

**К вопросу учета силы сопротивления  
в шарнирной точке крепления физического маятника  
и ее влияние на динамику движения**

*С. О. Гладков, С. Б. Богданова*

Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет)  
Россия, 125993 Москва, Волоколамское шоссе, 4  
E-mail: [sglad51@mail.ru](mailto:sglad51@mail.ru), [sonjaf@list.ru](mailto:sonjaf@list.ru)

Автор для переписки Богданова Софья Борисовна, [sonjaf@list.ru](mailto:sonjaf@list.ru)  
*Поступила в редакцию 14.03.2018, принята к публикации 19.09.2018*

**Тема.** Работа посвящена анализу динамики сложной системы: шарнирный механизм плюс физический маятник, в которой найдено дифференциальное уравнение, описывающее ее нелинейное поведение. **Цель.** Анализ нелинейных колебаний сложной динамической системы, представляющей из себя шарнир, стержень и шар, скрепленный единым образом. Предполагается получить дифференциальное уравнение движения маятника с учетом трения в шарнире и при учете сопротивления континуума. **Метод.** Метод решения задачи основан на законе сохранения энергии с учетом диссипации энергии как в шарнире, так и при движении скрепленных стержня и шара в вязкой среде. Предполагается использование определения диссипативных функций в вязкой среде, которые учитывают неоднородное распределение скорости вблизи поверхности стержня и шара. **Результаты.** Строго аналитически показано, что на динамику рассматриваемой системы (шарнир плюс стержень плюс шар) очень существенно влияют потери энергии в шарнире, приводящие к сильному уменьшению времени затухания при колебательном движении, которое носит существенно нелинейный характер, подробно описанный в статье. Численное решение найденного нелинейного динамического уравнения, проиллюстрированное на рисунках, указывает на сильно неоднородные осцилляции обобщенной координаты, в качестве которой был выбран угол отклонения маятника от вертикальной оси. **Обсуждение.** Благодаря предложенному в работе методу вывода дифференциальных уравнений движения сложных динамических систем, который заключается в суммировании выражений для диссипативной функции и производной по времени от полной энергии системы, получено исследуемое в статье уравнение. Подобный подход позволяет выводить любые дифференциальные уравнения (системы уравнений) с учетом диссипации. На примере исследуемой нами динамической системы продемонстрировано, как «работает» этот метод. Подобный алгоритм упрощает анализ вывода уравнений и сводит к минимуму возможность аналитических ошибок.

*Ключевые слова:* сухое трение, вязкое трение, диссипативная функция, закон сохранения энергии.

*Образец цитирования:* Гладков С.О., Богданова С.Б. К вопросу учета силы сопротивления в шарнирной точке крепления физического маятника и ее влияние на динамику движения // Изв. вузов. ПНД. 2019. Т. 27, No 1. С. 53–62. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2019-27-1-53-62>

**On the question accounting of the resistance force at the hinge point  
of setting physical pendulum and its influence on the dynamics of movement**

*S. O. Gladkov, S. B. Bogdanova*

Moscow Aviation Institute (National Research University)

4, Volokolamskoe shosse, 125993 Moscow, Russia

E-mail: [sglad51@mail.ru](mailto:sglad51@mail.ru), [sonjaf@list.ru](mailto:sonjaf@list.ru)

Correspondence should be addressed to Bogdanova Sofiya B., [sonjaf@list.ru](mailto:sonjaf@list.ru)

*Received 14.03.2018, accepted for publication 19.09.2018*

**Topic.** The paper is devoted to the analysis of the dynamics of a complex system, i.e. a hinge mechanism plus a compound pendulum, in which where a differential equation is found, describing its nonlinear behavior. **Aim.** The paper is in the analysis of nonlinear oscillations of a complex dynamical system, which is a hinge, a rod and a ball, setting together in the one way. It is assumed to obtain differential equation of motion of the pendulum with regard to the gimbal friction and the resistance of the continuum. **Method.** Problem-solving procedure is based on the law of conservation of energy, accounting energy dissipation both in the hinge and in when the setting rod and ball move in a viscous medium. In this case, it is assumed to use the definition of dissipative functions in a viscous medium, which making allowance for inhomogeneous distribution of the velocity near the surface of the rod and ball. **Results.** In this paper, it is strictly analytically shown that energy losses in the hinge have impacts on the dynamics of the studied system (i.e. a hinge plus a rod plus a ball). These energy losses lead to a strong reduce amount of damping time at fluctuating motion, which has a highly nonlinear character that is described in the paper in details. The numerical solution of the nonlinear dynamic equation found, illustrated in the figures, points to strongly inhomogeneous oscillations of generalized coordinate, for which the angle of deviation of a pendulum from y-axis has chosen. **Discussion.** Thanks to the proposed method of differential equations of the movement of complex dynamical systems in the paper, which is the summation the expressions for the dissipative function and for derivative with time of a total energy of system, it is obtained the studied equation. Such an approach allows us to derive any differential equations (systems of equations) with regard to damping. Using the example of our studied dynamical system, it is shown how this method «works». Such an algorithm simplifies the analysis of the derivation of equations and keeps to a minimum making analytical errors.

Key words: dry friction, viscous frequency, dissipation function, the law of conservation of energy.

Reference: Gladkov S.O., Bogdanova S.B. On the question accounting of the resistance force at the hinge point of setting physical pendulum and its influence on the dynamics of movement. *Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 2019, vol. 27, no. 1, pp. 53–62.  
<https://doi.org/10.18500/0869-6632-2019-27-1-53-62>