup>1,2</sup>, A. V. Dolmatova<sup>1</sup>, M. Rosenblum<sup>3,4</sup>, A. Pikovsky<sup>3,4</sup>*

<sup>1</sup>Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS

1, Akad. Koroleva Str., 614013 Perm, Russia

<sup>2</sup>Perm State University

15, Bukireva Str., 614990 Perm, Russia

<sup>3</sup>University of Potsdam

24/25, Karl-Liebknecht Str., 14476 Potsdam-Golm, Germany

<sup>4</sup>Nizhny Novgorod State University

23, Gagarina Str., 603950 Nizhny Novgorod, Russia

E-mail: Denis.Goldobin@gmail.com, Anastasiya.Pimenova@gmail.com,

mros@uni-potsdam.de, pikovsky@uni-potsdam.de

*Received 1.08.2017, revised 19.10.2017*

We study the effects of synchronization and desynchronization in ensembles of phase oscillators with the global Kuramoto–Sakaguchi coupling under common noise driving. Since the mechanisms of synchronization by coupling and by common noise are essentially different, their interplay is of interest. In the thermodynamic limit of large number of oscillators, employing the Ott–Antonsen approach, we derive stochastic equations for the order parameters and consider their dynamics for two cases: (i) identical oscillators and (ii) small natural frequency mismatch. For identical oscillators, the stability of the perfect synchrony state is studied; a strong enough common noise is revealed to prevail over a moderate negative (repelling) coupling and to synchronize the ensemble. An inequality between the states of maximal asynchrony (zero-value of the order parameter) and perfect synchrony is found; the former can be only weakly stable, while the latter can become adsorbing (the transition to the synchrony becomes unidirectional). The dependence of the temporal dynamics of the transition on the system parameters is investigated. For nonidentical oscillators the perfect synchrony state becomes impossible and an absorbing state disappears; on its place, only a weakly stable state of imperfect synchrony remains. A nontrivial effect of the divergence of individual frequencies of oscillators with different natural frequencies is revealed and studied for moderate repelling coupling; meanwhile, the order parameter remains non-small for this case. In Appendix we provide an introduction to the theories of Ott–Antonsen and Watanabe–Strogatz.

*Keywords:* Synchronization, stochastic processes, Kuramoto–Sakaguchi ensemble, Ott–Antonsen ansatz.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-6-5-37

*References:* Goldobin D.S., Dolmatova A.V., Rosenblum M., Pikovsky A. Synchronization in Kuramoto–Sakaguchi ensembles with competing influence of common noise and global coupling // *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2017. Vol. 25. Issue 6. P. 5–37. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-6-5-37