



## ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС: ТРУДНЫЙ ПУТЬ ОТКРЫТИЯ

*Р. Р. Мухин*

Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова,  
филиал Национального исследовательского технологического университета  
«Московский институт стали и сплавов»

Динамический хаос – примечательная веха развития науки ушедшего века – привлекает пристальное внимание представителей разных областей знания. Теория хаоса не только описывает широкий круг явлений в различных разделах физики и других естественных наук и проникает в гуманитарную сферу, но и существенно повлияла на научную картину мира. Какие особенности развития науки, экономических и общественных условий обусловили то, что длинный и трудный путь открытия хаоса начался именно в конце XIX века и растянулся на десятилетия? Поиск ответов на эти вопросы является предметом данной работы.

*Ключевые слова:* Динамический хаос, динамическая система, сложность, неинтегрируемость, неустойчивость.

Открытие динамического хаоса явилось одним из крупнейших достижений науки XX века. Динамический хаос вместе с тесно связанной с ней теорией самоорганизации явился ядром общей теории нелинейных явлений, получившей название нелинейной динамики. Сразу оговоримся, что везде речь будет идти о классическом хаосе. Квантовый хаос, исследования которого в настоящее время интенсивно проводятся, требует отдельного рассмотрения. Открытие хаоса явилось открытием особого рода по сравнению с другими достижениями, сформировавшими научную картину мира, оно не укладывается в обычную схему научного открытия. Сейчас, когда со времени открытия хаоса прошло несколько десятилетий, можно попытаться осмыслить пройденный путь и упомянутые особенности, постараться понять, когда и почему это открытие стало возможным.

Общепризнанная схема построения новой физической теории следующая. При построении физической теории, согласно А. Эйнштейну [1. С. 266–267], следует придерживаться двух положений, которые он назвал «внешним оправданием» и «внутренним совершенством». Под внешним оправданием понимается соотнесение с реальностью, с опытными фактами. Внутреннее совершенство предполагает согласованность, логическую стройность и простоту, красоту математических построений.

Вспомним эстетический критерий П. Дирака, одним из свидетельств которого является надпись его рукой на стене кафедры теоретической физики МГУ: «Physical law should have mathematical beauty». Этот критерий находится в фундаменте всего творчества Дирака – новая теория должна основываться на красивой и разумной математике. Оба вышеназванных положения Эйнштейна следует рассматривать в единстве, они взаимодействуют между собой и сложным образом переплетаются.

Новым фундаментальным теориям предшествует накопление опытных фактов, различных парадоксов, логических непоследовательностей или иного рода трудностей, сплетенных в один клубок и не укладывавшихся в схему старой теории. Для разрешения возникших трудностей вводятся дополнительные допущения, которые на время улучшают ситуацию, но появившиеся новые трудности продолжают подмывать основы старой теории. Становится ясно, что кардинальные изменения неизбежны, требуется изменить физические основы старой теории, которая бывает вынуждена уступить место новым представлениям, сопровождаемые созданием соответствующего математического формализма. Появление новой теории приводит к разрешению всей совокупности накопившихся трудностей. Утвердившаяся новая теория успешно предсказывает и описывает новые явления, добавляет новые черты или даже существенно меняет научную картину мира и, кроме того, выявляет преемственность по отношению к старой теории, указывает на ее место, определяя ее границы применимости. Подобная схема реализовалась в начале прошлого века при создании таких фундаментальных физических теорий, как теория относительности и квантовая механика.

Во всей своей полноте описанная картина неприменима к созданию теории хаоса. Начнем с «внешнего оправдания». Накопление экспериментальных фактов, для которых в старой теории отсутствует последовательная и непротиворечивая интерпретация, служит очень весомым аргументом, что «не все ладно в датском королевстве». Как известно, решающее значение для создания квантовой теории имела неспособность классической физики объяснить экспериментально наблюдаемое распределение энергии в непрерывном спектре излучения абсолютно черного тела, дискретные спектры химических элементов и устойчивость атомов [2]. В открытии хаоса дело обстояло иначе. При исследовании процессов в генераторе ван дер Поля с помощью головных телефонов было обнаружено присутствие какого-то шума [3]. Этот результат вызвал некоторый интерес, о чем свидетельствует опубликованный результат в таком солидном издании как «Nature». Но интерес быстро угас, и лишь после открытия хаоса было понято, что в данном случае наблюдалось его проявление. Если представить экспериментальные результаты как ответы природы на задаваемые вопросы, то эти вопросы следует ставить так, чтобы ответы на них были четкими и ясными. Еще П.Л. Капица требовал, чтобы эксперимент был *однозначным*. Для интерпретации таких фактов, как в работе [3], в то время всегда можно было привлечь соображения о принципиальной неустранимости внешнего шума. Видимо, это сыграло не последнюю роль в том, что немногочисленные прямые экспериментальные данные не составили ту эмпирическую базу, которая могла лечь в основу «внешнего оправдания» при исследованиях хаоса.

Автору известно лишь одно прямое воздействие эксперимента на теоретические изыскания в области хаотической динамики. В своих исследованиях нелинейных дифференциальных уравнений, стимулированных задачами радиотехники,

М. Картрайт и Дж. Литтлвуд не опирались на достижения своих предшественников в теории динамических систем (А. Пуанкаре, Дж. Биркгоф). Хотя полученные Картрайт и Литтлвудом результаты (1945) были совершенно непонятны, известные им экспериментальные результаты ван дер Поля придавали определенную уверенность в правильности их работы [4].

Перейдем к критерию внутреннего совершенства по отношению к динамическому хаосу. Здесь отличия еще более расходятся от общеизвестной схемы. Отсутствовал этап создания новой концептуальной структуры, которая призвана составить основу новой теории. Например, в квантовой теории этот этап соответствовал созданию матричной, волновой или иной другой формы квантовой механики. Тогда формируются новые фундаментальные структуры (часто в виде уравнений), новая система понятий, новый язык, что позволяет адекватно описывать изучаемую область реального мира. Новая концептуальная структура должна быть внутренне согласованной, она может приобретать разные формы, которые со временем воспринимаются в качестве единой теории (как это произошло с нерелятивистской квантовой механикой, объединившей теории Гейзенберга, Шредингера, Дирака). С созданием новой концептуальной структуры обычно связывают формирование новых взглядов и новой картины мира. Все описанное для теории хаоса можно применить лишь частично, ее развитие пошло по другому пути. В теории хаоса не создавалась новая физическая основа. Она осталась неизменной, выраженной в уравнениях классической механики и классической электродинамики. Центр тяжести перенесся на получение следствий, на свойства решений этих уравнений, и тут неожиданно открылось новое поле возможностей для значительного обогащения наших представлений о мире. При этом потребовалось существенное дополнение системы понятий и языка классической физики.

Поскольку явление хаоса относится к свойствам решений уравнений, исключительную роль здесь сыграла математика, и первый этап длинного и трудного пути был математическим. Затем выстроенные и вновь создающиеся математические конструкции были применены для интерпретации вполне конкретных физических явлений. Такое разделение в определенной степени условно, его не следует считать хронологически разделенным во времени, а скорее в логическом отношении. Сами математические вопросы, о которых пойдет речь, вопросы глубокие и нетривиальные, появились в проблемах, в значительной степени поставленных физикой.

Можно задаться вопросом: чем обусловлено то, что в конце XIX века начались исследования, которые привели к открытию хаоса? Могли ли они начаться раньше? Ведь уже к концу XVIII века классическая механика была хорошо разработана и имела большую и содержательную историю. Чтобы ответить на поставленные вопросы следует рассмотреть несколько аспектов. Период с конца XVIII по XIX век включительно в развитии классической механики имел принципиальное значение. Тогда была создана аналитическая механика с новым математическим формализмом и новой системой понятий. Созданный аппарат явился мощным средством решения самых разнообразных задач. Но подлинное значение аналитической механики выявилось позже, когда она легла в основу квантовой механики, статистической механики и продолжающейся до настоящего времени разработки квантовой теории поля. Другим фактором явилось состояние математики во второй половине XIX века

вследствие логики ее внутреннего развития. Произошла глубокая реформа математики, заложившая новые каноны математической строгости и обоснованности [5]. Утвердилась методология, направленная на выявление условий и границ истинности каждого математического утверждения. Особое значение получили теоремы существования, в частности теорема существования и единственности решения дифференциальных уравнений и четкое различие необходимых и достаточных условий. Одной из форм выражения новой идейной атмосферы была постановка вопроса о неразрешимости той или иной задачи. Для наших целей важнейшее значение имела та сторона аналитической механики, что ее математический формализм достиг высокой степени совершенства, постановку задач и решения можно было проводить дедуктивным путем, подобно как в самой математике.

Конечно, сказанное справедливо, например, для квантовой механики или для любой достаточно развитой области теоретической физики. Чаще всего задачи решаются на «физическом уровне строгости», который обычно весьма далек от канонов строгости и доказательности, принятых в математике. Такой подход вполне закономерен, поскольку обычно считается, что результаты, полученные при более строгом решении задачи, добавляют не очень много нового и не оправдывают дополнительных, порой немалых, потраченных усилий. Крайним случаем использования математического аппарата является ситуация в современной квантовой теории поля, когда самые разные методы современной математики используются эвристически в попытках нащупать закономерности, уделяя мало внимания вопросам обоснования. Такой путь вполне конструктивен, с достижением положительных результатов можно будет заняться и обоснованием. Здесь видна параллель с подходом XVIII века, когда только что родившийся математический анализ с успехом применялся для решения огромного количества самых разнообразных задач классической механики и ответвившихся от нее гидромеханики и теории упругости. При этом вопросы применимости используемых методов, обоснованности результатов находились на заднем плане, не делалось большого различия между точным и приближенным решением, далеко не всегда оценивались погрешности вычислений, с легкостью пользовались расходящимися рядами и т.п.

В использовании математики для решения физических задач имеется еще другой крайний случай, который, как оказалось, также является конструктивным. Существуют стимулированные физической проблематикой *такие математические задачи, очень трудные в математическом отношении, решение которых дает возможность выявить нетривиальную «тонкую структуру» физических явлений, совершенно неочевидных и не лежащих на поверхности, недоступных при рассмотрении на обычном «физическом уровне» строгости.* Здесь заключается ключевой момент. После своей постановки такая задача смещается в математическую плоскость, приводится в действие весь арсенал математических методов, находящихся на самом переднем крае математической науки, решение проводится на принятом в математике уровне строгости и доказательности. Это тот случай, когда «цель оправдывает средства», полученный результат стоит своей высокой цены. Такой подход к задачам математики, поставленным естественным образом, в отечественной науке восходит к П.Л. Чебышеву и его школе, а в явном виде он был представлен А.Н. Колмогоровым в его докладе на Всемирном конгрессе математиков в Амстердаме в 1954 году [6]. Поэтому данный подход я предложил назвать программой Чебышева–Колмогорова.

На таком пути и был открыт хаос. Началом отсчета являются исследования А. Пуанкаре по интегрированию дифференциальных уравнений. Классическая физика вплоть до конца XIX века опиралась на интегрируемые системы, в которых достигался идеал исчерпывающего описания на языке траекторий. Такой подход как нельзя лучше соответствовал парадигме о простоте устройства мира, что главные его особенности можно описать на основе систем с простым поведением. В течение длительного времени интегрируемость уравнений воспринималось как само собой разумеющееся. В случаях, которые не укладывались в данную схему, все равно исходили из интегрируемых систем, а неинтегрируемость учитывалась в виде поправок. Таким образом, задачи подразделялись на проинтегрированные и непроинтегрированные. Описанный подход, несмотря на его во многих практически важных случаях достаточность, оставался внутренне неудовлетворительным, что отчетливо видно в свете новых, сложившихся к концу XIX века представлений о математической строгости. Кроме того, решения на основе интегрируемых систем не давали ответа на некоторые насущные вопросы прикладных задач (к примеру, связанных с проблемой устойчивости Солнечной системы).

Возможен другой подход, когда неинтегрируемость рассматривается как самостоятельная сущность без обращения к интегрируемым системам. Поворотным пунктом в понимании принципиального различия между интегрируемыми и неинтегрируемыми системами стали фундаментальные труды А. Пуанкаре «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями» [7], «О проблеме трех тел и об уравнениях механики» [8], «Новые методы небесной механики» [9], созданные в 1881–1899 годах. Напрашивается параллель с другим фундаментальным трудом – пятитомной «Небесной механикой» (1798–1825) П.С. Лапласа, в котором подведены итоги развития механики к началу XIX века. Данная параллель неслучайна, отличия в названиях отражают не просто различия в подходах двух великих математиков, она носит принципиальный характер, здесь две разные философии. С одной стороны – жесткий лапласовский детерминизм (демон Лапласа), с другой – идеи о сложном поведении, неоднозначности, неопределенности. В указанных трудах [7–9] Пуанкаре вводит в круг идей и понятий, положивших начало целому ряду новых областей математики и механики. Поразительное богатство наследия Пуанкаре легло в основу многих исследований нескольких поколений математиков и не исчерпано до сих пор. Со времен Ньютона, в течение двух веков продолжалось господство количественных методов, когда сложилась парадигма явных решений и точных формул. В противовес сложившимся представлениям Пуанкаре показал, что в подавляющем большинстве дифференциальные уравнения являются неинтегрируемыми, интегрируемые системы образуют относительно небольшое число «счастливых» случаев. Говоря современным языком, это означало смену парадигмы, которая была воспринята научным сообществом довольно болезненно. Для неинтегрируемых динамических систем характерны неустойчивость, наличие сложных движений, многообразие поведения, недостижимость всей полноты информации, ограниченная предсказуемость поведения. Все эти идеи Пуанкаре развивал в своих дальнейших работах, но главным образом они достались в наследство XX веку. Эти работы Пуанкаре являются первой реперной точкой в истории хаоса. Произошла переоценка ценностей, указанные работы Пуанкаре положили начало новому этапу – качественным методам исследования, что значительно расширило класс изучаемых систем. По иронии судьбы, первое достоверно установленное проявление хаоса, которое получило на-

звание гомоклинической структуры, Пуанкаре обнаружил при исправлении ошибки в своем конкурсном мемуаре «О проблеме трех тел и об уравнениях механики» [10]. Данная работа Пуанкаре является примером реализации программы Чебышева–Колмогорова.

Появление новой фундаментальной физической теории сопровождается соответствующими новыми физическими понятиями. Явление хаоса оказалось связанным со свойствами решений уравнений и совершенно естественно, что новые фундаментальные понятия имели математическую природу. Главным из них стало понятие *неинтегрируемости* систем нелинейных дифференциальных уравнений, приведшее к настоящему времени к большому и интенсивно развивающемуся разделу математики. Неинтегрируемость не есть отсутствие решения системы, решение существует и оно единственно. Неинтегрируемость связана с характером решения, и она обусловлена сложным поведением системы. Понадобилось пройти длинный путь, прежде чем пришло понимание принципиального различия между непроинтегрированными и интегрируемыми системами. По словам Пуанкаре, «система дифференциальных уравнений может быть только более или менее интегрируемой» [11. С. 55]. Интегрируемые системы (но необязательно проинтегрированные) скорее исключение, чем правило, соотношение между ними и интегрируемыми системами примерно то же, что между регулярными и хаотическими движениями. И тех, и других бесконечно много, но это множества разной мощности. Не будем останавливаться на других важнейших понятиях нелинейной динамики – аттрактор, бифуркация, гомоклиническая структура и др., которые широко проникают в различные области не только естественных, но уже и гуманитарных наук.

События складывались так, что потребовались целые десятилетия, прежде чем стало возможным говорить об открытии хаоса. Наверно, главная трудность состояла в том, что не было очевидным наличие каких-либо явлений, для объяснений которых требуется глубокая перестройка сложившихся представлений. Сначала следовало доказать, что такие явления действительно существуют. И начальный этап был математическим.

Было необходимо установление следующих черт явления.

- Наличие сложных движений динамических систем, принципиально отличных от известных простых периодических и квазипериодических движений. При этом сложное поведение является свойством самой системы, а не результатом воздействия внешних шумов. Такое поведение могут демонстрировать системы с небольшим числом свободности.
- Установление механизма такого поведения. Им выступает внутренняя локальная неустойчивость системы, следствием чего является чувствительная зависимость от начальных условий (или параметров системы).
- Устойчивость сложных движений, которые нельзя уничтожить малыми возмущениями системы.
- Хаотическая динамика представляет собой типичное свойство физических систем, она проявляется в самых разнообразных физических ситуациях. Системы только с регулярным поведением являются редкими.

Установление всей совокупности черт потребовало усилий многих выдающихся людей и предопределило растянувшийся на восемь десятилетий период, после которого стало возможным говорить об открытии хаоса, и оно получило признание

научного сообщества. Трудности усугублялись еще тем, что, как оказалось, области хаоса являются очень узкими, но принципиально важно их наличие.

Реализация программы Чебышева–Колмогорова в целом ряде важнейших исследований убедительно показала, что сложные движения динамических систем с небольшим числом свободы действительно существуют и при определенных условиях являются типичным свойством этих систем. Помимо трудов самого Пуанкаре, сюда надо отнести теорию Колмогорова–Арнольда–Мозера (теория КАМ), работы М. Картрайта и Дж. Литтлвуда по нелинейным дифференциальным уравнениям, основополагающую работу Э. Лоренца по атмосферной конвекции, биллиарды Синая и некоторые другие. В качестве антипримера, когда исследование проводилось на обычном для теоретической физики уровне полноты и строгости, приведем работу А.З. Грасюка и А.Н. Ораевского по динамике процессов в лазере [12], выполненной в ФИАНе в то же самое время, что и работа Лоренца, явившейся важнейшей вехой в открытии хаоса [13]. В своей работе авторы получили систему уравнений, с точностью до обозначений совпадающей с системой Лоренца. Работа Грасюка и Ораевского [12] поступила в печать 28 июня 1962 года, а работу Лоренца [13] редакция «Journal of Atmospheric Sciences» получила 18 ноября 1962 года. Лоренц провел исследование полученной им системы уравнений по всем канонам математической строгости и обстоятельности, привлекая всю мощь современной математики, чего не было сделано в работе [12]. В итоге Лоренц пришел к выдающемуся результату, навсегда вошедшему в классику науки. Как иронию судьбы можно воспринять тот факт, что совсем рядом с ФИАНом, в МГУ, в те годы действовал семинар Колмогорова по теории динамических систем, на котором, можно сказать, «выискивали» физические задачи о системах со сложным поведением [14]. Будь упомянутая работа по динамике лазера известна участникам семинара, история могла развиваться по другому пути. Подводя итог, можно еще раз подчеркнуть, имеются такие физические задачи, что только предельно строгий математический анализ дает возможность выявить их нетривиальную сущность. Здесь мы встречаемся с еще одной продуктивной формой взаимодействия физики и математики.

Создание теории хаоса питалось старыми и вновь появляющимися задачами физики, механики и техники. О проблеме интегрирования дифференциальных уравнений было сказано выше. Двумя другими такими старыми проблемами классической физики, не решенными до настоящего времени, является обоснование статистической механики и возникновение турбулентности. В 1920–1930-е годы под влиянием запросов радиотехники и теории автоматического регулирования усилился интерес к нелинейной тематике. Период 1927–1937 годов можно отнести ко второй реперной точке в открытии хаоса. Тогда интенсифицировались исследования по теории динамических систем, были заложены основы теории нелинейных колебаний, сложилась эргодическая теория, немного позже появилась статистическая теория турбулентности, было установлено наличие сложной динамики в биллиардных задачах. В этот период вышли две классические монографии: «Динамические системы» Дж. Биркгофа и «Теория колебаний» А.А. Андронова, А.А. Витта и С.Э. Хайкина, в которых подытожены достигнутые к тому времени результаты исследований нелинейных явлений.

Однако масса накопленных фактов в то время еще не достигла того критического значения, чтобы совершился прорыв в новую область. Понадобилась постановка новых физических задач и создание новых математических инструментов.

С определенной долей условности к третьей реперной точке отнесем 1954 год, когда Колмогоров заложил основы теории КАМ, в которой была решена поставленная еще Пуанкаре «основная проблема» динамики – о влиянии возмущений на интегрируемую гамильтонову систему. После этого до конца 1970-х годов было получено плотное множество важнейших результатов. В указанный период были развиты новые математические методы, феномен хаоса был обнаружен в различных физических системах, была построена его теория, начались экспериментальные исследования хаоса. Надо сказать, что указанный период явился заметным рубежом в развитии науки вообще. Тогда в одном временном интервале сошлись и переплелись несколько факторов, в совокупности оказавших мощное воздействие на прогресс самых разных областей знания. Во-первых, глубокие изменения в силу внутренней логики развития математики получила теория динамических систем. Другой важнейшей предпосылкой явились внешние условия. В 1940–1950-е годы были поставлены и начали осуществляться «большие проекты», позволившие развернуть научные исследования в невиданных ранее масштабах: атомная проблема, управляемый термоядерный синтез, освоение космического пространства, сверхзвуковая авиация и др. Реализация этих проектов дала жизнь не одному направлению фундаментальной науки, в том числе и в интересующей нас области. Это привело к постановке новых физических задач (создание новых ускорителей, плазменные исследования и др.), которые заострили внимание к нелинейным динамическим системам.

Значение внешних условий можно видеть на следующем примере. В 1930–1940-е годы школа Андропова была мировым лидером в исследовании нелинейных колебаний. Многие вопросы в этой области были стимулированы задачами теории автоматического регулирования, теснейшим образом связанными с проблемами оборонного характера. В США сочли, что в данной области наметилось серьезное отставание от СССР и требуется неотложное изменение ситуации, инициаторами выступили два выходца из России – С. Лефшец (один из крупнейших математиков того времени) и Н. Минорский. В США были развернуты широкие исследования по нелинейным колебаниям. В дальнейшем Лефшец организовал исследовательский Центр (Research Institute in Advanced Study) в Martin Company, которая являлась одним из ведущих производителей техники в США. В деятельности Центра существенное место занимала нелинейная тематика [15,16]. Здесь мы сталкиваемся с любопытным феноменом «холодной войны».

Для понимания происходивших событий необходимо затронуть еще один важнейший фактор, без которого уже невозможно представить науку второй половины XX века. Речь идет о вычислительном эксперименте – новом методе научного исследования, отличного от теории и лабораторного эксперимента. Появление вычислительного эксперимента стало возможным с созданием быстродействующих ЭВМ. Заметим, что первые ЭВМ предназначались главным образом для работ по атомной проблеме. Вычислительный эксперимент отличен от численных методов. В вычислительном эксперименте варьированием параметров, начальных условий и т.д. стараются выяснить устройство рассматриваемой модели в целом выделением ее характерных черт, элементов внутренней структуры, особенностей поведения. Все эти качества исследуемой системы заранее неизвестны. Вычислительный эксперимент представляет эвристический метод исследования не только в физике, но и в современной математике. С его помощью выбираются направления для дальнейших



аналитических исследований, появился даже термин «экспериментальная математика». В своей работе [13] Лоренц как раз сочетал аналитическое рассмотрение с вычислительным экспериментом, такой симбиоз привел его к успеху. Заметим, что у Грасюка и Ораевского не было возможности так широко пользоваться ЭВМ, как у Лоренца. В ФИАНе имелась менее мощная, чем у Лоренца, машина «Урал» на сотню пользователей, она часто ломалась [17]. Вычислительный эксперимент М. Эно и К. Хейлеса [18], явившийся одним из первых примеров обнаружения хаоса в конкретной физической системе, стал одним из важнейших факторов, свидетельствовавших о существовании феномена хаоса. Не будет ошибкой сказать, что без вычислительного эксперимента, с помощью которого изучаются свойства конкретных физических систем, открытие хаоса как реального феномена нашего мира едва ли было возможным.

Научное сообщество не спешило с признанием открытия феномена хаоса, несмотря на наличие в 1960-е годы убедительных аргументов в пользу этого. Вот как в начале 1960-х годов воспринималась гомоклиническая структура, обнаруженная А. Пуанкаре еще в 1890 году. Известный специалист по механике Л.Н. Сретенский в статье, приуроченной 50-летию со дня смерти Пуанкаре, просто констатировал наличие сложных движений в задаче трех тел [19]. Еще не было осознания того, что здесь *принципиально новое*, не известное ранее. Работа Э. Лоренца не получила признания до самой середины 1970-х годов. Сам Лоренц, будучи скромным и непритязательным человеком, не предпринял больших усилий для пропаганды своих результатов. Он дважды обращался к С. Уламу, который сам внес значительный вклад в изучение нелинейных явлений, но не встретил понимания. В 1971 году Д. Рюэль на конференции по статистическим методам в турбулентности обрисовал механизм перехода к турбулентным течениям (позднее названный сценарием Рюэля–Такенса) и впервые упомянул о том, что потом получило название странного аттрактора. Лоренц присутствовал на этой конференции и, видимо, был единственным, кому были созвучны эти идеи, получившие полное подтверждение в его модели. Но Лоренц промолчал [20]. Другое свидетельство. Л.П. Шильников предложил (1965) модель с хаотическим поведением, ставшую классической и нашедшую широкое применение для описания многочисленных явлений в различных физических системах. Первой, кому Шильников рассказал о своем результате, была Е.А. Леонтович, много сделавшей для продолжения исследований своего мужа, А.А. Андропова. Позднее Леонтович вспоминала о впечатлении, произведенной на нее этой моделью: «Мне хотелось сказать, что этого не может быть» [21. С. 477]. В приведенных примерах, с одной стороны, проявился естественный консерватизм научного сообщества, воспринимавшего все новое только при наличии убедительной и надежной аргументации. В данном случае хаотическое движение в маломерных системах казалось невероятным, эти системы вели себя «не так, как им положено», они, казалось, противоречили всему накопленному опыту. С другой стороны, консерватизм еще усиливался вследствие сложившихся убеждений, что только радикальное обновление физических основ теории, в которых сосредоточена «квинтэссенция» представлений о мире, может повлечь за собой глубокие концептуальные изменения в картине мира. Извлечение следствий относили к чему-то вторичному, способному лишь дополнить картину, снабдив ее некоторыми деталями, не затрагивая основ. Все предшествующее развитие физики убеждало в справедливости такого подхода.

Открытие хаоса явилось важнейшим фактором в утверждении нелинейной парадигмы. С обретением нелинейности у научной картины мира появилось новое измерение, которое фундаментальным образом изменило наши представления. С античных времен культивируется разделяемая очень многими физиками идеология о простоте устройства мира, в основе которого лежат некие первичные элементы, будь то атомы древних или современные кварки. Другим основополагающим элементом физической идеологии являлось доминирование линейного подхода в описании природы, чему способствовали замечательные успехи физики XIX – начала XX веков. Созданные тогда две фундаментальные физические теории – классическая электродинамика и квантовая механика – представляют линейные теории. Доведенный до совершенства линейный математический аппарат стал неотъемлемым элементом математических методов физики. Его наглядные, наполненные физическим содержанием образы позволяли предвидеть результат, почти не проводя вычислений.

Нелинейное мышление, восходящее к Л.И. Мандельштаму и А.А. Андронову, как всякое глубокое положение вышло за первоначальные свои рамки и начинает оказывать глубокое воздействие далеко за пределами физики. Нелинейная парадигма проникает не только во все естественные науки, но и в сферу экономических и гуманитарных наук. Открытие хаоса способствовало пониманию того, что область проявления статистических законов намного шире, чем это традиционно предполагалось. Развитие нелинейной динамики иначе поставило вопрос о соотношении фундаментального и прикладного, что считать «передним краем» науки, пересмотреть и дополнить некоторые положения, лежащие в основе нашего миропонимания. С нелинейностью приходит сложность, неоднозначность. Путь достижения данного состояния не единственен, имеются иные пути, которые необязательно следует рассматривать с оценочных позиций «лучше» или «хуже», они просто другие. По полученным следствиям нельзя однозначно восстановить причины. Из одного состояния, пусть даже с незначительно различающимися исходными данными система обязательно придет в состояние с близкими параметрами. Список фундаментальных отличий линейного и нелинейного мира можно продолжить. Исследования хаоса приоткрыли наличие сложности в таких объектах, которые традиционно относили к системам с простым поведением. В этом контексте само явление динамического хаоса представляет хотя и очень важную, но все же частность. Проявление сложности мира необозримо и систематическое изучение этого только начинается.

### Библиографический список

1. *Эйнштейн А.* Автобиографические заметки // А. Эйнштейн. Собр. научн. трудов. Т. 4. М.: Наука, 1967. С. 259.
2. *Джеммер М.* Эволюция понятий квантовой механики. М.: Наука, 1985.
3. *Van der Pol D., van der Mark J.* Frequency demultiplication // Nature. 1927. Vol. 120. P. 363.
4. *Cartwright M., Littlewood J.E.* On non-linear differential equation of the second order:  $\ddot{y} - k(1 - y^2)\dot{y} + y = b\lambda k \cos(\lambda t + \alpha)$ ,  $k$  large // London Math. Soc. 1945. Vol. 20. Part 3. P. 180.

5. *Молодий В.Н.* О. Коши и революция в математическом анализе первой четверти XIX века // Истор.-матем. исслед. 1978. Вып. 23. С. 32.
6. *Колмогоров А.Н.* Общая теория динамических систем и классическая механика // Proc. Intern. Congr. Math. 1954. Amsterdam. Vol. 1. P. 315.
7. *Пуанкаре А.* О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями. М.-Л.: ОГИЗ, 1947.
8. *Poincaré H.* Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique // Acta Math. 1890. Vol. 13. P. 1.
9. Пуанкаре А. Новые методы небесной механики // Избр. труды: В 3 т. М.: Наука, 1971–1974.
10. *Аносов Д.В.* Пуанкаре и проблемы Оскара II // Истор.-матем. исслед. 2001. II сер. Вып. 6 (41). С. 57.
11. *Биркгоф Дж.* Динамические системы. Ижевск: РХД, 1999.
12. *Грасюк А.З., Ораевский А.Н.* Переходные процессы в молекулярном генераторе // Радиотехника и электроника. 1964. Т. 9, № 3. С. 524.
13. *Lorenz E.* Deterministic nonperiodic flow // J. Atmosph. Sci. 1963. Vol. 20. P. 130.
14. *Арнольд В.И., Мешалкин Л.Д.* Семинар А.Н. Колмогорова по избранным вопросам анализа (1958–59) // Успехи мат. наук. 1960. Т. 15, вып. 1. С. 247.
15. *Aubin D., Dahan Dalmedico A.* Writing the history of dynamical systems and chaos // Historia Mathematica. 2002. Vol. 29. P. 273.
16. *Dahan Dalmedico A.* La renaissance des systèmes dynamiques aux Etats-Unis après la deuxième guerre mondiale // Suppl. Rendiconti dei circolo math. Palermo. 1994. Ser. II. Vol. 34. P. 133.
17. *Ораевский А.Н.* Устное сообщение 17.04.2003.
18. *Henon M., Heiles C.* The applicability of the third integral of motion: Some numerical experiments // Astron. J. 1964. Vol. 69, № 1. P. 73.
19. *Сретенский Л.Н.* Творчество Анри Пуанкаре // Вопр. истории естествозн. и техники. 1963. Вып. 15. С. 30.
20. *Dahan Dalmedico A.* History and epistemology of models: Meteorology (1946–1963) as a case study // Arch. Hist. Sci. 2001. Vol. 5. P. 395.
21. *Шильников Л.П.* Гомоклинические траектории: От Пуанкаре до наших дней // Математические события XX века. М.: ФАЗИС, 2003. С. 465.

*Поступила в редакцию 17.06.2014*

## **DYNAMICAL CHAOS: THE DIFFICULT PATH DISCOVERING**

*R. R. Mukhin*

Sary Oskol Technological Institute named after A.A. Ugarov, the Branch of National  
Research Technological University «Moscow Institute of Steel and Alloys»

Dynamic chaos – a remarkable milestone development of science of the last century – has attracted the attention of different areas of knowledge. Chaos theory describes not

only a wide range of phenomena in various fields of physics and other natural sciences and penetrates into the humanitarian sphere, but also significantly influenced the scientific picture of the world. What features of the development of science, economic and social conditions led to that long and difficult path of discovery of chaos began precisely at the end of the XIX century and stretched out for decades? Finding answers to these questions is the subject of this paper.

*Keywords:* Dynamic chaos, dynamical system, complexity, nonintegrability, instability.



*Мухин Равиль Рафкатович* – родился в Челябинской области (1947), окончил Московский инженерно-физический институт (1976). Защитил кандидатскую диссертацию по химической физике (1991, Институт органического синтеза и углекислоты АН Казахстана) и докторскую диссертацию по истории динамического хаоса (2011, ИИЕТ РАН). Автор монографии «Очерки по истории динамического хаоса» (2007, 2012). Область научных интересов: история физико-математических наук. В настоящее время профессор Старооскольского технологического института (НИТУ МИСиС).

309516 Белгородская обл., Старый Оскол, мкр-н Макаренко, 42  
Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова, филиал  
Национального исследовательского технологического университета  
«Московский институт стали и сплавов»  
E-mail: mukhiny@mail.ru