Изв. вузов «ПНД», т. 17, № 2, 2009 УДК 621.385.2.001.891.54

# ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ ДИОДА ПИРСА*

*А.В. Титов*

В работе последовательно рассмотрены особенности вывода дисперсионного уравнения для различных моделей диода Пирса.

*Ключевые слова:* Диод Пирса, дисперсионное уравнение, влияние постоянного однородного магнитного поля.

## Введение

Диодом Пирса будем называть систему, состоящую из двух плоских сеток-электродов, в область между которыми инжектируется пучок электронов. Причем межэлектродный промежуток заполнен положительным ионным фоном, плотность заряда которого по величине равна невозмущенной плотности заряда электронного потока. Ранее было проведено несколько исследований возникновения неустойчивости в этой системе. Д. Пирс [1] получил дисперсионное соотношение для случая одномерного потока в системе с неограниченными поперечными размерами и неподвижными ионами. В последующих исследованиях модель усложнялась, чтобы приблизиться к реальным системам. В работе [2] учтена возможность столкновения электронов; в [3] – возможность поперечного движения электронов в системе с неограниченными поперечными размерами. В данной работе исследовалась неустойчивость Пирса в системе с неограниченными поперечными размерами при наличии постоянного магнитного поля, параллельного электронному потоку. Очевидно, что такое поле может влиять только на электроны, имеющие поперечную компоненту скорости. Поэтому за основу была принята модель, предложенная в [3], с внесенным магнитным полем.

## 1. Случай поперечного движения электронов с учетом влияния постоянного магнитного поля

Выбранная для исследования модель описывается системой трех уравнений: уравнением непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho \vec{v}) = 0, \qquad (1)$$

*Работа доложена на школе-семинаре «Нелинейные дни в Саратове для молодых» в октябре 2008 года.

уравнением движения

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\,\vec{v} = \frac{e}{m}\vec{E} + \frac{e}{m}\left[\vec{v}\vec{B}\right] \tag{2}$$

и уравнением Пуассона

$$\mathrm{div}\vec{E} = 4\pi\rho, \tag{3}$$

где $\vec{v}, \rho$ – вектор скорости и плотность объемного заряда электронов; $e$, $m$ – заряд и нерелятивистская масса электрона; $\vec{E}$ – вектор напряженности электрического поля; $\vec{B}$ – вектор индукции магнитного поля.

Для решения системы проведем линеаризацию: $\rho = \rho_0 + \tilde{\rho}$, $\vec{v} = \vec{v}_0 + \tilde{\vec{v}}$, $\mathrm{div}\vec{v}_0 = 0$, $\mathrm{grad}\ \rho_0 = 0$, считая, что $\tilde{\rho} \ll \rho_0, |\tilde{v}| \ll |\vec{v}_0|$. Полагая, что все переменные величины изменяются во времени как $e^{-j\omega t}$, получим

$$\begin{cases} -j\omega\tilde{\rho} + jk_x\rho_0\tilde{v}_x + jk_y\rho_0\tilde{v}_y + \rho_0\dfrac{\partial \tilde{v}_z}{\partial z} + v_0\dfrac{\partial \tilde{\rho}}{\partial z} = 0, \\ -j\omega\tilde{v}_x + v_0\dfrac{\partial \tilde{v}_x}{\partial z} = -j\eta k_x\varphi - B\eta\tilde{v}_y, \\ -j\omega\tilde{v}_y + v_0\dfrac{\partial \tilde{v}_y}{\partial z} = -j\eta k_y\varphi + B\eta\tilde{v}_x, \\ -j\omega\tilde{v}_z + v_0\dfrac{\partial \tilde{v}_z}{\partial z} = -\eta\dfrac{\partial \varphi}{\partial z}, \\ \dfrac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = -4\pi\tilde{\rho}, \end{cases} \tag{4}$$

здесь $\eta = e/m$.

Введем дифференциальный оператор $\Delta = (-j\omega + v_0\partial/\partial z)$ и будем считать, что потенциал $\varphi \sim e^{-jk_x x - jk_y y}$ ($k_{x,y}$ – постоянные распространения). Тогда систему можно переписать в следующем виде:

$$\begin{cases} \Delta\tilde{\rho} = -jk_x\rho_0\tilde{v}_x - jk_y\rho_0\tilde{v}_y - \rho_0\dfrac{\partial \tilde{v}_z}{\partial z}, & \text{(а)} \\ \Delta\tilde{v}_x = -j\eta k_x\varphi - B\eta\tilde{v}_y, & \text{(б)} \\ \Delta\tilde{v}_y = -j\eta k_y\varphi + B\eta\tilde{v}_x, & \text{(в)} \\ \Delta\tilde{v}_z = -\eta\dfrac{\partial\varphi}{\partial z}, & \text{(г)} \\ k_x^2\varphi + k_y^2\varphi - \dfrac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 4\pi\tilde{\rho}. & \text{(д)} \end{cases} \tag{5}$$

В дальнейшем символ «$\sim$» у малых приращений скорости и плотности опущен для упрощения записи. Применив дифференциальный оператор, из уравнения (б) системы (5) получаем

$$\Delta^2 v_x = -j\eta k_x\Delta\varphi - \omega_c\Delta v_y,$$

где $\omega_c = B\eta$ – циклотронная частота.

Подставляя $\Delta v_y$ в полученное уравнение, имеем

$$\left(\Delta^2 + \omega_c^2\right) v_x = -j\eta k_x\Delta\varphi + j\eta\omega_c k_y\varphi.$$

Аналогично

$$\left(\Delta^2 + \omega_c^2\right) v_y = -j\eta k_y\Delta\varphi - j\eta\omega_c k_x\varphi.$$

Таким образом,

$$\upsilon_x = \frac{j\eta\left(-k_x\Delta + k_y\omega_c\right)}{\left(\Delta^2 + \omega_c^2\right)}\varphi, \tag{6}$$

$$\upsilon_y = -\frac{j\eta\left(k_y\Delta + k_x\omega_c\right)}{\left(\Delta^2 + \omega_c^2\right)}\varphi, \tag{7}$$

$$\upsilon_z = -\frac{\eta}{\Delta}\frac{\partial\varphi}{\partial z}. \tag{8}$$

С учетом (6)–(8) из уравнения (а) системы (5) находим

$$\rho = \frac{\omega_p^2}{4\pi\Delta^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} - \frac{\omega_p^2 k^2}{4\pi\left(\Delta^2 + \omega_c^2\right)}\varphi,$$

где $\omega_p^2 = 4\pi\eta\rho_0$ ($\omega_p$ – плазменная частота), $k^2 = k_x^2 + k_y^2$, и из уравнения (д) получаем

$$\left(1 + \frac{\omega_p^2}{\Delta^2}\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} - \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\Delta^2 + \omega_c^2}\right)k^2\varphi = 0 \tag{9}$$

или после преобразования

$$\Delta^2\left[\Delta^2 + \omega_c^2\right]\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} + \omega_p^2\left[\Delta^2 + \omega_c^2\right]\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} - \Delta^2\left[\Delta^2 + \omega_c^2\right]k^2\varphi - \Delta^2\omega_p^2 k^2\varphi = 0. \tag{10}$$

Раскрывая операторы, получим дифференциальное уравнение шестого порядка для потенциала в виде

$$\begin{aligned}
\upsilon_0^4\frac{\partial^6\varphi}{\partial z^6} - 4j\omega\upsilon_0^3\frac{\partial^5\varphi}{\partial z^5} + \left(\omega_c^2\upsilon_0^2 - 6\omega^2\upsilon_0^2 + \omega_p^2\upsilon_0^2 - k^2\upsilon_0^4\right)\frac{\partial^4\varphi}{\partial z^4} + \\
+ \left(4j\omega^3\upsilon_0 - 2j\omega_c^2\omega\upsilon_0 - 2j\omega\omega_p^2\upsilon_0 + 4j\omega\upsilon_0^3 k^2\right)\frac{\partial^3\varphi}{\partial z^3} + \\
+ \left(\omega^4 - \omega_c^2\omega^2 + \omega_c^2\omega_p^2 - \omega_p^2\omega^2 + 6k^2\omega^2\upsilon_0^2 - \omega_c^2 k^2\upsilon_0^2 - \omega_p^2 k^2\upsilon_0^2\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} + \\
+ \left(2j\omega_c^2\omega k^2 - 4j\omega^3 k^2\upsilon_0 + 2j\upsilon_0\omega_p^2\omega k^2\right)\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \left(\omega_c^2\omega^2 k^2 + \omega_p^2\omega^2 k^2 - \omega^4 k^2\right)\varphi = 0.
\end{aligned} \tag{11}$$

Это линейное однородное дифференциальное уравнение, решение которого в общем виде есть

$$\varphi = \sum_{i=1}^{6} C_i e^{k_i z}, \tag{12}$$

где $C_i = \mathrm{const}$. Из уравнения (д) системы (5), используя (12), получаем

$$\rho = \frac{1}{4\pi}\sum_{i=1}^{6}\left(k^2 - k_i^2\right)C_i e^{k_i z}. \tag{13}$$

Далее, применив к уравнению (а) системы (5) дифференциальный оператор $\Delta$, находим

$$\Delta^2\rho = -jk_x\rho_0\Delta\upsilon_x - jk_y\rho_0\Delta\upsilon_y - \rho_0\frac{\partial}{\partial z}\left(\Delta\upsilon_z\right).$$

Подставляя уравнения (б), (в) и (г) системы (5) в полученное выше соотношение, имеем

$$k_x\upsilon_y - k_y\upsilon_x = \frac{4\pi\Delta^2\rho - \omega_p^2\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} + k^2\omega_p^2\varphi}{4\pi j\rho_0\omega_c}. \quad (14)$$

Умножим уравнение (б) системы (5) на $k_y$, а (в) – на $k_x$, и вычтем из полученного второго уравнения первое. Тогда

$$\Delta\left(k_x\upsilon_y - k_y\upsilon_x\right) = \omega_c\left(k_x\upsilon_x + k_y\upsilon_y\right). \quad (15)$$

Из уравнений (14) и (15) можно получить систему двух уравнений

$$\begin{cases} k_x\upsilon_y - k_y\upsilon_x = \dfrac{1}{4\pi j\rho_0\omega_c}\left(4\pi\Delta^2\rho - \omega_p^2\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} + k^2\omega_p^2\varphi\right), \\ k_x\upsilon_x + k_y\upsilon_y = \dfrac{1}{4\pi j\rho_0\omega_c^2}\Delta\left(4\pi\Delta^2\rho - \omega_p^2\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} + k^2\omega_p^2\varphi\right). \end{cases} \quad (16)$$

Из системы уравнений (16) легко найти выражения для компонент скорости

$$\upsilon_x = \frac{\eta}{j\omega_p^2\omega_c k^2}\sum_{i=1}^{6}\left[\left(k_y - k_x\frac{(-j\omega + k_i\upsilon_0)}{\omega_c}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\left(\upsilon_0^2k_i^2 - 2j\omega\upsilon_0k_i + \omega_p^2 - \omega^2\right)\left(k^2 - k_i^2\right)C_ie^{k_iz}\right], \quad (17)$$

$$\upsilon_y = \frac{\eta}{j\omega_p^2\omega_c k^2}\sum_{i=1}^{6}\left[\left(k_x - k_y\frac{(-j\omega + k_i\upsilon_0)}{\omega_c}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\left(\upsilon_0^2k_i^2 - 2j\omega\upsilon_0k_i + \omega_p^2 - \omega^2\right)\left(k^2 - k_i^2\right)C_ie^{k_iz}\right]. \quad (18)$$

Далее воспользуемся уравнениями (а) и (г) системы (5). Комбинация их дает

$$j\omega\upsilon_z = \eta\frac{\partial\varphi}{\partial z} - \upsilon_0\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0} + jk_x\upsilon_x + jk_y\upsilon_y\right). \quad (19)$$

После подстановки в (19) соотношений (12), (13), (17) и (18) и упрощения получим

$$\upsilon_z = \frac{\eta}{j\omega_c^2\omega_p^2\omega k^2}\sum_{i=1}^{6}\left[\omega_c^2\omega_p^2k^2k_i - \upsilon_0\omega_c^2k^2\left(k^2 - k_i^2\right)(-j\omega + \upsilon_0k_i) - \right.$$
$$-\upsilon_0\left(2k_xk_y\omega_c + jk^2\omega - k^2k_i\upsilon_0\right)\left(\upsilon_0^2k_i^2 - 2j\omega\upsilon_0k_i + \omega_p^2 - \omega^2 - 2j\omega\upsilon_0k_i\right)\times$$
$$\left.\times\left(k^2 - k_i^2\right)\right]C_ie^{k_iz}. \quad (20)$$

С учетом выведенных выше соотношений граничные условия для $z = 0$ и $z = L$, где $L$ – расстояние между электродами, могут быть записаны следующим образом:

$$
\begin{aligned}
&\varphi|_{z=0} = 0, \quad \sum_{i=1}^{6} C_i = 0,\\
&\varphi|_{z=L} = 0, \quad \sum_{i=1}^{6} C_i e^{k_i L} = 0,\\
&\rho|_{z=0} = 0, \quad \sum_{i=1}^{6} \left(k^2 - k_i^2\right) C_i = 0,\\
&\upsilon_x|_{z=0} = 0, \quad \sum_{i=1}^{6} \left[\left(k_y \omega_c - k_x\left(-j\omega + k_i \upsilon_0\right)\right)\left(\upsilon_0^2 k_i^2 - 2j\omega\upsilon_0 k_i + \omega_p^2 - \omega^2\right) \times \right.\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad \left. \times \left(k^2 - k_i^2\right) C_i\right] = 0,\\
&\upsilon_y|_{z=0} = 0, \quad \sum_{i=1}^{6} \left[\left(k_x \omega_c - k_y\left(-j\omega + k_i \upsilon_0\right)\right)\left(\upsilon_0^2 k_i^2 - 2j\omega\upsilon_0 k_i + \omega_p^2 - \omega^2\right) \times \right.\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad \left. \times \left(k^2 - k_i^2\right) C_i\right] = 0,\\
&\upsilon_z|_{z=0} = 0, \quad \sum_{i=1}^{6} \left[\omega_c^2 \omega_p^2 k^2 k_i - \upsilon_0 \omega_c^2 k^2 \left(k^2 - k_i^2\right)\left(-j\omega + \upsilon_0 k_i\right) - \right.\\
&\qquad -\upsilon_0\left(2k_x k_y \omega_c + jk^2\omega - k^2 k_i \upsilon_0\right)\left(\upsilon_0^2 k_i^2 - 2j\omega\upsilon_0 k_i + \omega_p^2 - \omega^2\right) \times\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad \left. \times \left(k^2 - k_i^2\right) C_i\right] = 0.
\end{aligned}
\tag{21}
$$

Если теперь взять детерминант системы (21) и приравнять его нулю, то получим дисперсионное уравнение задачи. Однако аналитически его решить не удастся, поскольку для этого нам необходимы значения параметров $k_i$, но их можно получить только численными методами.

Рассмотрим переход полученного решения к случаям, рассмотренным в [1] и [3]. Отсутствие магнитного поля эквивалентно условию $\omega_c = 0$. После применения к уравнению (11) оператора, обратного оператору $\Delta^2$, легко получить следующее дифференциальное уравнение для потенциала:

$$\upsilon_0^2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial z^4} - 2j\omega\upsilon_0 \frac{\partial^3 \varphi}{\partial z^3} + \left(\omega_p^2 - \omega^2 - k^2\upsilon_0^2\right)\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + 2j\omega k^2 \upsilon_0 \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \left(\omega^2 - \omega_p^2\right) k^2 \varphi = 0. \tag{22}$$

При подстановке $\varphi \sim e^{pz}$приходим к характеристическому уравнению

$$\upsilon_0^2 p^4 - 2j\omega\upsilon_0 p^3 + \left(\omega_p^2 - \omega^2 - k^2\upsilon_0^2\right) p^2 + 2j\omega k^2 \upsilon_0 p + \left(\omega^2 - \omega_p^2\right) k^2 = 0$$

или

$$\left(\upsilon_0^2 p^2 - 2j\omega\upsilon_0 p + \omega_p^2 - \omega^2\right)\left(p^2 - k^2\right) = 0. \tag{23}$$

Тогда $k_1 = j(\omega + \omega_p)/\upsilon_0,\ k_2 = j(\omega - \omega_p)/\upsilon_0,\ k_3 = k,\ k_4 = -k.$

Таким образом, выражение для потенциала имеет вид

$$\varphi = C_1 e^{j\frac{\omega+\omega_p}{\upsilon_0} z} + C_2 e^{j\frac{\omega-\omega_p}{\upsilon_0} z} + C_3 e^{kz} + C_4 e^{-kz}. \tag{24}$$

Представление решения в виде (12) справедливо для линейного уравнения с постоянными коэффициентами любого порядка. Следовательно, все выкладки также справедливы для любого порядка дифференциального уравнения.

Кроме того, в случае $\omega_c = 0$ последнее уравнение системы (21) является линейной комбинацией двух предыдущих уравнений. Таким образом, из граничных условий мы можем получить три уравнения

$$\varphi|_{z=0} = 0, \quad C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 0,$$

$$\varphi|_{z=L} = 0, \quad C_1 e^{j\frac{\omega+\omega_p}{\upsilon_0}L} + C_2 e^{j\frac{\omega-\omega_p}{\upsilon_0}L} + C_3 e^{kL} + C_4 e^{-kL} = 0,$$

$$\rho|_{z=0} = 0, \quad \left(k^2\upsilon_0^2 + (\omega+\omega_p)^2\right) C_1 + \left(k^2\upsilon_0^2 + (\omega-\omega_p)^2\right) C_2 = 0.$$

Следует отметить, что в точности к такому же результату пришли авторы работы [3]. Однако последнее условие относительно скорости $\upsilon_z$ не может быть получено исходя из развитого выше подхода. Его следует получить из системы уравнений (4), разумеется, упрощенной, то есть при $\omega_c = 0$. Имеем

$$\upsilon_z(0) = 0 - \frac{(\omega+\omega_p)}{\omega_p\upsilon_0}C_1 + \frac{(\omega-\omega_p)}{\omega_p\upsilon_0}C_2 - \frac{k}{(k\upsilon_0 - j\omega)}C_3 - \frac{k}{(k\upsilon_0 + j\omega)}C_4 = 0.$$

Равенство нулю детерминанта системы граничных условий даст нам следующее дисперсионное уравнение:

$$\begin{gathered}
\left(e^{2kL}-1\right)k^4\upsilon_0^4 + j\left(e^{\,k+j\frac{\omega-\omega_p}{\upsilon_0}\;L} - e^{\,k+j\frac{\omega+\omega_p}{\upsilon_0}\;L}\right)k^3\upsilon_0^3\omega_p + \\
+\left(e^{2kL}-1\right)\omega^2\left(\omega^2-\omega_p^2\right) + \left(e^{2kL}-1\right)k^2\upsilon_0^2\left(2\omega^2-\omega_p^2\right) + \\
+jk\upsilon_0\omega_p\left[\left(e^{\,k+j\frac{\omega-\omega_p}{\upsilon_0}\;L} - e^{\,k+j\frac{\omega+\omega_p}{\upsilon_0}\;L}\right)\omega^2 - \right. \\
-2\left(1+e^{2kL} - e^{\,k+j\frac{\omega-\omega_p}{\upsilon_0}\;L} - e^{\,k+j\frac{\omega+\omega_p}{\upsilon_0}\;L}\right)\omega_p\omega + \\
\left. +\left(e^{\,k+j\frac{\omega-\omega_p}{\upsilon_0}\;L} - e^{\,k+j\frac{\omega+\omega_p}{\upsilon_0}\;L}\right)\omega_p^2\right] = 0,
\end{gathered} \tag{25}$$

которое совпадает с полученным в работе [3].

Если теперь рассмотреть случай без поперечного движения электронов, то есть одномерный случай при $k = 0$, то, используя уравнение (22), находим следующее выражение для потенциала:

$$\varphi = Az + C_1 e^{j\frac{\omega+\omega_p}{\upsilon_0}z} + C_2 e^{j\frac{\omega-\omega_p}{\upsilon_0}z} + B, \tag{26}$$

где $A, B, C_1, C_2$ – постоянные. Такой же вид выражение для распределения потенциала имеет в работе Пирса [1].

Далее, используя уравнение Пуассона и применяя граничные условия, можно получить

$$\varphi = Az + Aj\frac{\upsilon_0}{2\omega_p}\frac{\omega-\omega_p}{\omega+\omega_p}\left[e^{-j\frac{\omega+\omega_p}{\upsilon_0}z} - 1\right] - Aj\frac{\upsilon_0}{2\omega_p}\frac{\omega+\omega_p}{\omega-\omega_p}\left[e^{-j\frac{\omega-\omega_p}{\upsilon_0}z} - 1\right]. \tag{27}$$

Произведя замену $\omega x/\upsilon_0 = \theta$, $\omega_p x/\upsilon_0 = \theta_p$ и $A = K\omega^2/\upsilon_0$, имеем

$$\varphi = K\omega\left\{\theta + \left(\frac{j}{2}\right)\left(\frac{\theta}{\theta_p}\right)\left[\frac{\theta-\theta_p}{\theta+\theta_p}\left(e^{-j(\theta+\theta_p)} - 1\right) - \frac{\theta+\theta_p}{\theta-\theta_p}\left(e^{-j(\theta-\theta_p)} - 1\right)\right]\right\}. \tag{28}$$

После учета граничного условия $\varphi(L) = 0$ приходим к дисперсионному уравнению

$$1 = \frac{j}{2\theta_p}\left[\frac{\theta + \theta_p}{\theta - \theta_p}\left(e^{-j(\theta - \theta_p)} - 1\right) - \frac{\theta - \theta_p}{\theta + \theta_p}\left(e^{-j(\theta + \theta_p)} - 1\right)\right]. \tag{29}$$

Это соотношение впервые было получено Джоном Пирсом в 1944 году в работе, положившей начало исследованиям диода, получившего его имя.

## Заключение

Рассмотрена модель диода Пирса с неограниченными поперечными размерами и с внесенным магнитным полем. Учет влияния однородного постоянного магнитного поля на процессы в диоде существенно усложнил задачу. Полученное дисперсионное уравнение задачи решить аналитически не представляется возможным. Однако не исключается возможность численного расчета. Упрощение модели (рассмотрение частных случаев) приводит к уже известным теоретическим результатам.


**Библиографический список**

1. *Pierce J.R.* Limiting stable current in electron beams in the presence of ions // J. Appl. Phys. 1944. 15, 721.
2. *Frey J., Birdsall C.K.* Electron-stream diode instabilities with elastic collisions // J. Appl. Phys. 1965. 36, 2962.
3. *Иванов А.А., Путвинская Н.С.* Неустойчивость Пирса в системе с ограниченными размерами // J. Tech. Phys. 1975. Vol. XLV, № 8.



*Поступила в редакцию 12.03.2009*


## DISPERSION EQUATION FOR VARIOUS MODELS OF PIERCE DIODE

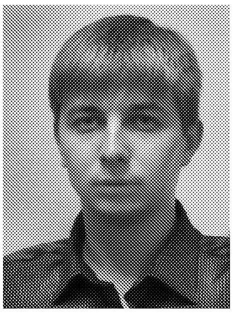

*A.V. Titov*



Peculiarities of derivation of a dispersion equation for various models of Pierce diode have been sequentially considered in this paper.



*Keywords:* Pierce diode, dispersion equation, dependence on static uniform magnetic field.


*Титов Алексей Владимирович* – родился в Саратове (1988), окончил Лицей прикладных наук (2005). После окончания ЛПН поступил в Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского на факультет нелинейных процессов. В настоящее время является студентом 4 курса специальности «Радиофизика и электроника».

E-mail: titovAV88@gmail.com

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

410012, Саратов, ул. Астраханская, 83