

**Дробно-дифференциальные модели в гидромеханике***В. В. Учайкин*

Ульяновский государственный университет  
Россия, 432017 Ульяновск, ул. Л. Толстого, 42  
E-mail: vuchaikin@gmail.com

*Поступила в редакцию 25.06.2018, принята к публикации 20.09.2018*

**Тема и цель обзора.** Два последних десятилетия отмечены широким распространением в теоретическом описании естественных процессов дробно-дифференциального аппарата. Замена целочисленного порядка производной вещественным (а то и комплексным) числом открывает непрерывное поле новых дифференциальных уравнений, в котором стандартный набор уравнений теоретической физики (волновое, диффузионное, и пр.) представлен отдельными колосками в точках с целочисленными координатами. Но что физически значат производные дробных порядков? Каковы общие причины появления дробных производных в уравнениях? Можно ли заранее предсказать появление дробных операторов в той или иной задаче? Вопросы эти пока не сняты с повестки дня и остаются в центре внимания каждой из конференций, посвящённых теории и применению этого аппарата. Эта тема развивается и в настоящей статье. Её целью является демонстрация дробно-дифференциального аппарата в наиболее, если можно так выразиться, классической области теоретической физики – гидродинамике. **Исследуемые модели.** В обзоре рассматриваются гидромеханические задачи, в которых естественным образом возникает потребность в производных дробного порядка: движение тел в вязкой жидкости, гидромеханика турбулентности, турбулентная диффузия. Никаких экзотических структур, фракталов, квантово-механических парадоксов. **Результаты.** В обзоре показано, как дробно-дифференциальное исчисление рождается на классическом поле гидродинамических задач под пером Гейзенберга, Вайцеккера, Колмогорова, Обухова, Монина – теоретиков, которых невозможно заподозрить в не критическом отношении к математическому аппарату. **Обсуждение.** Собственно, весь обзор является непрерывным обсуждением «неизбежности странного мира» дробного исчисления (см. Учайкин В.В. Метод дробных производных. Ульяновск: «Артишок», 2008), и то, что это обнаруживается уже «в стенах» классической гидромеханики, только усиливает убедительность выводов.

*Ключевые слова:* дробный лапласиан, нелокальность, турбулентная диффузия, проекционные операторы, открытые системы.

*Образец цитирования:* Учайкин В.В. Дробно-дифференциальные модели в гидромеханике // Изв. вузов. ПНД. 2019. Т. 27, No 1. С. 5–40. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2019-27-1-5-40>  
Финансовая поддержка. Исследования поддержаны РФФИ (гранты No 16-01-00556, 18-51-53018). Автор благодарен Е.В. Кожемякиной и О.П. Харловой за помощь в подготовке рукописи к опубликованию.

## Fractional models in hydromechanics

*V. V. Uchaikin*

Ulyanovsk State University  
42, L. Tolstoj-street, 432017 Ulyanovsk, Russia  
E-mail: vuchaikin@gmail.com

*Received 25.06.2018, accepted for publication 20.09.2018*

**Topic and purpose.** The last two decades are marked by wide spreading fractional calculus in theoretical description of the natural processes. Replacement of the integer-order operators by their fractional (and even complex) counterparts opens up a continuous field of new differential equations in which the standard set of equations of theoretical physics (wave, diffusion, etc.) is represented by separate spikelets at points with integer coordinates. But what do the fractional-order derivatives mean physically? What are the common reasons for the appearance of fractional derivatives in the equations? Is it possible to predict in advance the appearance of fractional operators in a particular problem? These questions are not yet removed from the agenda and remain the focus of attention of each of the conferences devoted to the theory and application of fractional calculus. This topic is developing in this review. **Models investigated.** The fractional calculus is demonstrated in application to various problem of the most, if one may say so, classical field of theoretical physics-hydrodynamic including turbulent diffusion. **Results.** The review shows how fractional operators appear on the classical field of hydrodynamic problems under the pen of Heisenberg, Weizsacker, Kolmogorov, Obukhov, Monin – theoreticians who can not be suspected of being uncritical of the mathematical tools. **Discussion.** Actually, the whole review is a continuous discussion of the «inevitability of the strange world» of fractional calculus (Uchaikin V.V. The method of fractional. Ulyanovsk: «Artishok», 2008), and the fact that this is done within the framework of classical hydromechanics only strengthens the convincing conclusions.

Key words: fractional Laplacian, nonlocality, turbulent diffusion, projection operators, open systems.

Reference: Uchaikin V.V. Fractional models in hydromechanics. *Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 2019, vol. 27, no. 1, pp. 5–40. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2019-27-1-5-40>

Acknowledgements. The investigation is financially supported by the Russian Foundation for Basic Research (projects number 16-01-00556, 18-51-53018). The author thanks E.V. Kozhemyakina and O.P. Kharlova for help at paper preparing to publication.