

ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОЛНОВОДА ИЗ НЕЛИНЕЙНОГО МЕТАМАТЕРИАЛА

А.Б. Маненков

Исследованы моды планарного диэлектрического волновода, изготовленного из нелинейного метаматериала с отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями. Рассмотрены зависимости коэффициентов распространения направляемых мод от передаваемой мощности. Рассчитаны распределения полей для систем с переменными профилями проницаемостей. Показано, что в таких структурах может наблюдаться аномально сильное увеличение амплитуды полей.

Ключевые слова: Волноводы с нелинейными метаматериалами, переменные профили диэлектрической и магнитной проницаемостей, направляемые моды

Введение

В последние годы ведутся интенсивные исследования различных метаматериалов¹, которые предназначены для применения в СВЧ и оптических схемах. Обычно такие материалы являются искусственными магнитодиэлектриками (композитами) [1–3]. Их электрические и магнитные свойства можно изменять в очень широких пределах, что позволяет создавать устройства с уникальными электродинамическими характеристиками.

К настоящему времени изучены основные свойства планарных регулярных волноводов с линейными и нелинейными метаматериалами [4–7]. Однако эти исследования нельзя считать достаточно полными: возникающие новые потребности практики, новые технологии, а также новые возможности теоретического анализа дают основание еще раз обратиться к анализу подобных структур и исследовать ряд новых вопросов. В частности, в литературе слабо изучены системы с переменным профилем диэлектрической и магнитной проницаемостей. Заметим, что обобщение теории на структуры с переменными профилями является важным по нескольким

¹Эти материалы называют также «левыми» материалами (англ. — left-handed materials) или средами с отрицательными показателями преломления.

причинам. В реальных системах переменные профили проницаемостей ε и μ могут возникнуть, например, из-за технологических особенностей при изготовлении волноводов, так что профили не будут скачкообразными, как предполагали во многих публикациях. Заметим также, что в волноводах с переменными профилями появляется дополнительная «степень свободы»: такие структуры могут обладать новыми свойствами, которые представляют интерес для практики. Например, за счет переменного профиля можно, по-видимому, менять дисперсионные свойства подобных структур (как это делается в оптических волноводах с обычными диэлектриками).

Отметим одну важную особенность рассматриваемого класса задач. Когда распределение проницаемостей в поперечном сечении волновода непрерывно изменяется от отрицательных значений в сердцевине до положительных значений в оболочке, величина магнитной проницаемости μ будет проходить через нуль; в такой системе, как будет показано ниже, возможно аномальное возрастание величины магнитного поля в окрестности точки, где $\mu = 0$ (для ТЕ-мод). При этом из-за резкого увеличения поля в этой области многие характеристики направляемых мод могут существенно измениться по сравнению с волноводом, у которого профили скачкообразные (как в линейном, так и в нелинейном случаях). Заметим, что указанное явление родственно хорошо известному в физике плазмы эффекту изменения характеристик отражения электромагнитной волны при наклонном падении ее на плазменный слой, в котором диэлектрическая проницаемость проходит через нуль [8, 9].

В данной работе исследуются свойства направляемых мод (НМ) в плоском волноводе, центральный слой которого изготовлен из магнитодиэлектрика с отрицательными значениями проницаемостей ε и μ . Рассматриваются случаи линейных и нелинейных сред.

1. Исходные уравнения

Исследуемый волновод представляет собой планарную структуру (рис. 1). Рассматриваем частный случай симметричного волновода, когда характеристики среды при $y > 0$ и $y < 0$ совпадают. В центральном волноведущем слое в области $|y| < d_g$ проницаемости ε_2 и μ_2 зависят от поперечной координаты y и от амплитуды полей. В дальнейшем предполагаем, что волноведущий слой изготовлен из нелинейного материала с кубической нелинейностью [7]. Этот слой окружен сверху и снизу (при $|y| > d_g$) линейными полубесконечными средами с проницаемостями ε_1 и μ_1 . Основное внимание уделено случаю, когда проницаемости являются непрерывными функциями координаты y (то есть когда они непрерывно меняются по сечению волновода, принимая в некоторой точке нулевые значения).

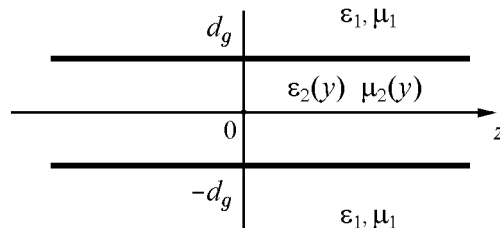


Рис. 1. Геометрия планарного волновода

Для определенности рассматриваем направляемые моды ТЕ-типа, у которых электрическое поле имеет только одну компоненту \mathcal{E}_x , а магнитное — две компоненты \mathcal{H}_y и \mathcal{H}_z . Будем исследовать гармонические процессы, предполагая, что временная зависимость имеет вид $\exp(-i\omega t)$, где ω — частота,

а t – время. Считаем, что среды таковы, что высшие временные гармоники подавлены. Это приближение оправданно, например, при изучении структур, у которых затухание волн на таких гармониках велико.

В рассматриваемой системе диэлектрическая ε и магнитная μ проницаемости в волноведущем слое определяются соотношениями

$$\begin{aligned}\varepsilon_2 &= \varepsilon_2^{(0)}(y) + \alpha_e(y)|\mathcal{E}_x(y)|^2, \\ \mu_2 &= \mu_2^{(0)}(y) + \alpha_m(y)[|\mathcal{H}_y(y)|^2 + |\mathcal{H}_z(y)|^2],\end{aligned}\quad (1)$$

где $\varepsilon_2^{(0)}$ и $\mu_2^{(0)}$ – линейные части (в общем случае комплексные функции). Предполагаем, что вблизи оси волновода действительные части проницаемостей отрицательны $\text{Re } \varepsilon_2^{(0)} < 0$ и $\text{Re } \mu_2^{(0)} < 0$, а в окружающей среде $\text{Re } \varepsilon_1 > 0$ и $\text{Re } \mu_1 > 0$. Коэффициенты нелинейности α_e и α_m могут быть как положительными, так и отрицательными. Предполагаем также, что на частоте ω среды имеют диэлектрические и магнитные потери, то есть во всех точках пространства $\text{Im } \varepsilon \geq 0$ и $\text{Im } \mu \geq 0$. Как показано ниже, это свойство является весьма важным при решении задачи. Вторые слагаемые в (1) предполагаются малыми, то есть выполнены условия малоамплитудного приближения; более точные ограничения, накладываемые на параметры задачи, описаны ниже.

Как известно [6, 7, 10], в волноводах, у которых нелинейности отсутствуют ($\alpha_e = \alpha_m = 0$) или нет потерь ($\text{Im } \varepsilon = \text{Im } \mu = 0$), поля НМ имеют вид волн, бегущих вдоль оси z ; в этом случае все компоненты полей пропорциональны множителю $\exp[i(\beta z - \omega t)]$, где β – комплексная постоянная (константа) распространения. Такое представление решения возможно, поскольку при указанных выше условиях в уравнениях Максвелла переменные разделяются. Для общего случая, когда присутствуют и потери и нелинейность среды, переменные не разделяются и решение становится более сложным [10, 11]. В рассматриваемом случае за счет потерь амплитуды полей НМ будут убывать при увеличении z , а следовательно, ε или μ будут уже зависеть не только от поперечной координаты y : у них появится зависимость от z за счет изменяющихся вторых слагаемых в формулах (1). Если потери малы ($\text{Im } \beta \ll k$), а также малы нелинейные коэффициенты, то изменение проницаемостей с ростом z будет небольшим и медленным, а значит, все характеристики волны будут являться медленно меняющимися функциями осевой координаты z (подробнее см. [10]). Процесс распространения мод в такой системе будет напоминать процесс распространения волн в волноводе с линейными средами, у которого медленно меняются его параметры [12–14]. В первом приближении решение рассматриваемой нелинейной задачи можно искать в виде бегущих волн с медленно меняющимися вдоль оси z амплитудой, фазовой скоростью и распределением полей. В таком случае все компоненты полей НМ пропорциональны выражению

$$A(z) \exp[i(\phi(z) - \omega t)], \quad (2)$$

где $A(z)$ и $\phi(z)$ – комплексные функции ($A(z)$ – амплитуда поля на оси волновода). Например, x -компонента электрического поля НМ приближенно равна

$$\mathcal{E}_x(y, z) = A(z)E_x(y, A(z)) \exp[i(\phi(z) - \omega t)], \quad \partial\phi/\partial z = \beta(A(z)), \quad (3)$$

где β — комплексный (с учетом потерь в среде) коэффициент распространения моды (медленно изменяющаяся функция z). Для определенности ниже исследуем моды, у которых $\text{Im } \beta > 0$. Вывод приведенного представления для поля проводится по схеме, описанной в [10] при анализе вытекающих мод. Отметим, что в первом приближении характер потерь (радиационных или диэлектрических) не является важным.

Рассматриваемая нелинейная задача весьма похожа на линейную задачу распространения волн в нерегулярных волноводах с переменными параметрами [12–14] и может анализироваться с помощью методов, сходных с используемыми в теории обычных волноводов (например, методом возмущений, методом связанных мод или методом поперечных сечений). В то же время следует заметить, что существует ряд принципиальных различий между указанными задачами. В линейных задачах изменение параметров волновода вдоль его оси z может происходить только за счет «внешнего воздействия» (например, в процессе его изготовления). В нелинейной системе изменение значений диэлектрической и магнитной проницаемостей происходит за счет самого поля (самовоздействие поля). Кроме того, в волноводе с линейными средами решение строится с помощью разложений по полным системам собственных мод. В нелинейной задаче, а тем более в открытой геометрии, стандартные способы построения собственных мод не работают и вопрос о спектральных разложениях требует дальнейшего изучения. Несмотря на указанные проблемы, в первом приближении, когда трансформация мод невелика, решение может быть построено по тем методикам, которые были упомянуты выше.

Задача о распространении НМ в волноводе с нелинейной диссипативной средой разбивается на два этапа. На первом этапе в каждом сечении волновода ищутся локальные характеристики мод, причем в каждом сечении все функции зависят от амплитуды поля на оси волновода $A(z)$ как от параметра [10]. На следующем этапе решается задача о распространении волн вдоль волновода. Для волновода с малыми потерями и нелинейностями распространение НМ происходит «адиабатически», то есть мода плавно изменяется с изменением координаты z . Например, фазовый набег НМ равен

$$\text{Re } \phi(z) \sim \int^z \text{Re } \beta(A(z')) dz', \quad (4)$$

где локальный коэффициент распространения β зависит от амплитуды $A(z)$. Приближенно рассматриваемую задачу распространения волны вдоль волновода можно решить, если исследуемый интервал оси z разбить на небольшие участки, на каждом из которых амплитуды полей и коэффициент распространения моды можно считать постоянными, а затем сшивать поля на концах участков; такой способ часто применялся к различным задачам распространения волн в структурах с медленно меняющимися параметрами (см., например, [13], стр. 26–31).

В дальнейшем не будем рассматривать зависимости полей от продольной координаты, а исследуем только локальные свойства НМ, то есть будем рассматривать структуру НМ в произвольном (фиксированном) поперечном сечении волновода (как в теории связанных мод). Учитывая сказанное выше, из уравнений Максвелла при произвольном фиксированном значении z можно получить следующие приближен-

ные уравнения для «локальных» полей:

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_z}{\partial y} - i\beta H_y &= -ik\varepsilon E_x, \\ \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -k\mu H_y, \quad k\mu H_y = \beta E_x,\end{aligned}\tag{5}$$

где $k = \omega/c$ — волновое число в вакууме (c — скорость света). Таким образом, на каждом малом интервале оси z (см. выше) решается краевая задача при фиксированном («замороженном») значении амплитуды поля A . Подчеркнем еще раз, что на таких интервалах параметры среды, а также коэффициент распространения β , приближенно считаются постоянными; они медленно изменяются при переходе на следующий интервал оси z [10, 13].

Выписанную выше систему (5) можно свести к одному обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка

$$\mu \frac{d}{dy} \left(\frac{1}{\mu} \frac{dE_x}{dy} \right) + (k^2 \varepsilon \mu - \beta^2) E_x = 0.\tag{6}$$

Это уравнение часто используется для анализа мод в волноводе с кусочно-постоянным профилем проницаемостей, когда $\mu'(y) = 0$ (штрихом обозначаем производные по y). Однако для рассматриваемой задачи удобнее использовать систему дифференциальных уравнений первого порядка. Введем две вспомогательные функции

$$U(y) = E_x, \quad V(y) = -iH_z.\tag{7}$$

Из (5) получим следующие два уравнения для этих функций:

$$\begin{aligned}U' &= k\mu V, \\ V' &= [\beta^2/(k\mu) - k\varepsilon]U.\end{aligned}\tag{8}$$

Система (8) имеет «стандартную» форму и она удобна для численного решения задачи [15, 16].

Локальное дисперсионное уравнение (ДУ) для рассматриваемой моды в произвольном сечении волновода получается по обычной схеме. В силу симметрии геометрии задачи далее рассматриваем лишь верхнюю половину системы, изображенной на рис. 1 (при $y > 0$). Для определенности рассмотрим четную (симметричную) НМ. Поле НМ вне волновода должно быть ограничено; при $|y| > d_g$ его можно представить в виде

$$E_x = U = B \exp[-p_1(|y| - d_g)],\tag{9}$$

где d_g — координата верхней границы волноведущего слоя, выше которой параметры среды постоянны; здесь через B обозначена амплитуда электрического поля НМ в окружающей волновод среде. Волновые числа НМ связаны соотношением

$$\beta^2 = k^2 \varepsilon_1 \mu_1 + p_1^2,\tag{10}$$

где p_1 — комплексное поперечное волновое число в покрывающей среде. Для вывода ДУ численно интегрируем систему (8) в «обратном» направлении от точки $y = d_g$, используя начальные значения, которые получаются из (9),

$$U(d_g) = B, \quad V(d_g) = -p_1 B.\tag{11}$$

Интегрирование ведется до точки $y = 0$, в которой затем полученное значение функции $V(0)$ приравниваем нулю в силу четности НМ данного типа. Таким образом, ДУ можно записать в виде: $V(0) = 0$. Отметим, что значение функции $V(0)$ зависит как от p_1 , так и от B ; последнее важно при анализе нелинейного случая.

Для простейшего случая, когда волновод имеет кусочно-постоянные профили проницаемостей и когда все среды линейные (то есть когда $\alpha_e = \alpha_m = 0$ и $\varepsilon_2 = \varepsilon_2^{(0)}(0)$, $\mu_2 = \mu_2^{(0)}(0)$), для четной НМ получаем хорошо известное ДУ:

$$p_1 d = (\mu_1/\mu_2^{(0)})(gd) \operatorname{tg}(gd), \quad g = k\sqrt{\varepsilon_2^{(0)}\mu_2^{(0)} - \varepsilon_1\mu_1}, \quad (12)$$

где $2d = 2d_g$ — толщина центрального слоя. Заметим, что свойства этого ДУ существенно отличаются от свойств ДУ для волновода, изготовленного из обычного диэлектрика [17]; это отличие объясняется тем, что для рассматриваемой структуры множитель $\mu_1/\mu_2^{(0)}$ отрицателен.

2. Численная методика

Для численного решения задачи применен вариант метода стрельбы (пристрелки) [16]. Согласно этой методике интегрируем уравнения (8), используя начальные значения (11), в которых величина поперечного волнового числа p_1 задается численной процедурой поиска корней ДУ. Эта процедура постепенно «сдвигает» комплексное число p_1 к корню ДУ. Используемая программа решения ДУ основана на модифицированном методе Пауэлла [15], который предназначен для поиска нулей системы действительных нелинейных уравнений. Такая система получается, если в уравнении $V(0) = 0$ разделить действительные и мнимые части.

Для нелинейной задачи все характеристики мод зависят от амплитуд полей. При расчетах в качестве параметра удобно выбрать амплитуду электрического поля B на границе $y = d_g$; по полученным значениям поперечного волнового числа p_1 и амплитуд B нетрудно затем вычислить зависимость $\beta(|E_0|)$, где E_0 — поле на оси волновода.

Заметим, что во многих случаях рассматриваемая задача Коши для системы (8) относится к классу так называемых жестких задач и она решалась модифицированным методом Гира [15]. Численные эксперименты показали, что при решении задачи описанная выше процедура интегрирования системы уравнений в обратном направлении, как правило, повышает устойчивость методики. По-видимому, это связано с тем, что при больших $|y|$ поле НМ экспоненциально убывает, поэтому при «обратном» интегрировании не происходит сильного роста ошибок округления.

Как видно из системы (8), магнитная проницаемость $\mu(y)$ входит в знаменатель коэффициента в правой части второго уравнения. Предположим на время, что потери в среде отсутствуют, так что проницаемости — вещественные функции. В случае, когда функция $\mu(y)$ непрерывна, в некоторой точке y_s она обращается в нуль, так как эта функция по предположению знакопеременна. Таким образом, коэффициент в правой части второго уравнения сингулярен. Согласно общей теории обыкновенных дифференциальных уравнений [18, 19], система (8) может иметь сингулярное решение, то есть в некоторой точке поле может обращаться в бесконечность. Чтобы избежать сингулярности, мы вводим малые потери, которые непременно существуют

в средах. В этом случае в окрестности указанной точки y_s поле достигает больших (но конечных) значений. Как отмечалось выше, подобный эффект наблюдается при анализе задач распространения электромагнитных волн в плазме с непрерывным профилем показателя преломления [8, 9]; отличие заключается только в том, что в плазме в нуль обращается ε . Для исключения сингулярностей полей мы предполагаем, что все среды диссипативные.

3. Линейная задача

Рассмотрим сначала линейную задачу. Сделаем прежде всего одно замечание, которое касается обозначений (нумерации) НМ. Предположим, что профили проницаемостей кусочно-постоянные (см. выше). Введем параметр

$$\tau_{21} = |\varepsilon_2^{(0)} \mu_2^{(0)}| - \varepsilon_1 \mu_1. \quad (13)$$

Предполагаем, что выполнено неравенство $\tau_{21} > 0$. При этом условии в волноводе могут распространяться так называемые осциллирующие НМ [4, 6]. При постоянных профилях проницаемостей ε и μ и при условии $\tau_{21} > 0$ поля внутри волноводящего слоя $|y| < d_g$ пропорциональны тригонометрическим функциям. Моды в таком волноводе обозначаем как TE_m , где m — число нулей функции $E_x(y)$. При указанных условиях первой НМ является мода TE_2 . Эта мода имеет отсечку (то есть она не существует в области низких частот); для линейных систем свойства этой моды описаны в работах [4, 6]. Заметим, что при высоких частотах ($kd|\tau_{21}|^{1/2} \gg 1$) структура полей моды TE_2 близка к структуре моды TE_0 обычного диэлектрического волновода. Поскольку будем рассматривать систему, у которой нелинейности малы, а профили проницаемостей близки к ступенчатым (см. ниже), то описанный принцип нумерации мод может быть использован и в этом случае.

Отметим, что при противоположном неравенстве, $\tau_{21} < 0$, в волноводе из метаматериала существует мода типа TE_0 . Эта мода поверхностная [5, 6], она не имеет отсечки, и на низких частотах ($kd|\tau_{21}|^{1/2} \ll 1$) ее структура немного похожа на структуру моды TE_0 обычного диэлектрического волновода.

Заметим также, что большинство мод волновода из метаматериала являются обратными, то есть для них коэффициенты $\text{Re } \beta$ и $\text{Im } \beta$ имеют разные знаки (для обычного планарного волновода знаки этих величин обычно одинаковы). Существует ряд других различий между модами указанных волноводов [6, 17].

Проиллюстрируем подробнее распределения полей на нескольких примерах. На рис. 2 представлены зависимости $E_x(y)$ (сплошная кривая) и $H_y(y)$ (штриховая) для моды TE_2 в волноводе из метаматериала при кусочно-постоянном (ступенчатом) профиле проницаемостей. Штриховой вертикальной линией показано положение

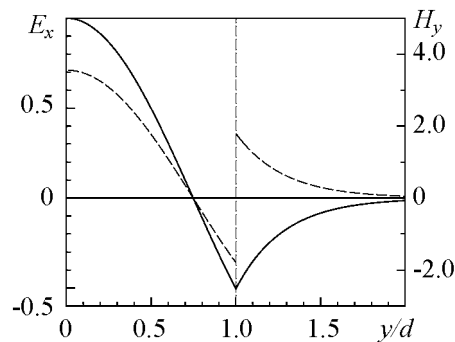


Рис. 2. Распределения полей моды TE_2 в поперечной плоскости волновода, изготовленного из метаматериала

ние границы раздела сред ($y = d$). Параметры задачи были следующими²: $\lambda = 0.86$ мкм, $\varepsilon_1 = 11.664$, $\varepsilon_2^{(0)} = -12.96$, $\mu_1 = 1$, $\mu_2^{(0)} = -1.0$ и $2d = 1.0$ мкм ($d_g = d$). В этом примере волновод не имел диэлектрических и магнитных потерь. Введение небольших потерь в рассматриваемой задаче лишь незначительно изменяет структуру полей. Функции $E_x(y)$ и $H_y(y)$ становятся комплексными. Отличие от разобранного выше бездиссипативного случая заметно только вблизи узкой области, где поля обращались в нуль (см. рис. 2). В структуре с потерями поля в этой области принимают малые, но отличные от нуля значения, которые пропорциональны величинам $\text{Im } \varepsilon$ и $\text{Im } \mu$.

Существенные изменения в структуре полей моды TE_2 происходят в волноводе с неоднородным распределением ε и μ в поперечной плоскости. Рассматриваем структуру, у которой профили близки к ступенчатым, то есть предполагаем, что в волноводе существуют достаточно тонкие переходные области вблизи некоторых плоскостей $y = \pm d$, внутри которых проницаемости изменяются непрерывно, но достаточно быстро. Как и выше, будем описывать только геометрию верхней части волновода. Конкретизируем профили, предполагая, что вне переходных слоев (при $|y - d| > \Delta_t$, $\Delta_t \ll d$) проницаемости ε_2 и μ_2 постоянны, а внутри области $|y - d| < \Delta_t$ плавно изменяются от значений $\varepsilon_2(0)$ и $\mu_2(0)$ до значений ε_1 и μ_1 . В качестве примера на рис. 3 показан типичный вид функции $\text{Re } \mu(y)$, которая определяется формулой, приведенной ниже; мнимые части $\text{Im } \mu(y)$ и $\text{Im } \varepsilon(y)$ близки к постоянным при всех значениях y . Рассматриваем случай, когда в переходной узкой области профили $\varepsilon_2(y)$ и $\mu_2(y)$ описываются полиномом

$$\begin{aligned} \varepsilon_2(y) &= \xi_{1e} + \xi_{2e} f_t(y), & \mu_2(y) &= \xi_{1m} + \xi_{2m} f_t(y), \\ f_t(y) &= 3\eta(1 - \eta^2/3)/2, & \eta &= (y - d)/\Delta_t, \end{aligned} \tag{14}$$

где $\Delta_t \ll d$. Для упрощения записи в этих формулах у ε и μ опущен верхний индекс (0). Напомним, что рассматривается линейная задача. В формуле (14) константы ξ_{1e} , ξ_{2e} , ξ_{1m} и ξ_{2m} определяются из условий непрерывности функций $\varepsilon_2(y)$ и $\mu_2(y)$ в точках $y = d \pm \Delta_t$. Аналогичную форму распределения $\varepsilon_2(y)$ и $\mu_2(y)$ имеют при отрицательных y . В данной геометрии полная толщина центрального волноведущего слоя равна $2d_g = 2(d + \Delta_t)$. Заметим, что функция $f_t(y)$ выбрана так, что непрерывны не только проницаемости $\varepsilon(y)$ и $\mu(y)$, но и их производные по y .

На рис. 4 представлены распределения полей $|E_x(y)|$ (сплошная кривая) и $|H_y(y)|$ (штриховая) моды TE_2 , которая может распространяться в волноводе из метаматериала с тонким переходным слоем. Предполагаем, что все среды диссипативные.

Параметры волновода были следующими: $\lambda = 0.86$ мкм, $\varepsilon_1 = 11.664 + i10^{-4}$, $\varepsilon_2^{(0)} = -12.96 + i10^{-4}$, $\mu_1 = 1 + i10^{-4}$, $\mu_2^{(0)} = -1 + i10^{-4}$, $2d = 1.0$ мкм и $\Delta_t/d = 0.002$. Заметим, что величины потерь $\text{Im } \varepsilon$ и $\text{Im } \mu$ взяты намеренно достаточно большими, чтобы нагляднее показать на рисунках влияние этих параметров на характеристики НМ.

²Использованные значения параметров не связаны с какими-то конкретными веществами; они выбраны близкими к тем, которые ранее использовали при решении различных линейных задач.

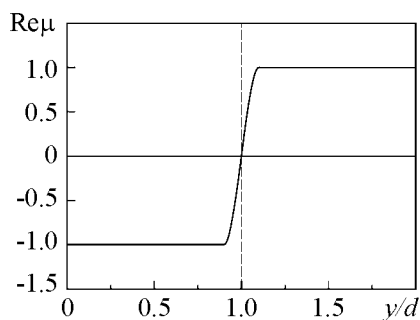


Рис. 3. Зависимость $\text{Re } \mu$ от нормированной поперечной координаты y/d

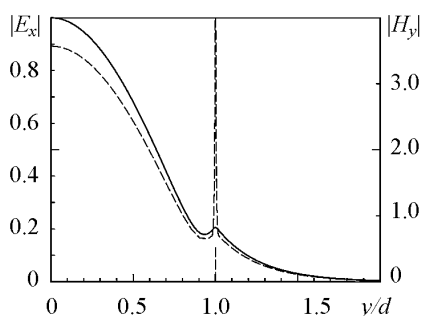


Рис. 4. Распределения модулей полей направляемой моды в волноводе с переменными профилями проницаемостей

Как видно из рис. 2 и 4, совместное влияние небольших потерь и плавного перехода проницаемостей разных сред в узкой приграничной области сильно изменяет структуру полей моды TE_2 . В последнем примере электрическое поле E_x уже не обращается в нуль; вблизи границы центрального слоя оно лишь принимает достаточно малые значения, которые пропорциональны введенным потерям. Наиболее существенное изменение претерпевает распределение магнитного поля H_y . Как отмечалось выше, в области вблизи точки $y = d$, где $\text{Re } \mu \approx 0$, то есть $|\mu| \approx |\text{Im } \mu| \ll |\mu_2^{(0)}(0)|$, поле H_y резко возрастает. Оценки показывают, что по порядку величины максимальное значение $|H_y| \sim |E_0|/\text{Im } \mu_2$, где $E_0 = E_x(0)$. Для рассматриваемой задачи (см. рис. 4) имеем $\max |H_y|/E_0 \sim 450$. На рис. 4 эти большие значения $|H_y|$ не показаны. Таким образом, в структуре с переходным слоем возможно очень сильное увеличение магнитного поля по сравнению со случаем, когда проницаемости меняются скачкообразно.

Естественно, что большие значения магнитного поля могут сказываться и на интегральных характеристиках моды TE_2 . В таблице приведены значения волновых чисел этой моды. Параметры волновода были те же, что и для рис. 4, изменялось только отношение размеров Δ_t/d (см. первую колонку таблицы). Видно, что даже при небольшой толщине Δ_t существование переходного слоя сильно изменяет коэффициент распространения моды; особенно сильно с ростом Δ_t/d изменяется коэффициент затухания $\text{Im } \beta$.

Таблица

Характеристики мод TE_2 волновода

Δ_t/d	p/k	β/k
0.0000	$0.98258 - 0.001507i$	$-3.55380 + 0.000239i$
0.0001	$0.98260 - 0.002459i$	$-3.55380 + 0.000502i$
0.0002	$0.98264 - 0.003408i$	$-3.55381 + 0.000764i$
0.0010	$0.98376 - 0.010868i$	$-3.55411 + 0.002830i$
0.0020	$0.98706 - 0.019453i$	$-3.55499 + 0.005223i$
0.0100	$1.02982 - 0.036246i$	$-3.56698 + 0.010287i$
0.0200	$1.04530 - 0.023895i$	$-3.57157 + 0.006816i$
0.1000	$1.04640 - 0.005546i$	$-3.57196 + 0.001447i$
0.2000	$1.03585 - 0.002528i$	$-3.56889 + 0.000556i$

4. Нелинейная задача

Перейдем теперь к анализу результатов, полученных для волновода с нелинейной средой. Анализ линейных структур показал, что в волноводе из метаматериала при плавном изменении магнитной проницаемости возможно очень сильное возрастание магнитного поля. Поэтому для применимости малоамплитудного приближения в волноводах с кубической нелинейностью сред «простое» требование малости коэффициента $\alpha_m(y)$ недостаточно; нетрудно показать, что должно быть выполнено более жесткое условие

$$\alpha_m(y_s)|H_y(0)|^2/|\text{Im } \mu(y_s)|^2 \ll 1, \quad (15)$$

где y_s — координата точки, в которой $\text{Re } \mu(y_s) = 0$ (см. выше). Заметим, что это условие может быть выполнено только в том случае, когда потери в метаматериале конечны (то есть $\text{Im } \mu > 0$). Поскольку $\text{Im } \mu \ll 1$, то для простоты будем рассматривать системы, у которых коэффициент нелинейности $\alpha_m(y)$ не равен нулю лишь в области, не заходящей в переходный слой.

На рис. 5 приведена зависимость $\text{Re } \beta/k$ от поля на оси волновода $E_0 = E_x(0)$ для моды TE_2 . При расчетах считали, что все среды диссипативные. Параметры волновода были следующими: $\lambda = 0.86$ мкм, $\varepsilon_1 = 11.664 + i10^{-4}$, $\varepsilon_2^{(0)} = -12.96 + i10^{-4}$, $\mu_1 = 1 + i10^{-4}$, $\mu_2^{(0)} = -1 + i10^{-4}$ и $2d = 1.0$ мкм. Профили проницаемостей были те же, что и для рис. 4, при этом $\Delta_t/d = 0.002$. Предполагали, что нелинейна только магнитная проницаемость (то есть $\alpha_e = 0$). Коэффициент нелинейности для магнитной проницаемости при $|y| < d_{nm}$ определялся соотношением

$$\alpha_m(y) = [1 - (y/d_{nm})^2]\alpha_{m0}, \quad (16)$$

а при $|y| > d_{nm}$ коэффициент равен нулю. При расчетах коэффициент нелинейности на оси волновода равен $\alpha_{m0} = 10^{-5}$, а параметр $d_{nm} = 0.9d$. Размер d_{nm}

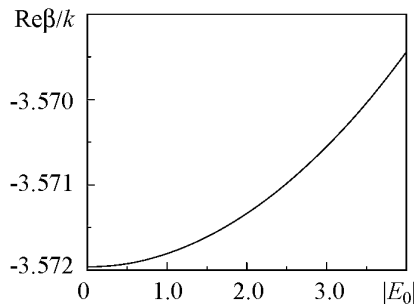


Рис. 5. Зависимость безразмерного коэффициента $\text{Re } \beta/k$ для моды TE_2 от амплитуды поля на оси волновода

удовлетворял неравенству $d_{nm} < d - \Delta_t$, то есть в области, где возможно сильное увеличение магнитного поля, нелинейность отсутствовала, что позволило использовать малоамплитудное приближение. Как видно из рис. 5, в рассматриваемой системе за счет влияния поля коэффициент распространения НМ изменяется достаточно заметно. Аналогичные зависимости получаются для коэффициента затухания $\text{Im } \beta$.

Заключение

В работе рассмотрены локальные характеристики направляемых мод, распространяющихся вдоль волноводов, изготовленных из линейных и нелинейных метаматериалов с отрицательными электрической и магнитной проницаемостями. Задача решалась в малоамплитудном приближении.

Оказалось, что существует значительное различие в структуре полей для волноводов со ступенчатым и плавным профилями проницаемости μ . Расчеты продемонстрировали, что в волноводе с переменным профилем магнитной проницаемости возможно аномально сильное увеличение магнитного поля у мод ТЕ типа; у таких мод максимальная величина магнитного поля ограничена магнитными потерями. Этот эффект накладывает жесткие ограничения на структуру нелинейности сред. По-видимому, в таких системах во многих случаях нельзя использовать модели сред с кубической (керровской) нелинейностью, а необходимо учитывать эффекты насыщения нелинейности. Отметим также, что благодаря указанному эффекту в подобных структурах может реализоваться весьма сильная зависимость дисперсионных характеристик волновода от передаваемой по нему мощности.

Основное внимание в работе уделено анализу структур с непрерывным, но достаточно резким изменением проницаемостей (с переходной областью на границе). Следует отметить, что на практике структура переходного слоя на границе метаматериала, который изготовлен, например, с помощью имплантации микрочастиц, может быть весьма сложной. В работе была рассмотрена идеализированная модель и многие ее параметры требуют дальнейших уточнений. Заметим, что переходные области могут иметь различные характеристики и размеры. В частности, эти области могут быть настолько тонкими, что внутри них среду уже нельзя считать сплошной [9, 20]; возможно, что в этом случае более адекватной будет модель со скачкообразным профилем.

В данной работе были изучены только основные эффекты, которыми характеризуются процессы распространения мод в таких структурах. В некоторых областях параметров может потребоваться учет влияния пространственной дисперсии метаматериала, а также эффектов пробоя. Заметим, что в метаматериале ширина области резкого возрастания поля имеет порядок $\text{Im}(\mu\Delta_t)$; при $\text{Im}\mu \rightarrow 0$ эта область сужается, поэтому влияние пространственной дисперсии будет возрастать [9]. Грубые оценки влияния этого эффекта на значения постоянной распространения и эффект деполяризации моды можно получить методами теории возмущений, используя приведенное выше решение задачи.

Кроме рассмотренных в работе систем, интерес представляют также структуры с профилями проницаемостей, которые плавно меняются по всему сечению волновода (например, волноводы с параболическим профилем). В этом случае за счет неоднородности проницаемостей можно добиться изменения частот отсечки и других дисперсионных характеристик направляемых мод. Все указанные вопросы требуют отдельного исследования.

В работе рассмотрен случай ТЕ-мод, но описанная методика легко обобщается на случай распространения ТМ-мод. Общие заключения о характере решения в этой задаче можно сделать, если поменять местами электрическое и магнитное поля [17]. В частности, ясно, что для случая ТМ-мод в переходных слоях может наблюдаться сильное увеличение электрического поля (в тех точках, где мало значение $|\text{Re}\varepsilon(y)|$).

Автор признателен А.Г. Рожневу за обсуждения вопросов, касающихся реализации численных методов, и Э.А. Тищенко – за ряд полезных замечаний.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 08-02-00621 и 10-02-01403).

Библиографический список

1. *Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C., et al.* Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity // *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. 84, № 18. P. 4184.
2. *Ruppin R.* Surface polaritons of a left-handed medium // *Phys. Lett., A.* 2000. Vol. 277. P. 61.
3. *Вендик И.Б., Вендик О.Г., Одум М.А.* Изотропный метаматериал на основе сегнетокерамических сферических включений // *Физика твердого тела.* 2009. Т. 51. № 8. С. 1499.
4. *Shadrivov I.V., Sukhorukov A.A., Kivshar Yu.S.* Guided modes in negative-refractive-index waveguides // *Phys. Review, E.* 2003. Vol. 67. P. 057602.
5. *Shadrivov I.V., Sukhorukov A.A., Kivshar Yu.S., et al.* Nonlinear surface waves in left-handed materials // *Phys. Review, E.* 2004. Vol. 69. P. 016617.
6. *He Y., Cao Z., Shen Q.* Guided optical modes in asymmetric left-handed waveguides // *Optics Comm.* 2005. Vol. 245. P. 125.
7. *Bordman A.D., Egan P.* Novel nonlinear surface and guided TE waves in asymmetric LHM waveguides // *J. Opt. A. Pure Appl. Opt.* 2009. Vol. 11. P. 114032.
8. *Гинзбург В.Л.* Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967.
9. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1992.
10. *Маненков А.Б.* Вытекающие моды в многослойном волноводе с нелинейными диэлектриками // *Изв. вузов. ПНД.* 2008. Т. 16. №4. С. 20–32.
11. *Маненков А.Б.* Волновод с тонкими нелинейными стенками // *Изв. вузов. ПНД.* 2009. Т. 17. № 6. С. 3.
12. *Никольский В.В.* Вариационные методы для внутренних задач электродинамики. М.: Наука, 1967.
13. *Каценеленбаум Б.З.* Теория волноводов с медленно меняющимися параметрами. М.: АН СССР, 1961.
14. *Маненков А.Б.* Возбуждение открытых однородных волноводов // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1970. Т. 13. № 5. С. 739.
15. *Каханер Д., Моулер К., Нэш С.* Численные методы и программное обеспечение. М.: Мир, 1998.
16. *Рябенский В.С.* Введение в вычислительную математику. М.: Физматлит, 1994.
17. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1982.
18. *Трикоми Ф.* Дифференциальные уравнения. М.: Иностран. лит., 1962.
19. *Арфкен Г.* Математические методы в физике. М.: Атомиздат, 1970.
20. *Мандельштам Л.И.* Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М.: Наука, 1972. С. 396–400.

*Институт физических проблем
им. П.Л. Капицы РАН, Москва*

*Поступила в редакцию 18.06.2010
После доработки 12.07.2010*

CHARACTERISTICS OF THE NONLINEAR LEFT-HANDED WAVEGUIDE

A.B. Manenkov

The modes of the planar dielectric waveguide made from nonlinear metamaterials with both negative permittivity and permeability are investigated. The dependencies of the propagation coefficients of the guided mode on the transmitted power are studied. The fields distributions are calculated for the systems with variable permittivity and permeability profiles. It is shown that in such systems a drastic increase in the field magnitudes may occur.

Keywords: Left-handed material waveguides, variable profiles of the permittivity and permeability, guided modes.



Маненков Александр Бенционович – родился в Москве (1943). Окончил Московский физико-технический институт (1965), к.ф.-м.н. (1973), д.ф.-м.н. (1996). С 1965 года работает в Институте физических проблем РАН. В физической лаборатории ИФП под руководством П.Л. Капицы экспериментально и теоретически занимался разработкой микроволновой аппаратуры для плазменных исследований. Совместно с Л.А. Вайнштейном построил общую теорию возбуждения открытых волноводов. Провел (совместно с В.Н. Мелехиным) пионерские исследования волноводов брэгговского типа. В настоящее время – ведущий научный сотрудник ИФП РАН. Область научных интересов – анализ задач возбуждения, распространения и дифракции волн в открытых электродинамических структурах, численное исследование различных задач радиофизики (включая оптику) и электроники.

119334 Москва, Косыгина, 2
Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН
E-mail: manenkov@kapitza.ras.ru