



МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН В ОДНОМЕРНЫХ МАГНОННЫХ КРИСТАЛЛАХ

А.В. Садовников, А.Г. Рожнев

В работе предложен метод расчета характеристик поверхностных магнитостатических волн, распространяющихся в одномерных магнитных кристаллах, образованных периодической модуляцией формы поверхности ферритовой пленки. Рассчитаны зона структура и распределение полей в периодической системе с прямоугольной формой модуляции поверхности пленки. Показано, что скорость распространения энергии для собственной волны в исследуемой анизотропной периодической системе совпадает с групповой скоростью, рассчитанной по дисперсионной характеристике. Полученные численные результаты находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными.

Ключевые слова: Магنونный кристалл, поверхностные магнитостатические волны, метод конечных элементов.

Введение

В последнее время актуальным является изучение нового класса планарных волноведущих систем на основе ферромагнитных пленок с периодическими и квазипериодическими неоднородностями – магنونных кристаллов (МК). По аналогии с фотонным кристаллом, в котором периодически чередуются области с различными значениями диэлектрической проницаемости, МК состоит из материалов с различной магнитной проницаемостью, либо с периодически изменяющимися геометрическими параметрами [1]. Подобные структуры могут быть как одномерными, так и двумерными [2]. Также выделяется класс динамических магنونных кристаллов [3], образованных из пленки железиттриевого граната (ЖИГ), расположенной в периодически изменяющемся магнитном поле.

В слоистых ферритовых структурах могут распространяться спиновые магнитостатические волны (МСВ) различного типа [4]. Периодическое изменение параметров среды приводит к появлению частотных запрещенных зон в спектре распро-

странения МСВ, причем положением зон можно управлять путем изменения внешнего постоянного магнитного поля. Благодаря этим свойствам, системы подобного типа находят применение в различных приборах и устройствах, таких как перестраиваемые СВЧ-фильтры, устройства хранения информации, сенсоры, высокоскоростные переключатели и устройства магنونной логики [5].

Задача численного моделирования распространения магнитоэлектрических волн в периодических и квазипериодических магнонных кристаллах является весьма важной, поскольку аналитического решения уравнений, описывающих динамику магнитоэлектрических спиновых волн в МК общего вида без существенных упрощающих предположений, получить не удается.

Все численные методы для решения задач электродинамики в общем случае можно разбить на два больших класса [6–8]. К первому классу относятся методики, в которых рассматриваются процессы, происходящие на фиксированной частоте (методы, работающие в частотной области). Подобные подходы эффективны для расчета собственных частот и полей собственных мод резонаторов, дисперсионных характеристик и полей собственных волн в линиях передачи.

В методах, относящихся ко второму классу, исследуется временная эволюция волновых пакетов или многочастотных сигналов, тогда говорят о методах, работающих во временном представлении. Эти методики, как правило, более эффективны при решении задач рассеяния, при исследовании распространения волновых пакетов в средах с дисперсией и в нелинейных структурах.

В данной работе построена математическая модель для расчета электродинамических характеристик ферромагнитных структур, периодических по одному из пространственных направлений (одномерных магнонных кристаллов). Подробно рассмотрена модель системы, которая хорошо описывает основные особенности процесса распространения магнитоэлектрических волн в линиях передач на основе пленки ЖИГ с периодически повторяющимися неоднородностями. Разработанная методика численного моделирования на основе метода конечных элементов в частотной области используется для нахождения дисперсионных характеристик одномерного магнонного кристалла, образованного периодически неоднородностями, нанесенными на одну из поверхностей ферритовой пленки. Детально рассматриваются пространственные распределения модулей напряженности электрического и магнитного полей в различных точках дисперсионной кривой. Полученные численные результаты сравниваются с экспериментальными данными, известными из литературы.

1. Постановка задачи и методика численного моделирования

Рассмотрим подробно методику численного моделирования периодической ферромагнитной структуры. Изображенная на рис. 1, *a* модель одномерного МК представляет собой периодическую вдоль направления оси x структуру. Вдоль оси z система предполагается бесконечной и однородной. Периодичность структуры вдоль оси x может быть обусловлена периодическим изменением толщины пленки, нанесением на ее поверхность повторяющихся металлизующих полосок или периодическим изменением свойств материала пленки. Для определенности здесь будет рассмотрена первая ситуация, то есть предполагается, что на верхней поверхности пленки создана неоднородность, повторяющаяся с периодом L . Система помещена во внешнее постоянное магнитное поле H_0 , направленное вдоль оси z . Внизу

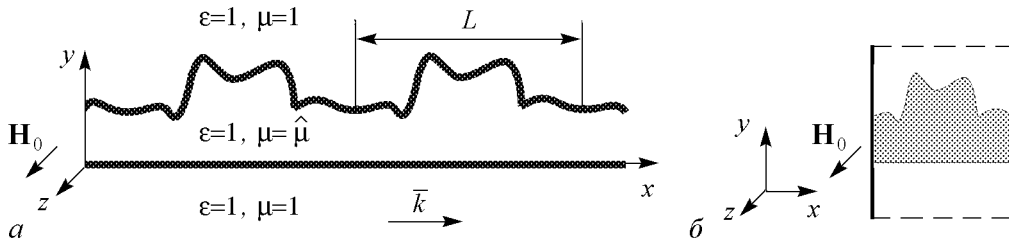


Рис. 1. *a* – схема периодической магнитной структуры; *b* – примитивная ячейка одномерного МК и заданные граничные условия: штриховые линии – идеальные электрические стенки, сплошные линии – периодические условия типа Флоке

и сверху пленки расположены слои диэлектрика, относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости которых в общем случае не равны. В качестве ферромагнитного материала для МК выбран ЖИГ, диэлектрическая проницаемость которого является скалярной величиной и константой, а магнитная проницаемость может быть выражена тензором, компоненты которого зависят от частоты. Если известен вид тензора $\hat{\mu}$, то для определения электродинамических характеристик МК необходимо решать уравнения Максвелла для структуры (см. рис. 1, *a*) с соответствующими граничными условиями.

Поскольку моделирование проводится в частотной области, то предполагается, что все компоненты электромагнитного поля зависят от частоты по закону $\exp j\omega t$. В этом случае из уравнений Максвелла для вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} следует известное уравнение второго порядка

$$\nabla \times (\hat{\mu}^{-1} \nabla \times \mathbf{E}) - k^2 \varepsilon \mathbf{E} = 0, \quad (1)$$

где $k = \omega/c$ – волновое число в вакууме, $\omega = 2\pi f$ – круговая частота, f – частота электромагнитной волны.

Если внешнее магнитное поле направлено вдоль оси z , в пленке ЖИГ в направлении оси x может распространяться поверхностная магнитостатическая волна (ПМСВ). Решая в линейном приближении уравнение движения вектора намагниченности (уравнение Ландау–Лифшица без учета диссипации) под действием периодического магнитного поля [9], являющегося малой добавкой к постоянному полю намагничивания, можно получить тензор магнитной проницаемости ферромагнетика [10]

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu(\omega) & -i\mu_a(\omega) & 0 \\ i\mu_a(\omega) & \mu(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

причем зависимость компонент тензора от частоты определяется соотношениями

$$\mu(\omega) = \frac{\omega_H(\omega_H + \omega_M) - \omega^2}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad (3)$$

$$\mu_a(\omega) = \frac{\omega_M \omega}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad (4)$$

где $\omega_M = \gamma 4\pi M_0$, $\omega_H = \gamma H_0$, $\gamma = 2\pi \cdot 2.8$ МГц/Э – гиромагнитное отношение в ЖИГ, M_0 – намагниченность насыщения. Наличие в тензоре магнитной проницаемости на-

магнитного феррита мнимых недиагональных компонент свидетельствует о магнитной гиротропии ферромагнитной среды, при этом компоненты тензора являются функциями частоты ω , намагнитченности M_0 и приложенного магнитного поля H_0 . В данной работе затухание электромагнитных волн в феррите не учитывается.

Поскольку МК является периодической системой, то для моделирования пространства в ней собственных волн достаточно рассмотреть один период структуры. На рис. 1, б схематично изображена примитивная ячейка МК и используемые в задаче типы граничных условий. Так как при распространении ПМСВ поле собственной волны сосредоточено, в основном, внутри или вблизи поверхности ферритовой пленки, то для ограничения расчетной области в направлении y достаточно было выбрать на ее верхней и нижней границах граничные условия наиболее простого вида. В наших расчетах в качестве таковых выбирались граничные условия типа электрической стенки. На правой и левой границах расчетной области, перпендикулярных оси x и отстоящих друг от друга на один период структуры, должны выполняться периодические граничные условия Флоке. Они имеют вид

$$\mathbf{E}(x + L, y) = \mathbf{E}(x, y) \exp(-j\beta_x L),$$

где β_x – компонента волнового вектора вдоль оси x (продольное волновое число).

2. Метод конечных элементов для моделирования распространения электромагнитных волн в анизотропных волноведущих структурах

Краевая задача, описывающая распространение волн в структуре и состоящая из уравнения (1) и соответствующих граничных условий, решается методом конечных элементов (МКЭ) [11–13]. Суть метода заключается в том, что расчетная область разбивается на конечные элементы (в простейшем случае – треугольники). В пределах каждого конечного элемента компоненты поля аппроксимируются с помощью простых полиномиальных функций. Коэффициенты полиномов выражаются через значения компонент полей в конечном числе точек, лежащих на границе и внутри элемента. Решение уравнений в частных производных для каждого конечного элемента осуществляется одним из подходящих для каждой конкретной задачи методов – вариационным методом, методом Галеркина и т.д. В нашем случае используется вариационный подход. Далее задача сводится к решению обобщенной проблемы собственных значений для больших разреженных матриц. В результате получаем распределение поля собственной моды и величину β_x , то есть точку на дисперсионной характеристике. Повторив вычисления для нужного количества точек в заданном диапазоне частот, можно рассчитать всю дисперсионную характеристику и соответствующие распределения полей.

В данной работе для расчета периодического МК используется вариант МКЭ, применимый к моделированию системы более общего вида, а именно, однородных в направлении оси z линий передачи с неоднородным в поперечном сечении анизотропным заполнением. Этот метод был предложен в работе [14]. Далее для простоты будем рассматривать закрытый в направлении y волновод, тогда один период структуры в плоскости xy представляет собой ограниченную область Θ (рис. 2, а). Предполагаем, что граница этой области Γ состоит из двух частей: $\Gamma = \Gamma_e \cup \Gamma_m$, где

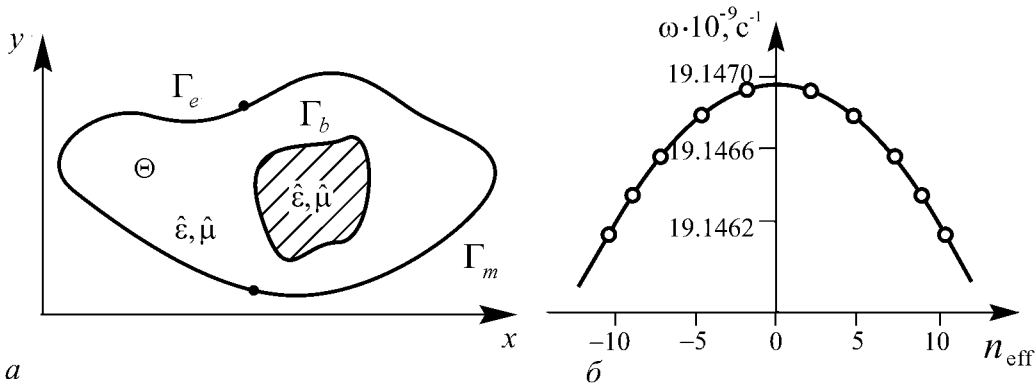


Рис. 2. *a* – поперечное сечение структуры – ограниченная область Θ ; *b* – аппроксимация результатов расчета $n_{eff}(\omega)$ для нахождения значения частоты ω

Γ_e и Γ_m – части границы, на которых заданы граничные условия типа электрической и магнитной стенок, соответственно. Будем считать, что тензоры комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей среды внутри волновода имеют вид

$$\hat{\varepsilon}(x, y) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mu}(x, y) = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & 0 \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

В общем случае компоненты этих тензоров могут претерпевать разрывы на линиях Γ_b внутри области Θ . Приведенный далее вариант метода конечных элементов пригоден и для тензоров $\hat{\varepsilon}$ и $\hat{\mu}$ общего вида, однако возникающее при этом алгебраическое уравнение для собственных значений оказывается квадратичным по продольному волновому числу [15], что сильно усложняет численное решение задачи, поэтому ограничимся видом тензоров (5).

Представим вектор электрического поля в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{E}(x, y) \exp(j\omega t - j\beta_z z)], \quad (6)$$

где $\mathbf{E}(x, y)$ – комплексная амплитуда поля, и рассмотрим билинейный функционал

$$F(\mathbf{E}^{(a)}, \mathbf{E}) = \int_{\Theta} (\text{rot}_{(-\beta_z)} \mathbf{E}^{(a)}) \hat{\nu} (\text{rot}_{(\beta_z)} \mathbf{E}) dS - k^2 \int_{\Theta} \mathbf{E}^{(a)} \hat{\varepsilon} \mathbf{E} ds, \quad (7)$$

где $dS = dx dy$, $\hat{\nu} = \hat{\mu}^{-1}$, $k = \omega/c$, нижний индекс оператора rot указывает на его зависимость от z -компоненты волнового числа β_z (или $-\beta_z$) как от параметра. Функции $\mathbf{E}^{(a)}(x, y)$ и $\mathbf{E}(x, y)$ принадлежат пространству векторных функций $Z(\Theta)$, определенному на области Θ ,

$$Z(\Theta) : \{ \mathbf{A}(x, y) | \mathbf{A} \in L_2(\Theta), \text{rot}_{(\beta_z)} \mathbf{A} \in L_2(\Theta); \mathbf{A}_\tau = 0, A_z = 0 \text{ на } \Gamma_e \}. \quad (8)$$

Здесь τ – вектор, касательный в плоскости xy к соответствующей части границы.

Условие стационарности функционала приводит к следующей краевой задаче для функции \mathbf{E} :

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}_{(\beta_z)} (\hat{\mathbf{v}} \operatorname{rot}_{(\beta_z)} \mathbf{E}) - k^2 \hat{\varepsilon} \mathbf{E} &= 0, & \mathbf{E}_\tau &= 0, & E_z &= 0 \text{ на } \Gamma_e, \\ (\hat{\mathbf{v}} \operatorname{rot}_{(\beta_z)} \mathbf{E})_\tau &= 0, & (\hat{\mathbf{v}} \operatorname{rot}_{(\beta_z)} \mathbf{E})_z &= 0 \text{ на } \Gamma_m, \\ (\hat{\mathbf{v}} \operatorname{rot}_{(\beta_z)} \mathbf{E})_\tau^{(+)} &= (\hat{\mathbf{v}} \operatorname{rot}_{(\beta_z)} \mathbf{E})_\tau^{(-)}, & (\hat{\mathbf{v}} \operatorname{rot}_{(\beta_z)} \mathbf{E})_z^{(+)} &= (\hat{\mathbf{v}} \operatorname{rot}_{(\beta_z)} \mathbf{E})_z^{(-)} \text{ на } \Gamma_b. \end{aligned} \quad (9)$$

В формулах (9) верхние индексы «+» и «-» соответствуют значениям функции на разных сторонах границы Γ_b . Краевая задача для сопряженного поля $\mathbf{E}^{(a)}$ отличается от задачи (9) сменой знака у β_z и заменой матриц $\hat{\mathbf{v}}$ и $\hat{\varepsilon}$ на транспонированные матрицы $\hat{\mathbf{v}}^T$ и $\hat{\varepsilon}^T$. Соотношения (9) совпадают с уравнениями, которые получаются при исключении комплексной амплитуды \mathbf{H} магнитного поля из уравнений Максвелла. Таким образом, задача расчета полей линии передачи эквивалентна нахождению стационарной точки функционала (7).

Для поиска стационарной точки применим вариант МКЭ, использующий смешанный базис. Область Θ разбиваем на треугольные элементы, в пределах каждого из них компоненты полей \mathbf{E} и $\mathbf{E}^{(a)}$ аппроксимируем следующими разложениями:

$$E_z = j\beta_z \sum_{i=1}^3 c_i N_i, \quad E_z^{(a)} = -j\beta_z \sum_{i=1}^3 c_i^{(a)} N_i, \quad \mathbf{E}_\perp = \sum_{i=4}^6 c_i \mathbf{p}_i, \quad \mathbf{E}_\perp^{(a)} = \sum_{i=4}^6 c_i^{(a)} \mathbf{p}_i, \quad (10)$$

где \mathbf{E}_\perp и $\mathbf{E}_\perp^{(a)}$ – поперечные компоненты полей; N_i ($i = 1, 2, 3$) – узловые линейные конечные элементы, определяемые в вершинах треугольника [8]; \mathbf{p}_i ($i = 4, 5, 6$) – реберные элементы [12,16], определяемые на серединах его сторон; c_i и $c_i^{(a)}$ – неизвестные коэффициенты. Для $i = 1, 2, 3$ коэффициенты c_i равны z -компонентам поля \mathbf{E} в вершинах треугольного элемента, а для $i = 4, 5, 6$ они имеют смысл компонент поля \mathbf{E} , касательных к соответствующему ребру треугольника. Таким образом, продольная составляющая поля разлагается по обычному конечноэлементному базису, а поперечное к оси структуры поле – по реберным элементам.

Подставим аппроксимации (10) в (7) и просуммируем по всем треугольникам сетки; в результате получим приближенное значение функционала, зависящее от коэффициентов c_i и $c_i^{(a)}$. Дифференцируя это выражение по всем $c_i^{(a)}$ и приравнявая производные к нулю, получим систему линейных алгебраических уравнений вида

$$\beta_z^2 \hat{T}_1 \mathbf{X} + \hat{T}_2 \mathbf{X} = k^2 \beta_z^2 \hat{T}_3 \mathbf{X} + k^2 \hat{T}_4 \mathbf{X}. \quad (11)$$

Здесь \mathbf{X} – вектор-столбец, составленный из неизвестных коэффициентов c_i , а \hat{T}_i ($i = 1, \dots, 4$) – квадратные разреженные комплексные матрицы, элементы которых зависят только от геометрии сетки и распределения диэлектрической и магнитной проницаемостей по поперечному сечению системы.

Если считать частоту заданной, то уравнение (11) приводится к обобщенной алгебраической проблеме собственных значений

$$\hat{A} \mathbf{X} = \Lambda \hat{B} \mathbf{X}, \quad (12)$$

в которой матрицы \hat{A} и \hat{B} представляют собой линейные комбинации матриц \hat{T}_i , а в качестве собственного значения Λ выступает β_z^2 . Если же считать заданной z -компоненту волнового числа β_z и искать k^2 , то вновь получаем алгебраическую проблему собственных значений, подобную (12), но с другими матрицами \hat{A} , \hat{B} и собственным числом, равным k^2 . Для расчета ферромагнитных структур первый вариант более удобен, поскольку элементы тензора магнитной проницаемости зависят от частоты и, если она считается заданной, отпадает необходимость итерационной процедуры поиска частоты для вычисления дисперсионной характеристики.

При использовании указанного подхода граничные условия необходимо учитывать только на части границы Γ_e , поскольку на остальной границе для функционала (7) они являются естественными, и найденное решение будет удовлетворять им автоматически.

Следует отметить, что в данной работе расчетная область разбивалась на конечные элементы таким образом, что размер треугольного элемента уменьшался на границах и изломах ферромагнитной структуры.

3. Методика расчета магнитоэлектрических волн в одномерных магнитных кристаллах

Рассмотрим подробно методику расчета дисперсионной зависимости для волн, распространяющихся вдоль оси x в одномерном магнитном кристалле с использованием изложенного выше варианта МКЭ.

Поскольку рассматриваемая система вдоль направления x является периодической, а вдоль направления z – однородной, то зависимость пространственного распределения полей собственных мод по этим координатам задается различным образом. Можно считать, что вдоль однородного направления z бежит гармоническая волна вида $\exp(-i\beta_z z)$. Периодическая зависимость вдоль оси x определяется граничными условиями типа Флоке на двух вертикальных границах, показанных на рис. 1, b сплошными линиями.

При расчете собственных мод в подобной структуре в качестве входных параметров задаются значения фазового сдвига волны на период структуры вдоль оси x , или, фактически, постоянная распространения $\beta_x = \varphi/L$, а также частота сигнала. Последнее обстоятельство особенно удобно при исследовании магнитных кристаллов, поскольку, как уже отмечалось выше (см. (3), (4)), значения компонент тензора магнитной проницаемости $\hat{\mu}$ явным образом зависят от частоты.

В результате выполнения программы рассчитывается постоянная распространения β_z волны вдоль оси z и соответствующий эффективный показатель преломления $n_{eff} = \beta_z/k$. При задании произвольного значения частоты ω получается, вообще говоря, отличная от нуля величина поперечной z -компоненты волнового числа $\beta_z \neq 0$. Однако здесь исследуются свойства ПМСВ, распространяющейся только вдоль оси x . Для такой волны поперечное волновое число β_z должно равняться нулю. Чтобы добиться выполнения этого условия, ищется такое значение частоты ω , при котором достигается выполнение уравнения $\beta_z = 0$ с достаточной точностью. На рис. 2, b изображен результат процесса нахождения значения частоты. Точками обозначены рассчитанные значения частоты и эффективного показателя преломления, а кривой – интерполяция зависимости $n_{eff}(\omega)$. Отметим, что расчет производился также для отрицательных значений n_{eff} , что соответствует волне, распространяю-

щейся в отрицательном направлении оси x . Далее по всем рассчитанным точкам строится аппроксимирующий полином шестой степени, и рассчитывается значение частоты ω при котором $n_{eff} = 0$. Таким образом, получается пара значений: β_x и ω , для которых $\beta_z = 0$, то есть координаты точки на дисперсионной кривой $\omega(\beta_x)$ для собственной волны системы, распространяющейся строго вдоль оси x .

Данный метод позволяет получить все точки искомой зависимости для одной моды. Чтобы получить аналогичные результаты для следующих мод, нужно для фиксированных значений β_x задавать в начале процедуры расчета другие значения частоты ω . Моды легко отличить друг от друга по пространственному распределению электрического и магнитного поля собственной моды (см. ниже, в разделе 5).

4. Тестовые расчеты: моды Дэймона–Эшбаха

Предложенная методика расчета параметров ПМСВ тестировалась на примере системы, для которой известны аналитические результаты. В качестве такой модельной системы была выбрана задача распространения моды Дэймона–Эшбаха в однородной пленке ЖИГ. Дисперсионное уравнение для этой моды в случае, когда по обе стороны пленки находится вакуум и без учета обменного взаимодействия, имеет вид [17,18]

$$\omega^2 = \omega_H (\omega_H + \omega_M) + \frac{\omega_M^2}{4} (1 - \exp(-2\beta_x l)), \quad (13)$$

где l – толщина ферромагнитной пленки.

На рис. 3, а приведены геометрические размеры расчетной области для следующих параметров: $l = 20$ мкм – толщина пленки, $L = 60$ мкм – горизонтальный размер примитивной ячейки, $b = 350$ мкм – размеры расчетной области в вертикальном направлении. Отметим, что величина b значительно превышает поперечные размеры пленки, для того чтобы исключить влияние граничных условий на верхней и нижней границах области на результат расчета. Цифрой 1 на рисунке обозначен ферромагнитный слой с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1$ и тензором магнитной проницаемости $\hat{\mu}$, определяемым выражением (2), причем $\omega_H = 5.278 \cdot 10^9$ с⁻¹, $\omega_M = 30.788 \cdot 10^9$ с⁻¹. Цифрами 2, 3 обозначены области с $\varepsilon = 1$ и $\mu = 1$.

На рис. 3, б показано пространственное распределение амплитуд электрического и магнитного полей в однородной пленке при $\omega/\omega_H = 3.5746$, $\beta_x l = 0.6$. На рис. 3, в приведена дисперсионная характеристика ПМСВ в однородной пленке, построенная с помощью формулы (13) (сплошная линия), точками на этом же графике даны результаты численного моделирования с использованием предложенной методики. Из рисунка видно, что рассчитанные точки хорошо ложатся на теоретическую кривую. На рис. 3, г видно хорошее совпадение профиля компоненты $H_y(y)$ магнитного поля, найденного аналитически и построенного по результатам расчета методом конечных элементов. Известно, что дисперсия ПМСВ в изолированном однородном слое взаимна по отношению к направлению распространения, но магнитостатические волны в ферритовых пленках обладают свойством невзаимности с точки зрения распределения полей, что связано с наличием выделенного направления в пространстве – направления постоянного магнитного поля [18].

Для ПМСВ, распространяющихся в пленке конечных поперечных размеров, волна, бегущая в направлении, перпендикулярном постоянному магнитному полю,

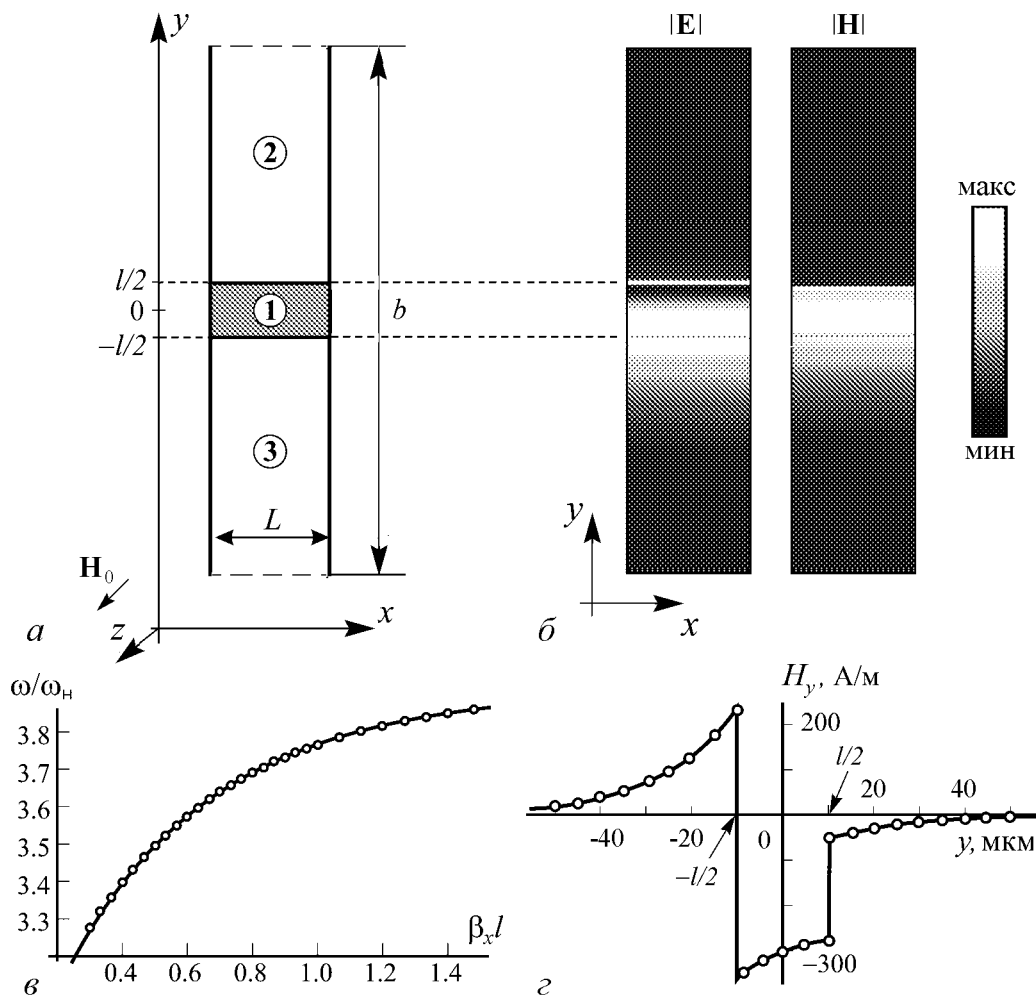


Рис. 3. *a* – геометрия однородной пленки ЖИГ для расчета мод Деймона–Эшбаха (обозначения граничных условий те же, что и на рис. 1, *б*); *б* – пространственное распределение модуля электрического и магнитного полей в структуре; *в* – дисперсионная характеристика ПМСВ в однородной пленке; *г* – распределение компоненты напряженности магнитного поля $H_y(y)$. Сплошные кривые – аналитические зависимости, точки – результат численного моделирования

распространяется преимущественно вдоль одной из поверхностей пленки, что отчетливо видно из рис. 3, *б*. Волна, бегущая в обратном направлении, распространяется вдоль противоположной поверхности пленки. Если однородная пленка нагружена сверху и снизу одинаковым образом (например, диэлектриком с одинаковым значением диэлектрической проницаемости), то следует ожидать, что для обеих волн дисперсионные характеристики будут идентичны. Если нагрузка на поверхности пленки несимметрична или если одна из поверхностей периодически деформирована, то условия для распространения прямой и встречной волн оказываются не одинаковыми. В этом случае следует ожидать отличия в свойствах дисперсионных характеристик волн, распространяющихся в двух противоположных направлениях, перпендикулярных постоянному магнитному полю. Таким образом, в этих структурах можно наблюдать невзаимность прямой и встречной поверхностных магнитостатических волн. В следующем разделе приводится обсуждение проявления свойств невзаимности в одномерной магнетонно-кристаллической структуре.

5. Расчет характеристик поверхностной магнитоэлектрической волны в периодической ферромагнитной пленке

Рассмотрим периодическую ферромагнитную структуру (одномерный МК), экспериментально исследованную в работе [19]. Геометрические размеры структуры указаны на рис. 4, *a*. На линиях, ограничивающих примитивную ячейку МК, заданы граничные условия в виде идеальных электрических стенок – сверху и снизу расчетной области и периодические граничные условия Флоке – на правой и левой границах. В качестве ферромагнитного материала (область 1 на рис. 4, *a*) рассматривался ЖИГ с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 12.7$ [20]. Тензор магнитной проницаемости $\hat{\mu}$ задавался в виде (2). Значение напряженности внешнего постоянного магнитного поля $H_0 = 300$ Э, намагниченность насыщения $M_0 = 1750/4\pi$ Гс, $\omega_H = 5.278 \cdot 10^9$ с⁻¹, $\omega_M = 30.788 \cdot 10^9$ с⁻¹. Подложкой для пленки служил галлий-гадолиниевый гранат (область 2) с $\varepsilon = 12.1$, $\mu = 1$. Сверху пленка нагружена слоем поликора (область 3) с $\varepsilon = 9.6$, $\mu = 1$. В области 4 и в светлой области канавки между ЖИГ и поликором $\varepsilon = 1$ и $\mu = 1$.

Были рассчитаны 4 первые ветви дисперсионной кривой и проведено сравнение с экспериментальными данными работы [19], в которой приводятся спектры прохождения ПМСВ через микрополосковую линию с неоднородностями, периодически нанесенными на верхнюю поверхность пленки ЖИГ. На рис. 4, *b* представлены результаты численного моделирования (слева) и АЧХ из работы [19] (справа). Здесь введены обозначения: $\Omega = \omega / \omega_H$ – безразмерная частота, $\beta_x L$ – безразмерное продольное волновое число. Пунктирной линией показаны границы первых двух полос непропускания на рассчитанной дисперсионной характеристике. На АЧХ также видны две первые зоны непропускания, в которых наблюдалось затухание сигнала на величину порядка 40 дБ. Можно отметить хорошее совпадение расположения первых двух полос непропускания на экспериментальной АЧХ и запрещенных зон

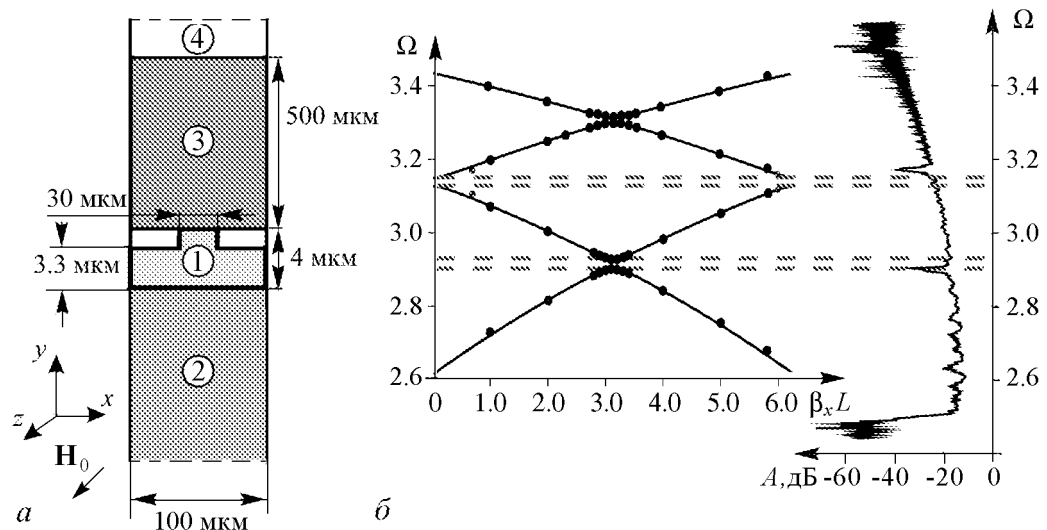


Рис. 4. *a* – геометрические размеры и структура примитивной ячейки одномерного магнетонного кристалла (обозначения граничных условий те же, что и на рис. 1, *b*); *b* – рассчитанная дисперсионная характеристика (слева) и экспериментальная АЧХ [19] для периодической структуры (справа)

на рассчитанной дисперсионной характеристике, хотя точного совпадения наблюдать не удастся. Связано это, по всей видимости, с тем, что в экспериментальном образце пленка ЖИГ ограничена в направлении, перпендикулярном направлению распространения ПМСВ, и вид канавок на поверхности пленки отличен от строго прямоугольного.

Важной величиной при анализе распространения электромагнитных волн является групповая скорость, определяемая в случае распространения волны в направлении оси x формулой

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta_x}. \quad (14)$$

Из общей теории волн следует, что в случае периодических структур без затухания групповая скорость определяет также скорость распространения энергии, то есть должно выполняться соотношение

$$v_g = \frac{\Sigma}{W}L, \quad (15)$$

где Σ – усредненный по периоду колебаний поток мощности вдоль системы; W – усредненная энергия, запасенная на одном периоде; L – период структуры. Представляет интерес непосредственная проверка выполнения условия равенства групповых скоростей, найденных по формулам (14) и (15) для сложной анизотропной структуры, каковой является магнетонный кристалл, с помощью данных, полученных в результате численного моделирования.

Поток мощности Σ вдоль системы на единицу длины вдоль направления x задается формулой

$$\Sigma = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{AB} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* dy. \quad (16)$$

Здесь интегрирование проводится по поперечному сечению AB примитивной ячейки (врезка на рис. 5), поскольку волна распространяется вдоль направления x . Энергия электромагнитного поля в случае рассматриваемой структуры может быть рассчитана как сумма энергий

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4, \quad (17)$$

где W_1 – энергия внутри пленки ЖИГ, W_2 – внутри подложки галлий-гадолиниевого граната, W_3 – внутри слоя поликора, W_4 – в области с $\varepsilon = 1$ и $\mu = 1$. Энергия в области V_i рассчитывается путем интегрирования по соответствующей области пространства (1, 2, 3 или 4 на рис. 4, а) величины w_i – усредненной по времени плотности энергии электромагнитного поля.

$$W = \int_V \int w_i dx dy. \quad (18)$$

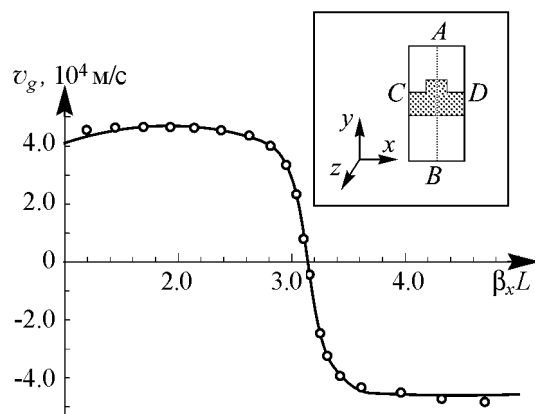


Рис. 5. Зависимость групповой скорости от волнового числа для нижней ветви дисперсионной характеристики (см. рис. 4, б)

Поскольку для областей 2–4 отсутствует материальная дисперсия и анизотропия в рассматриваемом диапазоне частот, то вычисление величин w_2 , w_3 и w_4 производится по формуле [21]

$$w_{2,3,4} = \frac{1}{4} \{ \varepsilon_0 \mathbf{E} \mathbf{E}^* + \mu_0 \mathbf{H} \mathbf{H}^* \}, \quad (19)$$

где $\varepsilon_0 = 8.855 \cdot 10^{12}$ Ф/м – диэлектрическая постоянная, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная. При расчете плотности энергии w_1 в пленке ЖИГ необходимо учитывать материальную дисперсию среды и анизотропию [10,22]

$$w_1 = \frac{1}{4} \left\{ \varepsilon_0 \mathbf{E} \mathbf{E}^* + \mu_0 \sum_{i,j=x,y,z} \frac{\partial [\omega \mu_{ij}(\omega)]}{\partial \omega} H_i H_j^* \right\}, \quad (20)$$

где $\mu_{ij}(\omega)$ – компоненты тензора магнитной проницаемостей ЖИГ (2) для случая распространения ПМСВ. Подставляя в (20) компоненты тензора (2), получим

$$w_1 = \frac{1}{4} \left\{ \varepsilon_0 \mathbf{E} \mathbf{E}^* + \mu_0 \frac{\partial (\omega \mu)}{\partial \omega} [H_x H_x^* + H_y H_y^*] + \mu_0 i \frac{\partial (\omega \mu_a)}{\partial \omega} [H_y H_x^* - H_x H_y^*] + \mu_0 H_z H_z^* \right\}, \quad (21)$$

где $\mu(\omega)$ и $\mu_a(\omega)$ – зависящие от частоты компоненты тензора магнитной проницаемости, определяемые соотношениями (3) и (4), соответственно.

Рассмотрим нижнюю ветвь дисперсионной характеристики, изображенной на рис. 4, б, и построим для нее двумя способами зависимость групповой скорости от частоты путем дифференцирования дисперсионной кривой (по формуле (14)) и методом расчета энергии и потока мощности (по формуле (15)). Следует подчеркнуть, что дисперсионная кривая и энергетические характеристики рассчитываются методом конечных элементов без каких-либо упрощающих приближений. На рис. 5 сплошной кривой показаны результаты дифференцирования первой ветви дисперсионной кривой, а точки соответствуют рассчитанным значениям групповой скорости с помощью соотношения (15). Видно, что при переходе через точку $\beta_x L = \pi$ величина v_g становится отрицательной, что свидетельствует об изменении направления потока энергии вдоль оси x на противоположное. В периодической структуре возникает обратная волна. При приближении к границе запрещенной области значение $|v_g|$ уменьшается и обращается в нуль при $\beta_x L = \pi$.

Групповая скорость МСВ в периодической ферритовой структуре с рассматриваемой геометрией также может быть определена по экспериментальным данным, приведенным в работе [19]. По фазово-частотным характеристикам линии с такой структурой была построена дисперсионная характеристика и затем рассчитана групповая скорость для нескольких значений волновых чисел. При $\beta_x L = 2.0$ значение полученной таким образом величины групповой скорости составило $5 \cdot 10^6$ м/с, что хорошо согласуется со значениями, указанными на рис. 5.

Проведем исследование пространственного распределение напряженностей электрического и магнитного полей в пределах примитивной ячейки. Будем интересоваться распределением модулей этих величин при различных значениях частоты и продольного волнового числа. Рассмотрим две первые ветви дисперсионной кривой, показанной на рис. 4, б. Как показали расчеты, пространственные распределения величины $|\mathbf{H}|$ при различных параметрах Ω и $\beta_x L$ мало отличаются друг

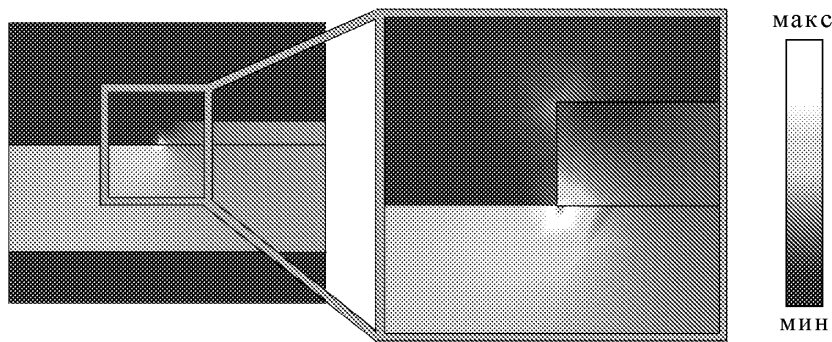


Рис. 6. Пространственное распределение амплитуды магнитного поля $|H|$. Фрагмент примитивной ячейки структуры и увеличенная область с дефектом. $\beta_x L = 2.9$, $\Omega = 2.892$

от друга. На рис. 6 показано типичное распределение величины $|H|$ для $\beta_x L = 2.9$, $\Omega = 2.892$. Хорошо видна локализация магнитного поля на неоднородности структуры. Подробное исследование распределения модуля напряженности магнитного поля вдоль линии CD , изображенной на врезке рис. 5, подтверждает факт локализации $|H|$ на изломе вдоль кривой CD .

Более показательными являются в данном случае картины распределения электрического поля. Рассмотрим подробно распределения полей первой и второй собственных мод структуры.

В области $0 < \beta_x L < \pi$ в случае первой моды, соответствующей первой ветви дисперсионной кривой, прямая волна распространяется вдоль нижней плоскости ЖИГ, поскольку величина $|E|$ локализована в нижней части пленки (рис. 7, а, б). Для второй моды (вторая ветвь дисперсионной кривой) ситуация обратная – волна бежит вдоль верхней плоскости (рис. 8, а, б) и поле E локализовано вблизи верхней части ферромагнетика.

В области $\pi < \beta_x L < 2\pi$ первая мода представляет собой волну, распространяющуюся в отрицательном направлении оси x (рис. 7, з, д), а вторая – в положительном направлении оси x (рис. 8, з, д). Действительно, характерным для поверхностных магнитостатических волн является то, что при изменении направления распространения волны максимум поля переходит на противоположную поверхность.

При приближении к полосе непропускания ($\beta_x L \rightarrow \pi$) распределение величины $|E|$ становится все более симметричным относительно центра пленки (рис. 7, в и рис. 8, в). Магнитное поле локализовано в ЖИГ и имеет максимумы на изломах пленки. Электрическое поле в основном сосредоточено вокруг ферромагнитной структуры.

Как было сказано в разделе 4, в данной структуре можно предположить наличие невзаимности в распространении прямой и встречной ПМСВ. Однако рассчитанная дисперсионная характеристика на рис. 4, б симметрична относительно линии $\beta_x L = \pi$, что указывает на отсутствие проявления свойств невзаимности. Данный факт можно понять, если провести расчет энергии электрического и магнитного поля для магнотно-кристаллической структуры. Расчет показал, что энергия магнитного поля в пленке ЖИГ на 4–5 порядков больше энергии электрического поля в пленке. Поскольку распределение магнитного поля в случае рассматриваемой геометрии

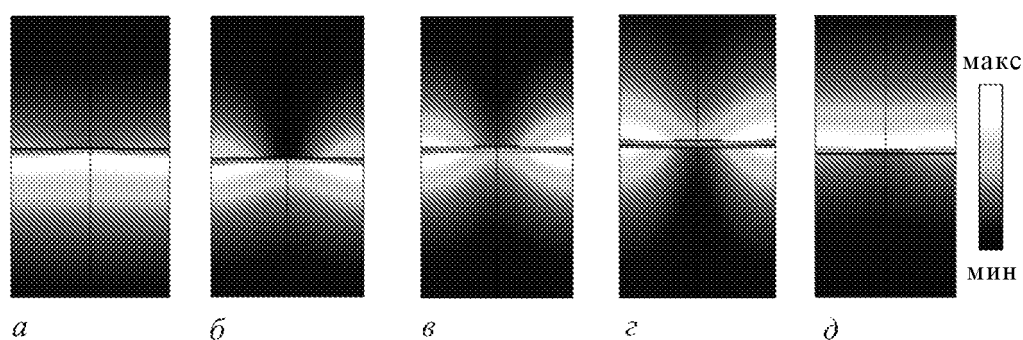


Рис. 7. Пространственное распределение амплитуды электрического поля $|E|$ на первой ветви дисперсионной кривой для различных $\beta_x L$ и Ω , соответственно: *a* – 2.0, 2.818; *б* – 2.9, 2.892; *в* – 3.1, 2.903; *г* – 3.2, 2.901; *д* – 4.0, 2.842

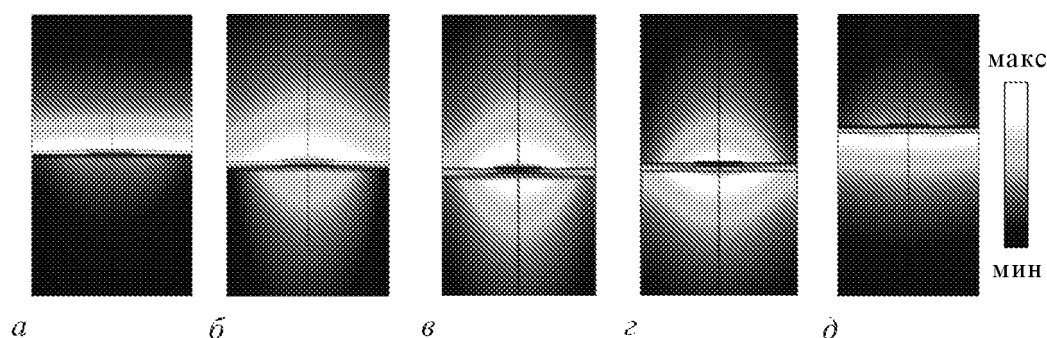


Рис. 8. Пространственное распределение амплитуды электрического поля $|E|$ на второй ветви дисперсионной кривой для различных $\beta_x L$ и Ω , соответственно: *a* – 2.0, 3.002; *б* – 2.9, 2.933; *в* – 3.1, 2.928; *г* – 3.2, 2.930; *д* – 4.0, 2.983

для прямой и встречных волн практически идентично (для одинакового значения частоты) и локализовано преимущественно на изломах пленки, то и дисперсионные характеристики для них одинаковые.

Заключение

С помощью разработанной методики расчета электродинамических характеристик периодических ферромагнитных структур, основанной на векторном варианте метода конечных элементов, проведено численное моделирование и расчет дисперсионных характеристик ПМСВ в пленке ЖИГ, на верхней поверхности которой расположены периодически повторяющиеся канавки прямоугольной формы. Рассмотрен процесс распространения поверхностных магнитостатических волн и детально изучено пространственное распределение электрического и магнитного полей в примитивной ячейке рассматриваемой ферромагнитной структуры в различных точках на дисперсионной кривой. Проведено сравнение результатов численного моделирования с экспериментально полученными АЧХ поверхностных магнитостатических волн микрополосковой линии с неоднородностями, периодически нанесенными на верхнюю поверхность пленки ЖИГ. Показано хорошее совпадение расположения

первых двух частотных зон непропускания на дисперсионной кривой, рассчитанной методом конечных элементов, и соответствующих зон непропускания на экспериментальной АЧХ. Рассчитанные значения групповой скорости для первой ветви дисперсионной кривой согласуются с имеющимися экспериментальными данными. Обнаружено также отсутствие проявления свойств невзаимности в распространении прямой и встречной поверхностных магнитостатических волн, что объясняется локализацией магнитного поля на изломах периодической структуры как для прямой, так и обратной волны.

Авторы выражают благодарность Шараевскому Ю.П. и Бегину Е.Н. за плодотворные дискуссии и обсуждение полученных результатов.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (проект № 2010-1.2.2-123-019-002) и гранта РФФИ № 10-02-01403-а.

Библиографический список

1. *Neusser S., Grundler D.* Magnonics: Spin waves on the nanoscale // *Adv. Mater.* 2009. Vol. 21. P. 2927.
2. *Klos J.W., Krawczyk M., Sokolovsky M.* Bulk and edge modes in two-dimensional magnonic crystal slab// *Journal of Applied Physics.* 2011. Vol. 109, № 07. D311.
3. *Chumak A.V., Neumann T., Serga A.A., Hillebrands B., Kostylev M.P.* A current-controlled, dynamic magnonic crystal // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2009. Vol. 42. 205005.
4. *Stancil D., Prabhakar A.* Spin waves. Theory and applications. NY: Springer science, 2009.
5. *Kruglyak V.V., Demokritov S.O., Grundler D.* Magnonics // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2010. Vol. 43. 264001.
6. *Зенкевич О., Морган К.* Конечные элементы и аппроксимация. М.: Мир, 1986.
7. *Taflove A., Hagness S.C.* Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method. Norwood. MA: Artech House, 2005.
8. *Silvester P.P., Ferrari R.L.* Finite Elements for Electrical Engineers: 3rd ed. Cambridge University Press, 1996.
9. *Landau L.D., Lifshitz E.M.* On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies // *Phys. Z. Soviet Union.* 1935. Vol. 8, № 2. P. 153.
10. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
11. *Jin J.* The Finite Element Method in Electromagnetics. 2nd ed. Wiley-IEEE Press, 2002.
12. *Lee J.F., Sun D.K., Cendes Z.J.* Full-wave analysis of dielectric waveguides using tangential vector finite elements // *IEEE Trans.* 1991. Vol. MTT-39, № 8. P. 1262.
13. *Sheng X.Q., Xu S.* An efficient high-order mixed-edge rectangular-elements method for lossy anisotropic dielectric waveguides // *IEEE Trans.* 1997. Vol. MTT-45, № 7. P. 1009.

14. Бровко А.В., Рожнев А.Г., Маненков А.Б. Конечноэлементная модель волоконно-оптического поляризатора // Изв. вузов. Радиофиз. 2001. Т. 44, № 7. С. 615.
15. Valor L., Zapata J. Efficient finite element analysis of waveguides with lossy inhomogeneous anisotropic materials characterized by arbitrary permittivity and permeability tensors // IEEE Trans. Microw. Theory Tech. 1995. Vol. 43, № 10. P. 2452.
16. Koshiba M., Maruyama S., Hirayama K. A vector finite element method with the high-order mixed-interpolation-type triangular element for optical waveguide problems // J. Lightw. Technol. 1994. Vol. 12, № 3. P. 495.
17. Damon R.W., Eshbach J.R. Magnetostatic modes of a ferromagnet slab // J. Phys. Chem. Solids. 1961. Vol. 19. P. 308.
18. Вашковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П. Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1994. 312 с.
19. Бегинин Е.Н., Гришин С.В., Шараевский Ю.П., Шешукова С.Е. Электродинамические характеристики периодических и фрактальных волноведущих микроструктур на основе ферритовых пленок // Гетеромагнитная микроэлектроника. 2011, № 9. С. 16.
20. Sirdeshmukh L., Kumar K.K., Laxman S.B. et al. Dielectric properties and electrical conduction in yttrium iron garnet // Bull. Mater. Sci. 1998. Vol. 21, № 3. P. 219.
21. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь. 1988.
22. Гинзбург В.Л., Агранович В.М. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов // УФН. 1964. Т. 76, вып. 4. С. 643.

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Поступила в редакцию 27.02.2012

ELECTRODYNAMICAL CHARACTERISTICS OF PERIODIC FERROMAGNETIC STRUCTURES

A.V. Sadovnikov, A.G. Rozhnev

The periodic structure consisting of a shallow grooves on a surface of a ferromagnetic film was investigated. The electrodynamic characteristics of propagation of the surface magnetostatic wave in this structure were obtained. The 2D model of the periodical Yttrium Iron Garnet structure was numerically studied by the algorithm based on the Finite Element method. The spatial distribution of the electric and magnetic field components in different points of dispersion characteristics was studied in detail. The comparison of experimental data and numerical results was carried out.

Keyword: Magnonic crystal, surface magnetostatic waves, finite element method.



Садовников Александр Владимирович – родился в Саратове (1987), окончил Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского (2009). После окончания СГУ обучается в аспирантуре на кафедре электроники, колебаний и волн. Область научных интересов: изучение нестационарной динамики распространения волн в нелинейных электродинамических периодических структурах, таких как фотонно-кристаллические структуры, периодических ферромагнитные структуры и микроструктурированные оптические волокна. Принимает участие в международных и всероссийских конференциях, является автором трех статей в рецензируемых научных журналах и в сборниках научных трудов конференций.

410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: SadovnikovAV@gmail.com



Рожнев Андрей Георгиевич – окончил Саратовский государственный университет (1981) по специальности радиофизика. С 1989 года работает в должности старшего научного сотрудника Института механики и физики СГУ (в настоящее время НИИ Естественных наук СГУ). Одновременно с 2001 преподает на кафедре нелинейной физики СГУ в должности доцента. Область научных интересов: вакуумная СВЧ-электроника и микроэлектроника, теория фотонных кристаллов, нелинейная теория колебаний и волн, численное моделирование электромагнитных полей. Автор более 60 статей в рецензируемых научных журналах, соавтор учебных пособий для физических специальностей вузов «Линейные колебания и волны» (М.: Физматлит, 2001) и «Линейные колебания и волны. Сборник задач» (М.: Физматлит, 2001, 1-е изд.; 2008, 2-е изд.).

410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: RozhnevAG@info.sgu.ru