



**ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ХАОТИЧЕСКИХ  
РЕЖИМОВ КОЛЕБАНИЙ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА  
В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СВЕРХРЕШЕТКЕ  
ВО ВНЕШНЕМ РЕЗОНАТОРЕ**

*В.В. Макаров*

В работе было изучено воздействие внешних резонансных систем на коллективную динамику электронных доменов в полупроводниковой сверхрешетке. Численные расчеты показали, что полупроводниковая сверхрешетка, демонстрирующая в автономном режиме (без резонатора) только периодическую динамику, будучи помещенной во внешнюю электродинамическую систему, демонстрирует хаотические колебания и может рассматриваться как перспективный источник широкополосного хаотического СВЧ-излучения.

*Ключевые слова:* Полупроводниковые сверхрешетки, терагерцовый диапазон.

Полупроводниковые сверхрешетки – сложные наноструктуры, представляющие собой чередующиеся микроскопические слои различных полупроводниковых материалов [1,2]. Такая периодическая структура способствует возникновению энергетических минизон, которые, под влиянием электрического поля, заставляют электроны демонстрировать ряд интересных квантово-механических эффектов, включая лестницу Ваннье–Штарка, последовательное и резонансное туннелирование и блоховские колебания. Исследование динамики полупроводниковой сверхрешетки представляет значительный интерес как для фундаментальной, так и для прикладной науки. Из-за высокой подвижности электронов внутри минизон и очень высокой частоты блоховских колебаний, сверхрешетки считаются перспективными элементами субтерагерцовых и терагерцовых устройств [3,4].

Представляет интерес исследование возможности возбуждения в полупроводниковой сверхрешетке хаотических колебаний для использования ее в качестве генератора в информационно-телекоммуникационных системах, основанных на хаотических сигналах [5,6].

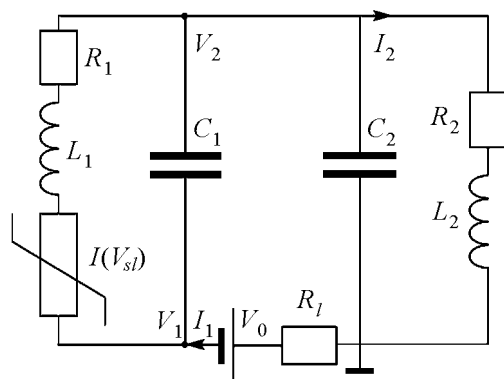


Рис. 1. Эквивалентный контур исследуемой системы «сверхрешетка – внешний резонатор».  $I(V_{sl})$  – представление сверхрешетки как генератора тока, управляемого напряжением  $V_{sl}$ ,  $V_0$  – напряжение источника постоянного тока. Сопротивление нагрузки не менялось и было выбрано  $R_l = 0.1$  Ом

управления режимами колебания сверхрешетки, а также для увеличения мощности выходного СВЧ-излучения.

В эксперименте, очевидно, невозможно контролировать динамику паразитного резонатора, поэтому имеет смысл исследовать систему с двумя резонаторами. Резонатор 1 моделирует паразитную цепь, связанную с внешними элементами подключения сверхрешетки. Резонансная частота данного резонатора, как показывают простые оценки, обычно меньше собственной частоты колебаний в сверхрешетке. Резонатор 2 является внешним резонатором с управляемыми параметрами.

Предположим, что в резонансных системах возбуждается только одна мода колебаний, то есть будем решать задачу в одномодовом приближении. Моды резонаторов характеризуются частотами  $f_{Qi}$  и добротностями  $Q_i$ . Это позволяет нам моделировать резонаторы с помощью метода эквивалентных схем.

Эквивалентная схема подключения сверхрешетки во внешние резонансные контуры, моделирующие резонансные системы, представлена на рис. 1. Первый колебательный контур  $(L_1, R_1, C_1)$  моделирует паразитный резонатор. Второй колебательный контур  $(L_2, R_2, C_2)$ , соответственно, моделирует внешний управляемый резонатор. Сверхрешетка представлена как генератор тока  $I(V_{sl})$ , управляемый напряжением  $V_{sl}(t)$ . Эквивалентная схема первого резонатора учитывает особенности подключения сверхрешетки к элементам, образующим паразитный резонатор.

Внешняя резонансная система, представленная на рис. 1, моделировалась нестационарными уравнениями Кирхгофа, которые в данном случае имеют вид

$$\frac{dV_1}{dt} = I_1 \left( \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right) - \frac{I_2}{C_2} + \frac{I(V_{sl})}{C_2}, \quad \frac{dV_2}{dt} = \frac{I_1 - I_2}{C_2}, \quad (1)$$

$$\frac{dI_2}{dt} = \frac{V_2 - I_2 R_2}{L_2}, \quad I_1 = \frac{L_1}{R_l} \frac{dI(V_{sl})}{dt} - \frac{V_0 - V_2}{R_l} + I(V_{sl}) \frac{R_1}{R_l}, \quad (2)$$

где  $V_0$  – напряжение источника; напряжения и токи  $V_1, V_2, I_1, I_2$  показаны на рис. 1;  $I(V_{sl})$  – ток, текущий через сверхрешетку.

Для нахождения тока  $I(V_{sl})$  численно моделировалась динамика доменов в сверхрешетке на основе самосогласованных уравнений непрерывности и уравнения

В данной работе рассматривается полупроводниковая сверхрешетка, помещенная во внешнюю резонансную систему. Интерес к такой системе связан со следующими моментами. Во-первых, на высоких частотах невозможно избавиться от паразитных емкостей и индуктивностей элементов подключения сверхрешетки (провода, контакты и т.п.), которые образуют паразитные резонансные контуры, воздействующие на сверхрешетку. Поэтому при изучении режимов генерации сверхрешетки необходимо учитывать влияние такого внешнего «паразитного» резонансного контура. Во-вторых, внешняя резонансная система может быть использована для

Пуассона. Следуя работе [7], предполагалось, что проводящий участок минизоны разбит на  $N = 480$  слоев, ширина которых достаточно мала  $\Delta x = L/N = 0.24$  нм. Изменение плотности заряда в каждом слое  $n_m$  (правая граница которого  $x = m\Delta x$ ) задается дискретным аналогом уравнения непрерывности тока

$$e\Delta x \frac{dn_m}{dt} = J_{m-1} - J_m, \quad m = 1, \dots, N, \quad (3)$$

где  $e$  – заряд электрона,  $J_{m-1}$  и  $J_m$  – плотность тока на левой и правой границах слоя  $m$ . Плотность тока определена как

$$J_m = en_m v_d(\bar{F}_m), \quad (4)$$

где  $\bar{F}_m$  – среднее электрическое поле в слое  $m$ , скорость дрейфа  $v_d(\bar{F})$  определялась соотношением [8]

$$v_d = \frac{\Delta d}{2\hbar} \frac{I_1 \Delta / (2k_B T)}{I_0 \Delta / (2k_B T)} \frac{e\bar{F} d\tau / \hbar}{1 + (e\bar{F} d\tau / \hbar)^2}. \quad (5)$$

Электрическое поле  $F_m$  на левой границе слоя  $m$  может быть определено из уравнения Пуассона, которое в дискретном виде выглядит как

$$F_{m+1} = \frac{e\Delta x}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} (n_m - n_D) + F_m, \quad m = 1..N, \quad (6)$$

где  $n_D = 3 \times 10^{22} \text{ м}^{-3}$  – плотность легирования в слоях сверхрешетки.

Для определения тока использовались омические граничные условия,  $J_0 = \sigma F_0$ , в сильно легированном эмиттере с электрической проводимостью  $\sigma = 3788 \text{ См}$ . Напряжение  $V_{sl}$ , приложенное к устройству, определено выражением

$$V_{sl} = U + \frac{\Delta x}{2} \sum_{m=1}^N (F_m + F_{m+1}), \quad (7)$$

где  $U$  – падение напряжения на контактах с учетом эффекта формирования слоев повышенной концентрации заряда вблизи эмиттера и пониженной концентрации зарядов вблизи коллектора сверхрешетки [9]. Зная плотность тока в каждом слое, можно вычислить суммарный ток, протекающий через сверхрешетку

$$I(t) = \frac{A}{N+1} \sum_{m=0}^N J_m, \quad (8)$$

где  $A = 5 \times 10^{-10} \text{ м}^2$  – поперечное сечение сверхрешетки. Заметим, что в численном моделировании предполагается нахождение сверхрешетки при низкой температуре, равной 4.2 К.

Для исследования динамики анализируемой системы были рассмотрены вольт-амперные характеристики, бифуркационные диаграммы и спектры колебаний в системе при изменении основных управляющих параметров. На рис. 2, а показана характерная бифуркационная диаграмма, построенная при большой расстройке частот между паразитным и внешним резонаторами: частота паразитного резонатора

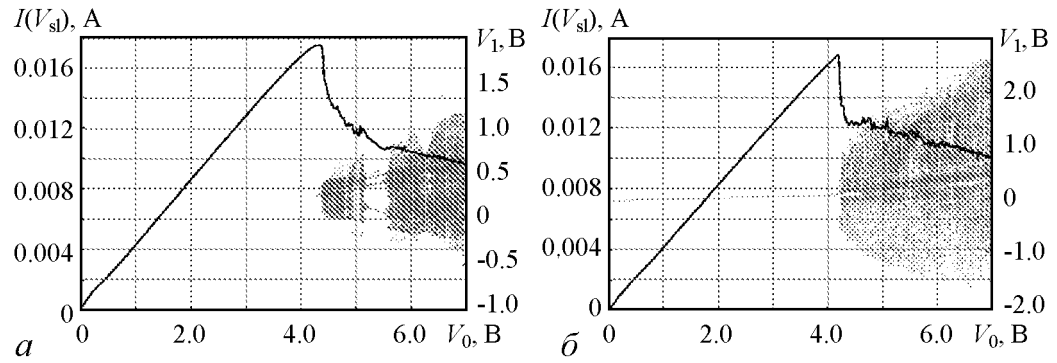


Рис. 2. Вольт-амперная характеристика и бифуркационная диаграмма колебаний напряжения на сверхрешетке  $V_1$  при параметрах внешних резонаторов:  $f_1 = 2.819$  ГГц,  $f_2 = 10.1255$  ГГц,  $Q_1 = 75.0$ ,  $Q_2 = 32.5$  (а);  $f_1 = 2.819$  ГГц,  $f_2 = 3.1009$  ГГц,  $Q_1 = Q_2 = 37.6386$  (б)

$f_1 = 2.819$  ГГц, а частота управляемого резонатора  $f_2 = 10.1255$  ГГц. Добротности резонаторов  $Q_1 = 75.0$ ,  $Q_2 = 32.5$ . Вольт-амперная характеристика имеет типичный вид с падающим участком, при выборе рабочего напряжения на котором в системе наблюдаются колебания тока. Генерация возникает при  $V_0 \approx 0.44$  В.

Зависимость  $I(V_{sl})$  на падающем участке имеет много локальных максимумов, не наблюдаемых при исследовании сверхрешетки без внешних резонаторов. Для понимания их природы была рассчитана бифуркационная диаграмма колебаний переменного напряжения  $V_1$  на сверхрешетке при изменении напряжения  $V_0$  источника питания, которая представлена на том же рисунке (черные точки). Легко видеть, что при изменении напряжения в системе наблюдается сложная перестройка режимов колебаний от хаотических к регулярным и наоборот. Сильная изрезанность вольт-амперной характеристики связана с переключениями между динамическими режимами и появлением хаотических режимов колебаний.

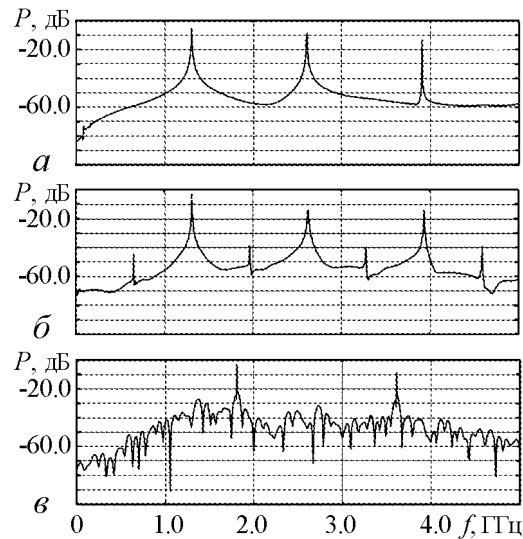


Рис. 3. Спектры излучения при следующих значениях  $V_0$ : 480 (а), 500 (б), 510 мВ (в). Параметры внешних резонаторов:  $f_1 = 2.819$  ГГц,  $f_2 = 10.1255$  ГГц,  $Q_1 = 75.0$ ,  $Q_2 = 32.5$

Это иллюстрирует рис. 3, на котором показан переход к хаосу в системе «сверхрешетка в двух резонаторах» при увеличении напряжения питания. На нем приведены спектры колебаний во внешнем резонаторе для различных величин  $V_0$ . Спектр (а) соответствует периодическому режиму, спектр (б) иллюстрирует режим удвоения периода, что выражается в появлении субгармоники основной частоты и ее гармоник, и спектр (в) уже соответствует хаотическим колебаниям. Спектры построены с большим количеством усреднений. Отметим, что в режиме хаотической динамики частота колебаний сильно увеличивается по сравнению со случаем регулярной динамики.

Таким образом, анализ показал, что в данном случае в системе «сверх-

решетка в двух внешних резонаторах» при данных параметрах реализуются хаотические колебания в достаточно широком диапазоне постоянного напряжения питания, однако наблюдается большое число окон периодичности, в которых система демонстрирует либо периодические, либо квазипериодические колебания.

Уменьшая частоту внешнего резонатора и приближая ее к частоте паразитного, можно уменьшить области периодичности. Это иллюстрирует бифуркационная диаграмма колебаний напряжения на свёрхрешетке для меньшей частоты внешнего резонатора до  $f_2 = 3.1009$  ГГц, представленная на рис. 2, б. Добротности резонаторов были одинаковы  $Q_1 = Q_2 = 37.6386$ . На бифуркационной диаграмме мы можем наблюдать отсутствие окон периодичности в исследуемом диапазоне напряжения питания. Таким образом, в данном режиме изменение напряжения не приводит к перестройке режима колебаний в системе, что может быть важным для различных приложений.

Для более подробного изучения динамики системы при изменении управляющих параметров была построена бифуркационная диаграмма колебаний напряжения на свёрхрешетке в зависимости от частоты резонатора 2 (рис. 4), которая меняется в широком диапазоне – от 0.1 до 40 ГГц при напряжении  $V_0 = 510$  мВ. Было обнаружено большое количество областей хаоса (сплошные области на бифуркационной диаграмме), которые перемежаются областями периодических и квазипериодических колебаний. Это говорит о том, что изменение параметров внешнего высокочастотного резонатора позволяет эффективно управлять системой и перестраивать режимы колебаний в свёрхрешетке от одночастотных до широкополосных хаотических.

В заключение можно отметить, что в данной работе была рассмотрена динамика свёрхрешетки под воздействием внешней резонансной системы, состоящей из двух резонаторов, один из которых моделирует паразитный контур, образованный подводящими проводами и контактами свёрхрешетки, а второй является внешним резонатором, который подключается к свёрхрешетке и может эффективно управлять ее динамикой. Для моделирования воздействия электродинамической системы на свёрхрешетку был использован метод эквивалентных схем, который позволил решить задачу в рамках одномодового приближения. Основным результатом исследования – обнаружение эффекта управления динамикой свёрхрешетки путем подключения внешнего резонатора. В частности, свёрхрешетка, помещенная во внешнюю резонансную систему, может генерировать хаотические колебания в широком диапазоне управляющих параметров.

Автор выражает благодарность А.Г. Баланову, А.А. Короновскому и А.Е. Храмову за помощь в проведении исследований и обсуждение полученных результатов.

*Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук (проект МК-672.2012.2) и ведущих научных школ (проект НШ-1430.2012.2).*

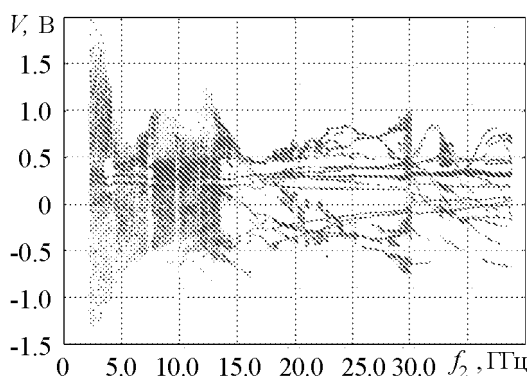


Рис. 4. Бифуркационная диаграмма колебаний напряжения от частоты внешнего резонатора.  $V_0 = 510$  мВ,  $Q_1 = 75$ ,  $Q_2 = 32.5$

## Библиографический список

1. *Esaki L., Tsu R.* Superlattices and negative differential conductivity in semiconductors // IBM J. Res. Develop. 1970. Vol. 14. P. 61.
2. *Bonilla L.L., Grahn H.T.* Non-linear dynamics of semiconductor superlattices // Rep. Prog. Phys. 2005. Vol. 68. P. 577.
3. *Шук А.Я.*, Сверхрешетки – периодические полупроводниковые структуры ФТП. 1974. Т. 8. С. 1841.
4. *Tsu R.* Superlattices to nanoelectronics. Amsterdam: Elsevier Science. 2005.
5. *Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А. Е.* О применении хаотической синхронизации для скрытой передачи информации // Успехи физических наук. 2009. Т. 179. С. 1281.
6. *Wacker A.* Semiconductor superlattices: A model system for nonlinear transport // Phys. Rep. 2002. Vol. 357. P. 1.
7. *Balanov A.G., Fowler D., Patané A., Eaves L., and Fromhold T.M.* // Phys. Rev. E. 2008. Vol. 77. 026209.
8. *Selskii A.O., Koronovskii A.A., Hramov A.E., Moskalenko O.I., Alekseev K.N., Greenaway M.T., Wang F., Fromhold T.M., Shorokhov A.V., Khvastunov N.N. and Balanov A.G.* // Phys. Rev. B. 2011. Vol. 84, № 23. 235211.
9. *Fromhold T.M., Patané A., Bujkiewicz S., et al.* // Nature(London). 2004. Vol. 428. P. 726.

Саратовский государственный  
университет им. Н.Г. Чернышевского

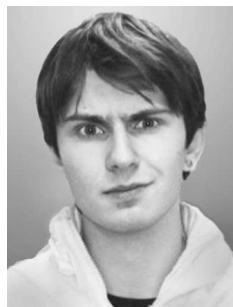
Поступила в редакцию 20.01.2012

## STUDY OF CHAOTIC REGIMES OF COLLECTIVE ELECTRON DYNAMICS IN SEMICONDUCTOR SUPERLATTICE IN EXTERNAL RESONATOR

*V.V. Makarov*

The paper deals the external resonator effect on collective electron dynamics in the semiconductor superlattice. Numerical simulations have shown that semiconductor superlattice which is characterized by only the regular oscillations in autonomous regime demonstrates chaotic microwave oscillations in the case of interaction with the external electro-dynamical system. This phenomena gives a strong potential for novel applications of semiconductor superlattice requiring microwave chaotic signals.

*Keywords:* Semiconductor superlattices, THz oscillations.



*Макаров Владимир Владимирович* – родился в Саратове в 1991 году, является студентом 4 курса факультета нелинейных процессов Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: vladmak404@gmail.com