



## ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДИССИПАТИВНЫХ СТРУКТУР МНГОВИХРЕВОЙ ИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИИ

*И.А. Ермолаев, А.С. Шаповалов*

Численно моделируется электроконвективное течение в плоскопараллельном слое жидкого диэлектрика, возникающее вследствие кризиса потери устойчивости равновесия в однородном электрическом поле. Изучается влияние боковых границ и относительного размера конвективной ячейки на волновое число формирующихся пространственно-периодических диссипативных вихревых структур течения. Показана возможность управления формированием структур варьированием начального состояния слоя.

*Ключевые слова:* Пространственно-периодические диссипативные структуры, электроконвекция, численное моделирование.

### Введение

В процессах стохастизации (турбулизации) нелинейных распределенных систем различной физической природы формирование и взаимодействие разных типов пространственных диссипативных образований играет основополагающую роль. Ярким примером таких диссипативных образований являются пространственно-периодические вихревые структуры течений жидкостей и газов. Наиболее известны пространственно-периодические вихри (стационарные и нестационарные) термогравитационной конвекции Рэлея–Бенара в плоских слоях, подогреваемых снизу [1]. Однако подобные течения, возникающие кризисным образом вследствие потери устойчивости равновесия плоского слоя, могут быть вызваны также однородным электрическим полем в диэлектрической (слабопроводящей) жидкости при изотермических условиях [2].

В этом случае основной причиной, вызывающей конвективное течение в плоском конденсаторе, является униполярная инжекция зарядов с катода [3], то есть электризация вследствие локального нарушения равновесия реакции диссоциации-рекомбинации молекул жидкости в примыкающих к электродам областях. Вследствие чего около электрода образуется одноименный электрический заряд, который

или успевает релаксировать за счет омического тока и взаимодействия с противоположными ионами жидкости, либо провоцирует электроконвективное движение в виде пространственно-периодических двухмерных вихрей, подобных структурам конвекции Рэлея–Бенара.

Течение возникает кризисным образом, порог его возникновения зависит от проводимости, вязкости, химического состава жидкости и в большинстве технических слабопроводящих диэлектриков составляет от 0.5 до 5 кВ/см [4]. В надкритической области формируются устойчивые двухмерные пространственно-периодические стационарные вихревые структуры (валы), соответствующие некоторому диапазону волновых чисел. В бесконечном слое волновое число структур зависит, как и в рэлеявской конвекции, в общем случае от начальных условий [1].

Теоретический интерес к подобным задачам обусловлен тем, что кроме неустойчивости гидродинамического характера, динамика пространственных ансамблей структур электроконвективных (ЭК) течений осложняется существованием механизмов неустойчивости, связанных со способом электризации среды в электрическом поле [5]. Этим, по-видимому, объясняется ряд специфических явлений, сопровождающих электроконвекцию, таких как возможность спада тока со временем, немонотонные изменения напряженности поля вблизи электродов с ростом разности потенциалов, затухание течения в переменных полях высокой частоты, немонотонная зависимость интенсивности течения от проводимости жидкости, возникновение ионных волн и др. При этом важным параметром эволюции ЭК-структур является их волновое число. Более точная информация о ЭК-течениях в предпробойной стадии необходима также при конструировании электро-гидродинамических (ЭГД) преобразователей энергии (ЭГД-генераторов, ЭГД-насосов, ЭГД-устройств автоматики), при исследовании возможности использования ЭГД-взаимодействий для управления гидродинамическими потоками, тепло- и массообменном, вязкостью [6–8] и др.

В большинстве экспериментальных исследований как термоконвекции, так и электроконвекции начальные условия не контролируются, то есть периодичность течения в поперечном сечении слоя не фиксируется в той или иной форме в начальный момент времени. Соответственно волновое число формирующихся вихревых структур определяется малыми неоднородностями слоя, а также, возможно, гидродинамическими флуктуациями [9]. Для ограниченных слоев с отношением длины к толщине в поперечном сечении порядка 10...20 и менее на пространственную периодичность течения оказывают существенное влияние боковые стенки [10]. Значительное увеличение протяженности слоя в поперечном сечении приводит к слабой нестационарности конвективных структур [1]. Так, в слое с относительным горизонтальным размером 57 [11] наблюдалось непрекращающееся нестационарное термоконвективное движение при сравнительно небольших значениях критериальных чисел.

Существует значительное количество работ, посвященных численному исследованию многовихревых термоконвективных течений в протяженных слоях (см. обзоры в [1,12,13]). Однако исследования электроконвекции ограничивались либо слоями с небольшими отношениями длины к толщине (например, [14]), либо замкнутыми областями различной формы (например, [15,16]).

При прямом численном моделировании конвективных пространственно-периодических течений расчетная область представляет собой элементарную конвективную ячейку, бесконечность слоя интерпретируется граничными условиями периодичности или симметрии на боковых границах [13]. Обычно в начальный момент

времени задается вихревое течение, периодичность которого характеризуется некоторым волновым числом. При этом интервал волновых чисел устойчивых структур становится дискретным и определяется размерами конвективной ячейки. Таким образом, аналогия между натурным и численным экспериментом становится неполной, поскольку волновое число возмущений задается, а не определяется малыми случайными неоднородностями слоя. Аналогом случайных возмущений физической природы при численном моделировании может являться пространственное распределение погрешности аппроксимации, зависящее от многочисленных факторов алгоритмического характера.

В настоящей работе исследуется влияние конечности размеров слоя и боковых границ на волновое число устанавливающихся пространственно-периодических вихревых структур электроконвекции. Также изучается зависимость формирующихся структур течения от начального состояния слоя диэлектрической жидкости.

## 1. Математическая модель и метод решения

Математическая модель, используемая для решения, выделяется из общей системы уравнений электрогидродинамики гомогенной сплошной среды [17] при следующих условиях: плотность заряженной компоненты много меньше общей плотности, процессы считаются квазиэлектростатическими, джоулев нагрев пренебрежимо мал, внешние условия изотермические. Тем самым исключается электрокондуктивный механизм образования объемного заряда, электрострикционные силы и силы, связанные с градиентом диэлектрической проницаемости. Жидкость полагается несжимаемой, вязкой, ее свойства постоянны, электропроводность и диффузия ионов малы.

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + q \mathbf{E}, \quad (1)$$

$$\nabla \mathbf{V} = 0, \quad (2)$$

$$\varepsilon \nabla \mathbf{E} = q, \quad (3)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi, \quad (4)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \nabla(\sigma_0 \mathbf{E} + q \mathbf{V}) = 0. \quad (5)$$

Здесь  $\rho$  – плотность,  $\mathbf{V}$  – вектор скорости,  $p$  – давление,  $\mathbf{E}$  – вектор напряженности электрического поля,  $t$  – время,  $\mu$  – динамическая вязкость,  $q$  – объёмная плотность зарядов,  $\varepsilon$  – абсолютная диэлектрическая проницаемость,  $\varphi$  – электрический потенциал,  $\sigma_0$  – начальная удельная проводимость (измеренная по линейному участку вольт-амперной характеристики).

В дальнейшем течение будет считаться двухмерным, приложенное электрическое поле однородно, фоновая проводимость среды постоянна. В уравнении (4) пренебрегаем нелинейностью зависимости  $\mathbf{j} \sim qb\mathbf{E}$ , где  $\mathbf{j}$  – плотность тока,  $b$  – подвижность инжектированных ионов. Для рассматриваемых диэлектрических жидкостей при  $\sigma_0 \sim 10^{-13} \dots 10^{-8} \text{ (Ом}\cdot\text{см)}^{-1}$  в плоскопараллельных системах электродов электрические поля можно считать однородными до средних напряженностей 10...12 кВ/см [18].

Плоскопараллельный бесконечный слой слабопроводящей жидкости моделировался двумерной прямоугольной ячейкой шириной  $L$ , высотой  $H$ , с условиями симметрии на боковых границах. Верхний и нижний электрод считались твердыми, непроницаемыми стенками. Для описания течения и поля объёмной плотности зарядов использовалась декартова система координат, начало которой совпадало с левым нижним углом расчетной области. Ось  $x$  была направлена горизонтально, ось  $y$  – вертикально.

В качестве масштабов расстояния, времени, скорости, заряда и напряженности поля были выбраны:  $H$ ,  $H^2/\nu$ ,  $\nu/H$ ,  $\varepsilon E_0/(4\pi H)$ ,  $E_0$ , тогда безразмерные переменные:  $X = x/H$ ,  $Y = y/H$ ,  $\tau = \nu t/H^2$ ,  $U = uH/\nu$ ,  $V = vH/\nu$ ,  $Q = q(4\pi H)/\varepsilon E_0$ ,  $e_x = E_x/E_0$ ,  $e_y = E_y/E_0$ . Таким образом,  $x = XH$ ,  $y = YH$ ,  $t = H^2\tau/\nu$ ,  $u = \nu U/H$ ,  $v = \nu V/H$ ,  $q = Q\varepsilon E_0/(4\pi H)$ ,  $E_x = e_x E_0$ ,  $E_y = e_y E_0$ . Здесь  $x$ ,  $y$  – координаты;  $t$  – время;  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости;  $u$ ,  $v$  – составляющие скорости в проекции на оси  $x$ ,  $y$ , соответственно. Безразмерные уравнения изотермической электроконвекции были записаны в переменных «вихрь скорости  $\omega$ », «функция тока  $\psi$ », «объёмная плотность зарядов  $Q$ » следующим образом:

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial \omega}{\partial X} - \frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \Delta \omega + Gr_e e_x \frac{\partial Q}{\partial Y} - Gr_e e_y \frac{\partial Q}{\partial X},$$

$$\Delta \psi = \omega,$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial Q}{\partial X} - \frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial Q}{\partial Y} = -\frac{1}{Pr_e} Q,$$

где  $Gr_e = \varepsilon E_0^2 H^2 / (4\pi \rho \nu^2)$  – электрический аналог числа Грасгофа, показывающий отношение кулоновских и вязких сил;  $Pr_e = \varepsilon \nu / (\sigma_0 H^2)$  – электрический аналог числа Прандтля, являющий собой соотношение токов смещения и проводимости (отношение времени релаксации электрического заряда к характерному времени развития гидродинамических возмущений).

При исследовании пространственно-периодических течений бесконечность слоя моделируется, как правило, условиями периодичности или условиями симметрии на боковых границах элементарной конвективной ячейки. Однако граничные условия периодичности исключают существование квазипериодических и нерегулярных структур течения, а также исключают возможность формирования нечетного числа вихрей. Поэтому были выбраны условия симметрии:

$$\psi(0, Y, \tau) = 0, \quad \omega(0, Y, \tau) = 0, \quad \frac{\partial Q(0, Y, \tau)}{\partial X} = 0, \quad \text{при } X = 0,$$

$$\psi(L, Y, \tau) = 0, \quad \omega(L, Y, \tau) = 0, \quad \frac{\partial Q(L, Y, \tau)}{\partial X} = 0, \quad \text{при } X = L.$$

Следует отметить, что элементарная конвективная ячейка с граничными условиями симметрии тем не менее недостаточно полно интерпретирует пространственно-периодическое течение в бесконечном слое, поскольку спектр волновых чисел при этом становится дискретным  $k_n = \pi n H / L$  и ограничивается взаимодействием вихрей. Кроме того, симметрия течения не обязательно должна выполняться на этапе установления. Такая формулировка задачи исключает процессы конкуренции мод, связанные с различной скоростью изменения конвективных структур во времени. Переход же к многовихревым течениям при увеличении отношения  $L/H$  ослабляет

эти ограничения, что позволяет предположить существование некоторого минимального значения  $L/H$ , при котором слой можно считать бесконечным, а начальные условия неконтролируемыми.

На твердых непроницаемых границах (электродах) обеспечивались условия «прилипания»:

$$\begin{aligned} \psi(X, 0, \tau) = 0, \quad \frac{\partial \psi(X, 0, \tau)}{\partial Y} = 0, \quad \text{при } Y = 0 \\ \psi(X, H, \tau) = 0, \quad \frac{\partial \psi(X, H, \tau)}{\partial Y} = 0, \quad \text{при } Y = H. \end{aligned}$$

Значения вихря скорости  $\omega(X, Y, \tau)$  на электродах определялись по формуле Вудса [19], разрядка ионов на аноде считалась мгновенной  $Q(X, H, \tau) = 0$ , на катоде была задана линейная инжекция зарядов  $Q(X, 0, \tau) = (4\pi H \eta / \varepsilon) e_n$ , где  $\eta$  – коэффициент инжекции [20].

Начальные условия в большинстве расчетов имели вид

$$\psi(X, Y, 0) = 0, \quad \omega(X, Y, 0) = 0, \quad Q(X, Y, 0) = 0.$$

Задача решалась методом конечных элементов Галеркина (слабая формулировка), при этом объемная плотность зарядов, вихрь скорости и функция тока аппроксимировались линейной комбинацией не зависящих от времени функций формы на линейных треугольных конечных элементах. Для временной аппроксимации использовалась полностью неявная двухслойная схема.

Уравнения решались последовательно. Каждый временной шаг начинался с вычисления объемной плотности зарядов, затем определялись граничные условия и решалось уравнение для вихря скорости, далее поле вихря скорости корректировалось и определялось поле функции тока. Все результаты получены на равномерных конечно-элементных сетках с шагом по времени  $10^{-3}$ .

Стационарные решения были получены методом установления, как результат временной эволюции различных начальных распределений объемного заряда. Критерием установления являлось неравенство

$$\left| Q_m^{k+1} - Q_m^k \right| + \left| \omega_m^{k+1} - \omega_m^k \right| + \left| \psi_m^{k+1} - \psi_m^k \right| < \text{eps},$$

где  $Q_m$ ,  $\omega_m$ ,  $\psi_m$  – экстремальные значения объемной плотности зарядов, вихря скорости и функции тока. Индекс  $k$  – номер шага по времени, величина eps изменялась в интервале  $10^{-5} \dots 10^{-6}$ .

## 2. Обсуждение результатов

**2.1. Влияние боковых границ и протяженности слоя.** Вычислительный эксперимент проводился для слабопроводящей жидкости, характеризуемой значением критерия  $Pr_e = 0.14$  и безразмерной инжекцией зарядов с катода 7.85. Эти величины соответствуют раствору молекулярного йода в трансформаторном масле. Данная жидкость образует униполярную инжекционную проводимость в широком диапазоне напряженности поля [3] и используется во многих экспериментальных работах.

Значение электрического аналога числа Грасгофа  $Gr_e = 4 \cdot 10^2$  соответствует напряженности электрического поля в 10 кВ/см для данной жидкости, что позволяет считать течение двумерным и ламинарным, согласно [2,18]. Такая величина критерия соответствует значению надкритичности  $4.5...4.8Gr_m^*$ , где  $Gr_m^*$  – минимальное критическое число Грасгофа, достигаемое при волновом числе  $k_m^* = 4.8$ . Нейтральная кривая устойчивости равновесия получена в [21]. Нейтральные кривые, ограничивающие область устойчивости ЭК-валов [23], обеспечивают наиболее широкий интервал при  $Gr_e = 4 \cdot 10^2$ . Он составляет  $0.4 \leq l \leq 2.5$  ( $2.5 \leq k \leq 15.7$ ), где  $l$  – длина волны возмущения (пространственный период, горизонтальный масштаб),  $k = 2\pi/l$  – волновое число. Начальный размер конвективной ячейки  $L/H$  был равен наиболее «опасной» длине волны  $l^* = 1.3$  [21], соответствующей  $k_m^* = 4.8$ .

В слое с горизонтальным размером  $L$  и толщиной  $H$  возможно устойчивое существование двумерных стационарных пространственно-периодических структур течения (валов) с длинами волн  $l \leq 2L/nH$  в пределах области устойчивости [23], где  $n$  – число вихрей. Для определения влияния боковых границ и протяженности слоя на волновое число формирующихся структур многовихревого течения горизонтальный размер конвективной ячейки изменялся с шагом 1.3 в пределах 1.3...22.1.

Погрешность аппроксимации существенно зависит от шага сетки и шага по времени. Поэтому, чтобы исключить влияние изменений погрешности аппроксимации на волновое число, все расчеты проводились на одинаковой равномерной сетке, с одинаковым шагом по времени. В частности, для области с размером  $L/H = 22.1$  использовалась конечно-элементная сетка  $221 \times 10$ .

Во всех расчетах нижняя граница – катод, верхняя – анод. В качестве начальных условий использовалось гидростатическое равновесие плоского слоя слабопроводящей диэлектрической жидкости, в котором в начальный момент времени «мгновенно» возникла разность потенциалов. На рис. 1 показаны стационарные пространственно-периодические двумерные вихри с волновым числом  $k = 2.3$  ( $l = 2.7$ ), формирующиеся из равновесного состояния слоя при  $L/H = 9.3$ .

В первые моменты времени конвективные возмущения зарождаются вблизи углов расчетной области, что обусловлено особенностями распределения погрешности аппроксимации вследствие особенностей конечно-элементного алгоритма. Рост этих возмущений вблизи боковых границ и определяет волновое число структур устанавливающегося течения для конвективных ячеек небольшой протяженности. Для более протяженных слоев конвективные возмущения чуть позже возникают также в центре слоя. Скорости роста возмущений вблизи боковых границ и в центре слоя, а также их взаимодействие определяет волновое число формирующихся стационарных пространственно-периодических вихрей.

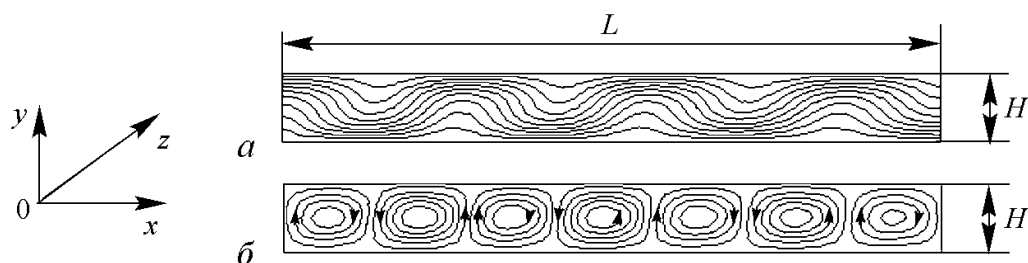


Рис. 1. Изолинии поля объемной плотности зарядов (а) и линии тока (б)

На рис. 2 представлены результаты расчета зависимости длины волны стационарных пространственно-периодических структур изотермической электроконвекции от протяженности слоя. Для слоев с относительным горизонтальным размером, меньшим 6,0, волновое число структур зависит от величины  $L/H$ , вследствие доминирующего влияния боковых границ. При горизонтальных размерах, больших 6,0, формируются структуры течения, характеризуемые волновым числом, приближенно равным  $\pi$  ( $l \approx 2$ ). Отклонения от этой величины, по-видимому, обусловлены выбранным шагом изменения относительного размера слоя.

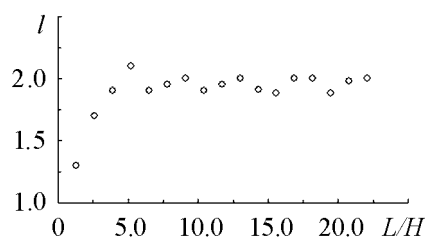


Рис. 2. Изменение длины волны пространственно-периодических двумерных вихрей с ростом относительного размера конвективной ячейки

Значение  $L/H$  в пределах 6...7 очевидно может трактоваться как минимальный относительный размер плоскопараллельного бесконечного в продольном направлении пространственно-периодического слоя, при котором в ЭК-течении в достаточной мере проявляются процессы конкуренции мод, то есть это минимальный относительный размер слоя, позволяющий считать начальные условия неконтролируемыми. В натуральных экспериментах с термоконвекцией Рэлея–Бенара разброс этой величины весьма значителен и составляет 10...20 толщин слоя [1].

Важно также, что с ростом критерия Грасгофа, по-видимому, происходит уменьшение волнового числа структур, формирующихся из равновесного слоя естественным образом, при «мгновенном» включении поля. Это совпадает с результатами для конвекции Рэлея–Бенара [1] и объясняется для термоконвекции двумерной неустойчивостью Экхауса, либо неустойчивостью типа косых расширений. Следует отметить также, что конвективные структуры с волновым числом равным  $\pi$  (цилиндрические вихри) наиболее часто реализуются в экспериментальных исследованиях конвекции Рэлея–Бенара. Очевидно, что легче всего формируются цилиндрические вихри, поскольку они требуют наименьшей упругой энергии вследствие равномерной кривизны поверхности. Однако, по-видимому, при других значениях критерия Грасгофа минимальное значение  $L/H$  и волновое число формирующихся структур могут быть иными.

**2.2. Управление формированием структур течения вариацией начальных условий.** ЭК-процессы могут существенно изменять электрическую прочность изолирующих жидкостей и газов, используемых в высоковольтных устройствах, что весьма актуально при создании как обычных высоковольтных, так и гиперпроводящих и сверхпроводящих кабелей с прочными жидкими диэлектриками [24]. Ток через слой и особенности распределения объемной плотности зарядов зависят, в том числе и от волнового числа ЭК-структур. От волнового числа зависит также временная эволюция конвективной системы.

Таким образом, представляет интерес возможность формирования в плоскопараллельной системе электродов конвективных структур течения, характеризуемых разными волновыми числами, при одинаковых внешних условиях, с помощью вари-

аций начальных состояниях слоя. В численных и натуральных лабораторных экспериментах существуют способы формирования конвективного течения заданной периодичности. Однако практический интерес представляет возможность формирования пространственно-периодических ЭК-течений, возникающих из «естественных» начальных состояний и состояний, близких к ним.

В численном эксперименте использовались следующие начальные условия:

- 1) электрически нейтральный слой, что соответствует мгновенному «включению» поля;
- 2) линейное распределение объемной плотности зарядов по толщине слоя, что соответствует стратификации объемной плотности зарядов при докритических напряжениях поля;
- 3) симметричное распределение объемной плотности зарядов по границам в начальный момент времени;
- 4) несимметричное распределение объемной плотности зарядов по границам в начальный момент времени.

На рис. 3, 4 представлены структуры электроконвективного течения, формирующиеся в плоском слое  $L/H = 3.5$  при одинаковых внешних условиях и различных начальных распределениях объемной плотности зарядов.

Структуры с волновым числом  $k = 3.6$  (рис. 3) устанавливались из большинства начальных состояний. Структуры с волновым числом  $k = 1.8$  удалось сформировать лишь из начального симметричного распределения объемной плотности зарядов по границам слоя.

Следует отметить, что более вероятными и практически реализуемыми являются начальные состояния слоя, соответствующие «мгновенному» и «постепенному» включению поля. При этом эволюция конвективных структур с волновым числом  $k = 3.6$  из стратифицированного по объемной плотности зарядов начального состояния слоя была наиболее длительной. Формирование этих же структур из начального несимметричного распределения объемной плотности зарядов по границам происходило через промежуточное метастабильное течение с волновым числом  $k = 2.7$ , которое существовало в течение длительного промежутка времени, затем разрушалось.

Изменения безразмерной объемной плотности зарядов в восходящих и нисходящих конвективных потоках показаны на рис. 5.

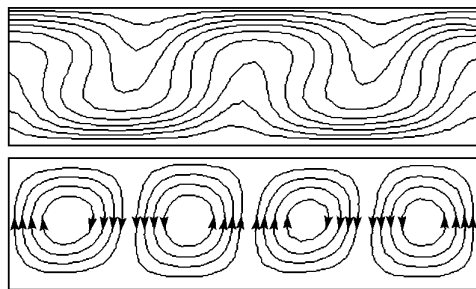


Рис. 3. Изолинии поля объемной плотности зарядов (сверху) и линии тока (снизу):  $Gr_e = 4 \cdot 10^2$ ,  $l = 1.7$ ,  $k = 3.6$

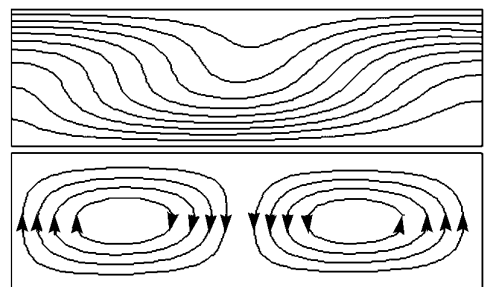


Рис. 4. Изолинии поля объемной плотности зарядов (сверху) и линии тока (снизу):  $Gr_e = 4 \cdot 10^2$ ,  $l = 3.5$ ,  $k = 1.8$



Из сравнения кривых 1 и 2 видно, что только примерно 2/3 всех зарядов, переносимых восходящим конвективным потоком в единицу времени, разряжается на аноде. Остальные заряды возвращаются нисходящим конвективным потоком к нижнему электроду. Следует отметить также существенную разницу между объемной плотностью зарядов в восходящих и нисходящих потоках, максимальную в центре межэлектродного промежутка. Можно предположить также, что вышесказанное справедливо для ЭК-структур всех волновых чисел.

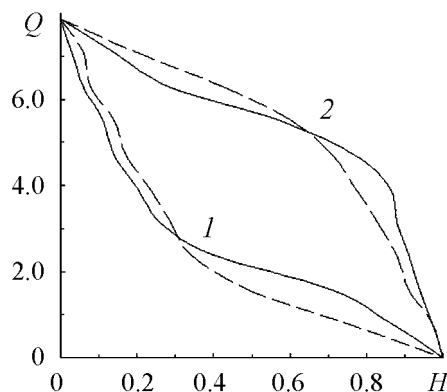


Рис. 5. Распределение объемной плотности зарядов по межэлектродному промежутку в нисходящих (1) и восходящих (2) конвективных потоках для структур  $k = 3.6$  (штриховые линии) и структур  $k = 1.8$  (сплошные линии)

Из анализа кривых, приведенных рис. 5, следует, что структуры с волновым числом  $k = 3.6$  осуществляют более эффективный перенос зарядов через слой, поскольку обеспечивают бóльшую объемную плотность зарядов вблизи катода и более эффективную разрядку на аноде. Это следует также из сравнения угла наклона кривых. Если же речь идет об изолирующих свойствах слоя слабопроводящей жидкости, то более эффективны структуры течения с волновым числом  $k = 1.8$ .

### Заключение

Таким образом, методом вычислительного эксперимента изучено влияние боковых границ и протяженности слоя на волновое число формирующихся двумерных стационарных диссипативных пространственно-периодических вихревых структур ЭК-течения жидкого диэлектрика с униполярной инжекционной проводимостью в плоскопараллельной системе электродов. Показано что, при относительных размерах слоя, меньших 6, волновое число ЭК-структур, формирующихся из равновесного состояния при «мгновенном» включении поля, определяется влиянием боковых границ и отношением  $L/H$ . При размерах слоя, бóльших 6.0, зависимость от отношения  $L/H$  отсутствует. Вследствие взаимодействия и конкуренции возмущений формируются структуры с волновым числом, приблизительно равным  $\pi$  (цилиндрические вихри). Аналогично конвекции Рэлея–Бенара отмечается уменьшение величины волнового числа с ростом числа Грасгофа. Показана теоретическая возможность управления режимами изотермической электроконвекции варьированием начальных состояний слоя. При одинаковых внешних условиях получено некоторое семейство устойчивых стационарных пространственно-периодических течений.

### Библиографический список

1. Буссе Ф.Г. Переход к турбулентности в конвекции Рэлея–Бенара // Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности. Пер. с англ./ Под ред. Х. Суинни, Дж. Голлаб. М.: Мир, 1984. С. 124.
2. Стишков Ю.К. Наблюдение изотермической конвекции в электрическом поле плоского конденсатора // Электронная обработка материалов. 1972. № 1. С. 61.

3. Федоненко А.И., Жакин А.И. Экспериментальные исследования электроконвективного движения в трансформаторном масле // Магнитная гидродинамика. 1982. № 3. С. 74.
4. Стишков Ю.К. Электрогидродинамические течения и механизмы электризации «технических» жидких диэлектриков // Электронная обработка материалов. 1977. № 6. С. 29.
5. Мелчер Дж. Электрогидродинамика // Магнитная гидродинамика. 1974. № 2. С. 3.
6. Рубашов И.Б., Бортников Ю.С. Электрогазодинамика. М.: Атомиздат, 1971. 167 с.
7. Болога М.К., Гроссу Ф.П., Кожухарь И.А. Электроконвекция и теплообмен. Кишинев, 1977. 198 с.
8. Боршанский В.М. Достижения в области теплообмена. М.: Мир, 1970. 211 с.
9. Зайцев В.М., Шлиомис М.И. Гидродинамические флуктуации вблизи порога конвекции // ЖЭТФ. 1970. Т. 59, № 5(11). С. 1583.
10. Busse F.H., Whitehead J.A. Instabilities of convection rolls in a high Prandtl number // J. Fluid Mech. 1971. Vol. 47. P. 305.
11. Ahlers G., Behringer R.P. Evolution of turbulence from Rayleigh–Benard instability // Phys. Rev. Lett. 1978. Vol. 40, № 712. P. 66.
12. Гетлинг А.В. Конвекция Рэлея–Бенара. Структуры и динамика. М.: Эдиториал УРСС, 1999. 247 с.
13. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
14. McCluskey F.M.J., Atten P. Heat transfer enhancement by electroconvection resulting from an injected space charge between parallel plates // Int. J. Heat Mass Transfer. 1991. Vol. 34, № 9. P. 2237.
15. Воробьев В.С., Малышенко С.П., Петрин А.Б. Влияние электрически индуцированной конвекции в диэлектрических жидкостях на конвективный теплоперенос // Теплофизика высоких температур. 2006. Т. 44, № 6. С. 892.
16. Тарунин Е.Л., Ямишина Ю.А. Ветвление стационарных решений системы уравнений электрогидродинамики при униполярной инжекции // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1994, № 3. С. 23.
17. Остроумов Г.А. Взаимодействие электрических и гидродинамических полей. Физические основы электрогидродинамики. М., 1979. 320 с.
18. Жакин А.И., Тарапов И.Е., Федоненко А.И. Экспериментальное изучение механизма проводимости полярных жидких диэлектриков // Электронная обработка материалов. 1983. № 5. С. 37.
19. Тарунин Е.Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутск: Изд-во Иркутск. ун-та, 1990. 225 с.
20. Ермолаев И.А., Жбанов А.И. Численное исследование униполярной инжекции при электроконвективном движении в плоском слое трансформаторного масла // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2003. № 6. С. 3.
21. Жакин А.И., Тарапов И.Е. Неустойчивость и течение слабопроводящей жидкости при окислительно-восстановительных реакциях на электродах и рекомбинации // Изв. АН. Механика жидкости и газа. 1981. № 4. С. 20.
22. Ermolaev I.A., Zhanov A.I. Investigation of the electroconvective flow of a weakly conducting liquid with unipolar injection conductivity by the finite element method // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2002. Vol. 75, № 5. P. 1125.

23. Ермолаев И.А., Шаповалов А.С. Численное исследование устойчивости пространственно-периодических вихревых структур изотермической электроконвекции жидких диэлектриков в плоскопараллельной системе электродов // Компьютерные исследования и моделирование. 2012. Т. 4, № 1. С. 91.
24. Веников В.А., Зуев Э.Н., Околотин В.С. Сверхпроводники в энергетике. М.: Энергия, 1972. 169 с.

Саратовский государственный  
университет им. Н.Г. Чернышевского

Поступила в редакцию  
После доработки

23.01.2012  
17.04.2012

## INVESTIGATION OF PARTICULARITIES FORMATION SPATIALLY PERIODIC STRUCTURES OF MULTIEDDY ISOTHERMAL ELECTROCONVECTION

*I.A. Ermolaev, A.S. Shapovalov*

Electroconvective flow in plane horizontal layer of dielectric liquid due to the crisis of the equilibrium layer stability loss in homogeneous electric field are numerically modeled.

*Keywords:* Spatially-periodic structures, electroconvection, numerical modeling.



*Ермолаев Игорь Анатольевич* – родился в Саратове (1961), окончил Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского (1983). После окончания СГУ работал в НИИМФ м.н.с., н.с. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГТУ (2002) в области математического моделирования, численных методов и комплексов программ теплофизики и гидромеханики. В настоящее время доцент кафедры прикладной физики СГУ. Опубликовал 45 научных статей по направлениям, указанным выше.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского  
E-mail: iermolaev@rambler.ru



*Шаповалов Александр Степанович* – родился в городе Энгельсе Саратовской области (1939), окончил Саратовский государственный университет (1962). После окончания университета работает в СГУ заведующим кафедрой прикладной физики. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1967) и доктора физико-математических наук (2002) в области радиофизики и физической электроники. Автор монографий «Эмиссионные и шумовые свойства неоднородных эмиттеров» (в соавторстве с А.Ф. Голубенцевым, Ю.И. Денисовым) и «Шумовые свойства ламп обратной волны со скрещенными полями» (в соавторстве с А.А. Игнатьевым, М.И. Куликовым, В.С. Стальмаховым). Опубликовал 130 научных статей по направлениям, указанным выше. Заместитель ответственного редактора Межвузовского научного сборника «Вопросы прикладной физики» Саратовского государственного университета.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского  
E-mail: shapovalovast@mail.ru