



НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ЦИКЛИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И ВЫХОДНЫЕ ПОТОКИ

М.А. Федоткин, Е.В. Пройдакова

Статья посвящена нетрадиционному подходу к описанию и изучению свойств выходных потоков, возникающих в циклических системах массового обслуживания. Этот подход с использованием метода имитационного моделирования позволяет решить проблему Вебстера – Алсопа о задержках в циклических системах массового обслуживания.

Посвящается 85-летию

Ю.И. Неймарка – наставника и учителя

1. Описание работы системы управления потоками на содержательном уровне

В данной работе рассматривается система массового обслуживания, которая является математической моделью управления m конфликтными транспортными потоками на пересечении магистралей в классе циклических алгоритмов.

Элементами описания таких систем [1] являются входные потоки ($\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_m$), потоки насыщения ($\Pi'_1, \Pi'_2, \dots, \Pi'_m$), дисциплины очередей (O_1, O_2, \dots, O_m) и стратегии механизма обслуживания ($\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m$), структура обслуживающего устройства $S(\Gamma)$ и алгоритм смены состояний ($\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \dots, \Gamma^{(2m)}$). На рис. 1 представлена схема такой системы массового обслуживания.

Циклический алгоритм работы обслуживающего устройства (автомата-светофора) используется потому, что он прост в реализации и к тому же, как правило, является оптимальным при сильной загрузке системы. Конфликтность потоков означает, что их нельзя суммировать. Это не позволяет свести задачу к более простому случаю с одним потоком. Более того, обслуживание машин (требований) из конфликтных потоков должно происходить в непересекающиеся промежутки времени.

Также допускаются промежутки переналадок, разрешающие проблему конфликтности потоков. Входные потоки $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_m$ считаем независимыми пуассоновскими процессами с параметрами $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$, соответственно. Заметим, что для каждого $j = \overline{1, m}$ интенсивность λ_j определяет число требований, поступивших к стоп-линии перекрестка за единицу времени. Каждый такой поток или случайный процесс с непрерывным временем обозначим через $\Pi_j = \{\eta_j(t); t \geq 0\}$, где $\eta_j(t)$ при каждом $j = \overline{1, m}$ определяет число заявок, поступивших за промежуток времени $[0, t)$ по потоку Π_j с интенсивностью λ_j . Заявки, пришедшие в систему, могут или сразу поступать на обслуживание или образовывать очереди O_1, O_2, \dots, O_m . В качестве стратегий $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m$ механизма обслуживания выбраны экстремальные [1], которые хорошо согласуются с реальными процессами на перекрестке.

По каждому потоку разрешена очередь неограниченного объема. Так как у каждого из m потоков есть основной этап

обслуживания и этап переналадки, то обслуживающее устройство должно иметь $2m$ состояний $\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \dots, \Gamma^{(2m)}$. Смена состояний осуществляется по жесткому циклическому алгоритму: $\Gamma^{(1)} \rightarrow \Gamma^{(2)} \rightarrow \dots \rightarrow \Gamma^{(2m-1)} \rightarrow \Gamma^{(2m)} \rightarrow \Gamma^{(1)} \rightarrow \dots$. В состоянии $\Gamma^{(2j-1)}$, $j = \overline{1, m}$, разрешается групповое обслуживание требований только из j -го потока с интенсивностью μ_j . В состоянии $\Gamma^{(2j)}$, $j = \overline{1, m}$, пропускается группа заявок только из j -го потока с интенсивностью $\mu'_j \geq \mu_j$. Длительности состояний $\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \dots, \Gamma^{(2m)}$ равны соответственно T_1, T_2, \dots, T_{2m} единиц времени. Потоки насыщения определяют выходные потоки системы при ее максимальной загрузке. Обозначим их через $\Pi'_1, \Pi'_2, \dots, \Pi'_m$ и будем считать независимыми.

В данном случае, когда дополнительно не определяются времена обслуживания отдельных заявок, функционирование системы в непрерывном времени является сложным процессом, и в общем случае не является марковским процессом. Поэтому изучать характеристики такой системы будем в дискретные моменты времени τ_i , $i = 0, 1, \dots$ переключений состояний обслуживающего устройства или на каждом из промежутков $[\tau_i; \tau_{i+1})$. Положим, что τ_0 – момент начала функционирования системы. Пусть он совпадает с некоторым моментом переключения фазы светофора. Для реальных задач обслуживания требований и управления потоками адекватной математической моделью являются системы с переменной структурой [1, 2].

Пусть $(\Omega, F, P(\cdot))$ является вероятностной моделью процесса группового обслуживания требований и управления конфликтными потоками в классе циклических алгоритмов. Здесь Ω – множество описаний элементарных исходов системы, F – множество всех наблюдаемых исходов и $P(A)$ – вероятность исхода $A \in F$. Для описания элементов системы на $(\Omega, F, P(\cdot))$ при $j = \overline{1, m}$ и $i = 0, 1, \dots$ зададим следующие случайные величины и элементы:

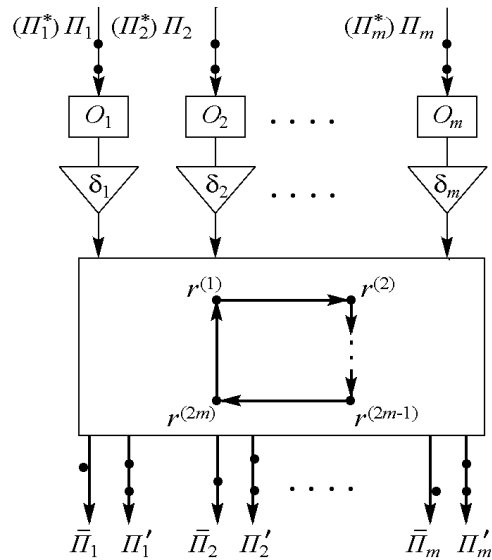


Рис. 1.

а) $\eta_{j,i}$ – число заявок потока P_j , пришедших за время $[\tau_i; \tau_{i+1})$, каждая дискретная случайная величина $\eta_{j,i}$ принимает свои значения из множества $X = \{0, 1, \dots\}$;

б) $\xi_{j,i}$ – максимально возможное число заявок, которое может быть обслужено за время $[\tau_i; \tau_{i+1})$ из очереди потока P_j ; любая дискретная случайная величина $\xi_{j,i}$ принимает значения из множества $\{0, l'_j, l_j\} \subset X$, где l_j – максимально возможное число заявок потока P_j , которое может проехать за время T_{2j-1} работы сигнала $\Gamma^{(2j-1)}$ и $l_j = [\mu_j T_{2j-1}]$, а l'_j – это максимально возможное число требований потока P_j , которое может проехать за время T_{2j} работы сигнала $\Gamma^{(2j)}$ и $l'_j = [\mu'_j T_{2j}]$; причем $l_j \geq l'_j$, так как $T_{2j-1} \gg T_{2j}$;

в) Γ_i – состояние светофора на промежутке $[\tau_i; \tau_{i+1})$, каждый из случайных элементов Γ_i принимает значения из набора $\Gamma = \{\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \dots, \Gamma^{(2m)}\}$ возможных состояний обслуживающего устройства;

г) $\varkappa_{j,i}$ – длина очереди по потоку P_j в момент времени τ_i , любая из величин $\varkappa_{j,i}$ является дискретной случайной величиной со значениями из X ;

д) $\bar{\xi}_{j,i}$ – число реально обслуженных заявок потока P_j за промежутки времени $[\tau_i; \tau_{i+1})$, случайная величина $\bar{\xi}_{j,i}$ принимает значения из множества $Y_j = \{0, 1, \dots, l_j\} \subset X$;

е) $\bar{\xi}_{j,-1}$ – число реально обслуженных заявок потока P_j за $[0; \tau_0)$, причем $\bar{\xi}_{j,-1} \in Y_j$.

Семейства $\{\xi_{j,i}: j = \overline{1, m}, i = 0, 1, \dots\}$ и $\{\bar{\xi}_{j,i}: j = \overline{1, m}, i = 0, 1, \dots\}$ определяют нелокальное описание потоков насыщения и выходных потоков соответственно. Заявки из очереди j -го потока отбираются согласно экстремальной стратегии механизма обслуживания. Для этой стратегии выполняются равенства $\bar{\xi}_{j,i} = \min\{\varkappa_{j,i} + \eta_{j,i}; \xi_{j,i}\}$, $j = \overline{1, m}, i = 0, 1, \dots$

Пусть $U(\Gamma^{(r)}): \Gamma \rightarrow \Gamma$ принимает значение $\Gamma^{(1)}$ при $r = 2m$ и принимает значение $\Gamma^{(r+1)}$ в остальных случаях, то есть при $r \in \{1, 2, \dots, 2m - 1\}$. Тогда при $i = 0, 1, \dots$ можно написать соотношение $\Gamma_{i+1} = U(\Gamma_i)$. Так как входные потоки являются пуассоновскими, то условная вероятность $P(\eta_{j,i} = u | \Gamma_i = \Gamma^{(r)})$ запишется следующим образом:

$$P(\eta_{j,i} = u | \Gamma_i = \Gamma^{(r)}) = e^{-\lambda_j T_r} \frac{(\lambda_j T_r)^u}{u!} = \varphi_j(u, T_r), \quad \text{где } r = 1, \dots, 2m, j = \overline{1, m}.$$

Для $\xi_{j,i}$ при каждом $j = \overline{1, m}$ можно записать общее вырожденное условное распределение вида $P(\xi_{j,i} = v | \Gamma_i = \Gamma^{(r)}) = \beta_j(v, \Gamma^{(r)})$, где

$$\beta_j(v, \Gamma^{(r)}) = \begin{cases} 1 & \text{при } v = l_j, r = 2j - 1; \\ 1 & \text{при } v = l'_j, r = 2j; \\ 1 & \text{при } v = 0, r \in \{1, 2, \dots, 2m\} \setminus \{2j - 1, 2j\}; \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Основными искомыми характеристиками изучаемой системы являются состояние обслуживающего устройства, величины очередей по потокам и выходные потоки. Состояние всей системы по потоку P_j на промежутке $[\tau_i; \tau_{i+1})$ будем характеризовать случайным вектором $(\Gamma_i; \varkappa_{j,i}; \bar{\xi}_{j,i-1})$. Поведение системы по потоку P_j

описывается векторной последовательностью $\{(\Gamma_i; \alpha_{j,i}; \bar{\xi}_{j,i-1}) : i \geq 0\}$. Более того, эта последовательность задает нелокальное описание выходного потока по j -му направлению. Причем за выходной поток отвечает $\bar{\xi}_{j,i-1}$, а компоненты Γ_i и $\alpha_{j,i}$ играют роль меток. Чаще всего выходной поток пытаются описывать аналогично входному, но при таком подходе в общем случае не удается найти конечномерные распределения выходного процесса. Почти очевидно, что выходной поток существенно зависит от системы массового обслуживания, в которой он формируется. Следовательно, в описание выходного потока необходимо включать некоторые элементы самой системы массового обслуживания. Впервые такой подход был предложен в работах [1, 2] и назван нелокальным описанием потоков требований. В силу независимости входных потоков, потоков насыщения и циклического переключения состояний обслуживающего устройства можно рассматривать процесс обслуживания требований по каждому потоку отдельно. Это обстоятельство позволило свести задачу анализа выходных потоков размерности системы $(2m + 1)$ к задаче анализа размерности системы трем. Здесь и далее все рассуждения и проводятся для j -го потока. Аналогичные рассуждения можно провести и для более сложной последовательности $\{(\Gamma_i; \alpha_{1,i}; \alpha_{2,i}; \dots; \alpha_{m,i}; \bar{\xi}_{1,i-1}; \bar{\xi}_{2,i-1}; \dots; \bar{\xi}_{m,i-1}) : i \geq 0\}$. В начальный момент t_0 задано распределение векторов $(\Gamma_0; \alpha_{j,0}; \bar{\xi}_{j,-1})$, $j = \overline{1, m}$, то есть фактически известны вероятности $P(\Gamma_0 = \Gamma^{(s)}; \alpha_{j,0} = x; \bar{\xi}_{j,-1} = y)$, где $\Gamma^{(s)} \in \Gamma$, $x \in X$, $y \in Y_j$, $j = \overline{1, m}$.

2. Свойства случайной векторной последовательности $\{(\Gamma_i; \alpha_{j,i}; \bar{\xi}_{j,i-1}) : i \geq 0\}$

Распределение каждой из случайных величин $\eta_{j,i}$, $\xi_{1,i-1}$ существенно зависит от выбора вектора $b = (T_1, T_2, \dots, T_{2m})$. Назовем этот вектор управлением b потоками в циклической системе обслуживания, где b принимает значения из следующего множества $B = \{(T_1, T_2, \dots, T_{2m}) : T_1 > 0, T_2 > 0, \dots, T_{2m} > 0\}$. Для управляемой случайной векторной последовательности $\{(\Gamma_i; \alpha_{j,i}; \bar{\xi}_{j,i-1}) : i \geq 0\}$, включающей в себя описание состояния обслуживающего устройства, величины очереди по потоку Π_j и выходного потока по j -му направлению, при $i = 0, 1, \dots$ имеют место следующие рекуррентные соотношения $(\Gamma_{i+1}; \alpha_{j,i+1}; \bar{\xi}_{j,i}) = (U(\Gamma_i); \max\{0; \alpha_{j,i} + \eta_{j,i} - \xi_{j,i}\}; \min\{\alpha_{j,i} + \eta_{j,i}; \xi_{j,i}\})$.

Пусть по определению справедливы равенства $T_0 \equiv T_{2m}$, $T_{2m+1} \equiv T_1$, $T_{2m+2} \equiv T_2$, $\Gamma^{(0)} \equiv \Gamma^{(2m)}$, $\Gamma^{(2m+1)} \equiv \Gamma^{(1)}$, $\Gamma^{(2m+2)} \equiv \Gamma^{(2)}$. Введем следующие обозначения:

$$\Gamma(j) = \Gamma \setminus \{\Gamma^{(2j)}, \Gamma^{(2j+1)}, \Gamma^{(2j+2)}\}; \Gamma'(j) = \Gamma \setminus \{\Gamma^{(2j)}, \Gamma^{(2j+1)}\};$$

$$E_j(\Gamma^{(s)}) = \{(\Gamma^{(s)}; x; 0) : x \in X, \Gamma^{(s)} \in \Gamma'(j)\};$$

$$E_j(\Gamma^{(2j)}) = \{(\Gamma^{(2j)}; x; l_j) : x \in X\} \cup \{(\Gamma^{(2j)}; 0; y) : y = \overline{0, l_j - 1}\};$$

$$E_j(\Gamma^{(2j+1)}) = \{(\Gamma^{(2j+1)}; x; l'_j) : x \in X\} \cup \{(\Gamma^{(2j+1)}; 0; y) : y = \overline{0, l'_j - 1}\};$$

$$\alpha_i = (\alpha_{1,i}, \alpha_{2,i}, \dots, \alpha_{m,i}); \bar{\xi}_{i-1} = (\bar{\xi}_{1,i-1}, \bar{\xi}_{2,i-1}, \dots, \bar{\xi}_{m,i-1}).$$

Был проведен анализ поведения системы при фиксированном $b \in B$ и для

каждого из потоков Π_j были доказаны утверждения, приведенные ниже. Полное доказательство этих утверждений представлено в работах [3 – 5].

Лемма 1. При заданном распределении начального вектора $(\Gamma_0; \mathfrak{a}_{j,0}; \bar{\xi}_{j,-1})$ управляемая случайная векторная последовательность $\{(\Gamma_i; \mathfrak{a}_{j,i}; \bar{\xi}_{j,i-1}); i \geq 0\}$ является марковской.

Теорема 1. Для одномерных распределений случайной векторной последовательности $\{(\Gamma_i; \mathfrak{a}_{j,i}; \bar{\xi}_{j,i-1}); i \geq 0\}$ при $j = \overline{1, m}, x \in X, y \in Y_j$ имеют место следующие рекуррентные по i (времени) соотношения:

$$\begin{aligned} Q_{j,1}(\Gamma^{2j}; x; y) &= \sum_{c=0}^{l_j-1} \sum_{w=0}^c \sum_{g=0}^{l_j} Q_{j,0}(\Gamma^{2j-1}; w; g) \varphi_j(c-w, T_{2j-1}) P(x=0; y=c) + \\ &+ \sum_{c=l_j}^{\infty} \sum_{w=0}^c \sum_{g=0}^{l_j} Q_{j,0}(\Gamma^{2j-1}; w; g) \varphi_j(c-w, T_{2j-1}) P(x=c-l_j; y=l_j); \\ Q_{j,1}(\Gamma^{2j+1}; x; y) &= \sum_{c=0}^{l'_j-1} \sum_{w=0}^c \sum_{g=0}^{l_j} Q_{j,0}(\Gamma^{2j}; w; g) \varphi_j(c-w, T_{2j}) P(x=0; y=c) + \\ &+ \sum_{c=l'_j}^{\infty} \sum_{w=0}^c \sum_{g=0}^{l_j} Q_{j,0}(\Gamma^{2j}; w; g) \varphi_j(c-w, T_{2j-1}) P(x=c-l'_j; y=l'_j); \\ Q_{j,1}(\Gamma^{(s)}; x; y) &= \sum_{w=0}^x \sum_{g=0}^{l_j} Q_{j,0}(\Gamma^{(s-1)}; w; g) \varphi_j(x-w, T_{s-1}) P(x \geq 0; y=0), \end{aligned}$$

где $\Gamma^{(s)} \in \Gamma'(j), x \in X, y \in Y_j, j = \overline{1, m}$;

$$\begin{aligned} Q_{j,i+1}(\Gamma^{2j}; x; y) &= \sum_{w=0}^y Q_{j,i}(\Gamma^{2j-1}; w; 0) \varphi_j(y-w, T_{2j-1}) P(x=0; y < l_j) + \\ &+ \sum_{w=0}^{x+l_j} Q_{j,i}(\Gamma^{2j-1}; w; 0) \varphi_j(x+l_j-w, T_{2j-1}) P(y=l_j), i \geq 1; \\ Q_{j,i+1}(\Gamma^{2j+1}; x; y) &= \sum_{g=0}^{l_j-1} Q_{j,i}(\Gamma^{2j}; 0; g) \varphi_j(y, T_{2j}) P(x=0; y < l'_j) + \\ &+ \sum_{w=0}^y Q_{j,i}(\Gamma^{2j}; w; l_j) \varphi_j(y-w, T_{2j}) P(x=0; y < l'_j) + \\ &+ \sum_{g=0}^{l_j-1} Q_{j,i}(\Gamma^{2j}; 0; g) \varphi_j(x+l'_j, T_{2j}) P(y=l'_j) + \\ &+ \sum_{w=0}^{x+l'_j} Q_{j,i}(\Gamma^{2j}; w; l_j) \varphi_j(x+l'_j-w, T_{2j}) P(y=l'_j), i \geq 1; \\ Q_{j,i+1}(\Gamma^{2j+2}; x; 0) &= \sum_{g=0}^{l'_j-1} Q_{j,i}(\Gamma^{2j+1}; 0; g) \varphi_j(x, T_{2j+1}) + \\ &+ \sum_{w=0}^x Q_{j,i}(\Gamma^{2j+1}; w; l'_j) \varphi_j(x-w, T_{2j+1}), i \geq 1; \\ Q_{j,i+1}(\Gamma^{(s)}; x; 0) &= \sum_{w=0}^x Q_{j,i}(\Gamma^{(s-1)}; w; 0) \varphi_j(x-w, T_{s-1}), i \geq 1, \Gamma^{(s)} \in \Gamma(j). \end{aligned}$$

Лемма 2. Для одномерного распределения $\{Q_{j,i}(\Gamma^{(s)}; x; y): \Gamma^{(s)} \in \Gamma, x \in X, y \in Y_j\}$ случайной векторной последовательности $\{(\Gamma_i; \mathfrak{a}_{j,i}; \bar{\xi}_{j,i-1}); i \geq 0\}$ при любом $i = 0, 1, \dots$ выполняется условие нормировки: $\sum_{s=1}^{2m} \sum_{x=0}^{\infty} \sum_{y=0}^{l_j} Q_{j,i+1}(\Gamma^{(s)}; x; y) = 1$.

Лемма 3. Следующие состояния управляемой случайной векторной марковской последовательности $\{(\Gamma_i; \mathfrak{a}_{j,i}; \bar{\xi}_{j,i-1}); i \geq 0\}$ являются несущественными:

$$\begin{aligned} &(\Gamma^{(s)}; x; y), \text{ где } \Gamma^{(s)} \in \Gamma'(j), x \in X, y = \overline{1, l_j}; \\ &(\Gamma^{(2j)}; x; y), \text{ где } x \in X \setminus \{0\}, y = \overline{0, l_j - 1}; \\ &(\Gamma^{(2j+1)}; x; y), \text{ где } x \in X, y = \overline{l'_j + 1, l_j}; \\ &(\Gamma^{(2j+1)}; x; y), \text{ где } x \in X \setminus \{0\}, y = \overline{0, l'_j - 1}. \end{aligned}$$

Лемма 4. Пространство состояний управляемой векторной марковской последовательности $\{(\Gamma_i; \mathfrak{a}_{j,i}; \bar{\xi}_{j,i-1}); i \geq 0\}$ разбивается на незамкнутое подмножество $\{(\Gamma^{(s)}; x; y): \Gamma^{(s)} \in \Gamma'(j), x \in X, y = \overline{1, l_j}\} \cup \{(\Gamma^{(2j)}; x; y): x \in X \setminus \{0\}, y = \overline{0, l_j - 1}\} \cup \{(\Gamma^{(2j+1)}; x; y): x \in X, y = \overline{l'_j + 1, l_j}\} \cup \{(\Gamma^{(2j+1)}; x; y): x \in X \setminus \{0\}, y = \overline{0, l'_j - 1}\}$ несущественных состояний и на замкнутое подмножество $\bigcup_{r=1}^{2m} E_j(\Gamma^{(r)})$ существенных периодических состояний с периодом $2m$.

Далее введем обозначения для производящих функций

$$\Phi_{j,i}(\Gamma^{(s)}; y; z) = \sum_{x=0}^{\infty} Q_{j,i}(\Gamma^{(s)}; x; y) z^x, j = \overline{1, m}, i = 0, 1, \dots, \Gamma^{(s)} \in \Gamma, y \in Y_j, |z| \leq 1.$$

Теорема 2. Для производящих функций $\Phi_{j,i+1}(\Gamma^{(2j)}; l_j; z)$, $\Phi_{j,i+1}(\Gamma^{(2j+1)}; l'_j; z)$, $\Phi_{j,i+1}(\Gamma^{(2j+2)}; 0; z)$, $\Phi_{j,i+1}(\Gamma^{(s)}; 0; z)$ при $j = \overline{1, m}, \Gamma^{(s)} \in \Gamma(j), |z| \leq 1$, выполняются следующие рекуррентные по i (времени) соотношения:

$$\begin{aligned} \Phi_{j,i+1}(\Gamma^{(2j)}; l_j; z) &= z^{-l_j} e^{\lambda_j T_{2j-1}(z-1)} \Phi_{j,i}(\Gamma^{(2j-1)}; 0; z) - \\ &- z^{-l_j} \sum_{w=0}^{l_j-1} Q_{j,i}(\Gamma^{(2j-1)}; w; 0) z^w \sum_{k=0}^{l_j-w-1} \varphi_j(k, T_{2j-1}) z^k; \\ \Phi_{j,i+1}(\Gamma^{(2j+1)}; l'_j; z) &= z^{-l_j} e^{\lambda_j T_{2j}(z-1)} \Phi_{j,i}(\Gamma^{(2j)}; l_j; z) + z^{-l'_j} \sum_{g=0}^{l'_j-1} Q_{j,i}(\Gamma^{(2j)}; 0; g) \times \\ &\times \sum_{k=l'_j}^{\infty} \varphi_j(k, T_{2j}) z^k - z^{-l'_j} \sum_{w=0}^{l'_j-1} Q_{j,i}(\Gamma^{(2j)}; w; l_j) z^w \sum_{k=0}^{l'_j-w-1} \varphi_j(k, T_{2j}) z^k; \\ \Phi_{j,i+1}(\Gamma^{(2j+2)}; 0; z) &= e^{\lambda_j T_{2j+1}(z-1)} \Phi_{j,i}(\Gamma^{(2j+1)}; l'_j; z) + \\ &+ e^{\lambda_j T_{2j+1}(z-1)} \sum_{g=0}^{l'_j-1} Q_{j,i}(\Gamma^{(2j+1)}; 0; g) z^w; \\ \Phi_{j,i+1}(\Gamma^{(s)}; 0; z) &= e^{\lambda_j T_{s-1}(z-1)} \Phi_{j,i}(\Gamma^{(s-1)}; 0; z). \end{aligned}$$

Определим следующие производящие функции:

$$\begin{aligned} \Phi_{j,2mi}(\Gamma^{(2j)}; l_j; z) &= \sum_{x=0}^{\infty} Q_{j,2mi}(\Gamma^{(2j)}; x; l_j) z^x; \\ \Phi_{j,2mi}(\Gamma^{(2j+1)}; l'_j; z) &= \sum_{x=0}^{\infty} Q_{j,2mi}(\Gamma^{(2j+1)}; x; l'_j) z^x; \\ \Phi_{j,2mi}(\Gamma^{(2j+2)}; 0; z) &= \sum_{x=0}^{\infty} Q_{j,2mi}(\Gamma^{(2j+2)}; x; 0) z^x; \\ \Phi_{j,2mi}(\Gamma^{(s)}; 0; z) &= \sum_{x=0}^{\infty} Q_{j,2mi}(\Gamma^{(s)}; x; 0) z^x, \end{aligned}$$

где $j = \overline{1, m}, i = 0, 1, \dots, \Gamma^{(s)} \in \Gamma(j), |z| \leq 1$.

Теорема 3. Для производящих функций $\Phi_{j,2m(i+1)}(\Gamma^{(2j)}; l_j; z)$, $\Phi_{j,2m(i+1)}(\Gamma^{(2j+1)}; l_j; z)$, $\Phi_{j,2m(i+1)}(\Gamma^{(2j+2)}; 0; z)$, $\Phi_{j,2m(i+1)}(\Gamma^{(s)}; 0; z)$ при $j = \overline{1, m}$, $\Gamma^{(s)} \in \Gamma(j)$, $|z| \leq 1$ выполняются следующие рекуррентные по i (времени) соотношения:

$$\begin{aligned}
& \Phi_{j,2m(i+1)}(\Gamma^{(2j)}; l_j; z) = z^{-l_j} z^{-l'_j} e^{\lambda_j(z-1)T} \Phi_{j,2mi}(\Gamma^{(2j)}; l_j; z) + \\
& + z^{-l_j} z^{-l'_j} \prod_{k \in \{1, 2, \dots, 2m\} \setminus \{2j\}} e^{\lambda_j(z-1)T_k} \sum_{g=0}^{l_j-1} Q_{j,2mi}(\Gamma^{(2j)}; 0; g) \sum_{k=l'_j}^{\infty} \varphi_j(k, T_{2j}) z^k - \\
& - z^{-l_j} z^{-l'_j} \prod_{k \in \{1, 2, \dots, 2m\} \setminus \{2j\}} e^{\lambda_j(z-1)T_k} \sum_{w=0}^{l'_j-1} Q_{j,2mi}(\Gamma^{(2j)}; w; l_j) z^w \sum_{k=0}^{l'_j-w-1} \varphi_j(k, T_{2j}) z^k + \\
& + z^{-l_j} \prod_{k \in \{1, 2, \dots, 2m\} \setminus \{2j\}} e^{\lambda_j(z-1)T_k} \sum_{g=0}^{l'_j-1} Q_{j,2mi+1}(\Gamma^{(2j+1)}; 0; g) - \\
& - z^{-l_j} \sum_{w=0}^{l_j-1} Q_{j,2m(i+1)-1}(\Gamma^{(2j-1)}; w; 0) z^w \sum_{k=0}^{l'_j-w-1} \varphi_j(k, T_{2j-1}) z^k; \\
& \Phi_{j,2m(i+1)}(\Gamma^{(2j+1)}; l'_j; z) = z^{-l_j} z^{-l'_j} e^{\lambda_j(z-1)T} \Phi_{j,2mi}(\Gamma^{(2j+1)}; l'_j; z) + \\
& + z^{-l_j} z^{-l'_j} e^{\lambda_j(z-1)T} \sum_{g=0}^{l'_j-1} Q_{j,2mi}(\Gamma^{(2j+1)}; 0; g) - \\
& - z^{-l_j} z^{-l'_j} e^{\lambda_j(z-1)T_{2j}} \sum_{w=0}^{l_j-1} Q_{j,2m(i+1)-2}(\Gamma^{(2j-1)}; w; 0) z^w \sum_{k=0}^{l_j-w-1} \varphi_j(k, T_{2j-1}) z^k + \\
& + z^{-l'_j} \sum_{g=0}^{l_j-1} Q_{j,2m(i+1)-1}(\Gamma^{(2j)}; 0; g) \sum_{k=l'_j}^{\infty} \varphi_j(k, T_{2j}) z^k - \\
& - z^{-l'_j} \sum_{w=0}^{l'_j-1} Q_{j,2m(i+1)-1}(\Gamma^{(2j)}; w; l_j) z^w \sum_{k=0}^{l'_j-w-1} \varphi_j(k, T_{2j}) z^k; \\
& \Phi_{j,2m(i+1)}(\Gamma^{(2j+2)}; 0; z) = z^{-l_j} z^{-l'_j} e^{\lambda_j(z-1)T} \Phi_{j,2mi}(\Gamma^{(2j+2)}; 0; z) - \\
& - z^{-l_j} z^{-l'_j} e^{\lambda_j(z-1)(T_{2j+1}+T_{2j})} \sum_{w=0}^{l_j-1} Q_{j,2m(i+1)-3}(\Gamma^{(2j-1)}; w; 0) z^w \sum_{k=0}^{l_j-w-1} \varphi_j(k, T_{2j-1}) z^k + \\
& + z^{-l'_j} e^{\lambda_j(z-1)T_{2j+1}} \sum_{g=0}^{l_j-1} Q_{j,2m(i+1)-2}(\Gamma^{(2j)}; 0; g) \sum_{k=l'_j}^{\infty} \varphi_j(k, T_{2j}) z^k - \\
& - z^{-l'_j} e^{\lambda_j(z-1)T_{2j+1}} \sum_{w=0}^{l'_j-1} Q_{j,2m(i+1)-2}(\Gamma^{(2j)}; w; l_j) z^w \sum_{k=0}^{l'_j-w-1} \varphi_j(k, T_{2j}) z^k - \\
& - e^{\lambda_j(z-1)T_{2j+1}} \sum_{g=0}^{l'_j-1} Q_{j,2m(i+1)-1}(\Gamma^{(2j+1)}; 0; g); \\
& \Phi_{j,2m(i+1)}(\Gamma^{(s)}; 0; z) = z^{-l_j} z^{-l'_j} e^{\lambda_j(z-1)T} \Phi_{j,2mi}(\Gamma^{(s)}; 0; z) - \\
& - z^{-l_j} z^{-l'_j} e^{\lambda_j(z-1)(T_{s-1}+T_{s-2}+\dots+T_{2j+1}+T_{2j})} \sum_{w=0}^{l_j-1} Q_{j,2m(i+1)-r-3}(\Gamma^{(2j-1)}; w; 0) z^w \times \\
& \quad \times \sum_{k=0}^{l_j-w-1} \varphi_j(k, T_{2j-1}) z^k + \\
& + z^{-l'_j} e^{\lambda_j(z-1)(T_{s-1}+T_{s-2}+\dots+T_{2j+1})} \sum_{g=0}^{l_j-1} Q_{j,2m(i+1)-r-2}(\Gamma^{(2j)}; 0; g) \sum_{k=l'_j}^{\infty} \varphi_j(k, T_{2j}) z^k - \\
& - z^{-l'_j} e^{\lambda_j(z-1)(T_{s-1}+T_{s-2}+\dots+T_{2j+1})} \sum_{w=0}^{l'_j-1} Q_{j,2m(i+1)-r-2}(\Gamma^{(2j)}; w; l_j) z^w \sum_{k=0}^{l'_j-w-1} \varphi_j(k, T_{2j}) z^k + \\
& + e^{\lambda_j(z-1)(T_{s-1}+T_{s-2}+\dots+T_{2j+1})} \sum_{g=0}^{l'_j-1} Q_{j,2m(i+1)-r-1}(\Gamma^{(2j+1)}; 0; g),
\end{aligned}$$

где $\Gamma^{(s)} \in \Gamma(j)$, $r = s - 2j - 2$ при $s > 2j + 2$ и $r = s + 2m - 2j - 2$ при $s < 2j + 2$.

Теорема 4. Для существования стационарного распределения последовательности $\{(\Gamma_i; \alpha_{j,i}; \xi_{j,i-1}); i \geq 0\}$ необходимо и достаточно выполнение неравенства

$$\lambda_j T - l_j - l'_j < 0.$$

Теорема 5. Для существования стационарного распределения последовательности $\{(\Gamma_i; \alpha_i; \xi_{i-1}); i \geq 0\}$ необходимо и достаточно выполнение неравенств

$$\lambda_j T - l_j - l'_j < 0, \quad j = \overline{1, m}.$$

3. Статистический анализ системы путем имитационного моделирования

Основным критерием качества управления потоками является среднее время ожидания начала обслуживания произвольной заявки в стационарном режиме работы системы. Такую характеристику называют средней задержкой требования. Для вычисления средней задержки используют приближенную формулу Вебстера – Алсопа [6 – 7], которая была найдена эмпирическим путем с применением результатов имитационного моделирования в 1958 году. В 1966 году Федоткин получил аналитическую формулу для определения средней задержки в случае постоянной длительности обслуживания требований. При больших значениях интенсивностей входных потоков средние задержки, полученные по приближенной формуле Вебстера – Алсопа, хорошо соответствуют аналитическим вычислениям. В то же время при больших значениях интенсивностей входных потоков значения средних задержек, которые даются формулой Вебстера – Алсопа, существенно больше средних наблюдаемых задержек в реальных системах. Более того, это отличие нельзя обосновать точностью вычислений, которые получены разными методами [1]. Далее, попытаемся выяснить, чем объясняется указанное выше отличие среднего времени ожидания начала обслуживания произвольной заявки (средних задержек).

Для изучаемой системы не удастся аналитически получить законы распределения длин очередей, времени ожидания обслуживания заявки по потокам, выходных потоков. Чтобы получить численные оценки этих характеристик была написана программа, являющаяся имитационной моделью процесса движения двух потоков машин на крестообразном перекрестке. Это означает, что на перекрестке выбирается два наиболее интенсивных и конфликтных потока. Программа была написана с помощью средства разработки Borland Delphi 7.0. При моделировании было учтено предположение о групповом обслуживании заявок. Пользователем задаются с клавиатуры следующие параметры:

а) интенсивности λ_1 и λ_2 поступления машин на перекресток по потокам в маш/с;

б) интенсивности μ_1, μ_2 и μ'_1, μ'_2 обслуживания машин в зеленую и желтую фазу светофора по потокам, соответственно, в маш/с;

в) длительности T_1, T_2, T_3, T_4 фаз светофора в секундах;

г) длины очередей Q_{01}, Q_{02} по потокам, соответственно, в начальный момент времени в машинах.

Пусть сумма $T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$ является периодом работы светофора. В имитационной модели учитывались следующие два условия: $\lambda_1 T - l_1 - l'_1 < 0$,

$\lambda_2 T - l_2 - l'_2 < 0$ существования стационарного движения на перекрестке. По окончании работы программа выдает следующие результаты:

а) значения оценок $\bar{\gamma}_1$ и $\bar{\gamma}_2$ среднего времени ожидания начала обслуживания заявки по первому и второму потокам;

б) значение оценки γ^* среднего времени ожидания начала обслуживания заявки произвольного потока (произвольной заявки), где $\gamma^* = (\bar{\gamma}_1 \cdot \lambda_1 + \bar{\gamma}_2 \cdot \lambda_2) / (\lambda_1 + \lambda_2)$;

в) значения оценок \bar{Q}_1 и \bar{Q}_2 средней очереди перед зеленым светом по первому и второму направлению, соответственно.

Данные численные оценки были получены с точностью $e = 0.01$ и надежностью $\beta = 0.99$. Наряду с представленными выше оценками характеристик функционирования системы, для выходных потоков были найдены статистические законы распределения и статистические числовые характеристики. В частности, для случайной величины $\xi_{j,i} \equiv \theta_j$, которая определяет число обслуженных заявок за время, пока обслуживающее устройство находится в состоянии $\Gamma^{(2j-1)}$, вычисляются статистический ряд распределения, выборочное математическое ожидание $M^*(\theta_j)$ и выборочная дисперсия $D^*(\theta_j)$.

При получении значений численных оценок из физических соображений были зафиксированы следующие входные параметры: $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.2$ и методом покоординатного спуска решалась задача оптимизации по критерию $\gamma^* \rightarrow \min$. При этом рассматривалось несколько вариантов длин периодов работы светофора. Необходимо отметить, что из физических соображений величину T периода работы светофора нельзя уменьшать ниже определенного предела. В данном случае этот предел составляет 60 с. Интенсивности λ_1 и λ_2 поступления машин на перекресток также варьировались. Полученные результаты для разных значений длин периодов T параметров $\lambda_1 = 0.4$ и $\lambda_2 = 0.1$ приведены в табл. 1. Квазиоптимальное значение оценки γ^* для каждого из рассматриваемых значений T и обеспечивающие ее параметры выделены в таблице жирным шрифтом.

Из таблицы находим, что для $\lambda_1 = 0.4$ и $\lambda_2 = 0.1$ минимальное значение оценки γ^* равно 9.6412 и оно достигается на периоде $T = 60$ при $T_1 = 40$ и $T_3 = 12$. При этих параметрах статистические числовые характеристики для выходного потока по первому направлению принимают следующие значения: $M^*(\theta_1) = 18.92$ и $D^*(\theta_1) = 2.8736$, а для выходного потока по второму направлению – $M^*(\theta_2) = 3.96$ и $D^*(\theta_2) = 1.1984$. На рис. 2 представлен полигон частот, построенный по статистическому ряду распределения числа заявок, обслуженных по первому потоку за время, пока обслуживающее устройство находилось в состоянии $\Gamma^{(1)}$. На рис. 3 изображен полигон частот, соответствующий статистическому ряду распределения количества требований, обслуженных по второму направлению за время, пока обслуживающее устройство находилось в состоянии $\Gamma^{(3)}$. На данных рисунках по оси ординат откладывается относительная частота, а по оси абсцисс – число обслуженных машин.

В разделах 1 и 2 данной статьи рассматривалась система массового обслуживания, в которой значение интенсивности потоков насыщения предполагалось равным постоянной величине в течение периода времени, когда обслуживающее устройство находится в состоянии $\Gamma^{(2j-1)}$ и разрешается обслуживание только заявок потока P_j . Пусть теперь обслуживающее устройство в состоянии $\Gamma^{(2j-1)}$ на промежутке времени $[\tau_i; \tau_{i+1})$ изменяет числовое значение интенсивности потоков насыщения и это изменение имеет кусочно-постоянный вид. В простейшем случае интенсивность μ_j

последовательно принимает значения $\mu_{j,1}$ и $\mu_{j,2}$. Это обстоятельство позволяет представить состояние $\Gamma^{(2j-1)}$ в виде объединения двух виртуальных состояний $\Gamma_1^{(2j-1)}$ и $\Gamma_2^{(2j-1)}$, следовательно, состояние $\Gamma^{(2j-1)} = \{\Gamma_1^{(2j-1)}, \Gamma_2^{(2j-1)}\}$ фактически будет являться укрупненным состоянием [8]. В состоянии $\Gamma_1^{(2j-1)}$ разрешается групповое обслуживание требований j -го потока с интенсивностью $\mu_{j,1}$. В состоянии $\Gamma_2^{(2j-1)}$ также пропускается группа заявок только из j -го потока, но уже с другой интенсивностью $\mu_{j,2}$. Алгоритм обслуживания заявок по-прежнему остается циклическим. В силу этого, для новой модели можно применять те же методы исследования, что и в предыдущем случае, только с учетом увеличения числа состояний обслуживающего устройства.

Таблица 1

$$\lambda_1 = 0.4, \lambda_2 = 0.1$$

T	T_1	T_3	$\bar{\gamma}_1$	$\bar{\gamma}_2$	γ^*	\bar{Q}_1	\bar{Q}_2
120	100	12	1.2545	96.1422	20.2321	3.9565	9.0435
	90	22	4.3527	77.5088	18.9839	7.6667	7.8333
	80	32	9.4349	63.578	20.2635	11.4167	6.875
	70	42	15.6653	49.6712	22.4665	15.5217	6.3913
	60	52	24.3614	35.451	26.5794	19.5652	4.913
100	86	6	0.5803	91.125	18.6893	2.4483	7.1724
	80	12	1.626	76.8	16.6608	4.2143	6.8571
	70	22	5.5395	57.6667	15.965	7.9643	6.4074
	60	32	11.7175	43.4605	18.0661	11.8276	5.2143
	50	42	19.2973	30.2297	21.4838	15.2069	4.0345
80	68	4	0.3494	73.1692	14.9134	1.5278	5.4167
	60	12	2.3228	55.2727	12.9128	4.3947	5.1504
	50	22	6.6781	39.1121	13.1649	7.5405	4.3056
	40	32	14.2016	24.5143	16.2641	11.0103	3.1622
	30	42	24.5471	14.4293	22.5235	15.2005	2.4167
60	48	4	0.5442	52	10.8353	1.76	3.4
	40	12	2.996	36.2222	9.6412	4.3	3.26
	36	16	5.793	30.7692	10.7882	6.1731	2.6923
	30	22	9.4498	20.8857	11.737	7.5962	2.5294
	20	32	20.4471	8.9032	18.1383	11.82	1.4082

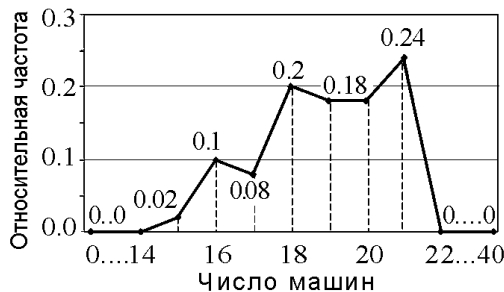


Рис. 2.

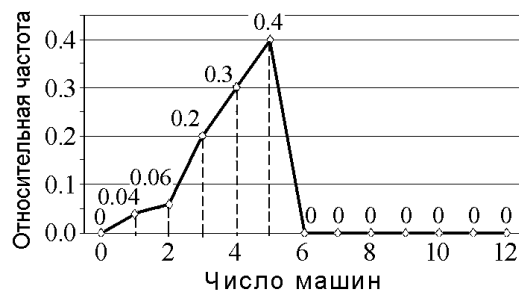


Рис. 3.

Далее, при численном моделировании рассмотрим случай двух потоков ($m = 2$), когда интенсивность обслуживания первого потока в состоянии $\Gamma^{(1)}$ на

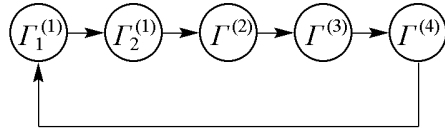


Рис. 4.

промежутке времени T_1 имеет кусочно-постоянный вид. Тогда число состояний обслуживающего устройства становится равным 5. Длина T_1 зеленого света для первого потока разбивается на два участка длиной $T_{1,1}$ и $T_{1,2}$ единиц времени таким образом, что $T_1 = T_{1,1} + T_{1,2}$. В состоянии $\Gamma_1^{(1)}$ разрешается групповое обслуживание требований первого потока с интенсивностью $\mu_{1,1}$. В состоянии $\Gamma_2^{(1)}$ также пропускается группа заявок только из первого потока, но уже с другой интенсивностью $\mu_{1,2}$. Граф смены состояний обслуживающего устройства имеет вид, представленный на рис. 4.

промежутке времени T_1 имеет кусочно-постоянный вид. Тогда число состояний обслуживающего устройства становится равным 5. Длина T_1 зеленого света для первого потока разбивается на два участка длиной $T_{1,1}$ и $T_{1,2}$ единиц времени таким образом, что $T_1 = T_{1,1} + T_{1,2}$. В состоянии $\Gamma_1^{(1)}$ разрешается групповое обслуживание

Таблица 2

$$\lambda_1 = 0.4, \lambda_2 = 0.1$$

T	$T_{1,1}$	$T_{1,2}$	T_3	$\mu_{1,1}$	$\mu_{1,2}$	$\bar{\gamma}_1$	$\bar{\gamma}_2$	γ^*	\bar{Q}_1	\bar{Q}_2
120	10	70	32	3.8	0.6	9.2146	54.3019	18.232	11.6522	6.6522
	20	60	32	1.9	0.7	9.008	48.2667	16.8598	11.125	6.9565
	30	50	32	1.4	0.76	9.913	47.0046	17.3314	12.125	6.6667
	40	40	32	0.8	1.2	9.9173	47.7078	17.4754	12.0417	6.75
	50	30	32	0.7	1.5	10.2114	49.8807	17.7453	11.9583	6.7083
	60	20	32	0.5	2.5	10.7241	52.4757	18.4745	11.5417	6.4167
	70	10	32	0.2	6.6	9.7431	57.5261	19.2997	12.2609	6.8261
100	10	60	22	4.0	0.5	5.6303	49.8846	14.4812	7.7667	5.3
	20	50	22	2.0	0.6	5.5252	47.2906	13.8782	7.8966	5.5172
	30	40	22	1.3	0.775	5.3266	43.0777	12.8768	7.6207	5.3793
	40	30	22	0.7	1.4	5.4374	47.4865	13.8472	7.5	6.3103
	50	20	22	0.4	2.5	5.6147	50.1748	14.5267	8.0345	5.6552
	60	10	22	0.2	5.8	5.6908	55.0297	15.5586	8.2759	5.6552
80	5	55	12	5.4	0.6	2.2645	50.8404	11.9797	4.3243	4.3784
	10	50	12	2.5	0.7	2.2096	46.673	11.1022	4.2973	4.7838
	20	40	12	1.25	0.875	2.0221	42.6806	10.1538	3.973	4.4054
	30	30	12	0.7	1.3	2.3928	43.5243	10.6191	4.5789	4.8378
	40	20	12	0.4	2.7	2.329	46.4977	11.1627	4.4474	4.8947
	50	10	12	0.2	5.0	2.1942	51.2207	12.0005	4.1579	5.0
60	5	35	12	6.6	0.2	16.0881	29.8492	18.8403	5.6981	2.5849
	10	30	12	3.1	0.3	7.3059	29.5408	11.7529	4.25	3.1373
	15	25	12	1.4	0.76	3.0711	26.1333	7.6835	4.283	2.4151
	20	20	12	0.75	1.25	3.0572	29.2386	8.2935	4.1887	3.1132
	25	15	12	0.4	2.0	3.3059	28.439	8.3325	4.5385	2.5192

Интенсивности обслуживания $\mu_{1,1}$, $\mu_{1,2}$ и длины интервалов $T_{1,1}$ и $T_{1,2}$ будем варьировать так, чтобы при этом средняя интенсивность обслуживания требований на интервале T_1 оставалась постоянной и равной единице. При этом, как и в предыдущем случае, фиксируем следующие параметры $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.2$. Изучим влияние вновь введенной нелинейности на величину квазиоптимальных значений оценки γ^* , представленных в табл. 1. Полученные численные результаты сведены в табл. 2. Жирным шрифтом в данной таблице выделены новые квазиоптимальные значения оценки γ^* , полученной в результате введения нелинейности интенсивности обслуживания требований от времени, и параметры, соответствующие каждой оценке.

Из табл. 2 очевидно, что введение нелинейности интенсивности обслуживания требований от времени даже по одному потоку приводит к заметному уменьшению величины оценки γ^* среднего времени ожидания начала обслуживания произвольной машины. Например, при $\lambda_1 = 0.4$ и $\lambda_2 = 0.1$ и значении периода $T = 60$ на квазиоптимальных значениях параметров, представленных в табл. 1, возможно уменьшение оценки γ^* со значения 9.6412 до значения 7.6835. При этом отрезок времени $T_1 = 40$ разбивается на участки $T_{1,1} = 15$ и $T_{1,2} = 25$, а интенсивности обслуживания заявок выбираются следующим образом: $\mu_{1,1} = 1.4$ и $\mu_{1,2} = 0.76$. Аналогично, для различных значений λ_1 , λ_2 и T , меняя длины интервалов $T_{1,1}$, $T_{1,2}$ и интенсивности обслуживания заявок $\mu_{1,1}$, $\mu_{1,2}$, можно добиться уменьшения величины оценки γ^* для квазиоптимальных параметров.

Таким образом, по результатам применения численных методов для изучения свойств вероятностных и числовых характеристик выходных потоков системы можно сделать вывод о том, что отличие средних задержек может быть вызвано эффектом нелинейных зависимостей интенсивностей обслуживания требований от времени.

Работа выполнена в рамках госбюджетной НИР Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, проводимой по заданию Федерального агентства по образованию, по теме «Анализ дискретных управляющих систем обслуживания и систем вычисления булевых функций».

Библиографический список

1. Федоткин М.А. Процессы обслуживания и управляющие системы // Математические вопросы кибернетики. 1996. Вып. 6. С. 51.
2. Федоткин М.А. Нелокальный способ задания управляемых случайных процессов // Математические вопросы кибернетики. 1998. Вып. 7. С. 332.
3. Федоткин М.А., Пройдакова Е.В. Изучение выходного процесса при нелинейном обслуживании автомобилей на перекрестке с помощью имитационной модели // Материалы международной конференции «Прикладная статистика в социально-экономических проблемах», 14-15 февраля 2003. Н.Новгород: Издательство Нижегородского госуниверситета, 2003. Том 1. С. 97.
4. Федоткин М.А., Пройдакова Е.В. Нелокальное описание выходных потоков в системе с циклическим обслуживанием и переналадками. ННГУ, Нижний

Новгород, 2004 - 27с. / Деп. в ВИНТИ, № 1856 - В2004.

5. Федоткин М.А., Пройдакова Е.В. Анализ свойств выходных потоков в системе с циклическим обслуживанием и переналадками. ННГУ, Нижний Новгород, 2005 - 32 с. / Деп. в ВИНТИ, №442 - В2005.
6. Webster F.V. Traffic signal settings // Road Research Technical Paper. London, 1958. 39, pp. 1 - 43.
7. Allsop Richard E. Delay-minimizing settings for fixed-time traffic signals at a single road junction // J.Inst. Maths / Applice, 1971, vol. 8, № 2, pp. 164 - 185.
8. Кемени Джон Дж., Снелл Дж. Лори. Конечные цепи Маркова. М.: Наука, 1970.

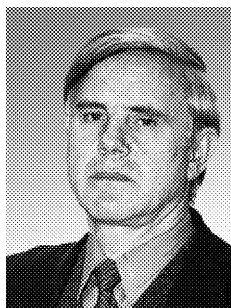
Нижегородский государственный
университет им.Н.И.Лобачевского

Поступила в редакцию 3.07.2005

NONLINEAR MODEL OF CYCLIC SERVICE PROCESS AND OUTPUT FLOWS

М.А. Fedotkin, E.V. Projdakova

Article is devoted to the nonconventional approach to the description and properties studying of the output flows arising in cyclic systems of mass service. This approach with use of imitation method allows to solve Webster – Allsop problem about delays in cyclic systems of mass service.



Федоткин Михаил Андреевич – родился в д. Киселевка, Воскресенского района, Липецкой области (1941), окончил механико-математический факультет ГГУ (1963). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1969, ГГУ) под руководством профессора Ю.И. Неймарка в области теории управления стохастическими динамическими системами и докторскую диссертацию по специальности «Теория вероятностей и математическая статистика» (1984, МГУ). Организатор и заведующий кафедрой прикладной теории вероятностей ННГУ (с 1986). Профессор ГГУ (1988), выборщик и учредитель РАЕН по секции «Математика, информатика, кибернетика» (1991), Соросовский профессор по математике (2000, 2001). Проблематика научных исследований и подготовки кадров: стохастические динамические системы, управляемые случайные процессы, нелокальное описание маркированных точечных процессов, алгоритмическое и адаптивное управление конфликтными потоками требований в системах обслуживания с переменной структурой, кибернетический подход к построению, анализу и оптимизации вероятностных моделей эволюционных экспериментов с управлением. Член редакционных коллегий журналов «Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия Математика» и «Математика в высшем образовании». Автор более 220 научных работ.



Пройдакова Екатерина Вадимовна – родилась в 1980 году в Горьком. В 2002 году окончила факультет вычислительной математики и кибернетики ННГУ. В 2003 году поступила в заочную аспирантуру ННГУ. Проблематика научных исследований: управляемые случайные процессы, нелокальное описание маркированных точечных процессов, алгоритмическое и адаптивное управление конфликтными потоками требований в системах обслуживания с переменной структурой. Основные результаты были представлены на научных конференциях и в двух статьях, депонированных в ВИНТИ.