



ПОВЕДЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ КОМПОНЕНТ СВЯЗАННЫХ ДИОДОВ ПИРСА ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

Д.И. Данилов, А.А. Короновский

В работе исследуется динамика двух однонаправленно связанных диодов Пирса вблизи границы фазовой синхронизации с точки зрения синхронизации спектральных компонент. Показано, что в изучаемой области параметра связи системы демонстрируют самоподобное поведение. Полученные результаты находятся в хорошем соответствии с данными аналогичных исследований систем Ресслера и отображения окружности.

Ключевые слова: Диод Пирса, синхронизация, спектральные компоненты, преобразование Фурье, перемежаемость.

Синхронизация колебаний – фундаментальное нелинейное явление, проявляющееся в самых разных областях науки, таких как физика, химия, биология, социология, информатика и др. Интерес к ее исследованию обусловлен многочисленными применениями синхронизации для решения радиофизических, социологических, физиологических задач, для скрытой передачи информации и так далее [1].

В последнее время большое внимание исследователей привлекает к себе синхронизация хаотических колебаний. Обычно выделяют следующие типы хаотической синхронизации: фазовая синхронизация [2], обобщенная синхронизация [3], синхронизация с запаздыванием [4], полная хаотическая синхронизация [5], синхронизация временных масштабов [6, 7]. Весьма интересным представляется вопрос о том, можно ли рассматривать все типы синхронизации с единых позиций. Одним из возможных способов решения этой задачи является рассмотрение динамики систем с позиций синхронизации спектральных компонент [8]. В этом случае каждый тип синхронизации представляется как частное проявление синхронизации спектральных компонент и изучается с точки зрения синхронизации отдельных частотных компонент фурье-спектров взаимодействующих систем. В частности, при асинхронной динамике все спектральные компоненты рассинхронизованы. Переход к режиму фазовой синхронизации соответствует синхронизации основных спектральных компонент. При дальнейшем увеличении параметра связи все больше спектральных компонент синхронизируются, пока наконец все они не окажутся синхронизованы при

переходе к режиму синхронизации с запаздыванием или полной синхронизации [9]. При этом последними синхронизируются компоненты, обладающие наименьшей энергией в фурье-спектре [8].

Синхронное поведение с точки зрения спектральных компонент изучено довольно хорошо, однако динамика в области параметров, предшествующей установлению синхронного режима, изучена не в полной мере. Известно, что в данной области в системах, демонстрирующих хаотическое поведение, наблюдается перемежающееся поведение [10–12].

В настоящей работе рассматривается поведение взаимодействующих систем вблизи границы фазовой хаотической синхронизации с точки зрения поведения спектральных компонент. Ранее подобные исследования проводились на примере систем с малым числом степеней свободы, а именно для связанных осцилляторов Ресслера и для отображений окружности [13]. В то же самое время, существует широкий класс систем, обладающих бесконечным числом степеней свободы – пространственно распределенные системы. Динамика таких систем в ряде случаев принципиально отличается от динамики классических конечномерных моделей, демонстрирующих хаотическое поведение. Однако, несмотря на все различия, существует целый пласт явлений, наблюдающихся как в системах с малым числом степеней свободы, так и в системах с бесконечномерным фазовым пространством, что позволяет изучать динамику систем данных классов с единых позиций.

В качестве исследуемой системы были выбраны два однонаправленно связанных диода Пирса [14], являющихся пространственно распределенными пучково-плазменными системами. Диод Пирса представляет собой две бесконечные плоские параллельные сетки, пронизываемые бесконечно широким электронным потоком. Пространство между сетками заполнено нейтрализующим фоном неподвижных ионов с плотностью, равной невозмущенной плотности заряда в электронном потоке. Несмотря на то, что диод Пирса является простейшей моделью в электронике СВЧ, он способен демонстрировать многие нелинейные явления, например динамический хаос.

Данная система при определенных значениях управляющих параметров позволяет использовать гидродинамическое приближение, в рамках которого электронный пучок рассматривается как сплошная среда – некоторая заряженная жидкость, скорость которой является однозначной функцией координат и времени [14]. В этом случае однонаправленно связанные диоды Пирса описываются системой уравнений движения, непрерывности и Пуассона

$$\frac{\partial v_{1,2}}{\partial t} = -v_{1,2} \frac{\partial v_{1,2}}{\partial x} - \frac{\partial \varphi_{1,2}}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_{1,2}}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho_{1,2} v_{1,2})}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_{1,2}}{\partial x^2} = -\alpha_{1,2}^2 (\rho_{1,2} - 1) \quad (3)$$

с граничными условиями

$$v_{1,2}(0, t) = 1, \quad \rho_{1,2}(0, t) = 1, \quad \varphi_{1,2}(0, t) = 0, \quad (4)$$

где φ – безразмерный потенциал поля пространственного заряда, ρ – безразмерная плотность заряда, v – безразмерная плотность потока, x – безразмерная координата

и t – безразмерное время. Индексы 1 и 2 обозначают ведущую и ведомую системы, соответственно. Управляющим параметром, характеризующим динамику каждой системы, является параметр Пирса α – невозмущенный угол пролета электронов по плазменной частоте. По аналогии с [15], для ведущей системы выберем $\alpha_1 = 2.858\pi$, для ведомой системы $\alpha_2 = 2.862\pi$.

Однонаправленная связь между системами осуществляется при помощи изменения значения безразмерного потенциала на правой границе ведомой системы, в то время как потенциал на правой границе ведущей системы остается неизменным:

$$\begin{cases} \varphi_1(1, t) = 0, \\ \varphi_2(1, t) = \varepsilon(\rho_2(1, t) - \rho_1(1, t)). \end{cases} \quad (5)$$

Здесь ε – коэффициент связи между системами, $\rho_{1,2}(1, t)$ – колебания безразмерной плотности пространственного заряда, регистрируемые на выходе каждой из систем.

Рассмотрим динамику исследуемых систем при значениях параметра связи, находящихся вблизи границы фазовой синхронизации. Известно, что диод Пирса при выбранных значениях управляющих параметров может быть описан конечномерной моделью, представляющей собой систему трех обыкновенных дифференциальных уравнений, полученной при помощи метода Галеркина [16]. Это позволяет получить восстановленное фазовое пространство, которое можно использовать для нахождения границы фазовой синхронизации. В качестве динамических переменных были выбраны значения плотности заряда $\rho(x = 0.2, t)$ и $\rho(x = 0.75, t)$. Полученный аттрактор является фазово-когерентным, благодаря чему можно ввести фазу как угол поворота на фазовой плоскости. Фазовая синхронизация наблюдается в том случае, когда разница фаз взаимодействующих систем является ограниченной во времени [17]. Полученная граница соответствует значению силы связи $\varepsilon_{ph} \approx 0.0098$.

Как было сказано ранее, переход к режиму фазовой синхронизации сопровождается синхронизацией основных спектральных компонент взаимодействующих систем. Частоту, соответствующую основной спектральной компоненте ведущей системы, можно найти из спектра колебаний, рассчитанного при помощи преобразования Фурье

$$S_{1,2}(f) = \int_0^T \rho_{1,2}(t) e^{-2\pi i f t} dt \quad (6)$$

Необходимо отметить, что формально интеграл в выражении (6) рассчитывается по бесконечному интервалу времени; однако при численном моделировании мы всегда вынуждены ограничиваться неким конечным временным интервалом T .

На рис. 1 приведен спектр ведущей системы. Как видно из рисунка, частота основной спектральной компоненты ведущей системы при заданных параметрах равна $f_m = 0.2579$.

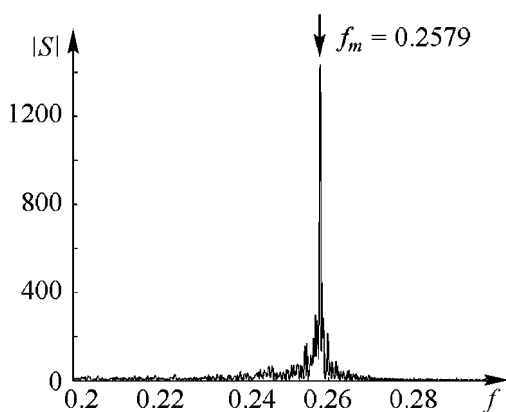


Рис. 1. Спектр Фурье ведущей системы в системе двух однонаправленно связанных диодов Пирса

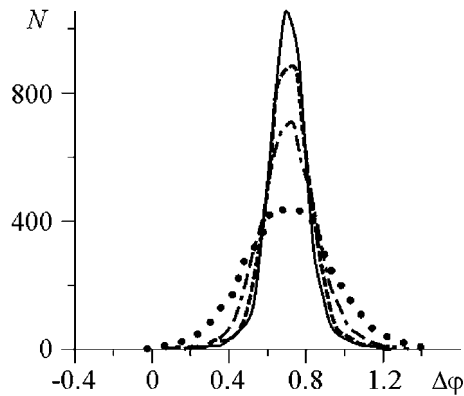


Рис. 2. Распределения разности фаз двух односторонне связанных диодов Пирса при $\varepsilon = 0.012$ для различных значений T : 3900 (сплошная линия); 3000 (пунктирная линия); 1950 (штрих-пунктирная линия); 750 (точки)

счет конечной длины T анализируемого временного интервала, так и за счет хаотической динамики, такие распределения будут иметь вид распределений Гаусса, стремящихся к δ -функции с увеличением T (рис. 2). Представляет интерес, как зависит дисперсия этих распределений от величины T , а также, как соотносятся такие зависимости при различных значениях ε . Изменение этих величин является, по сути дела, индикатором установления синхронного режима [8].

По аналогии с [18], введем следующую перенормировку времени

$$T_\varepsilon = T\sqrt{\varepsilon}, \quad (7)$$

где $\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_c$ – параметр надкритичности, ε_c – критическое значение, в рассматриваемом случае $\varepsilon_c \approx 0.005$.

В предыдущих исследованиях динамики односторонне связанных хаотических систем с малым числом степеней свободы вблизи границы фазовой синхронизации было показано, что дисперсия распределений разности фаз монотонно убывает с увеличением T , причем полученные зависимости подчиняются универсальной закономерности [13] для любых значений силы связи, близких к границе фазовой синхронизации. Следует отметить, что вид таких зависимостей одинаков для систем с малым числом степеней свободы, принадлежащих к разным классам, а именно, потоковым и дискретным. Соответственно, представляется важным и интересным проверить, будут ли подчиняться этой закономерности системы с бесконечным числом степеней свободы, к которым принадлежит и диод Пирса.

Как и ранее [13], дисперсия была нормирована на значение дисперсии распределений при $T = 0$. Полученные зависимости приведены на рис. 3. Видно, что для значений параметра связи ε , находящихся вблизи границы фазовой хаотической синхронизации, кривые практически совпадают, что свидетельствует о том, что динамика связанных диодов Пирса также подчиняется этой же закономерности.

При помощи преобразования Фурье можно также ввести фазу φ основной спектральной компоненты каждой системы как аргумент комплексного числа $\varphi = \arg S(f_m)$. Полученные таким образом значения фазы постоянны во времени и зависят только от начальных условий и от длины временной реализации, по которым рассчитывается преобразование Фурье. Для периодических осцилляторов в синхронном режиме разность фаз $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ ведущей и ведомой систем на частоте f_m для всех спектров, полученных для разных начальных условий, является одной и той же, то есть это распределение разностей фаз должно иметь вид δ -функции. Однако в рассматриваемом случае, как за

Таким образом, получена универсальная закономерность, описывающая динамику дисперсии распределений разности фаз, введенных при помощи преобразования Фурье, для системы двух однонаправленно связанных диодов Пирса при любом значении параметра связи, лежащего вблизи границы фазовой синхронизации. Также нужно заметить, что полученная кривая имеет такой же вид, как и аналогичная кривая, полученная ранее для системы однонаправленно связанных осцилляторов Ресслера, а также для однонаправленно связанных отображений окружности [13]. Этот факт подтверждает предположение о том, что данная универсальная закономерность корректно описывает динамику широкого класса хаотических систем, находящихся вблизи границы фазовой синхронизации.

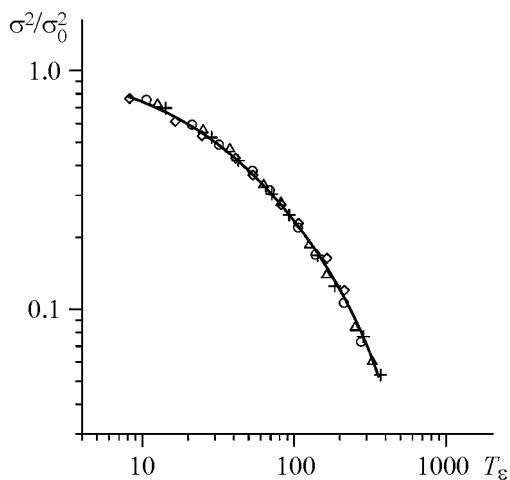


Рис. 3. Зависимость значения дисперсии распределений разности фаз однонаправленно связанных диодов Пирса от нормированной длины анализируемого временного интервала T_ε для значений параметра связи ε : 0.008 (\diamond), 0.01 (\circ), 0.012 (\triangle), 0.014 ($+$)

Авторы выражают признательность за помощь в работе А.Е. Храмову, О.И. Москаленко.

Работа выполнена при поддержке Федеральной Целевой Программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 годы», Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект 12-02-00221) и Фонда «Династия».

Библиографический список

1. Пиковский А.С., Розенблюм М.Г., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003.
2. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. Phase synchronization of chaotic oscillators // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76, № 11. P. 1804.
3. Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.I. Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems // Phys. Rev. E. 1995. Vol. 51, № 2. P. 980
4. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78, № 22. P. 4193.
5. Pecora L.M., Carroll T.L. Synchronization in chaotic systems // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 64, № 8. P. 821.
6. Hramov A.E., Koronovskii A.A. An approach to chaotic synchronization // Chaos. 2004. Vol. 14, № 3. P. 603.

7. Храмов А.Е., Короновский А.А., Левин Ю.И. Синхронизация временных масштабов хаотических осцилляторов // ЖЭТФ. 2005. Т. 127, № 4. С. 886.
8. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Moskalenko O.I. Synchronization of spectral components and its regularities in chaotic dynamical systems // Phys. Rev. E. 2005. Vol. 71, № 5. P. 056204.
9. Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Postnov D.E., Safonova M.A. Synchronization of chaos // Int. J. Bifurcation & Chaos. 1992. Vol. 2, № 3. P. 633.
10. Boccaletti S., Valladares D.L. Characterization of intermittent lag synchronization // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 62, № 5. P. 7497.
11. Pikovsky A.S., Osipov G.V., Rosenblum M.G., Zaks M., Kurths J. Attractor–repeller collision and eyelet intermittency at the transition to phase synchronization // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 79, № 1. P. 47.
12. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Moskalenko O.I. Type-I intermittency with noise versus eyelet intermittency // Phys. Lett. A. 2011. Vol. 375. P. 1646.
13. Данилов Д.И., Короновский А.А. Универсальная закономерность синхронизации основных спектральных компонент взаимодействующих осцилляторов // Известия РАН. Серия физическая. 2011. Т. 75, № 12. С. 1709.
14. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по СВЧ-электронике для физиков. Т. 1, 2. М.: Физматлит, 2003.
15. Короновский А.А., Москаленко О.И., Максименко В.А., Храмов А.Е. О возникновении обобщенной синхронизации в пучково-плазменных системах, связанных взаимно // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37, № 13. С. 40.
16. Hramov A.E., Rempen I.S. Investigation of the complex dynamics, regime control in Pierce diode with the delay feedback // Int. J. Electronics. 2004. Vol. 91, № 1. P. 1.
17. Pikovsky A.S., Rosenblum M.G., Kurths J. Phase synchronisation in regular and chaotic systems // Int. J. Bifurcation & Chaos. 2000. Vol. 10, № 10. P. 2291.
18. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K. Zero Lyapunov exponent in the vicinity of the saddle-node bifurcation point in the presence of noise // Phys. Rev. E. 2008. Vol. 78. P. 036212.

*Саратовский государственный
университет им. Н.Г. Чернышевского*

Поступила в редакцию 17.01.2012

SPECTRAL COMPONENTS' BEHAVIOR IN COUPLED PIERCE DIODES NEAR THE PHASE SYNCHRONIZATION BOUNDARY

D.I. Danilov, A.A. Koronovskii

In this article we study the dynamics of two unidirectionally coupled Pierce diodes near the phase synchronization boundary in terms of synchronization of spectral components.

We show that systems under consideration demonstrate self-similar behavior with any value of coupling strength within the region of our study. The results correlate with the data of the similar research for Rössler systems and circle map.

Keywords: Pierce diode, synchronization, spectral components, Fourier transform, intermittency.



Данилов Дмитрий Игоревич – родился в Вольске Саратовской области (1989). Окончил факультет нелинейных процессов Саратовского государственного университета (2010). Аспирант кафедры физики открытых систем ФНП СГУ. Область научных интересов – нелинейная динамика, различные типы хаотической синхронизации и перемежаемости. Автор ряда статей в рецензируемых научных журналах.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: danilov_dm89@mail.ru



Короновский Алексей Александрович – родился в Саратове (1972). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1995), доктор физико-математических наук (2007), профессор кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Область научных интересов – нелинейная динамика и ее проявления в различных сферах человеческой деятельности, в том числе нелинейная динамика социально-экономических процессов. Автор ряда статей в центральной печати, а также монографий (в соавторстве) «Нелинейная динамика в действии» и «Непрерывный вейвлетный анализ» (Саратов, Изд-во ГосУНЦ «Колледж»), двухтомной монографии «Методы нелинейной динамики и теории хаоса в задачах электроники сверхвысоких частот» (М.: Физматлит, 2009, под редакцией А.А. Короновского, А.А. Кураева, Д.И. Трубецкова и А.Е. Храмова), монографии «Моделирование нелинейной динамики глобальных процессов» (М.: Изд-во МГУ, 2010, под редакцией С.И. Ильина и Д.И. Трубецкова) и др.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: alkor@nonlin.sgu.ru