

## ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ДРЕЙФОВУЮ СКОРОСТЬ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СВЕРХРЕШЁТКЕ В ПРОДОЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И НАКЛОННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

*А.Г. Баланов, А.А. Короновский, А.О. Сельский, А.Е. Храмов*

В работе изучается влияние температуры на дрейфовую скорость электронов в полупроводниковой сверхрешетке в продольном электрическом и наклонном магнитном полях. Показано, что в наклонном магнитном поле температурное распределение электронов по скоростям может усиливать эффекты, связанные с резонансам блоховской и циклотронной частот. В частности, увеличение температуры приводит к более выраженным резонансным максимумам на профиле зависимости дрейфовой скорости электронов от напряжённости продольного электрического поля. Данный эффект объясняется особенностями нелинейной динамики электронов вблизи Блох-циклотронных резонансов.

*Ключевые слова:* Полупроводниковая сверхрешетка, дрейфовая скорость, нелинейная динамика, хаос, Блох-циклотронный резонанс, температурное распределение.

### Введение

Полупроводниковые сверхрешетки представляют собой сложные наноструктуры, содержащие несколько чередующихся тонких (порядка 10 нм) слоев различных полупроводниковых материалов. Предложенные Л. Эсаки и Р. Тсу в 1969 году [1] для исследования разнообразных квантово-механических эффектов, связанных с резонансным туннелированием и блоховскими колебаниями, сверхрешетки являются уникальным полигоном как для изучения и понимания процессов физики твердого тела [2, 3] так и для исследования явлений нелинейной динамики [4–7].

Кроме того, сверхбыстрые блоховские колебания, а также ассоциирующиеся с ними нелинейные процессы [4, 8], делают сверхрешетку перспективным элементом для генерации, усиления и детектирования высокочастотных (до нескольких ТГц) сигналов.

В работах [6, 9] было показано что наклонное магнитное поле, приложенное к сверхрешетке, позволяет эффективно управлять электрическими свойствами

этой структуры. Оказалось, что под воздействием постоянных электрического и наклонного магнитных полей динамика отдельных электронов демонстрирует уникальный тип гамильтонова хаоса, который не может быть описан в рамках теории Колмогорова–Арнольда–Мозера (КАМ – теории) [10]. Этот хаос, возникающий в результате резонанса между циклотронными и блоховскими колебаниями электронов, характеризуется резкой сменой характера движения электронов. Траектории электронов, вне резонансов сильно локализованные в пространстве, при наступлении резонанса становятся неограниченными [6, 9]. При этом в сечении Пуанкаре (или стробоскопическом сечении) фазового пространства возникает элегантная неограниченная структура, известная в литературе как «стохастическая паутина» [10, 11]. Таким образом, небольшое изменение параметров полей может существенно менять дрейфовую скорость электронов и, соответственно, электрическую проводимость сверхрешетки [6, 7, 9, 12]. Показано, что такой резонансный механизм управления электрическими свойствами сверхрешетки в потенциале способен существенно улучшить амплитудно-частотные характеристики полупроводниковых устройств на базе сверхрешеток, работающих как в режиме генерации [13], так и в режиме усиления сверхвысоких частот [14]. Вместе с тем, влияние температуры на транспорт заряда в сверхрешетках, находящихся под воздействием электрического и наклонного магнитного поля, изучены слабо.

В настоящей статье исследуется влияние температуры на дрейфовую скорость электронов в сверхрешетке. Показано, что для сверхрешетки, находящейся в наклонном магнитном поле увеличение температуры приводит к более выраженным резонансным пикам на профиле зависимости дрейфовой скорости электронов от напряженности продольного электрического.

## 1. Дрейфовая скорость

В полуклассическом приближении дрейфовая скорость электрона в сверхрешетке  $u_d$  стартовавшего из состояния покоя и находящегося под воздействием электрического  $\mathbf{F} = (-F, 0, 0)$  и магнитного полей  $\mathbf{B} = (B \cos \theta, 0, B \sin \theta)$  может определяться соотношением [1, 9]

$$u_d = \frac{1}{\tau} \int_0^{\infty} v_x(t) e^{-t/\tau} dt, \quad (1)$$

где  $\tau$  – время рассеяния электронов;  $v_x(t)$  –  $x$ -компонента скорости рассматриваемого электрона, определяемая из уравнений движения электрона в сверхрешетке [6, 7, 9]

$$\ddot{p}_z + \hat{\omega}_c^2 p_z = C \sin(Kp_z - \omega_B t - \phi), \quad (2)$$

где

$$C = -\frac{\Delta m^* \hat{\omega}_c^2 \tan \theta}{2\hbar}, \quad (3)$$

$$K = \frac{d \tan \theta}{\hbar}, \quad (4)$$

$$\phi = \frac{d}{\hbar} (p_z(0) \tan \theta + p_x(0)). \quad (5)$$

В соотношениях (2)–(5)  $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$  – импульс электрона;  $\Delta$  – ширина мини-зоны в сверхрешетке;  $d$  – период сверхрешетки;  $m^* = 0.067m_e$  – эффективная масса электрона в полупроводниковом материале (здесь GaAs);  $m_e$  – масса свободного электрона;  $\omega_B = eFd/\hbar$  – круговая частота блоховских колебаний электрона;  $\hat{\omega}_c = \omega_c \cos \theta$  – круговая частота циклотронных колебаний электрона вдоль оси дрейфа  $Ox$ ;  $\omega_c = eB/m^*$ . Решение уравнения (2), которое в общем виде может быть осуществлено только численно, однозначно определяет все другие компоненты импульса

$$p_x = eFt - p_z \tan \theta, \quad p_y = \frac{\dot{p}_z}{\bar{\omega}_c}, \quad (6)$$

и скорости электрона

$$\dot{x} = \frac{d\Delta}{2\hbar} \sin(Kp_z - \omega_B t - \phi), \quad \dot{y} = \frac{\dot{p}_z}{\bar{\omega}_c m^*}, \quad \dot{z} = \frac{p_z}{m^*}, \quad (7)$$

что, в свою очередь, позволяет определить дрейфовую скорость электрона (1). В силу того, что  $v_x(t)$  определяется решением (2) и зависит от начального импульса  $\mathbf{p}_0 = (p_{x0}, p_{y0}, p_{z0})$ , дрейфовая скорость  $u_d$  также будет зависеть от величины импульса электрона в начальный момент времени

$$u_d = u_d(\mathbf{p}_0). \quad (8)$$

Отметим, что в отсутствие магнитного поля  $B = 0$ ,  $u_d$  может быть вычислена аналитически [1], и для нулевых начальных условий  $p_{0x} = 0$ ,  $p_{0y} = 0$ ,  $p_{0z} = 0$  она имеет вид

$$u_d = \frac{d\Delta}{2\hbar} \frac{\tau\omega_B}{(1 + \tau^2\omega_B^2)}. \quad (9)$$

Из анализа формулы (9) следует, что без магнитного поля дрейфовая скорость электрона  $u_d$  имеет единственный максимум при  $\omega_B \tau = 1$ .

## 2. Температурное распределение электронов

Очевидно, что в случае ненулевой температуры для вычисления средней дрейфовой скорости электронов  $v_d$  с помощью уравнения (2) необходимо учитывать их тепловое распределение по начальным импульсам  $w(\mathbf{p}_0)$

$$v_d = \iiint_V w(\mathbf{p}_0) u_d(\mathbf{p}_0) dp_{0x} dp_{0y} dp_{0z}, \quad (10)$$

где  $w$  – вероятность того, что частица имеет некоторый начальный импульс  $\mathbf{p}_0$  из элементарного объема пространства импульсов  $dV = dp_{0x} dp_{0y} dp_{0z}$ .

В теоретическом полуклассическом рассмотрении часто предполагается бoльцмановская статистика температурного распределения электронов в энергетических зонах сверхрешетки [4, 8, 15, 16]

$$dw = C \exp\left(-\frac{E(\mathbf{p}_0)}{kT}\right) dp_{0x} dp_{0y} dp_{0z}. \quad (11)$$

Здесь  $T$  – температура в градусах Кельвина;  $k$  – постоянная Больцмана;  $E$  – кинетическая энергия электронов. Константа  $C$  в соотношении (11) определяется из условия нормировки

$$\iiint_V C \exp\left(-\frac{E(\mathbf{p}_0)}{kT}\right) dp_{0x} dp_{0y} dp_{0z} = 1. \quad (12)$$

Для полупроводниковой сверхрешетки, находящейся в продольном электрическом поле  $\mathbf{F}$  (электрическое поле приложено вдоль решетки, чтобы обеспечить направленный дрейф электронов), дисперсионное соотношение между кинетической энергией электрона и импульсом имеет вид [1, 2]

$$E(\mathbf{p}_0) = \frac{\Delta}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{p_{0x}d}{\hbar}\right) \right] + \frac{p_{0y}^2 + p_{0z}^2}{2m^*}, \quad (13)$$

и в этом случае нормировочный множитель, найденный из условия (12), равен

$$C = \frac{d \exp\left(\frac{\Delta}{2kT}\right)}{4\pi^2 \hbar m^* kT I_0\left(\frac{\Delta}{2kT}\right)}, \quad (14)$$

где  $I_n(\cdot)$  – модифицированная функция Бесселя.

Таким образом, дрейфовая скорость электронов в сверхрешетке, находящейся в продольном электрическом и наклонном магнитном полях при температуре  $T$ , будет определяться как

$$v_d(T) = C \iiint_V u_d(\mathbf{p}_0) \exp\left(-\frac{E(\mathbf{p}_0)}{2kT}\right) dp_{0x} dp_{0y} dp_{0z}. \quad (15)$$

При нулевом магнитном поле ( $B = 0$ ) интеграл (15) может быть вычислен аналитически

$$v_d(T) = \frac{d\Delta}{2\hbar} \frac{\tau\omega_B}{(1 + \tau^2\omega_B^2)} \frac{I_1\left(\frac{\Delta}{2kT}\right)}{I_0\left(\frac{\Delta}{2kT}\right)}. \quad (16)$$

Из сравнения выражения (16) с формулой (9) следует, что увеличение температуры уменьшает пиковую дрейфовую скорость электронов.

В работах [15, 16] было показано, что при малых углах ( $\text{tg } \theta \ll 1$ ,  $\text{tg } \theta \ll \omega_B/\bar{\omega}_c$ ) и сильном электрическом поле дрейфовая скорость электронов может быть приближенно оценена как

$$v_d(T) = \frac{d\Delta}{2\hbar} \frac{I_1\left(\frac{\Delta}{2kT}\right)}{I_0\left(\frac{\Delta}{2kT}\right)} e^{-\alpha T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\tau(\omega_B - n\bar{\omega}_c)}{1 + \tau^2(\omega_B - n\bar{\omega}_c)^2} I_n(\alpha T), \quad (17)$$

где  $\alpha = m^*k(d \text{tg } \Theta/\hbar)^2$ . Однако в общем случае произвольных значений параметров электрического и магнитного полей формула (15) не допускает аналитического решения, и поэтому должна вычисляться с использованием численных методов.

### 3. Численное моделирование

Из соотношений (11) и (13) видно, что в полупроводниковой сверхрешетке импульсы электронов в поперечных  $y$  и  $z$  направлениях подчиняются нормальному (гауссовому) распределению, и в этом случае проблем с численной реализацией подобных распределений не возникает. Так, численное моделирование случайной величины  $\xi$ , подчиняющейся распределению Гаусса с единичной дисперсией, может быть реализовано в соответствии с методикой, описанной в [17]. Тогда, распределение электронов по  $y$ -составляющей импульса, подчиняющееся соотношению

$$dw_y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{m^*kT}} \exp\left(-\frac{p_y^2}{2m^*kT}\right) dp_y, \quad (18)$$

численно может быть получено умножением случайной величины  $\xi$  на коэффициент  $\sqrt{m^*kT}$ . Иными словами,  $y$ -компонента импульса каждого отдельного электрона будет определяться соотношением

$$p_y = \xi\sqrt{m^*kT}. \quad (19)$$

Совершенно аналогично может быть промоделирована вторая поперечная составляющая импульса, отвечающая  $z$ -компоненте. С моделированием продольной составляющей импульса,  $x$ -компоненты, подчиняющейся распределению

$$dw_x = \frac{d \exp\left(\frac{\Delta}{2kT}\right)}{2\pi\hbar I_0 \left(\frac{\Delta}{2kT}\right)} \exp\left(-\frac{\Delta}{2kT} \left[1 - \cos\left(\frac{p_x d}{\hbar}\right)\right]\right) dp_x, \quad (20)$$

ситуация оказывается более сложной и необходимо использовать дополнительное преобразование

$$p_x = \frac{\hbar}{d} f(\xi) \quad (21)$$

случайной величины  $\xi$ , равномерно распределенной на интервале  $[-\pi; \pi]$ , чтобы обеспечить требуемую форму распределения. Вид функции  $f(\cdot)$  определяется соотношением

$$f'(\xi) = \frac{I_0\left(\frac{\Delta}{2kT}\right)}{\exp\left(\frac{\Delta}{2kT}\right)} \exp\left(\frac{1 - \cos f(\xi)}{2kT/\Delta}\right). \quad (22)$$

Уравнение (22) не имеет аналитического решения, но может быть решено численно (рис. 1). В силу симметрии распределения (20) выполняется соотношение

$$f(0) = 0, \quad (23)$$

которое может быть использовано в качестве начального условия. Следует обратить внимание, что  $f(\pm\pi) = \pm\pi$  для любого значения параметра  $T$ .

Используя найденное преобразование  $f(\xi)$  случайной величины  $\xi$ , равномерно распределенной на интервале  $[-\pi; \pi]$ , можно осуществить численное моделирование распределения электронов по продольной составляющей импульса, подчиняющееся соотношению (20). Результат использования предложенного метода приведен на рис. 2, где показаны распределения электронов  $N(p_x)$  и  $N(p_y)$  по  $x$ - и  $y$ -компонентам импульса, соответственно. Результаты численного моделирования показаны точками, аналитические зависимости изображены сплошными линиями. Для удобства визуализации результаты все распределения нормированы по высоте на единицу. Как видно из рисунка, результаты численного моделирования распределения электронов по всем компонентам импульса находятся в очень хорошем соответствии с аналитическими законами, описывающими данный характер распределения.

Для малых значений температуры ( $T < 100$  К) возникают сложности с моделированием распределения электронов по продольной составляющей компоненте импульса  $p_x$ , поскольку, как видно из рис. 1 ( $T = 50$  К, кривая 1) функция  $f(\xi)$  вблизи точек  $\xi_{\pm\pi} = \pm\pi$  меняется очень быстро, что не позволяет эффективно использовать данный метод перехода от равномерного распределения к распределению, заданному соотношением (20). Однако в этом случае в силу малых значений безразмерного параметра  $kT/\delta$ , экспонента в соотношении (20) очень быстро спадает, и, используя разложение косинуса в ряд

$$dw(P_x) = A \exp\left(-\frac{(p_x d/\hbar)^2/2 - (p_x d/\hbar)^4/(4!) + \dots}{2kT/\Delta}\right) dp_x, \quad (24)$$

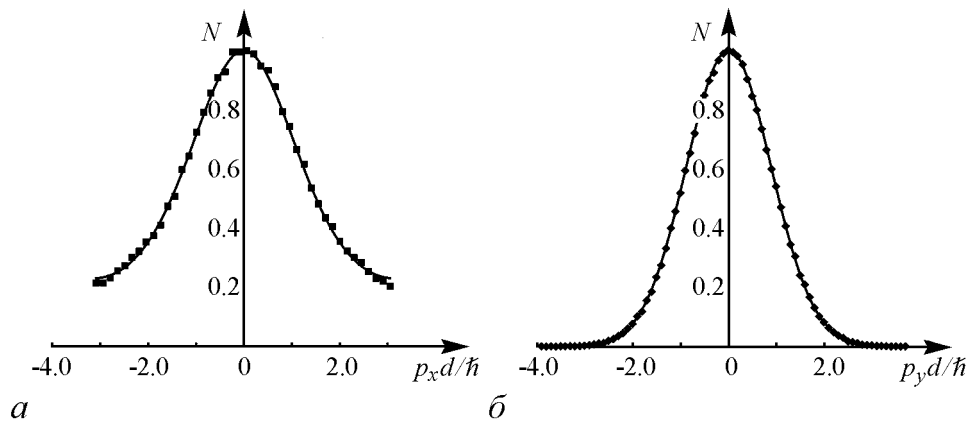


Рис. 2. Начальные распределения электронов по  $x$ - и  $y$ -компонентам импульса для  $T = 150$  К.  $a$  – распределение электронов  $N(p_x)$ , подчиняющееся закону (20). Для удобства по оси абсцисс отложена нормированное значение импульса  $(p_x d)/\hbar$ . В силу  $2\pi$ -периодичности дисперсионного соотношения, распределение электронов показано на отрезке  $(p_x d)/\hbar \in [-\pi; \pi]$ .  $b$  – аналогичное распределение  $N(p_y)$ , являющееся распределением Гаусса с дисперсией  $\sigma^2 = m^* kT$

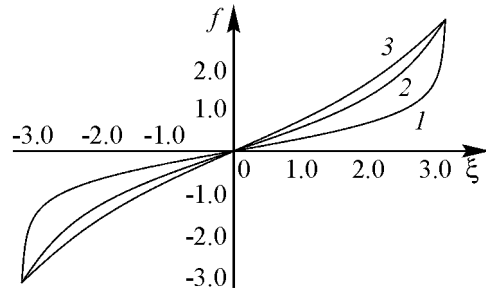


Рис. 1. График функции  $f(\xi)$  для трех различных значений температуры  $T$ : 1 – 50 К, 2 – 150 К, 3 – 300 К. Параметры сверхрешетки  $d = 8.3$  нм,  $\Delta = 19.1$  мэВ

можно ограничиться только первым слагаемым. Тогда для низких температур распределение электронов по продольной компоненте импульса  $p_x$  будет также иметь вид распределения Гаусса с дисперсией  $\sigma^2 = 2kT/\Delta$ .

Таким образом, обеспечив корректное моделирование распределения импульсов электронов при заданной температуре, опираясь на основные соотношения (1), (2), (7), (15), можно рассчитать дрейфовую скорость электронов при различных значениях температуры  $T$  для фиксированного угла  $\theta$  наклонного магнитного поля  $\mathbf{B}$ . При этом случай  $\theta = 0$ , допускающий аналитическое решение (16), может рассматриваться в качестве критерия корректности процедуры численного моделирования.

Решение уравнения (2) осуществлялось методом Рунге–Кутты 4-го порядка. При расчете дрейфовой скорости  $u_d(\mathbf{p}_0)$  отдельного электрона (см. соотношения (7)) верхний предел интегрирования был заменен на  $T_{\max} = 10\tau$ , а сам интеграл заменялся суммой. Дрейфовая скорость  $v_d$  (соотношение (15)) вычислялась как

$$v_d = \frac{1}{N} \sum_i^N u_d(\mathbf{p}_{0i}), \quad (25)$$

где начальные условия  $\mathbf{p}_{0i}$  подчинялись распределению (11), моделируемому способом, описанным выше.

Одной из задач, связанных с корректным осуществлением численного моделирования, является определение числа итераций  $N$ , необходимого для расчета

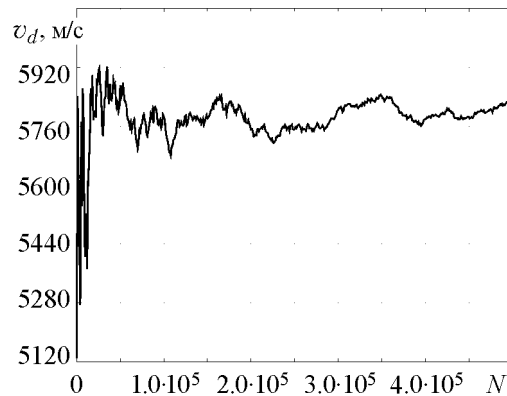


Рис. 3. Зависимость дрейфовой скорости  $v_d$  от количества усреднений  $N$ ,  $\theta = 40^\circ$ ,  $T = 300$  К

дрейфовой скорости (25). На рис. 3 показана зависимость дрейфовой скорости  $v_d$  от количества усреднений  $N$ . Видно, что при  $N \geq 2.5 \cdot 10^5$  диапазон изменения значений дрейфовой скорости  $\Delta v_d$  не превышает 1.75%. Соответственно, при нахождении значения дрейфовой скорости количество усреднений было выбрано  $N = 2.5 \cdot 10^5$ , что позволило получить достаточно хорошую точность при разумных затратах машинного времени.

#### 4. Влияние температуры на дрейфовую скорость электронов

Для подтверждения корректности численного моделирования на рис. 4 и 5 показаны результаты расчета дрейфовой скорости в случае  $B = 0$  для различных значений напряженности продольного электрического и температуры и соответствующие им аналитические кривые. Параметры сверхрешетки были выбраны  $d = 8.3$  нм, и  $\Delta = 19.1$  мэВ. Рис. 4 иллюстрирует зависимость дрейфовой скорости  $v_d$  от напряженности продольного электрического поля  $F$  при двух фиксированных значениях температуры  $T = 4.2$  К и  $T = 300$  К, соответственно. Аналитически рассчитанные кривые, определяемые соотношением (16), изображены с помощью кривых 1 и 2, результаты численного моделирования показаны кружочками. Из приведенного ри-

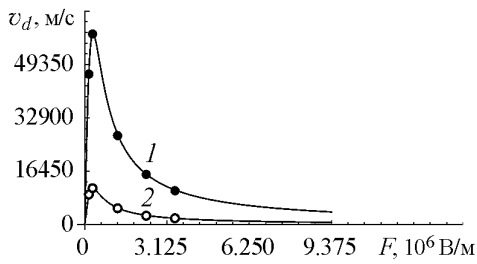


Рис. 4. Аналитически полученные зависимости дрейфовой скорости  $v_d$  (16) от напряженности продольного электрического поля  $F$  ( $\theta = 0$ ) при  $T = 4.2$  К (кривая 1) и  $T = 300$  К (кривая 2), кружочками показаны численно полученные значения

сунка видно хорошее соответствие между численно посчитанными и аналитически полученными значениями дрейфовой скорости.

Из соотношения (16) следует, что дрейфовая скорость при  $\omega_B \tau = 1$  принимает максимальное значение

$$v_d^{\max}(T) = \frac{d\Delta}{2\hbar} \frac{I_1\left(\frac{\Delta}{2kT}\right)}{I_0\left(\frac{\Delta}{2kT}\right)}, \quad (26)$$

которое уменьшается по мере увеличения температуры  $T$ . На рис. 5 показана аналитически полученная зависимость (16) максимального значения дрейфовой скорости от температуры  $v_d^{\max}(T)$  и соответствующие этой зависимости значения, полученные численно. Снова видно хорошее соответствие численных данных и теоретических результатов.

Из сопоставления численных данных и аналитически полученных значений для случая  $\theta = 0$  можно сделать вывод о корректности процедуры численного моделирования и достоверности полученных результатов. Следовательно, данный метод может быть применен для случая наклонного магнитного поля ( $\theta \neq 0$ ), где аналитическое решение невозможно.

На рис. 6 приведены типичные зависимости дрейфовой скорости от напряженности продольного электрического поля  $F$  при различных температурах в присутствии наклонного магнитного поля. Данный рисунок был получен для магнитного поля  $B = 15$  Тл с углом наклона  $\theta = 40^\circ$ . Из рисунка видно, что резонанс между циклотронными и блоховскими колебаниями при  $r = \omega_B / \bar{\omega}_c = 1, 2, \dots$  приводит к воз-

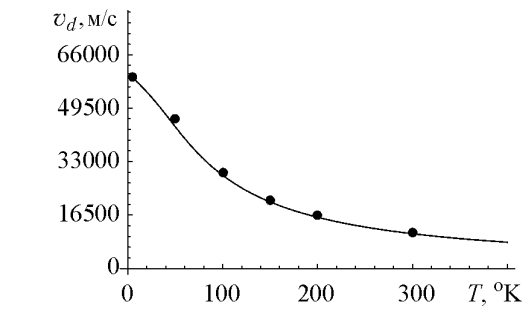


Рис. 5. Аналитически полученная зависимость (16) максимального значения дрейфовой скорости  $v_d^{\max}$  от температуры  $T$  и соответствующие ей численно полученные значения «•»

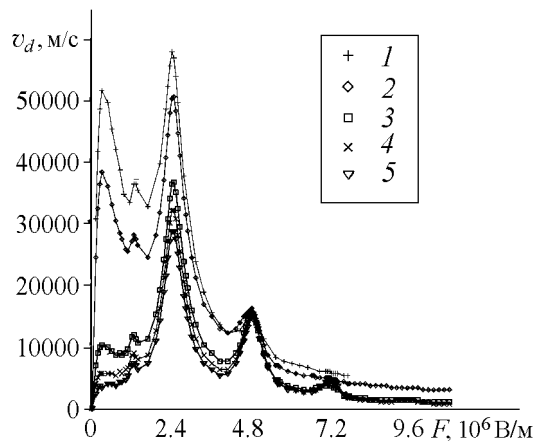


Рис. 6. Зависимость дрейфовой скорости  $v_d$  от напряженности продольного электрического поля  $F$  ( $B = 15$  Тл,  $\theta = 40^\circ$ ) для различных значений температуры  $T$ : 1 – 0 К, 2 – 50 К, 3 – 200 К, 4 – 300 К, 5 – 400 К



никновению выраженных пиков в зависимостях дрейфовой скорости электронов от параметров полей. То есть подбором резонансных конфигураций магнитного и электрического полей можно существенно ускорять дрейфовое движение электронов [6, 7, 9].

Вместе с тем, увеличение температуры ведет к качественным изменениям данных зависимостей (см. кривые 2–5 на рис. 6). В то время как первый пик, существовавший и в отсутствие магнитного поля (см. рис. 4), значительно уменьшается с увеличением температуры (также как и в случае  $B = 0$ ), высота резонансных пиков для  $r = 1, 2$  меняется слабо. Более того, с увеличением температуры начинают проявляться резонансы с большими  $r$ . В частности, при параметрах  $B = 15$  Тл и  $\theta = 40^\circ$  рост температуры приводит к появлению пика для  $r = 3$ . Причины появления и роста данного пика могут быть качественно объяснены с помощью рис. 7, где приводится стробоскопическое сечение траекторий электронов, построенное с периодом блоховских колебаний  $T_B = 2\pi/\omega_B$  для резонанса  $r = 3$ . Как можно видеть из рис. 7, *a*, в случае этого резонанса, как и следует из теории [9, 11], хаотические траектории электронов образуют бесконечную стохастическую паутину», которая сформирована узкими стохастическими слоями, родившимися в окрестностях сепаратрис нелинейного резонанса [11]. Между филаментами «стохастической паутины» существуют «острова стабильности», соответствующие регулярным квазипериодическим траекториям (замкнутые кривые в стробоскопическом сечении). В работах [6, 9] было показано, что резонансное увеличение дрейфовой скорости электронов связано с фазовыми траектори-

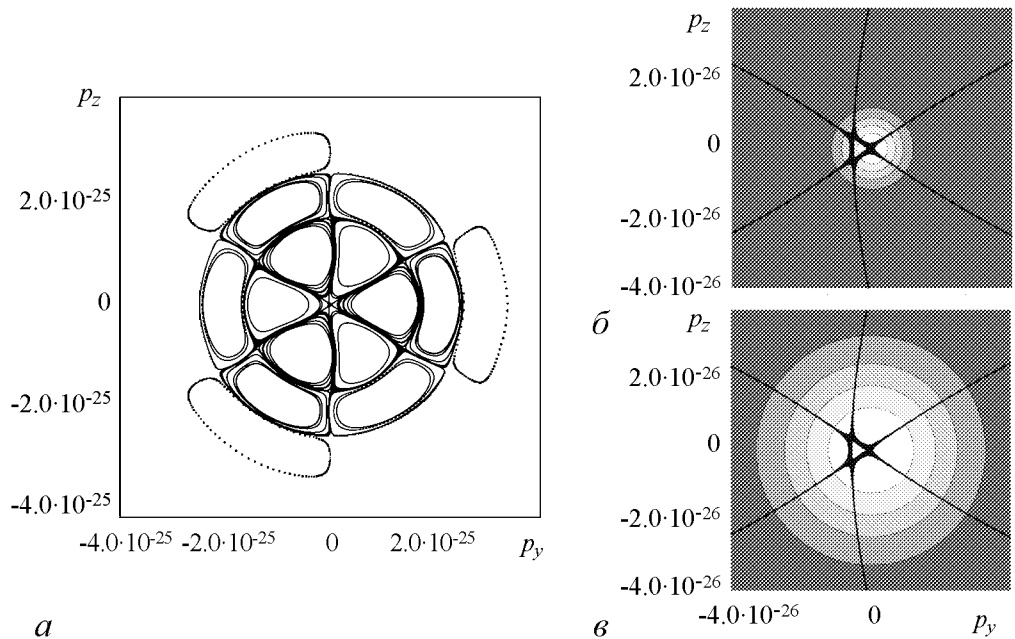


Рис. 7. Стробоскопические сечения траекторий электронов на плоскости  $(p_y, p_z)$ , полученные с периодом  $T_B = 2\pi/\omega_B$  для  $r = 3$  ( $\theta = 40^\circ$ ,  $B = 15$ Тл): *a* – «стохастическая паутина» и прилегающие к ней квазипериодические орбиты; *b*, *c* – увеличенная часть «стохастической паутины» (черные точки), вероятность нахождения начального импульса электрона в данной области плоскости (отображена градациями серого – светлые тона серого соответствуют более высокой вероятности) для температуры:  $50^\circ\text{K}$  (*b*) и  $400^\circ\text{K}$  (*c*)

ями, лежащими на радиальных филаментах стохастической паутины. Таким образом, чем больше доля электронов, демонстрирующих такие фазовые траектории, тем выше дрейфовая скорость электронов в сверхрешетке.

На рис. 7, б и в показан один и тот же увеличенный фрагмент «стохастической паутины», наложенный на отображенную градициями серого цвета зависимость вероятности нахождения электронов от их координаты на плоскости  $(p_y, p_z)$  в соответствии с их температурным распределением. Более светлые тона отражают более высокую вероятность найти электрон с заданными начальными  $p_y$  и  $p_z$ . При этом, на рис. 7, б распределение электронов соответствует температуре  $50^\circ\text{K}$ , в то время как на 7, в распределение рассчитано для температуры  $400^\circ\text{K}$ . Как можно видеть из сравнения рисунков, с увеличением температуры вероятность найти начальный импульс электрона на одной из радиальных филамент «стохастической паутины» существенно увеличивается и, таким образом, создаются условия для увеличения дрейфовой скорости электронов.

Таким образом, при высоких температурах блох-циклотронные резонансы начинают играть доминирующую роль в обеспечении высокой дрейфовой скорости электронов.

### Заключение

В работе рассмотрена дрейфовая скорость электронов в полупроводниковой сверхрешетке в продольном электрическом и наклонном магнитном полях при различных температурах. Для расчета дрейфовой скорости предложен метод, позволяющий получить случайное распределение импульсов электронов в полупроводниковой сверхрешетке во широком диапазоне значений температуры  $T$ . Результаты численного моделирования сопоставлены с рядом известных аналитических зависимостей, достигнуто хорошее соответствие результатов численного моделирования теоретическим закономерностям.

Показано, что для сверхрешетки, находящейся в наклонном магнитном поле, увеличение температуры приводит к появлению на профиле зависимости дрейфовой скорости электронов от напряженности продольного электрического поля максимумов, соответствующих высоким резонансам блоховской и циклотронной частот, причем с ростом температуры этот эффект становится все более отчетливо выражен. Данный эффект может быть объяснен тем, что с ростом температуры доля электронов, демонстрирующих хаотическую делокализацию орбит и характеризующихся высокой продольной скоростью [6, 7, 9], существенно увеличивается.

Примечательно, что представляемые результаты качественно согласуются с формулой (17), полученной в работах [15, 16] в приближении очень малых углов наклонного магнитного поля и очень сильного электрического поля. Хотя данная формула не годится для количественного описания динамики электронов для реалистичных значений параметров полей, рассматриваемых в данной работе, тем не менее, ее анализ позволяет сделать ряд выводов схожих с описанными выше. В частности, из анализа (17) можно заключить, что рост температуры увеличивает вклад резонансных членов  $\tau (\omega_B - n\bar{\omega}_c) / [1 + \tau^2 (\omega_B - n\bar{\omega}_c)^2]$ , которые соответствуют резонансам для  $r = n$ , что коррелирует с выводами данной работы.

Таким образом, полученные результаты позволяют заключить, что в присутствии наклонного магнитного поля температура может нетривиально влиять на пе-

пераспределение заряда в полупроводниковой сверхрешетке и на ассоциирующихся с ним коллективные эффекты [13], что открывает новые возможности для использования сверхрешеток при высоких (от комнатной и выше) температурах.

*Работа выполнена при поддержке федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.*

#### **Библиографический список**

1. *Esaki L. and Tsu R.* Superlattices and negative differential conductivity in semiconductors // IBM J. Res. Develop. 1970. Vol. 14. P. 61.
2. *Шук А.Я.* Сверхрешетки – периодические полупроводниковые структуры // ФТП. 1974. Т. 8. С. 1841.
3. *Tsu R.* Superlattices to nanoelectronics. Elsevier, 2005.
4. *Wacker A.* Semiconductor superlattices: A model system for nonlinear transport // Phys. Rep. 2002. Vol. 357. P. 1.
5. *Bonilla L.L. and Grahn H.T.* Non-linear dynamics of semiconductor superlattices // Rep. Prog. Phys. 2005. Vol. 68. P. 577.
6. *Fromhold T.M., Patanè A., Bujkiewicz S., Wilkinson P.B., Fowler D., Sherwood D., Stapleton S.P., Krokhin A.A., Eaves L., Henini M., Sankeshwar N.S., and Sheard F.W.* Chaotic electron diffusion through stochastic webs enhances current flow in superlattices // Nature London. 2004. Vol. 428. P. 726.
7. *Balanov A.G., Fowler D., Patanè A., Eaves L., and Fromhold T.M.* Bifurcations and chaos in semiconductor superlattices with a tilted magnetic field // Phys. Rev. E. 2008. Vol. 77. 026209.
8. *Игнатов А.А., Шапкин В.И.* Блоховские осцилляции электронов и неустойчивость волн пространственного заряда в полупроводниковых сверхрешетках // ЖЭТФ. 1987. Vol. 93. P. 935.
9. *Fromhold T.M., Krokhin A.A., Tench C.R., Bujkiewicz S., Wilkinson P.B., Sheard F.W., and Eaves L.* Effects of stochastic webs on chaos electron transport 673 in semiconductor superlattices // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87. 046803.
10. *Zaslavsky G.M., Sagdeev R.Z., Usikov D.A. and Chernikov A.A.* Weak Chaos and Quasi-Regular Patterns. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.
11. *Sagdeev R.Z., Usikov D.A. and Zaslavsky G.M.* Nonlinear Physics. NY: Harwood Academic Publishers, 1988.
12. *Fowler D., Hardwick D.P.A., Patanè A., Greenaway M.T., Balanov A.G., Fromhold T.M., Eaves L., Henini M., Kozlova N., Freudenberger J., and Mori N.* Magnetic-field-induced miniband conduction in semiconductor superlattices // Phys. Rev. B. 2007. Vol. 76. 245303.
13. *Greenaway M.T., Balanov A.G., Schöll E., and Fromhold T.M.* Controlling and enhancing terahertz collective electron dynamics in superlattices by chaos-assisted miniband transport // Phys. Rev. B. 2009. Vol. 80. 205318.
14. *Hyart T., Mattas J., and Alekseev K.N.* Model of the influence of an external magnetic field on the gain of terahertz radiation from semiconductor superlattices // Phys. Rev. Lett. 2009. Vol. 103. 117401.
15. *Басс Ф.Г., Зорченко В.В., Шапорова В.И.* Штрак-циклотронный резонанс в полупроводниках со сверхрешеткой // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 31. С. 345.

16. *Басс Ф.Г., Зорченко В.В., Шашора В.И.* К теории гальваномагнитных и высокочастотных явлений в полупроводниках со сверхрешеткой // *Физика и техника полупроводников.* 1981. Т. 15. С. 459.
17. *Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., and Flannery B.T.* Numerical recipes in Fortran: The art of scientific computing. Cambridge University Press, 1986.

*Саратовский госуниверситет*  
*Loughborough University, UK*

*Поступила в редакцию* 12.11.2009  
*После доработки* 18.02.2010

## TEMPERATURE EFFECT ON DRIFT VELOCITY OF ELECTRONS IN SUPERLATTICE IN ELECTRIC AND TILTED MAGNETIC FIELDS

*A.G. Balanov, A.A. Koronovskii, A.O. Selskii, A.E. Hramov*

The work studies the effects of temperature on drift velocity of the electrons in semiconductor superlattices in electric and tilted magnetic fields. It is shown that a thermal distribution of the electrons can counter-intuitively enhance the phenomena related to resonances between the Bloch and the cyclotron frequencies of electron motion in superlattices. In particular, the increase of temperature leads to more prominent resonant maxima in the dependence of drift velocity of electrons on the strength of an electric field. This effect can be explained by peculiarities of nonlinear dynamics of electrons in the vicinities of Bloch-cyclotron resonances.

*Keywords:* Semiconductor superlattice, drift velocity, nonlinear dynamics, chaos, Bloch-cyclotron resonance, thermal distribution.



*Баланов Александр Геннадьевич* – родился в Саратове (1973), окончил Саратовский государственный университет (1995). После окончания СГУ работал инженером в том же университете. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (2000). В настоящее время на постоянной основе работает в университете Лафборо (Великобритания), по совместительству является ведущим научным сотрудником СГУ. Научные интересы – нелинейная динамика классических и квантовых систем. Опубликовал около 100 научных работ по вышеуказанной тематике.

England, Loughborough, LE11 3TU  
Loughborough University  
E-mail: a.balanov@lboro.ac.uk



*Сельский Антон Олегович* – родился в 1989 году в Саратове, учится в Саратовском государственном университете им. Н.Г. Чернышевского. Параллельно с обучением работает лаборантом исследователем в Лаборатории № 5 ОФНС НИИ ЕН СГУ.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: feanorberserk@mail.ru