

ТЕОРИЯ ПРЕДГЕНЕРАЦИОННОГО РЕЖИМА ЛОВ В РАМКАХ ДВУМЕРНОЙ МОДЕЛИ

Д. И. Трубецков^{1,2}, Г. М. Краснова¹

¹Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского,

²Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

В рамках двумерной теории рассматриваются волновые процессы, происходящие в лампе обратной волны в предгенерационном режиме. Получены зависимости спектральной плотности мощности шума от относительного угла пролёта. Проанализировано влияние величины магнитного поля и пространственного заряда на их поведение.

Ключевые слова: Предгенерационный режим, ленточный пучок, магнитное поле, спектральная плотность мощности шума, генератор обратной волны.

Введение

1. В предгенерационном режиме работы, когда ток электронного пучка меньше пускового значения ($I_0 < I_{п}$) и внешний сигнал отсутствует, генератор обратной волны представляет собой усилитель флуктуаций электронного потока. В этом случае он может быть использован в качестве генератора СВЧ шума. Решение данной задачи проведено в рамках двумерной теории в приближении заданного поля и заданных начальных смещений в электронном потоке. Анализ проводится в гидродинамическом приближении в рамках следующей модели. Предположим, что бесконечно тонкий электронный поток движется в однородном магнитном поле с индукцией $B_0 = B_x = \text{const}$, направленном вдоль положительного направления оси x , со скоростью v_0 . Поперечная координата y , координата влёта электронного потока y_0 . По направлению z электронный поток считается бесконечным и изменения в этом направлении не учитываются.

2. В качестве исходного уравнения используется нерелятивистское уравнение движения электронов

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \eta \vec{E} + \eta \vec{E}_{SC} + \eta \left[\frac{d\vec{r}}{dt} \vec{B} \right], \quad (1)$$

где $\tilde{r} = \tilde{r}(x) \exp(j\omega t)$ – высокочастотное смещение электрона (знак «тильда» указывает на ВЧ переменные), $\eta = e/m$, e и m – заряд и нерелятивистская масса электрона, \vec{E} – вектор напряжённости электрического поля, \vec{E}_{SC} – вектор напряжённости поля пространственного заряда. Уравнение движения (1) после линеаризации удобно представить в виде системы уравнений

$$\frac{d^2 \tilde{x}}{dt^2} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_0 \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \tilde{x} = \eta(E_x + E_{xSC}), \quad (2)$$

$$\frac{d^2 \tilde{y}}{dt^2} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_0 \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \tilde{y} = \eta(E_y + E_{ySC}) + \omega_c \frac{d\tilde{z}}{dt}, \quad (3)$$

$$\frac{d^2 \tilde{z}}{dt^2} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_0 \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \tilde{z} = -\omega_c \frac{d\tilde{y}}{dt}, \quad (4)$$

где $\omega_c = \eta B_0$ – циклотронная частота. В (2)–(4) использованы следующие выражения для компонент поля пространственного заряда для случая, когда электронный поток движется ровно по центру пространства взаимодействия:

$$E_{xSC} = -j\omega_p^2 \frac{\Delta}{2\eta} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} \tanh(\beta_0 y_0), \quad (5)$$

$$E_{ySC} = j\omega_p^2 \frac{\Delta}{2\eta} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} \coth(\beta_0 y_0), \quad (6)$$

где $\omega_p^2 = (\eta\sigma_0)/(\varepsilon_0\Delta)$ – квадрат плазменной частоты, σ_0 – поверхностная плотность заряда, ε_0 – электрическая постоянная, Δ – толщина ленточного электронного потока. Вывод указанных выражений для компонент поля пространственного заряда подробно приведён в монографии [1] для модели бесконечно тонкого ленточного потока.

Решение системы уравнений (2)–(4) проведено совместно с уравнением возбуждения электрического поля для взаимодействия с обратной электромагнитной волной

$$E(x) = E_x(0) e^{-j\beta_0 x} + \frac{1}{2} \beta_0^2 K e^{-j\beta_0 x} \int_0^x \tilde{i}(\xi) e^{j\beta_0 \xi} d\xi, \quad (7)$$

$$\tilde{i}(x) = \frac{\beta_e I_0}{2 \cosh(\beta_0 y_0)} [j\tilde{x}(x) \sinh(\beta_0 y_0) + \tilde{y}(x) \cosh(\beta_0 y_0)], \quad (8)$$

где K – сопротивление связи, I_0 – постоянная составляющая тока пучка, β_0 – фазовая постоянная холодной волны в системе. Уравнение (10) позволяет связать продольную составляющую ВЧ тока с ВЧ смещениями в электронном потоке.

3. При рассмотрении шумовых явлений в лампе следует учитывать, что на поверхности катода имеются флуктуации тока (дробовой шум) и флуктуации в распределении электронов по скоростям [2,3]. Так, среднеквадратичные начальные сме-

щения можно задать в виде

$$\bar{x}_0^2 = \frac{2e\Delta f}{\beta_0^2 I_0}, \quad (9)$$

$$\bar{y}_0^2 = \frac{ew^2\Delta f}{6I_0}, \quad (10)$$

где Δf – ширина полосы частот, w – ширина катода в направлении y .

Среднеквадратичные флуктуации скорости Рэка

$$\bar{v}_{x0}^2 = \frac{(4 - \pi) \eta k T_k \Delta f}{I_0}, \quad (11)$$

$$\bar{v}_{y0}^2 = 2.33 \bar{v}_{y0}^2, \quad (12)$$

где k – постоянная Больцмана, T_k – температура катода.

Комбинируя уравнения (3) и (4) и предполагая, что во времени переменные величины изменяются как $e^{j\omega t}$, можем переписать систему уравнений (2)–(4) с учётом выражений (5), (6) для полей пространственного заряда следующим образом:

$$\frac{\partial^2 \tilde{x}}{\partial x^2} + (2j\beta_e + \frac{1}{2}j\beta_p^2 \Delta \tanh(\beta_0 y_0)) \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} - \beta_e^2 \tilde{x} = \frac{E_x}{2V_0}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{y}}{\partial x^2} + (2j\beta_e - \frac{1}{2}j\beta_p^2 \Delta \coth(\beta_0 y_0)) \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} - (\beta_e^2 - \beta_c^2) \tilde{y} = \frac{E_y}{2V_0}, \quad (14)$$

где поперечная и продольная компоненты электрического поля связаны соотношением $E_y = jE_x \coth(\beta_0 y_0)$ [1], $V_0 = v_0^2/2\eta$ – приложенное ускоряющее напряжение, β_e – фазовая постоянная волны в системе с электронным потоком, $\beta_p = \omega_p/v_0$ – постоянная распространения плазменной волны, $\beta_c = \omega_c/v_0$ – постоянная распространения циклотронной волны.

4. Системе уравнений (13)–(14) при равенстве правых частей нулю и в предположении, что все переменные величины изменяются как $e^{j\omega t}$, соответствуют следующие дисперсионные уравнения:

$$(\beta - \beta_e)^2 - \frac{1}{2} \beta \beta_p^2 \Delta \tanh(\beta_0 y_0) = 0, \quad (15)$$

$$(\beta - \beta_e)^2 + \frac{1}{2} \beta \beta_p^2 \Delta \coth(\beta_0 y_0) - \beta_c^2 = 0, \quad (16)$$

где β – искомая постоянная распространения. Корни дисперсионных соотношений (15) и (16), соответствующие постоянным распространения электронных волн, имеют вид

$$\beta_{1,2} = (\beta_e + \frac{1}{4} \beta_p^2 \Delta \tanh(\beta_0 y_0)) \pm \sqrt{(\frac{1}{4} \beta_p^2 \Delta \tanh(\beta_0 y_0))^2 + \frac{1}{2} \beta_e \beta_p^2 \Delta \tanh(\beta_0 y_0)}, \quad (17)$$

$$\beta_{3,4} = (\beta_e - \frac{1}{4} \beta_p^2 \Delta \coth(\beta_0 y_0)) \pm \sqrt{(\frac{1}{4} \beta_p^2 \Delta \coth(\beta_0 y_0))^2 - \frac{1}{2} \beta_e \beta_p^2 \Delta \coth(\beta_0 y_0) + \beta_c^2}. \quad (18)$$

Как видно из выражения (18), возможно появление комплексных решений β_4 для дисперсионного уравнения (16). В этом случае решение становится нарастающим в пространстве, и поперечные ВЧ смещения электронов $\tilde{y}(x)$ начинают быстро увеличиваться с изменением продольной координаты x [4–7]. Согласно формуле (18), этому соответствует выполнение неравенства

$$\left(\frac{1}{4}\beta_p^2\Delta \coth(\beta_0 y_0)\right)^2 - \frac{1}{2}\beta_e\beta_p^2\Delta \coth(\beta_0 y_0) + \beta_c^2 < 0. \quad (19)$$

5. Одной из основных характеристик в предгенерационном режиме является спектральная плотность мощности шума (СПМШ) на выходе ЛОВ

$$S(\Phi_0) = \frac{|E_x(0)|^2}{2\beta_0^2 K}, \quad (20)$$

где $E_x(0)$ – искомая величина напряжённости электрического поля на выходе ЛОВ ($x=0$). Для дифференциальных уравнений продольных и поперечных ВЧ смещений (13) и (14) проведено преобразование Лапласа с учетом начальных условий (9)–(12). Полученные интегральные выражения для ВЧ смещений подставлены в уравнения возбуждения электрического поля (7). В результате интегрирования получено в первом приближении выражение для напряжённости электрического поля

$$\begin{aligned} E_x(x) = & E_x(0) e^{-j\beta_0 x} + \frac{\beta_e \beta_0^2 I_0 K}{4 \cosh(\beta_0 y_0)} e^{-j\beta_0 x} \times \\ & \times \left(\frac{E_x(0) \sinh^2(\beta_0 y_0)}{2V_0} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^2 \frac{e^{j(\beta_0 - \beta_i)x} - j(\beta_0 - \beta_i)x - 1}{(\beta_k - \beta_i)(\beta_0 - \beta_i)^2} + \right. \\ & + \tilde{x}_0 \sinh(\beta_0 y_0) \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^2 \frac{\beta_i (e^{j(\beta_0 - \beta_i)x} - 1)}{(\beta_i - \beta_k)(\beta_0 - \beta_i)} - \\ & - j \sinh(\beta_0 y_0) \left[\frac{\tilde{v}_{x0}}{v_0} + j\tilde{x}_0(\beta_1 + \beta_2 - \beta_e) \right] \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^2 \frac{e^{j(\beta_0 - \beta_i)x} - 1}{(\beta_k - \beta_i)(\beta_0 - \beta_i)} + \\ & + \frac{E_x(0) \cosh^2(\beta_0 y_0)}{2V_0} \sum_{\substack{i=3 \\ i \neq k}}^4 \frac{e^{j(\beta_0 - \beta_i)x} - j(\beta_0 - \beta_i)x - 1}{(\beta_k - \beta_i)(\beta_0 - \beta_i)^2} + \\ & + \tilde{y}_0 \cosh(\beta_0 y_0) \sum_{\substack{i=3 \\ i \neq k}}^4 \frac{\beta_i (e^{j(\beta_0 - \beta_i)x} - 1)}{(\beta_i - \beta_k)(\beta_0 - \beta_i)} + \\ & \left. + \cosh(\beta_0 y_0) \left[\frac{\tilde{v}_{y0}}{v_0} + j\tilde{y}_0(\beta_3 + \beta_4 - \beta_e) \right] \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^2 \frac{e^{j(\beta_0 - \beta_i)x} - 1}{(\beta_i - \beta_k)(\beta_0 - \beta_i)} \right). \quad (21) \end{aligned}$$

Для нахождения зависимости СПМШ (20) от относительного угла пролёта Φ_0 из уравнения (21) следует определить величину напряжённости электрического поля на выходе лампы $E_x(0)$. При этом в предгенерационном режиме на входе лампы

сигнал отсутствует $E_x(l) = 0$. Полученные аналитические выражения из-за их громоздкости здесь не приводятся. При расчётах осуществлён переход к общепринятым безразмерным переменным: $\Phi_0 = (\beta_e - \beta_0)l$ – невозмущённый относительный угол пролёта, $\varphi_c = \beta_c l$ – циклотронный угол пролёта, $\theta_p = \beta_p l$ – плазменный угол пролёта.

В безразмерных переменных условие возникновения неустойчивости (19) и выражения, встречающиеся в (21) (типа $(\beta_0 - \beta_i)$, $(\beta_k - \beta_i)$, где $i, k = 1, 2, 3, 4$), примут вид

$$\left(\theta_p^2 \frac{\Delta \coth(\beta_0 y_0)}{4}\right)^2 - \beta_e l \theta_p^2 \frac{\Delta \coth(\beta_0 y_0)}{2} + \varphi_c^2 < 0, \quad (22)$$

$$(\beta_0 - \beta_{1,2})l = -\Phi_0 - \theta_p^2 \frac{\Delta \tanh(\beta_0 y_0)}{4} \mp \sqrt{\left(\theta_p^2 \frac{\Delta \tanh(\beta_0 y_0)}{4}\right)^2 + \beta_e l \theta_p^2 \frac{\Delta \tanh(\beta_0 y_0)}{2}}, \quad (23)$$

$$(\beta_0 - \beta_{3,4})l = -\Phi_0 + \theta_p^2 \frac{\Delta \coth(\beta_0 y_0)}{4} \mp \sqrt{\left(\theta_p^2 \frac{\Delta \coth(\beta_0 y_0)}{4}\right)^2 - \beta_e l \theta_p^2 \frac{\Delta \coth(\beta_0 y_0)}{2} + \varphi_c^2}, \quad (24)$$

$$(\beta_2 - \beta_1)l = -2\sqrt{\left(\theta_p^2 \frac{\Delta \tanh(\beta_0 y_0)}{4}\right)^2 + \beta_e l \theta_p^2 \frac{\Delta \tanh(\beta_0 y_0)}{2}}, \quad (25)$$

$$(\beta_4 - \beta_3)l = -2\sqrt{\left(\theta_p^2 \frac{\Delta \coth(\beta_0 y_0)}{4}\right)^2 - \beta_e l \theta_p^2 \frac{\Delta \coth(\beta_0 y_0)}{2} + \varphi_c^2}. \quad (26)$$

6. Рассмотрим случай без учёта влияния пространственного заряда. На рис. 1, 2 приведены зависимости СПМШ от относительного угла пролёта при различных значениях циклотронного угла пролёта φ_c и отношениях тока пучка I_0 к пусковой величине I_n , то есть I_0/I_n .

С уменьшением продольного фокусирующего магнитного поля максимальное значение кривой СПМШ возрастает (см. рис. 1), а величина относительного угла пролёта, при которой это значение максимально, приближается к $-\pi$. Для значений циклотронного угла пролёта больше 4π кривые совпадают со штриховой кривой

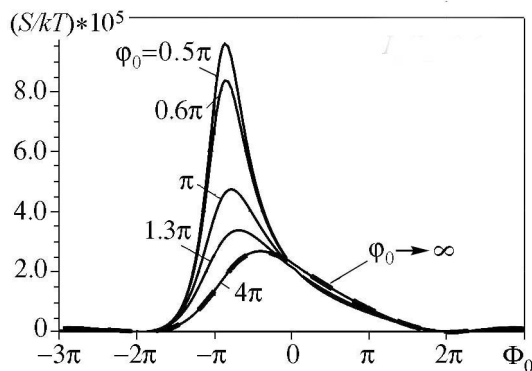


Рис. 1. Зависимость спектральной плотности мощности шума от относительного угла пролёта Φ_0 при различных значениях циклотронного угла пролёта φ_c ($I_0/I_n = 0.6$)

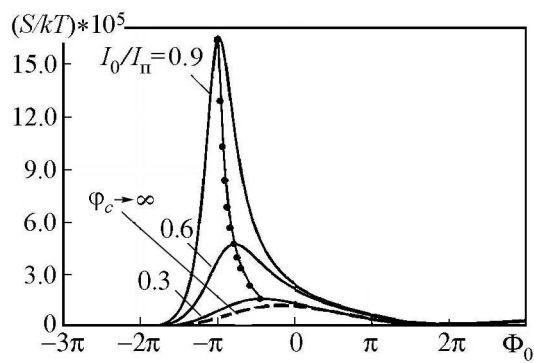


Рис. 2. Зависимость спектральной плотности мощности шума от относительного угла пролёта Φ_0 при различных значениях отношения тока пучка к пусковой величине I_0/I_n ($\varphi_c = \pi$)

вой, соответствующей одномерной теории [8], когда величина индукции магнитного поля считается бесконечно большой и поперечные смещения в потоке полностью подавляются. При увеличении отношения тока пучка к пусковому значению $I_0/I_{\text{п}}$ величина СПМШ возрастает и сдвигается к плоскости $\Phi_0 = -\pi$, что соответствует пусковой величине для невозмущённого относительного угла пролёта в такой системе (см. рис. 2).

7. Рассмотрим случай с учётом влияния пространственного заряда. На рис. 3–5 приведены зависимости СПМШ от относительного угла пролёта с учётом влияния

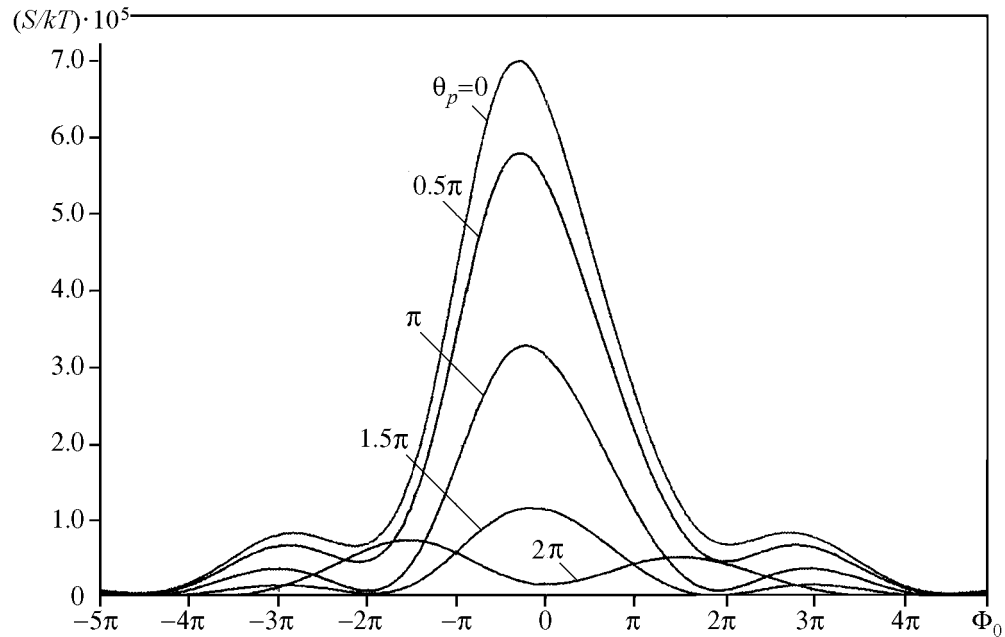


Рис. 3. Зависимость спектральной плотности мощности шума от относительного угла пролёта Φ_0 при различных значениях параметра пространственного заряда θ_p ($\varphi_c = 3\pi$, $I_0/I_{\text{п}} = 0.3$)

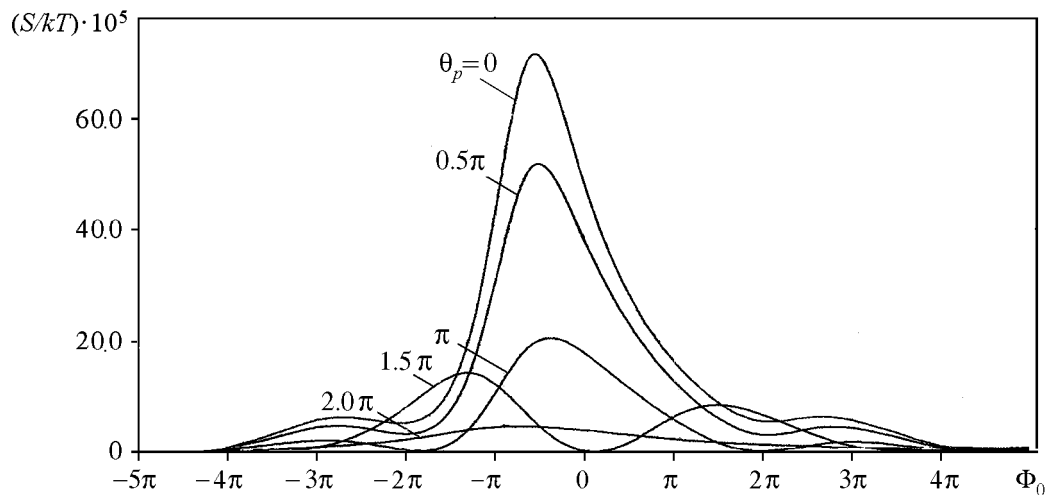


Рис. 4. Зависимость спектральной плотности мощности шума от относительного угла пролёта Φ_0 при различных значениях параметра пространственного заряда θ_p ($\varphi_c = 3\pi$, $I_0/I_{\text{п}} = 0.8$)

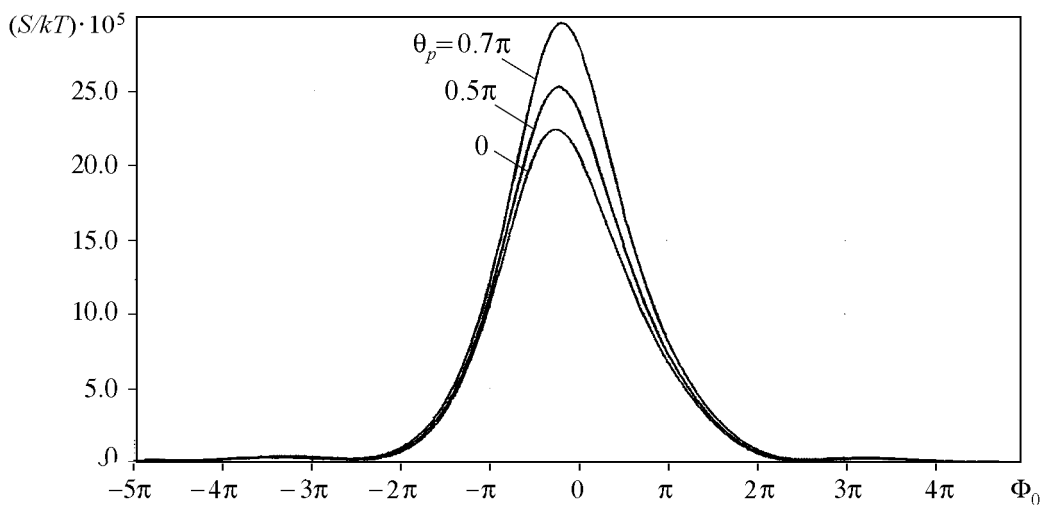


Рис. 5. Зависимость спектральной плотности мощности шума от относительного угла пролёта Φ_0 при различных значениях параметра пространственного заряда θ_p ($\varphi_c = \pi$, $I_0/I_n = 0.3$). Случай неустойчивого электронного потока

поля пространственного заряда. На рис. 3, 4 кривые построены для значений параметров пространственного заряда θ_p и циклотронного угла пролёта φ_c , при которых *электронный поток устойчив*. Увеличение плазменного угла пролёта θ_p приводит к снижению наибольшего значения СПМШ аналогично тому, как циклотронный угол пролёта приводит к снижению максимальной её величины в случае, когда не учитывалось влияние пространственного заряда (см. рис. 1, 2). Зависимости на рис. 3, 4 построены при различных отношениях тока пучка к пусковому значению I_0/I_n .

На рис. 5 приведена аналогичная зависимость для случая *неустойчивого потока*. Параметры подобраны таким образом, что выполняется неравенство (22). Характер кривых СПМШ кардинально меняется. В результате дальнейшего увеличения плазменного угла пролёта θ_p наблюдается рост наибольшего значения спектральной плотности, чего не было в случае устойчивого ленточного электронного потока.

Заключение. В статье приведены результаты исследования предгенерационного режима лампы обратной волны типа О с учётом влияния конечного фокусирующего магнитного поля и поля пространственного заряда. Исследовано поведение основной характеристики такого режима – спектральной плотности мощности шума. Проанализировано влияние циклотронного угла пролёта, величина которого прямо пропорциональна величине индукции магнитного поля, и плазменного угла пролёта на поведение кривых спектральной плотности мощности шума. Для случая малых значений пространственного заряда, когда его влиянием можно пренебречь, проведено сравнение полученных результатов с известными результатами одномерной теории.

Работа выполнена в рамках Президентской программы поддержки ведущих научных школ Российской Федерации (проект НШ 828.2014.2) и при поддержке грантов РФФИ № 13-02-01209а, № 14-02-00329.

Библиографический список

1. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М.: Советское радио, 1970. 584 с.
2. Смоллин Л.Д., Хаус Г.А. Шумы в электронных приборах. М.-Л.: Энергия, 1964. 484 с.
3. Трубецков Д.И., Шараевский Ю.П., Шевчик В.Н. Шумовые явления в лучевых усилителях магнетронного типа // Обзоры по электронной технике. Серия Электроника СВЧ. 1970. № 10 (204).
4. Pierce J.R. Instability of hollow beams // IRE Trans. on Electron Devices 1956. Vol. 3, № 4. P.183.
5. Cutler C.C. Instability in hollow and strip electron beams // Jour. of Applied Physics. 1956. Vol. 27, № 9. P. 1028.
6. Krasnova G.M. Interaction of space-charge waves in a electron beam with electromagnetic waves in a longitudinal magnetic field // Physics of Wave Phenomena. 2011. Vol. 19, № 4. P. 290.
7. Трубецков Д.И., Краснова Г.М. О современном состоянии сверхвысокочастотных вакуумных электронных и микроэлектронных приборов с управляемой эмиссией // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2013. Т. 21, № 1. С. 35.
8. Амиров Р.Ш., Безручко Б.П., Трубецков Д.И., Шевчик В.Н. Теоретическое и экспериментальное исследование предгенерационного режима ЛОВ типа О // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1974. Т. XVII, № 11. P. 52.

THEORY OF PREGENERATION MODE IN BWO IN THE FRAME OF TWO-DIMENSIONAL MODEL

D. I. Trubetskov^{1,2}, G. M. Krasnova¹

¹Saratov State University,

²National Research Nuclear University MEPHI,

Processes in backward wave oscillator in pregeneration mode have been considered in the frame of two-dimensional theory. Spectral density dependencies on the relative transit angle are presented. The influence of magnetic field and space charge on its behavior has been analyzed.

Keywords: Pregeneration mode, strip electron beam, magnetic field, spectral density of noise power, backward wave oscillator.

References

1. *Shevchik V.N., Trubetskov D.I.* Analytical Methods in Microwave Electronics. Moscow: Sov.Radio, 1970. 584 p. (In Russian).
2. *Smullin L.D., Haus G.A.* Noise in Electron Devices. M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts, 1959.

3. *Trubetskov D.I., Sharaevski Y.P., Shevchik V.N.* Shymovie yavleniya v lychevikh ysilitelnykh magnetronnogo tipa // *Obzori po electronnoi tekhnike. Seria Elektronika SVCh*, 1970. № 10 (204) (In Russian).
4. *Pierce J.R.* Instability of hollow beams // *IRE Trans. on Electron Devices*. 1956. Vol. 3, № 4. P.183.
5. *Cutler C.C.* Instability in hollow and strip electron beams // *Jour. of Applied Physics*. 1956. Vol. 27, № 9. P.1028.
6. *Krasnova G.M.* Interaction of space-charge waves in a electron beam with electromagnetic waves in a longitudinal magnetic field // *Physics of Wave Phenomena*. 2011. Vol. 19, № 4. P. 290.
7. *Trubetskov D.I., Krasnova G.M.* About current state high frequency vacuum electronic and microelectronic devices with field emission // *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2013. Vol. 21, № 1. P. 35 (In Russian).
8. *Amirov R.Sh., Bezruchko B.P., Trubetskov D.I., Shevchik V.N.* The theoretical and experimental investigation of the type O TWT's pregeneration regime // *UHF Electronic Equipment*. 1974. Vol.XVII, № 11. P. 52 (In Russian).

Поступила в редакцию 20.11.2015

Трубецков Дмитрий Иванович – родился в Саратове (1938). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1960). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата (1965) и доктора физико-математических наук в СГУ (1978) в области радиофизики. Заведующий кафедрой электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов СГУ, профессор кафедры прикладной математики НИЯУ МИФИ, член-корреспондент Российской академии наук, заслуженный деятель науки РФ, лауреат премии Президента РФ в области образования. Научный руководитель Лицея прикладных наук и факультета нелинейных процессов СГУ. Область научных интересов: вакуумная электроника и микроэлектроника сверхвысоких частот, теория колебаний и волн, нелинейная динамика, история науки. Автор более двадцати учебных пособий и монографий, а также более двухсот статей в периодической печати.



410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
 115409 Москва, Каширское шоссе, 31
 Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 E-mail: dtrubetskov@yahoo.com

Краснова Галина Михайловна – родилась в 1989 году. Окончила Саратовский государственный университет (2011). Защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в области радиофизики. Принимала участие в таких конференциях, как «Нелинейные дни в Саратове для молодых», «Волновые явления в неоднородных средах», «Физика и применение микроволн», «Проблемы СВЧ электроники» и в XV Международной юбилейной зимней школе-семинаре по электронике СВЧ и радиофизике. Автор 5 статей в реферируемых журналах Списка ВАК.



410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
 E-mail: krasnovagm@rambler.ru