



ФОРМИРОВАНИЕ ДИССИПАТИВНЫХ СТРУКТУР В АКУСТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

И.П. Завершинский, Е.Я. Коган, Н.Е. Молевич

Рассмотрены неравновесные газовые и плазменные среды с отрицательной вязкостью. Такие релаксационные среды являются акустически неустойчивыми. Особенностью их нелинейной динамики является взрывной характер неустойчивости. Стабилизация этой неустойчивости описывается эволюционными уравнениями, полученными с точностью до величины третьего порядка малости по параметру диссипации. Исследованы стационарные структуры в колебательно-возбужденном газе и в токовой слабоионизованной плазме.

В термодинамически неравновесных средах в зависимости от типа и уровня неравновесности может выполняться релеевский критерий неустойчивости звука [1] – определенные фазовые соотношения между возмущением плотности газа и источника энергии, в качестве которого выступают релаксирующие в поле волны неравновесно-возбужденные степени свободы среды. Установление этих соотношений (положительной обратной связи) означает обращение (смену знака) коэффициента релаксационной вязкости [2–4].

Релаксационная вязкость ζ характеризует диссипативные процессы, связанные с конечным временем установления параметров среды при сжатии или разрежении в звуковой волне. В общем случае для изотропной среды с линейной дисперсией вклад в релаксационную вязкость дают как пространственно-локальные процессы с конечным временем релаксации (вторая вязкость, излучательная теплопроводность [5]), так и нелокальные процессы (например, диффузия [6]).

Особенность нелинейных структур в активных средах с отрицательной релаксационной вязкостью состоит в том, что обычно их неустойчивость носит взрывной характер [2,7] и ее нельзя исследовать в режимах уравнений, полученных во втором порядке амплитудной теории возмущения, т.е. уравнений типа Бюргерса или Кортевега – де Вриза – Бюргерса.

В [4, 8–10] показано, что в случае одного релаксационного процесса с характерным временем τ нелинейную динамику малых, но конечных газодинамических возмущений, можно описать с точностью до величин третьего порядка малости с помощью базовых уравнений, сохраняющих с точностью до обозначений свою форму независимо от типа неравновесности среды.

При $\tau/\tilde{T} \sim \theta \ll 1$ или $\tau/\tilde{T} \sim \theta^{-1} \gg 1$ ($\tilde{T}^{-1} \sim \partial \ln \rho / \partial t$ – характерный период возмущения) эти уравнения соответственно имеют вид:

$$\rho_y = \beta_0 \rho_{\zeta\zeta\zeta} + \mu \rho_{\zeta\zeta} + k_1 \rho \rho_{\zeta\zeta} + k_2 \rho_{\zeta\zeta}^2 - \Psi_0 \rho \rho_{\zeta} + k_3 \rho_{\zeta}^3, \quad (1)$$

$$\rho_y = \beta_\infty \int \rho d\zeta + \mu_\infty \rho_{\zeta\zeta} + k_{1\infty} \rho \rho_{\zeta\zeta} + k_{2\infty} \rho_{\zeta\zeta}^2 - \Psi_\infty \rho \rho_\zeta + k_{3\infty} \rho_\zeta^3 - \Psi_\infty \alpha_\infty \rho_\zeta \int \rho d\zeta - \alpha_\infty U_\infty \rho - \nu \rho^2, \quad (2)$$

где ρ, ρ_0 – возмущение плотности газа и ее стационарное значение ($\rho/\rho_0 \sim \theta$); $y = \theta t$; $\zeta = x - U_s t$; U_s – скорость звука, причем в (1) $U_s = U_0$, в (2) $U_s = U_\infty$; $U_0 = (T_0 C_{p0}/C_{v0} M)^{1/2}$ – скорость низкочастотного звука; $U_\infty = (T_0 C_{p\infty}/C_{v\infty} M)^{1/2}$ – скорость высокочастотного звука; T_0 – температура газа; M – молекулярная масса; $C_{p0}, C_{p\infty}$ и $C_{v0}, C_{v\infty}$ – теплоемкости при постоянном давлении и объеме в низкочастотном и высокочастотном пределе.

Для колебательно – возбужденного газа со степенью неравновесности S имеем

$$C_{p0} = C_{p\infty} + C_k + S/(\hat{\tau}_0 - \check{\tau}_0), \quad C_{v0} = C_{v\infty} + C_k + S \hat{\tau}_0.$$

Для среды с источником тепловыделения, мощность которого $Q(T, \rho)$ [3]

$$C_{p0} = \check{Q} - \hat{Q}, \quad C_{v0} = -\hat{Q},$$

где $A = \partial \ln \hat{A} / \partial \ln T_0$, $\check{A} = \partial \ln A / \partial \ln \rho_0$ для любой величины A здесь и далее; C_k – колебательная теплоемкость; β_0, β_∞ – коэффициенты низкочастотной и высокочастотной дисперсии.

Коэффициенты вязкости в уравнениях (1) и (2) имеют стандартный вид:

$$\mu = [4\eta/3 + \varkappa(1/C_{v0} - 1/C_{p0}) + \zeta_0]/2\rho_0,$$

$$\mu_\infty = [4\eta/3 + \varkappa(1/C_{v\infty} - 1/C_{p\infty})]/2\rho_0,$$

где η, \varkappa – коэффициенты сдвиговой вязкости и теплопроводности.

Коэффициенты высокочастотной квадратичной и кубичной нелинейности имеют вид

$$\Psi_\infty = U_\infty (\gamma_\infty + 1)/2\rho_0, \quad k_{3\infty} = \Psi_\infty (1 - 0,5\Psi_\infty \rho_0/U_\infty)/3\rho_0,$$

где $\gamma_\infty = C_{p\infty}/C_{v\infty}$. Коэффициент диссипации (поглощения при $\zeta_0 > 0$, усиления при $\zeta_0 < 0$) в высокочастотном пределе запишем как

$$\alpha_\infty = \zeta_0 C_{v0}^2 / 2 C_{v\infty}^2 \tau^2 U_\infty^3 \rho_0,$$

где $\zeta_0 = \rho_0 \tau (U_\infty^2 - U_0^2) C_{v\infty} / C_{v0}$ – низкочастотный коэффициент второй вязкости.

Коэффициенты $k_1, k_2 \sim \mu$; $k_{1\infty}, k_{2\infty} \sim \mu_\infty$; $\nu \sim \zeta_0 / \tau_0^2$ – соответствуют нелинейной вязкости; коэффициенты Ψ_0, k_3 зависят от степени неравновесности среды (в отличие от высокочастотных коэффициентов $\Psi_\infty, k_{3\infty}$).

Уравнение (1), записанное для стационарных волн в автомодельной переменной ($z = \zeta - Wy$, где W – скорость волны), имеет достаточно простой вид [8]:

$$\rho_{zz} + (\mu/\beta + K_1 \rho) \rho_z + W\rho/\beta + K_2 \rho^2 + K_3 \rho^3 = 0, \quad (3)$$

где $K_1 = 2k_1/\beta$; $K_2 = -\Psi_0/2\beta - k_1 W/2\beta\mu \approx -\Psi_0/2\beta$; $K_3 = (k_3 + \Psi_0 k_1/3\mu)/\beta$. Оно аналогично уравнению движения частицы в потенциальном поле $\Pi = W\rho^2/2\beta + K_2\rho^3/3 + K_3\rho^4/4$ при наличии нелинейного трения $f = (\mu/\beta + K_1\rho)$. Вид потенциала Π и коэффициента нелинейного трения f зависит от характера и степени неравновесности. Например, в условиях, рассмотренных в работе [8], в смеси атмосферного давления $\text{CO}_2 : \text{N}_2 : \text{He} = 1 : 2 : 3$, при $E = 0.01 \text{ Дж/см}^3$ ($S \sim 0.1$), где E – удельный энерговклад в колебательные степени свободы, $\mu < 0$, $\beta < 0$, $\Psi_0 > 0$, $K_1 < 0$, $K_2 > 0$, $K_3 > 0$. Коэффициент нелинейного трения при этом знакопеременен, а зависимость потенциала от нормированного возмущения плотности газа приведена на рис. 1.

Исследуем решение (3) на фазовой плоскости ($\bar{X}_2 = \rho_0^{-1} d\rho/dz$, $\bar{X} = \rho/\rho_0$), ограничиваясь возмущениями сжатия ($\rho > 0$). Вклад в потенциал слагаемого с коэффициентом $K_3 > 0$ несуществен и минимуму потенциала соответствует $\bar{X} = X_0 = W/\rho_0|\beta|K_2$.

Если $X_0 < X_{кр} - X^*$, где $X_{кр} = -\mu/\beta K_1 \rho_0$, $X^* = 2(W|\beta|)^{1/2}/K_1 \beta \rho_0$, трение положительно в пределах потенциальной ямы и «частица» падает на дно ямы ($\bar{X} = X_0$). График стационарного решения, соответствующего такому движению «частицы», приведен на рис. 2, а (кривая 1). Оно аналогично неустойчивому стационарному решению,

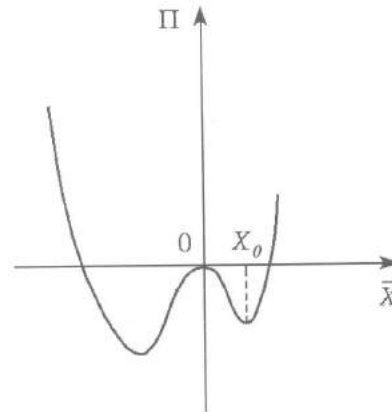


Рис. 1

полученному для уравнения Бюргерса с $\mu < 0$ [7]. Если $X_{кр} - X^* < X_0 < X_{кр}$, то падение частицы на дно ямы сопровождается осцилляциями (рис. 2, а, кривая 2). Стационарное решение тоже неустойчиво. Для скоростей волны W таких, что $X_0 > X_{кр}$, трение f становится знакопеременным. Это сопровождается появлением на фазовой плоскости предельного цикла и соответствующего ему автоколебательного режима.

С ростом W цикл приближается к сепаратрисе, а вид стационарных волн – к кноидальным волнам (рис. 2, б, кривая 1). При некотором значении $W = W_c$ (аналитически W_c определить не удастся) рождается сепаратриса и возможно существование уединенной несимметричной волны с амплитудой $\bar{X} \approx 1.5X_0$ (рис. 2, б, кривая 2).

Асимметрия уединенной волны следует из асимптотик уравнения (3) ($\rho(z \rightarrow \infty) \sim \exp \lambda_1 z$, $\rho(z \rightarrow -\infty) \sim \exp \lambda_2 z$):

$$\lambda_{1,2} = -\frac{\mu}{2\beta} \pm \sqrt{\frac{\mu^2}{4\beta^2} + \frac{W}{|\beta|}}. \quad (4)$$

Так как $\lambda_2 < |\lambda_1|$, то передний фронт волны будет более крутым.

При дальнейшем увеличении W происходит разрушение сепаратрисы и появление фазовой траектории, соответствующей ударной волне с амплитудой X_0 и осцилляциями на фронте (рис. 2, в, кривая 1). Наконец, при еще больших скоростях, когда $X_0 > X_{кр} + X^*$ (в указанной смеси при $W > 0.6$), фронт ударной

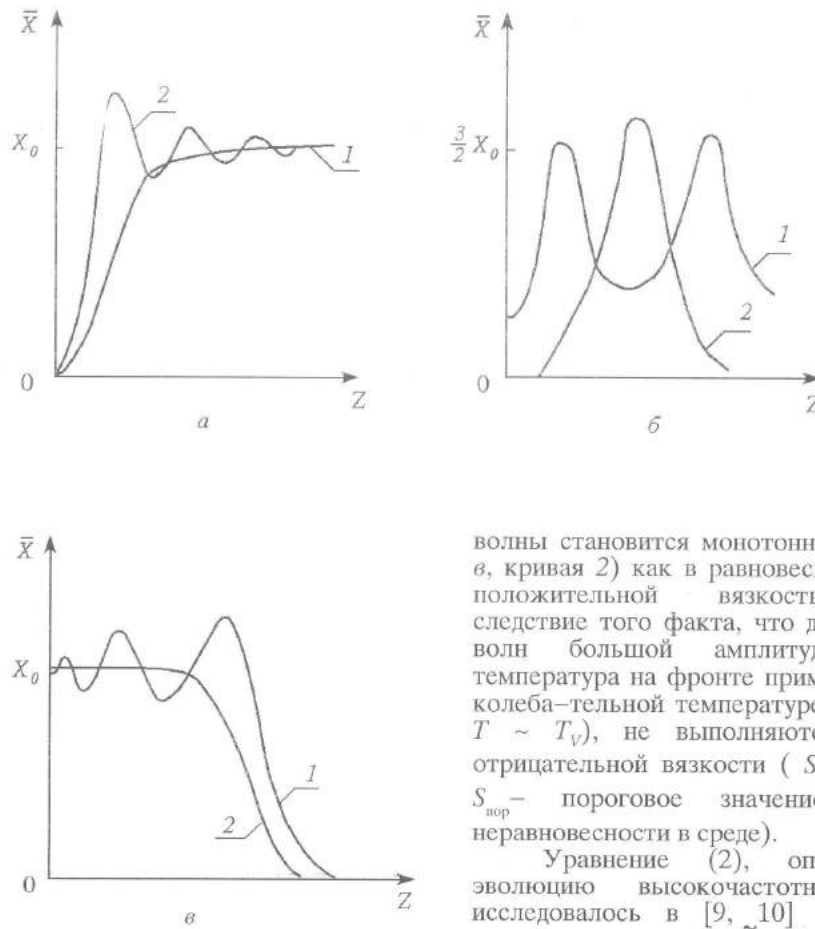


Рис. 2

вязкость и диссипацию, с точностью до величин третьего порядка малости можно пренебречь. Стационарные высокочастотные волны при $\zeta_0 < 0$ описываются уравнением типа Ван-дер-Поля:

$$\mu_\infty \rho_{zz} + (W + K_{2\infty} \rho + K_{3\infty} \rho^2) \rho_z + |\alpha_\infty| U_\infty \rho = 0 \quad (5)$$

где $K_{2\infty} = \Psi_\infty (1 - 1.5W/U_\infty) \approx \Psi_\infty$; $K_{3\infty} = K_3 (S=0, C_k=0) = -U_\infty (\gamma_\infty^2 - 1)/4\rho_0^2$.

Заметим, что коэффициент $K_{3\infty}$ не зависит от μ_∞ . Однако для получения однозначного вида кубичной нелинейности формально необходимо удерживать даже малые слагаемые с нелинейной вязкостью [11].

До сих пор исследовались среды с одним релаксационным процессом. Можно ли уравнения (1), (2) применять при исследовании нелинейной динамики такой многопараметрической среды, какой является плазма?

В [12] подробно исследована акустическая неустойчивость частично ионизованной атомарной плазмы, найдена вторая вязкость и условия ее обращения в различных режимах. Опираясь на эти результаты, рассмотрим механизмы формирования плазменно-акустических структур.

Будем описывать динамику атомарного частично ионизованного газа в постоянном электрическом поле в следующей модели:

$$\partial n_e / \partial t + \operatorname{div}(n_e V_e) = K_i n_e N - K_r n_e^2, \quad (6)$$

$$1.5 \delta (n_e T_e) / \partial t + 1.5 V_e \nabla (n_e T_e) + 2.5 n_e T_e \operatorname{div} V_e = j_e E - 1.5 n_e \delta v_e T_e + \alpha_e \Delta T_e, \quad (7)$$

$$\operatorname{div} j = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho V) = 0 \quad (9)$$

$$\rho \partial V / \partial t + (\nabla \nabla) V = -\nabla P - \nabla(n_e T_e) + \eta \Delta V + \eta \nabla \operatorname{div} V / 3, \quad (10)$$

$$C_{V\infty} \rho \partial T / \partial t - T \partial \rho / \partial t = 1.5 n_e \delta v_e T_e M - I + M \alpha_e \Delta T + \eta M \partial V^i / \partial x_k [\partial V^i / \partial x_k + \partial V^k / \partial x_i] + (2/3) \delta_{ik} \partial V^i / \partial x_j], \quad (11)$$

$$P = \rho T / M, \quad (12)$$

где n_e – плотность электронов; $V_{e,i}$ – скорости электронов и ионов; K_i, K_r – константы скорости рекомбинации и ионизации; T_e – температура электронов; $j_e = -en_e V_e$ – электронная компонента тока; E – напряженность электрического поля; δ – коэффициент передачи электронной энергии; v_e – частота электрон-нейтральных соударений; α_e – коэффициент электронной теплопроводности; $j = -en_e V_e + en_e V^i$ – плотность тока; V – скорость нейтральной компоненты; V^i, V^k – компоненты вектора V ; x_i, x_k – компоненты радиус-вектора R ; δ_{ik} – символ Кронекера; $\delta v = 2m/M$ (m – масса электрона); I – мощность теплоотвода (для простоты полагалось, что I не зависит от ρ, T).

Введем параметр $\eta_e = n_e M / \rho$ – степень ионизации плазмы и далее используем условия $S_e = T_e / T_0 \gg 1, S_e \eta_e \ll 1$, характерные для слабоионизованной плазмы тлеющего разряда.

Приведенная модель использовалась при изучении акустической устойчивости плазмы в [12]. Согласно этой модели в атомарной плазме можно выделить следующие степени свободы, время релаксации которых τ_i имеет масштаб примерно равный ω^{-1} (ω – частота акустических волн): трансляционную энергию электронов, степень ионизации η_e и джоулевый нагрев газа. Релаксация этих параметров формирует эффективные релаксационные вязкость, дисперсию, нелинейность, а также характерные соответствующие им релаксационные времена: $\tau_T = (\delta v_e)^{-1}$ – время передачи энергии электронов при соударениях, $\tau_r = (K_r n_e)^{-1}$ – время диссоциативной рекомбинации как масштаб времени релаксации степени ионизации, $\tau_n = \delta v S_e \eta_e / \delta \tau_T$ – время нагрева газа.

Ограничимся случаем, когда нет процессов с $\tau / \tilde{T} \sim 1$, т.е. $\tau_i / \tilde{T} \sim (\tau_i / \tilde{T})^{-1} \sim \theta \ll 1$, где i – нумерует низкочастотные процессы, j – высокочастотные. В этих условиях можно ввести низкочастотный α_0 и высокочастотный α_∞ коэффициенты диссипации [12], представляющие собой сумму коэффициентов, каждый из которых обусловлен релаксационной вязкостью, задаваемой конкретным механизмом. Среды с многопараметрической релаксацией при $\tau / \tilde{T} \sim 1$ рассмотрены в [4], где показано, что коэффициенты диссипации и релаксационной вязкости теряют свойство аддитивности.

Представим возмущения параметров плазмы и газа в акустической волне в таком виде:

$$\rho = \theta \rho^{(1)} + \theta^2 \rho^{(2)}, \quad n_e = \theta n_e^{(1)} + \theta^2 n_e^{(2)}, \quad (13)$$

аналогично – для возмущений всех других параметров газа и плазмы.

Связи между величинами первого порядка следуют из линеаризованной модели (6)–(12):

$$\begin{aligned} \nabla^{(1)}/U_\infty &= \rho^{(1)}/\rho_0; \quad P^{(1)}/P_0 = \gamma_\infty \rho^{(1)}/\rho_0; \\ \frac{T_e^{(1)}}{T_{e0}} &= \begin{cases} 0 & \tau_r/\tilde{T} \gg 1 \\ -2\rho^{(1)}/\rho_0 B, & \tau_r/\tilde{T} \ll 1, \tau_r/\tilde{T} \gg 1 \\ -2\rho^{(1)}/(B + 2\bar{K}_i \cos^2 \varphi) \rho_0; & \tau_r/\tilde{T} \ll 1, \tau_r/\tilde{T} \ll 1 \end{cases} \\ \frac{n_e^{(1)}}{n_{e0}} &= \begin{cases} \rho^{(1)}/\rho_0, & \tau_r/\tilde{T} \gg 1 \\ \rho^{(1)}/\rho_0, & \tau_r/\tilde{T} \ll 1, \tau_r/\tilde{T} \gg 1 \\ \rho^{(1)}[B + 2\bar{K}_i(\cos^2 \varphi - 1)] & \\ \rho_0(B + 2\bar{K}_i \cos^2 \varphi) & \tau_r/\tilde{T} \ll 1, \tau_r/\tilde{T} \ll 1 \end{cases} \end{aligned}$$

где $B = 1 + \bar{\delta} v_e + (1 - 2\cos^2 \varphi) \bar{v}_e$, φ – угол между направлением распространения возмущения и скорости электронного дрейфа V_{e0} ; для любого A обозначено $\bar{A} = \partial \ln A / \partial \ln T_{e0}$. Ниже будем рассматривать возмущения распространяющиеся только вдоль электронного дрейфа ($\varphi = 0$), тогда систему уравнений (6) – (12) можно переписать в одномерном виде для пространственной переменной x .

Подставляя (13) в эту одномерную систему и используя связи между величинами первого порядка, получим с помощью метода медленно изменяющегося профиля (метод Хохлова) в системе координат $y = \theta t$, $\zeta = x - U_\infty t$ уравнение с точностью до величин $\sim \theta^2$

$$\rho_y = \mu \rho_{\zeta\zeta} - \Psi_\infty \rho \rho_\zeta - \alpha_\infty U_\infty \rho. \quad (14)$$

Здесь Ψ_∞ совпадает с коэффициентом в формуле (2), в величину μ дают вклад все релаксационные процессы с $\tau_j/\tilde{T} \sim \theta$,

$$\mu = [4\eta/3 + \alpha(1/C_{V\infty} - 1/C_{p\infty})]/2\rho_0 + \sum_i \mu_{ik}^i,$$

а в α_∞ – все релаксационные процессы с характерными временами $\tau_j/\tilde{T} \sim \theta^{-1}$,

$$\alpha_\infty = \sum_j \alpha_\infty^{oj} \mu_{ln}^j,$$

$$\text{где } \mu_{ik}^i = \frac{\tau_i C_{Vi}}{2C_{Vk}} (U_{sl}^2 - U_{sk}^2), \quad \alpha_\infty^{oj} \mu_{ln}^j = \frac{\mu_{ln}^j C_{Vn}^2}{\tau_j^2 U_{sl}^3 C_{Vi}^2}, \quad U_{sl} = (C_{pi} T_0 / C_{Vi} M)^{1/2}.$$

Значения этих коэффициентов в различных режимах существования слабоионизованной плазмы получены в [12].

Знаки коэффициентов μ и α_∞ зависят от параметров плазмы и спектра газодинамического возмущения, обуславливая различные возможные решения уравнения (14).

При $\alpha_\infty = 0$ уравнение (14) суть уравнения Бюргера. Оно описывает затухание газодинамического возмущения конечной площади при $M > 0$ и его коллапс при $\mu < 0$ [2, 7].

При $\alpha_\infty \neq 0$ уравнение (14) является уравнением Бюргера с источником. Если $\mu > 0$, $\alpha_\infty > 0$, газодинамическое возмущение затухает, при $\mu < 0$, $\alpha_\infty < 0$ – неограниченно нарастает.

Широко исследовался случай, когда $\mu > 0$, $\alpha_\infty < 0$. Согласно [13] при таких

знаках коэффициентов диссипации уравнение (14) является эталонным в теории активных сред. Оно было получено, например, в химически активной среде [14], колебательно-возбужденном газе [8], в средах с произвольным источником тепловыделения, мощность которого зависит от плотности [10].

В [13] показано, что ограниченные стационарные решения уравнения (14) при $\mu > 0$, $\alpha_\infty < 0$ обязательно периодические. Нестационарные периодические волны в такой среде затухают при $\tilde{T}^{-1} > (\alpha_\infty U_\infty^3/\mu)^{1/2}$ и нарастают до конечной амплитуды при $\tilde{T}^{-1} < (\alpha_\infty U_\infty^3/\mu)^{1/2}$. При $\tilde{T}^{-1} \ll (\alpha_\infty U_\infty^3/\mu)^{1/2}$ это нарастание, связанное с инкрементом α_∞ , приводит к сильному искажению профиля волны, вплоть до образования крутых фронтов, где уже существенно диссипация, определяемая коэффициентом μ . В результате диссипации энергии на фронте происходит стабилизация профиля – установление стационарной нелинейной пилообразной волны с безразмерной амплитудой $X_0 \sim \pi \alpha_\infty U_\infty \tilde{T}$ и шириной фронта, пропорциональной $\mu/X_0 U_\infty$. В пределах применимости уравнения (14) стационарная волна распространяется только со скоростью звука ($W=0$), причем эта волна оказывается неустойчивой по отношению к длинноволновым возмущениям, приводящим к установлению волны с максимально возможным периодом. Согласно [13] в реальной ситуации этот период может определяться как начальными, так и граничными условиями. Заметим, что для таких длинноволновых возмущений ($\tau_j/\tilde{T} \leq 1$) отрицательная релаксационная вязкость будет давать вклад уже не в α_∞ , а в μ и при $\mu < 0$ устойчивых стационарных волн вообще не будет. Насыщение неустойчивости при $\mu < 0$ возможно в следующем приближении теории возмущения, учитывающем нелинейность вязкости и кубичную нелинейность. Этот учет приводит к уравнению типа (1), подробно рассмотренному выше.

При $W \neq 0$, $\mu > 0$, $\alpha < 0$ возмущения, описываемые уравнением (14), будут неограниченно возрастать и необходимо учитывать величины более высокого порядка малости.

Согласно [12] основной вклад в акустический коэффициент усиления в слабоионизованной плазме вносит джоулевый нагрев с характерным временем τ_H . Для простоты изложения будем полагать: $(\tau_r/\tilde{T})^{-1} \sim \theta^2$; $\eta, \kappa \sim \theta^2$; $\tau_r/\tilde{T} \sim \theta^2$; $(\tau_H/\tilde{T})^{-1} \sim \theta$; $\rho/\rho_0 \sim \theta$.

В этом случае с точностью до величин $\sim \theta^3$ диссипация, связанная с релаксацией степени ионизации, электронной температуры, сдвиговой вязкостью и теплопроводностью, будет по-прежнему линейной, а диссипация, связанная с релаксацией источника (джоулевый нагрев), – нелинейной.

Подставим в уравнения (6) – (12) возмущения в виде

$$\rho = \theta \rho^{(1)} + \theta^2 \rho^{(2)} + \theta^3 \rho^{(3)}, \quad (15)$$

$$n_e = \theta n_e^{(1)} + \theta^2 n_e^{(2)} + \theta^3 n_e^{(3)} \text{ и т.д.}$$

Связи между величинами второго порядка малости в координатах $y = \theta t$, $\zeta = x - U_\infty t$, следующие из исходной системы уравнений, имеют в указанных пределах вид

$$\begin{aligned} \frac{V^{(2)}}{U_\infty} &= \frac{\rho^{(2)}}{\rho_0} + \frac{\alpha_\infty}{\rho_0} \int \rho^{(1)} d\zeta - \frac{(1 - \Psi_\infty \rho_0 / 2U_\infty) \rho^{(1)2}}{\rho_0^2}, \\ \frac{P^{(2)}}{P_0} &= \frac{U_\infty^2 \rho^{(2)}}{P_0} + \frac{2\alpha_\infty U_\infty^2}{P_0} \int \rho^{(1)} d\zeta - \left(1 - \frac{\Psi_\infty \rho_\infty}{U_\infty}\right) \frac{U_\infty^2}{P_0 \rho_0} \rho^{(1)2}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\frac{n_e^{(2)}}{n_{e0}} = \frac{\rho^{(2)}}{\rho_0}, \quad \frac{T_e^{(2)}}{T_{e0}} = -\frac{2\rho^{(2)}}{B\rho_0} + \left[4\frac{(\bar{v}_e - \delta\bar{v}_e - \bar{\delta}\bar{v}_e)}{B^3} - \frac{1}{B} + \frac{4(1 + \delta\bar{v}_e)}{B} \right] \frac{\rho^{(1)2}}{\rho_0^2}.$$

После подстановки этих соотношений в исходную систему уравнений с помощью стандартных преобразований получим с точностью до величин $\sim \theta^3$ следующее уравнение, описывающее эволюцию волн плотности

$$\rho_y = \beta_\infty \int \rho d\zeta + \mu \rho_{\zeta\zeta} - \Psi_\infty \rho \rho_\zeta + k_{3\infty} \rho_\zeta^3 - \Psi_\infty \alpha_\infty \rho_\zeta \int \rho d\zeta - \alpha_\infty U_\infty \rho - \nu \rho^2, \quad (17)$$

где $\beta_\infty = 1.5\alpha_\infty^2 U_\infty$, $\mu = (4\eta/3 + \alpha/C_{V\infty} C_{p\infty})/2\rho_0 + \mu_{2r}^T$.

В обычных экспериментальных условиях слабоионизованной плазмы $\mu > 0$; $\alpha_\infty = \alpha_{r0}^{\text{от}} + \alpha_{r1}^{\text{ин}}$ (значения коэффициентов, условия их обращения найдены в [12]),

$$\nu = (-5\Psi_\infty/4 + 2U_\infty/\rho_0)\alpha_{r1}^{\text{ин}} - \{(1 + \bar{v}_e)[-3/B + 4(\bar{v}_e - \delta\bar{v}_e - \bar{\delta}\bar{v}_e)/B^3 + 4/B^2 + 4\delta\bar{v}_e/B^2] + 4(\bar{v}_e + \bar{v}_e)/B^2\}/2\tau_n C_{p\infty} \rho_0;$$

$\bar{A} = T_e^2(\partial^2 A/\partial T_e^2)/2A$ для любой величины A . Остальные коэффициенты совпадают при $S_e \eta_e \ll 1$ с соответствующими коэффициентами в уравнении (2).

Уравнение (17) значительно упрощается при $B = 2(1 + \bar{v}_e) \pm \theta$. Тогда $\alpha_\infty \sim \theta^2$ и интегральными слагаемыми можно пренебречь. Стационарная форма этого уравнения такова:

$$\mu \rho_{zz} + (W - \Psi_\infty \rho + 3K_{3\infty} \rho^2) \rho_z - \alpha_\infty U_\infty \rho - \nu \rho^2 = 0, \quad (18)$$

где $z = x - Wy$, $K_{3\infty} \approx -U_\infty(\gamma_\infty^2 - 1)/4\rho_0^2$ как и в (5) (при нахождении $K_{3\infty}$ учтено замечание, сделанное после уравнения (5)).

В акустически неустойчивой по линейному приближению среде $\alpha_\infty < 0$, а коэффициент нелинейной диссипации может быть как отрицательным (нелинейное усиление), так и положительным (нелинейное поглощение).

При $\alpha_\infty < 0$, $\nu < 0$ уравнение (18) является уравнением Ван-дер-Поля с кубическим потенциалом и при $W > 0$ возможно существование предельного цикла и соответствующего ему автоколебательного режима.

При $\alpha_\infty < 0$, $\nu > 0$ уравнение (18) на фазовой плоскости $(\bar{X}_z, \bar{X} = \rho/\rho_0)$ имеет две особые точки: $(0,0)$ и $(0, |\alpha_\infty| U_\infty/\nu \rho_0)$. Вторая точка всегда седло, а тип первой определяется величиной параметра W (скоростью стационарной волны). При $W = 0$ это — центр и стационарные волны аналогичны получаемым на основе уравнения (14) волнам, распространяющимся со скоростью звука. Наличие нелинейного поглощения с коэффициентом ν приводит к появлению стационарных структур иного вида. При $0 < W < 2\sqrt{|\alpha_\infty| U_\infty}$ особая точка $(0,0)$ является устойчивым фокусом, а при $W > 2\sqrt{|\alpha_\infty| U_\infty}$ — устойчивым узлом. Соответствующие структуры имеют вид ударных волн с осцилляциями на фронте в первом случае и монотонным фронтом — во втором. Амплитуда ρ ударной волны в плазме равна $|\alpha_\infty| U_\infty/\nu$ в отличие от амплитуды слабой ударной волны в газе, пропорциональной $2W/\Psi_\infty$.

Акустическая устойчивость плазмы относительно волн бесконечно малой амплитуды не означает того же для волн конечной амплитуды. Затухание звука в линейном приближении ($\alpha_\infty > 0$) и неустойчивость в нелинейном ($\nu < 0$) возможны, так как с ростом глубины модуляции плотности нейтральной компоненты плазмы растет степень сфазированности возмущений T_e и ρ , т.е. уменьшается отрицательная обратная связь между ними. Это, в свою очередь, объясняется тем,

что с ростом глубины модуляции (амплитуды волны) существенными становятся эффекты расширения локально нагретых областей плазмы в минимумах плотности газа. Эти эффекты расширяют область акустической неустойчивости плазмы.

При $\alpha_\infty > 0, \nu < 0$ решением уравнения (18) являются в области $\rho > 0$ структуры, аналогичные структурам исследуемого уравнения (3), поскольку слагаемые с коэффициентом $K_{3\infty} < 0$ не играют в уравнениях (3) и (18) определяющей роли. Поправки, связанные с ними, легко учесть. Если ими пренебречь, можно воспользоваться результатами уже проведенного анализа (см. рис.2), имея ввиду теперь, что $X_0 \equiv |\alpha_\infty| U_\infty / \rho_0 \nu$, $X_{кр} \equiv W / \Psi_\infty \rho_0$, $X^* \equiv 2\sqrt{\alpha_\infty} U_\infty \mu / \Psi_\infty \rho_0$.

Несмотря на структурное сходство уравнений (3) и (18), динамика волн, ими определяемая, совершенно различна. Обратим внимание на два важных отличия. Во-первых, при условиях, сформулированных для уравнения (3), существование ударной волны возможно лишь при достаточно больших ее скоростях, что объясняется нелинейным «насыщением» отрицательной второй вязкости. Согласно уравнению (18) при $\alpha_\infty > 0, \nu < 0$ ударная волна возможна, наоборот, лишь при достаточно малых скоростях, когда еще не существенно нелинейное усиление. Во-вторых, амплитуда ударной волны и солитона в условиях уравнения (3) пропорциональна, как и в равновесном газе, скорости волны. При условиях, сформулированных для уравнения (18), плазменно-акустическая волна имеет амплитуду $\sim U_\infty \alpha_\infty / |\nu|$, не зависящую от W . Скорость ее выступает только как бифуркационный параметр.

В заключение еще раз подчеркнем, что введение в явном виде релаксационной вязкости позволит осуществить единый подход к широкому классу неравновесных сред, включая плазму, лазерные и химически активные смеси и т.д. Этот прием удобен как для описания неустойчивости подобных сред, так и для исследования нелинейной эволюции волн на основе единого вида уравнений с сохранением прозрачной физической трактовки решений.

Библиографический список

1. Стретт Дж.В. (лорд Релей). Теория звука. М.: ГИТЛ, 1955. Т.2.
2. Коган Е.Я., Молевич Н.Е. Коллапс акустических волн в неравновесном молекулярном газе //ЖТФ. 1986. Т.56, № 5. С. 941.
3. Молевич Н.Е., Ораевский А.Н. Вторая вязкость в термодинамически неравновесных средах // ЖЭТФ. 1988. Т. 94, № 3. С. 128.
4. Молевич Н.Е., Ораевский А.Н. Препринт ФИАН СССР №106. 1990.
5. Исакович М.А. Общая акустика. М.: Наука, 1973.
6. Завершинский И.П., Коган Е.Я., Молевич Н.Е. О механизме усиления звука в слабоионизированном газе // ЖЭТФ. 1991. Т. 100, № 2(8). С. 422.
7. Пелиновский Е.Н., Фридман В.Е. Взрывная неустойчивость нелинейных волн в средах с отрицательной вязкостью // Прикладная математика и механика. 1974. Т. 38, № 6. С. 991.
8. Коган Е.Я., Молевич Н.Е., Ораевский А.Н. Структура нелинейных акустических волн в неравновесном колебательно-возбужденном газе //Письма ЖТФ. 1987. Т. 13, № 14. С. 836.
9. Молевич Н.Е. //Сибирский физико-технический журнал. 1991. № 1. С. 133.
10. Молевич Н.Е. Волны в средах с отрицательной второй вязкостью. Дис. ... канд. физ.-мат. наук / ФИАН СССР. М., 1987.
11. Руденко О.В., Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики, М.: Наука, 1975.
12. Завершинский И.П., Коган Е.Я., Молевич Н.Е. Акустические волны в частично ионизированном газе //Акустический журнал. 1992. Т. 38, № 4. С. 702.
13. Рабинович М.И., Фабрикант А.Л. // Изв. вузов СССР. Сер. Радиофизика. 1976. Т. 19. С. 721.

14. Борисов А.А. // Теплофизические исследования. М.: ИТФ СО АН СССР, 1977. С. 52.

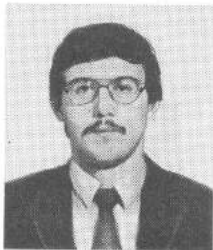
Самарский государственный
педагогический институт

Поступила в редакцию 29.03.92
после переработки 25.03.93

THE FORMATION OF DISSIPATIVE STRUCTURES IN THE ACOUSTIC FIELD

I.P. Zavershinski, E.Ya. Kogan, N.E. Molevich

A theory describing the formation of plasma-acoustic structures in a non-equilibrium plasma has been built. The community of the evolutionary equations in relaxing gas media and in plasma has been shown. The investigation of non-linear dynamics of non-equilibrium gas and plasma media is made on the ground of these basic equations.



Завершинский Игорь Петрович – родился в 1963 году, окончил Куйбышевский государственный университет (1985). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по физике волновых процессов в плазме (1990). В настоящее время работает старшим преподавателем на кафедре общей физики в Самарском педагогическом институте. Область научных интересов – нелинейная акустика, физика низкотемпературной плазмы. Автор более 10 статей по направлениям, указанным выше.



Коган Ефим Яковлевич – родился в 1940 году. В 1963 году окончил Полтавский строительный институт. В 1970 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в Харьковском университете по физике плазмы. В 1985 году в Институте высоких температур Академии наук защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. В настоящее время заведует кафедрой физики в Самарском педагогическом институте, профессор. Область научных интересов нелинейная физика стохастических явлений в динамических системах. Имеет свыше ста работ по взаимодействию частиц с поверхностью, циклы работ по элементарным процессам в турбулентной плазме и по нелинейной акустике сильно неравновесных сред.



Молевич Нонна Евгеньевна – родилась в 1959 году, окончила в 1982 году Московский инженерно-физический институт. В 1989 году защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в Физическом институте Академии наук. В настоящее время работает старшим преподавателем в Самарском педагогическом институте. Область научных интересов акустика неравновесных, химически активных сред, физика плазменных сред. Опубликовала более 60 статей и докладов, в том числе и на международных конференциях.