



РАСЧЕТ СТАРШЕГО ПОКАЗАТЕЛЯ ЛЯПУНОВА ХАОТИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ КОЛЕБАНИЙ ПО ТОЧЕЧНЫМ ПРОЦЕССАМ ПРИ НАЛИЧИИ ШУМА

Я. Х. Мохаммад¹, А. Н. Павлов^{1,2}

¹Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

²Саратовский государственный технический университет имени Ю.А. Гагарина

Предложена модификация метода расчета старшего показателя Ляпунова хаотических режимов колебаний по точечным процессам при наличии измерительного шума, влияющего на динамику системы, которая позволяет проводить проверку достоверности вычисляемых динамических характеристик. На примере модели Ресслера в режиме фазокогерентного хаоса рассмотрены особенности применения данного подхода к точечным процессам моделей «накопление–сброс» и «пересечение порога».

Ключевые слова: Колебания, хаос, показатели Ляпунова, точечные процессы.

Введение

Точечные процессы, в которых носителями информации о динамике системы являются времена появления характерных событий, встречаются во многих областях естествознания. Характерным примером служит динамика сенсорных нейронов и нейронных ансамблей, где последовательности стереотипных импульсов (спайков) отражают информацию о внешних стимулах [1]. Генерация точечных процессов осуществляется при превышении входным сигналом порогового уровня и сопровождается частичной потерей информации. Вследствие этого возникает вопрос о том, насколько достаточно информации, содержащейся в выходном сигнале, для описания различных особенностей сложной динамики на входе порогового устройства, преобразующего аналоговый сигнал в последовательность стереотипных импульсов? В контексте теории динамических систем этот вопрос может быть сформулирован следующим образом: какая информация о динамике системы может быть извлечена из последовательностей времен возврата в текущую Пуанкаре, и что произойдет, если текущая поверхность задана таким образом, что ее пересекают не все фазовые траектории? Какова минимальная информация, достаточная для корректной оценки количественных мер сложной динамики по точечным процессам, например, показателей Ляпунова?

В ранее проводившихся исследованиях [2–6] изучалась задача расчета метрических и динамических характеристик хаотических режимов динамики на входе

пороговых устройств, описываемых моделями «накопление–сброс» (НС) и «пересечение порога» (ПП), по выходным последовательностям межспайковых интервалов. Соответствующие расчеты проводились на основе реконструкции динамических систем по точечным процессам после предварительной обработки регистрируемых сигналов. Задача реконструкции по точечным процессам НС-модели является более простой, и ее решение базируется на строгих математических результатах, таких как теорема Зауэра [7], которая является расширением стандартной техники реконструкции на случай точечных процессов. Используя последовательность межспайковых интервалов НС-модели, можно восстановить нелинейное преобразование входного сигнала при условии высокой частоты генерации спайков [8, 9]. Это позволяет проводить расчеты обобщенных фрактальных размерностей и показателей Ляпунова, используя стандартные подходы [10, 11]. В случае ПП-модели задача усложняется, и до настоящего времени отсутствуют строгие обоснования возможности реконструкции, аналогичные теореме Зауэра. В работах [8, 12] качество реконструкции проверялось на основе численных исследований различных режимов динамики. Тем не менее, это позволило проводить корректную диагностику режимов сложных колебаний, включая переходы «хаос–гиперхаос», по сравнительно короткой выборке [13, 14].

Следует отметить, что предыдущие исследования акцентировали внимание исключительно на детерминированных режимах динамики на входе НС- и ПП-моделей. Случай наличия шума во входных сигналах не был рассмотрен, несмотря на то, что шум может оказывать существенное влияние на вычисляемые характеристики. Стандартный метод расчета показателей Ляпунова по временным рядам [11] позволяет частично игнорировать влияние шума за счет задания минимального допустимого расстояния между фазовыми траекториями, которое уменьшает эффект дополнительного их разбегания за счет случайных флуктуаций. Обоснованное задание такого порога для точечных процессов представляет более сложную задачу вследствие того, что при анализе последовательностей межспайковых интервалов спектральные методы не позволяют четко разделить компоненты, связанные с детерминированной динамикой и с флуктуациями.

В данной работе изучается проблема расчета старшего показателя Ляпунова λ_1 хаотических режимов автоколебаний по точечным процессам при наличии измерительного шума, не влияющего на динамику системы. Такая задача позволяет, например, смоделировать ситуацию, когда на вход порогового устройства поступает сумма полезного сигнала и шума сравнительно небольшой интенсивности, и детерминированная динамика является доминирующей. Обсуждается возможность вычисления λ_1 по коротким последовательностям межспайковых интервалов и предлагается метод проверки достоверности проводимых вычислений.

1. Модели пороговых устройств

К числу стандартных моделей, описывающих преобразование аналогового сигнала в последовательность стереотипных импульсов, относится НС-модель, применяемая при описании динамики нейронов [6]. НС-модель предусматривает интегрирование входного аналогового сигнала $S(t)$ до тех пор, пока величина интеграла не достигнет порогового значения θ . При достижении порога генерируется характерный импульс (спайк), и интеграл обнуляется. Математическое описание времен генерации спайков задается уравнением

$$\int_{T_i}^{T_{i+1}} S(t)dt = \theta. \quad (1)$$

Последовательность временных интервалов $I_i = T_{i+1} - T_i$ позволяет восстановить нелинейное преобразование входного сигнала при высокой частоте генерации спайков в соответствии с приближенным равенством

$$\int_{T_i}^{T_{i+1}} S(t)dt \simeq S(T_i)I_i \Rightarrow S(T_i) \simeq \frac{\theta}{I_i}. \quad (2)$$

Таким образом, существует возможность восстановить входной сигнал в моменты времени T_i . С уменьшением частоты генерации импульсов растет погрешность оценки значений $S(T_i)$, и этот эффект аналогичен добавлению шума к сигналу $S(t)$. Вследствие того, что выборка $S(T_i)$ характеризуется неравномерным шагом по времени, осуществляется интерполяция соответствующих значений, позволяющая ввести постоянный шаг дискретизации Δt .

Другой базовой моделью пороговых устройств является ПП-модель, которая описывает преобразование входного аналогового сигнала в последовательность стереотипных импульсов (спайков), которые генерируются, когда входной сигнал превышает пороговое значение θ [4]. При анализе хаотических режимов автоколебаний последовательность временных интервалов между достижениями порогового уровня представляет собой последовательность времен возврата в секущую Пуанкаре. Отметим, что последовательность межспайковых интервалов ПП-модели является более общим случаем, так как учитывает возможность задания секущей плоскости $S(t) = \theta$, которую будут пересекать не все фазовые траектории (при больших значениях θ).

2. Расчет старшего показателя Ляпунова по точечным процессам

Оценки показателей Ляпунова по временным рядам обычно проводятся на основе метода [11], который предусматривает реконструкцию фазового портрета, после чего оценивается средняя скорость экспоненциального разбегания траекторий. Учитывая то обстоятельство, что экспоненциальный закон справедлив в линейном приближении, при выходе за границы линейного подхода проводятся перенормировки, предусматривающие задание нового вектора возмущения, сохраняющего ориентацию в фазовом пространстве, но имеющего меньшую длину $r(t)$. Однако из-за конечного числа точек в фазовом пространстве реконструированной фазовой траектории неизбежно возникают ошибки ориентации перенормированного вектора возмущения, приводящие к недооценке величины λ_1 . На практике исследователю приходится искать компромисс между минимизацией длины вектора возмущения и ошибки его ориентации. Эти две цели не могут быть достигнуты одновременно, так как ограничение на величину ошибки ориентации уменьшает вероятность выбора оптимального значения нового вектора возмущения и приводит к частым перенормировкам, что оказывает влияние на точность проводимых вычислений. Эта проблема детально рассмотрена в работе [11], где применяются различные варианты перенормировок. При анализе детерминированной динамики оптимизация выбора вектора возмущения часто проводится по критерию минимальной ошибки ориентации, учитывая,

что длина вектора $r(t)$ не выходит за границу линейного приближения l_{\max} . При наличии шума ограничения на длину вектора задаются в виде диапазона $[l_{\min}, l_{\max}]$, где l_{\min} представляет собой пороговое значение, вводимое для того, чтобы избежать дополнительного разбегания близлежащих траекторий, индуцируемого шумом.

Метод [11] может использоваться при анализе точечных процессов. Для НС-модели он применяется к последовательности отсчетов $S(T_i)$ после ее интерполяции с постоянным шагом Δt [8]. В случае ПП-модели используется подход, основанный на аппроксимации усредненной мгновенной частоты [12]. Если T_i – времена пересечения порога θ входным сигналом $S(t)$, а I_i – последовательность межспайковых интервалов, то значения усредненной мгновенной частоты могут быть определены следующим образом:

$$\omega(T_i) = \frac{2\pi}{I_i}. \quad (3)$$

По аналогии с НС-моделью, дискретные отсчеты $\omega(T_i)$ интерполируются гладкой функцией для перехода к сигналу с равномерной выборкой по времени. Такой подход позволяет проводить корректную диагностику режимов хаотической и гиперхаотической динамики [9, 14].

В данной работе мы предлагаем модификацию метода расчета старшего показателя Ляпунова по точечным процессам при наличии шума, который состоит в построении зависимостей λ_1 от максимально допустимой ошибки ориентации α , то есть угла между векторами возмущения до и после перенормировки, при условии, что новое возмущение выбирается путем минимизации длины вектора в диапазоне $[l_{\min}, l_{\max}]$. Из общих соображений мы ожидаем, что большие ошибки ориентации приводят к недооценке величины λ_1 . Кроме того, очень малые значения α существенно уменьшают возможность выбора подходящего вектора возмущения, что приводит к выходу за границы линейного приближения и, как следствие, снова к уменьшению вычисляемого значения показателя. Как будет далее показано, оптимальное значение α , соответствующее максимуму зависимости $\lambda_1(\alpha)$, позволяет проводить более точную оценку старшего показателя Ляпунова по точечным процессам, а характер данной зависимости отражает уровень шума в анализируемом точечном процессе.

3. Результаты исследований

В качестве примера системы, демонстрирующей хаотическую динамику, была выбрана модель Ресслера, которая описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -y - z, \\ \frac{dy}{dt} &= x + ay, \\ \frac{dz}{dt} &= b + z(x - c). \end{aligned} \quad (4)$$

Для проведения исследований был рассмотрен режим фазокогерентного хаоса, наблюдающийся при следующих значениях управляющих параметров: $a = 0.15$,

$b = 0.2, c = 10.0$. В целях обеспечения высокой частоты генерации спайков в качестве входного сигнала выбиралось линейное преобразование первой координаты $S(t) = x(t) + 35$. Эффект шума учитывался путем добавления нормально распределенного случайного процесса, то есть сигнал на входе НС-модели задавался в виде $S(t) + D\xi(t)$.

Расчет старшего показателя Ляпунова проводился на основе метода [11] с использованием следующего варианта перенормировок: вектор возмущения выбирался с ошибкой ориентации, не превышающей α , при условии минимизации его длины в диапазоне $[l_{\min}, l_{\max}]$. Рис. 1 демонстрирует характерные зависимости $\lambda_1(\alpha)$ для порогового значения $\theta=5$ и различных интенсивностей шума D . В отсутствие шума данная зависимость имеет четко выраженный максимум в области сравнительно небольших значений α . Слева от максимума уменьшение значений старшего показателя Ляпунова связано с частыми перенормировками, так как для малых углов выбор вектора возмущения, длина которого находится вблизи нижней границы диапазона $[l_{\min}, l_{\max}]$, маловероятен. В результате этого приходится выбирать больший по модулю вектор возмущения, и значительно быстрее будет происходить выход за границы линейного подхода, что сопровождается недооценкой величины λ_1 . Справа от максимума $\lambda_1(\alpha)$ значения старшего показателя Ляпунова уменьшаются из-за возрастающей ошибки ориентации. Непосредственно в точке максимума зависимости $\lambda_1(\alpha)$ значение показателя приблизительно соответствует теоретически ожидаемому значению, вычисленному по уравнениям математической модели (4) с применением стандартного алгоритма [15]. Наличие оптимума зависимости $\lambda_1(\alpha)$ в области небольших значений α и последующий спад данной зависимости является маркером корректных оценок показателя Ляпунова λ_1 по точечным процессам НС-модели, что было подтверждено дополнительными исследованиями для разных режимов динамики модели (4) и при разных пороговых уровнях θ .

При добавлении слабого шума характер зависимости $\lambda_1(\alpha)$ меняется при больших значениях угла α : спадающее поведение $\lambda_1(\alpha)$ сменяется возрастанием величины показателя, начиная с некоторого значения α^* , которое зависит от уровня шума и от параметров алгоритма, таких как минимальное расстояние между фазовыми траекториями l_{\min} . С ростом интенсивности шума соответствующий наклон зависимости $\lambda_1(\alpha)$ увеличивается, а значение α^* приближается к оптимальному значению α_{\max} . Отметим, что данные выводы сделаны для случая, когда средний межспайковый интервал I_i не превышает $1/4$ характерного периода хаотических колебаний в соответствии с ограничениями, рассмотренными в работах [9, 13]. Полученные

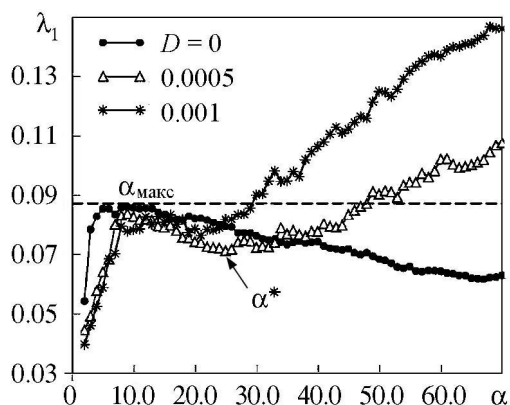


Рис. 1. Зависимости старшего показателя Ляпунова хаотического режима динамики системы Ресслера, вычисленные по последовательностям межспайковых интервалов НС-модели, от максимальной ошибки ориентации векторов возмущений при разных значениях интенсивности аддитивного шума. Здесь и далее значения α представлены в градусах, пунктир обозначает значение показателя, вычисленное по уравнениям системы (4) методом [15]. Здесь и далее расчеты проводились при значениях параметров алгоритма $l_{\min} = 0.01, l_{\max} = 0.1$ по последовательностям, содержащим 2000 межспайковых интервалов

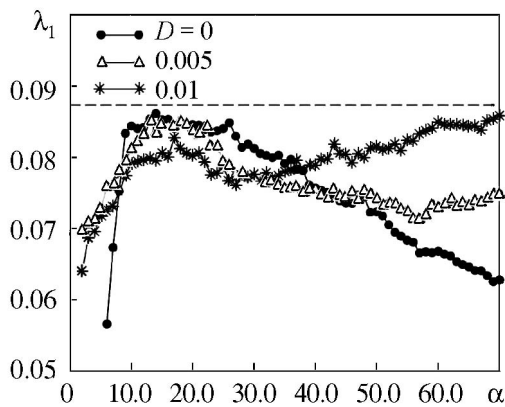


Рис. 2. Зависимости старшего показателя Ляпунова хаотического режима динамики системы Ресслера, вычисленные по последовательностям межспайковых интервалов ПП-модели, от максимальной ошибки ориентации векторов возмущений при разных значениях интенсивности аддитивного шума

на рис. 2. В отсутствие шума также наблюдается наличие оптимального значения угла α_{\max} , при котором значения старшего показателя Ляпунова приближаются к теоретически ожидаемой величине. Слева и справа от оптимума наблюдается спад показателя по аналогии с результатами, полученными для НС-модели. Добавление шума приводит к изменению характера соответствующей зависимости. Как и для НС-модели, с ростом интенсивности шума вначале меняется наклон $\lambda_1(\alpha)$ в области больших углов. При большой интенсивности шума оптимум зависимости $\lambda_1(\alpha)$ исчезает, и оценки старшего показателя Ляпунова по точечному процессу становятся недостоверными.

Заключение

В данной работе на примере модели Ресслера в режиме фазокогерентного хаоса исследовалась возможность расчета старшего показателя Ляпунова хаотических колебаний на входе пороговых устройств (модели «накопление–сброс» и «пересечение порога») по выходным последовательностям межспайковых интервалов в присутствии шума. Для НС-модели старший показатель сравнительно легко вычисляется при высокой частоте генерации спайков в случае детерминированной динамики. При наличии шума задача оценки величины показателя становится более сложной. Нами предложен подход для проверки достоверности проводимых вычислений в случае зашумленных данных, который предусматривает расчет зависимости старшего показателя Ляпунова λ_1 от максимально допустимой ошибки α ориентации (максимального угла между векторами возмущения до и после перенормировки). Наличие четко выраженного максимума соответствующей зависимости $\lambda_1(\alpha)$ является индикатором корректности проводимых расчетов. Аналогичный эффект наблюдается при расчете старшего показателя Ляпунова по точечным процессам ПП-модели. По-прежнему, обнаруживаются два информативных маркера: наличие оптимума зависимости $\lambda_1(\alpha)$ в области сравнительно небольших углов и изменение наклона $\lambda_1(\alpha)$

результаты качественно не зависят от таких параметров алгоритма, как l_{\min} , l_{\max} и объема выборки, однако варьирование этих параметров влияет на точность проводимых оценок, в частности, на величину α^* . Тем не менее общие закономерности, представленные на рис. 1, сохраняются.

Анализ межспайковых интервалов ПП-модели также проводился для модели (4) при условии, что в качестве входного сигнала была выбрана координата $x(t)$, а порог задан равенством $\theta = 0$. Для исследования эффекта влияния шума к последовательности межспайковых интервалов добавлялся нормально распределенный случайный процесс с интенсивностью D . Вычисленные зависимости $\lambda_1(\alpha)$ приведены

с ростом α при наличии шума в точечном процессе. Таким образом, предложенная модификация метода расчета старшего показателя Ляпунова может применяться для верификации проводимых оценок при анализе различных типов точечных процессов при наличии шума.

Отметим, что в данной работе представлены результаты исследований, проведенных на модели Ресслера. Однако, основываясь на данных предыдущих исследований [8,13,14] с использованием различных систем с хаотическим поведением (включая режимы развернутого хаоса и режимы хаотических и гиперхаотических колебаний в связанных автоколебательных системах), где в случае детерминированной динамики была показана эффективность методов реконструкции по точечным процессам, мы ожидаем, что для других моделей предложенная модификация метода также позволит проводить диагностику того, что исследуемая система является детерминированной маломерной системой с шумом, влияющим только на наблюдаемый точечный процесс (измерительный шум или шум наблюдений).

Проводимые исследования были поддержаны Российским научным фондом (Соглашение 14-12-00224).

Библиографический список

1. *Bialek W., Rieke F., De Ruyter van Steveninck R.R., and Warland D.* Reading a neural code // *Science*. 1991. Vol. 252. 1854.
2. *Sauer T.* Interspike interval embedding of chaotic signals // *Chaos*. 1995. Vol. 5. 127.
3. *Castro R. and Sauer T.* Correlation dimension of attractors through interspike intervals // *Phys. Rev. E*. 1997. Vol. 55. 287.
4. *Hegger R. and Kantz H.* Embedding of sequence of time intervals // *Europhys. Lett.* 1997. Vol. 38. 267.
5. *Castro R. and Sauer T.* Reconstructing chaotic dynamics through spike filters // *Phys. Rev. E*. 1999. Vol. 59. 2911.
6. *Racicot D.M. and Longtin A.* Interspike interval attractors from chaotically driven neuron models // *Physica D*. 1997. Vol. 104. 184.
7. *Sauer T.* Reconstruction of dynamical system from interspike intervals // *Phys. Rev. Lett.* 1994. Vol. 72. 3911.
8. *Pavlov A.N., Sosnovtseva O.V., Mosekilde E., and Anishchenko V.S.* Extracting dynamics from threshold-crossing interspike intervals: Possibilities and limitations // *Phys. Rev. E*. 2000. Vol. 61. 5033.
9. *Pavlov A.N., Sosnovtseva O.V., Mosekilde E., and Anishchenko V.S.* Chaotic dynamics from interspike intervals // *Phys. Rev. E*. 2001. Vol. 63. 036205.
10. *Sauer T., Yorke J.A., and Casdagli M.* Embedology // *J. Stat. Phys.* 1991. Vol. 65. 579.
11. *Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., and Vastano J.A.* Determining Lyapunov exponents from a time series // *Physica D*. 1985. Vol. 16. 285.
12. *Janson N.B., Pavlov A.N., Neiman A.B., and Anishchenko V.S.* Reconstruction of dynamical and geometrical properties of chaotic attractors from threshold-crossing interspike intervals // *Phys. Rev. E*. 1998. Vol. 58. R4.

13. *Pavlov A.N., Pavlova O.N., Mohammad Y.K., and Kurths J.* Quantifying chaotic dynamics from integrate-and-fire processes // *Chaos*. 2015. Vol. 25. 013118.
14. *Pavlov A.N., Pavlova O.N., Mohammad Y.K., and Kurths J.* Characterization of the chaos–hyperchaos transition based on return times // *Phys. Rev. E*. 2015. Vol. 91. 022921.
15. *Benettin G., Galgani L., Giorgilli A., and Strelcyn J.M.* Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems and for Hamiltonian systems: A method for computing all of them // *Meccanica*. 1980. Vol. 15. 9.

Поступила в редакцию 8.11.2015

После доработки 7.12.2015

LARGEST LYAPUNOV EXPONENT OF CHAOTIC OSCILLATORY REGIMES COMPUTING FROM POINT PROCESSES IN THE NOISE PRESENCE

Y. K. Mohammad¹, A. N. Pavlov^{1,2}

¹Saratov State University

²Saratov State Technical University

We propose a modified method for computing of the largest Lyapunov exponent of chaotic oscillatory regimes from point processes at the presence of measurement noise that does not influence on the system's dynamics. This modification allow a verification to be made of the estimated dynamical characteristics precision. Using the Rössler system in the regime of a phase-coherent chaos we consider features of application of this method to point processes of the integrate-and-fire and the threshold-crossing models.

Keywords: Oscillation, chaos, Lyapunov exponents, point processes.

References

1. *Bialek W., Rieke F., De Ruyter van Steveninck R.R., and Warland D.* Reading a neural code // *Science*. 1991. Vol. 252. 1854.
2. *Sauer T.* Interspike interval embedding of chaotic signals // *Chaos*. 1995. Vol. 5. 127.
3. *Castro R. and Sauer T.* Correlation dimension of attractors through interspike intervals // *Phys. Rev. E*. 1997. Vol. 55. 287.
4. *Hegger R. and Kantz H.* Embedding of sequence of time intervals // *Europhys. Lett.* 1997. Vol. 38. 267.
5. *Castro R. and Sauer T.* Reconstructing chaotic dynamics through spike filters // *Phys. Rev. E*. 1999. Vol. 59. 2911.
6. *Racicot D.M. and Longtin A.* Interspike interval attractors from chaotically driven neuron models // *Physica D*. 1997. Vol. 104. 184.
7. *Sauer T.* Reconstruction of dynamical system from interspike intervals // *Phys. Rev. Lett.* 1994. Vol. 72. 3911.
8. *Pavlov A.N., Sosnovtseva O.V., Mosekilde E., and Anishchenko V.S.* Extracting dynamics from threshold-crossing interspike intervals: Possibilities and limitations // *Phys. Rev. E*. 2000. Vol. 61. 5033.

9. *Pavlov A.N., Sosnovtseva O.V., Mosekilde E., and Anishchenko V.S.* Chaotic dynamics from interspike intervals // *Phys. Rev. E.* 2001. Vol. 63. 036205.
10. *Sauer T., Yorke J.A., and Casdagli M.* Embedology // *J. Stat. Phys.* 1991. Vol. 65. 579.
11. *Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., and Vastano J.A.* Determining Lyapunov exponents from a time series // *Physica D.* 1985. Vol. 16. 285.
12. *Janson N.B., Pavlov A.N., Neiman A.B., and Anishchenko V.S.* Reconstruction of dynamical and geometrical properties of chaotic attractors from threshold-crossing interspike intervals // *Phys. Rev. E.* 1998. Vol. 58. R4.
13. *Pavlov A.N., Pavlova O.N., Mohammad Y.K., and Kurths J.* Quantifying chaotic dynamics from integrate-and-fire processes // *Chaos.* 2015. Vol. 25. 013118.
14. *Pavlov A.N., Pavlova O.N., Mohammad Y.K., and Kurths J.* Characterization of the chaos–hyperchaos transition based on return times // *Phys. Rev. E.* 2015. Vol. 91. 022921.
15. *Benettin G., Galgani L., Giorgilli A., and Strelcyn J.M.* Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems and for Hamiltonian systems: A method for computing all of them // *Meccanica.* 1980. Vol. 15. 9.



Ясир Халаф Мохаммад родился в 1979 году в Багдаде (Ирак). Окончил физический факультет университета Тикрита, получив степени бакалавра (2002) и магистра (2005). Работал преподавателем факультета естественных наук университета Тикрита. В настоящее время обучается в аспирантуре Саратовского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского на кафедре радиофизики и нелинейной динамики. Опубликовал в соавторстве несколько научных статей. Область научных интересов – нелинейная динамика, анализ структуры сигналов.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
 E-mail: yasirkhalaf@yahoo.com



Павлов Алексей Николаевич – родился в Саратове (1973). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского (1995). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата (1998) и доктора (2009) физ.-мат. наук. Заведующий кафедрой «Электротехника и электроника» Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А. Профессор кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ. Область научных интересов: сложная динамика нелинейных систем, анализ структуры сигналов, приложения радиофизических методов в биологии и медицине. Автор более 150 научных статей, 8 монографий и учебных пособий.

410054 Саратов, ул. Политехническая, 77
 Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.
 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
 E-mail: pavlov.alexeyn@gmail.com