

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСКРЕТНОГО ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ПОЛОСАХ ПРОПУСКАНИЯ И ЗАПИРАНИЯ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ*

М.В. Назарова, В.А. Солнцев, Р.П. Колтунов, Д.С. Шабанов

В работе дан анализ свойств дискретного электронно-волнового взаимодействия в резонаторных замедляющих системах (ЗС). Уравнения взаимодействия записаны в матричной форме. Собственные значения матрицы передачи на период ЗС с электронным пучком определяют постоянные распространения 4-х электронных волн. Рассмотрены особенности характеристик электронных волн в ЗС с «прямым» потоком энергии и в ЗС с «петляющим» потоком энергии. Проведено моделирование и найдено усиление многосекционной ЛБВ с прозрачными и запредельными секциями ЗС. Получено распределение полей вдоль запредельной секции.

Ключевые слова: Замедляющая система, электронный пучок, лампа бегущей волны, полоса запираания, полоса пропускания, взаимодействие.

Введение

Разработка теории взаимодействия электронных потоков с электромагнитными волнами в резонаторных замедляющих системах (ЗС) и основанных на ней методов моделирования и проектирования мощных ламп бегущей волны (ЛБВ) встречает определенные трудности, связанные с запиранием ЗС на границах полос пропускания. При этом поток энергии электромагнитной волны обращается в ноль, а сопротивление связи, характеризующее эффективность взаимодействия волны и электронов, стремится к бесконечности, что, в свою очередь, приводит к появлению особенностей в уравнениях модели взаимодействия волны и электронов в ЛБВ. Для преодоления возникающих трудностей в литературе предлагаются различные модификации уравнения возбуждения ЗС ВЧ-током пучка. Ряд соответствующих работ указан в литературе к статьям [1,2]. Наиболее строгим является использование разностного уравнения возбуждения, полученного в [3] из общей теории возбуждения

*Статья написана по материалам доклада на XV Зимней школе по электронике сверхвысоких частот и радиофизике, Саратов, Россия, 6–11 февраля 2012.

волноводов, и входящего в это уравнение локального импеданса связи. В отличие от теории Пирса [4], где сопротивление связи характеризует взаимодействие электронов с одной собственной волной ЗС через одну синхронную с пучком пространственную гармонику этой волны, локальный импеданс связи характеризует взаимодействие электронов с полным полем двух – прямой и встречной – волн ЗС в зазорах взаимодействия и не обращается в бесконечность на частотах отсечки [5,6,7]. Это позволяет рассмотреть процессы при переходе из полосы пропускания в полосу запираения, в том числе в ЛБВ с запредельными секциями. В настоящей работе дано численное исследование постоянных распространения электронных волн в ЗС с прямым и петляющим потоком энергии, рассмотрено решение краевой задачи и проведен расчет коэффициента усиления многосекционной ЛБВ с запредельной секцией с использованием теории дискретного электронно-волнового взаимодействия.

1. Исходные уравнения линейного дискретного электронно-волнового взаимодействия

Исходными являются уравнения линейного дискретного электронно-волнового взаимодействия, сформулированные в [1]. Рассмотрим прямолинейный электронный поток в секции ЗС с Q зазорами взаимодействия, расположенными с шагом D (рис. 1). Ограничиваясь одномерной моделью, используем известное линейное уравнение [1, 8] для ВЧ-тока J пучка

$$\frac{d^2 J}{dz^2} - 2ih_e \frac{dJ}{dz} + (\Gamma h_p^2 - h_e^2) J = -ih_p^2 S \omega \varepsilon_0 \bar{E}, \quad (1)$$

где z – продольная координата; $h_e = \omega/v_e$ – электронное волновое число; v_e – начальная скорость электронов; ω – круговая частота; $h_p = \omega_p/v_e$ – плазменное волновое число; Γ – коэффициент депрессии продольного поля пространственного заряда на частоте ω , определяемый известными соотношениями [8]; $\omega_p = (\frac{e}{\varepsilon_0 m v_e S})^{\frac{1}{2}} J_0$ – плазменная частота без учета депрессии ($\Gamma = 1$) продольного поля пространственного заряда; e , m – заряд и масса электрона; S – эффективная площадь поперечного сечения пучка; $J_0 = \frac{S}{S_e} J_e$ – его эффективный постоянный ток; ε_0 – диэлектрическая постоянная вакуума. Эффективная площадь поперечного сечения электронного

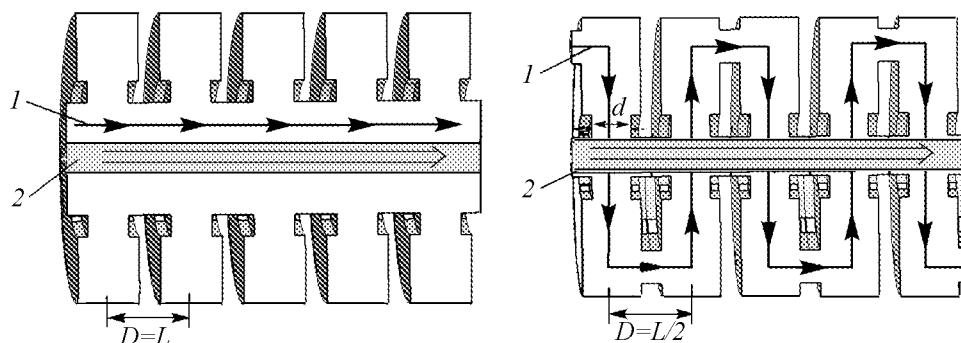


Рис. 1. Схема замедляющей системы типа диафрагмированный волновод (а) и цепочка связанных резонаторов (б), где 1 – направление движения электромагнитной волны, 2 – электронный поток

пучка определяется соотношением $S = 1/\int_{S_e} \psi^2(x, y) dS$. \bar{E} – сумма продольных составляющих электрического поля прямой и встречной волн, усредненная по сечению пучка [1], определяется соотношением

$$\bar{E}(z) = C_{+s}^0(z) \bar{e}_{+s}(z) \exp(ih_s z) + C_{-s}^0(z) \bar{e}_{-s}(z) \exp(-ih_s z). \quad (2)$$

Здесь $C_{\pm s}^0(z)$ – безразмерные коэффициенты возбуждения (амплитуды волн), определяемые уравнениями [8]

$$\frac{dC_{\pm s}^0}{dz} = \mp \frac{R_s^0}{2} J(z) \bar{e}_{\mp s}(z) \exp(\mp ih_s z), \quad (3)$$

где $\bar{e}_{\pm s}(z) = \int_{S_e} \psi(x, y) e_{\pm s, z}(x, y, z) dS$ – усредненные по сечению пучка функции распределения продольного электрического поля прямой и встречной волн; $R_s^0 = -2E_s^0 E_{-s}^0 / N_s$ – удельное сопротивление связи в точке (x^0, y^0, z^0) ; $\psi(x, y)$ – функция распределения плотности ВЧ-тока в поперечном сечении пучка; N_s – норма волны; $E_{\pm s}^0$ – амплитуда выбранной компоненты поля в точке (x^0, y^0, z^0) , где функция распределения этой компоненты равна единице.

При дискретном взаимодействии электронов с полем периодической ЗС, как правило, можно пренебречь изменением фазы поля в пространстве взаимодействия в пределах одного периода (шага) системы вдоль оси ЗС, то есть в пределах зазора взаимодействия. Это очевидно при достаточно малой ширине зазора взаимодействия и при взаимодействии на частотах вне полосы пропускания ЗС, когда фаза поля либо одинакова во всем объеме системы, либо скачком меняется на π от зазора к зазору.

Проведенный в [5] анализ показал, что поле (2) на шаге q ($z_q^- \leq z \leq z_q^+$) можно представить в виде

$$\bar{E}_q(z) = \bar{e}_q(z) E_q, \quad (4)$$

где $\bar{e}_q(z) = \bar{e}_{\pm s}(z) \exp[ih_{\pm s}(z - z_q)]$ – усредненная по сечению пучка вещественная функция распределения поля, одинаковая для прямой и встречной волн.

Для плоских зазоров взаимодействия ширины d_q имеем $\bar{e}_q(z) \equiv 1$ внутри зазора и $\bar{e}_q(z) \equiv 0$ вне зазора. Для непрерывных функций $\bar{e}_q(z)$ можно ввести эквивалентный плоский зазор ширины d_q . Тогда ее можно определить, полагая напряженность поля в середине эквивалентного плоского зазора равной E_q и вводя напряжение на эквивалентном зазоре U_q ,

$$d_q = -\frac{U_q}{E_q} = -\frac{E_q \int_{z_q^-}^{z_q^+} \bar{e}_q(z) dz}{E_q} = \int_{z_q^-}^{z_q^+} \bar{e}_q(z) dz. \quad (5)$$

Наведенный ток на шаге q задается выражением

$$J_q = \frac{1}{d_q} \int_{z_q^-}^{z_q^+} J(z) \bar{e}_q(z) dz. \quad (6)$$

Для периодических систем с периодом L и одинаковыми эквивалентными зазорами взаимодействия ширины d имеем следующее конечно-разностное уравнение возбуждения [3, 5]

$$\Delta^2 E_q + 2E_q(1 - \cos \varphi_s) = -iR_s^0 \sin \varphi_s J_q d, \quad (7)$$

где $\Delta^2 E_q = E_{q+1} - 2E_q + E_{q-1}$ – конечная разность второго порядка, $\varphi_s = h_s L$. Это уравнение можно переписать относительно напряжений $U_q = -E_q d$ на эквивалентных зазорах

$$\Delta^2 U_q + 2U_q(1 - \cos \varphi_s) = iZ_s J_q, \quad (8)$$

где $Z_s = R_s^0 d^2 \sin \varphi_s$ – локальный импеданс связи, учитывающий сразу прямую и встречную волны. Важно, что он не обращается в бесконечность на границах полосы прозрачности замедляющей системы и является непрерывной функцией при переходе из одной полосы в другую [5–7].

Эквивалентная ширина зазора взаимодействия d , согласно (3), (5), зависит от распределения поля и плотности ВЧ-тока по сечению пучка. Поэтому в рассматриваемой одномерной модели взаимодействия целесообразно ввести усредненное удельное сопротивление связи $R_s = R_s^0 (d/L)^2$ и представить Z_s в виде

$$Z_s = R_s L^2 \sin \varphi_s.$$

Такое усреднение аналогично усреднению сопротивления связи по сечению электронного пучка для непрерывного взаимодействия в ЛБВ с гладкими, например спиральными ЗС [8]. Нетрудно получить соотношение для локального импеданса связи и сопротивления связи

$$K_{s,m} = Z_s \frac{|e_{s,m}|^2}{\varphi_{s,m}^2 \sin \varphi_{s,m}}, \quad (9)$$

где $e_{s,m}$, $\varphi_{s,m}$ – безразмерные амплитуды и фазы пространственных гармоник.

Конечно-разностное уравнение возбуждения вида (8) получается также при представлении периодической ЗС цепочкой идентичных четырехполюсников, каждый из которых описывает один период ЗС (рис. 2, а). В этом случае локальный импеданс связи и сдвиг фазы поля на период ЗС определяются элементами матрицы передачи четырехполюсника [2,7]

$$Z_s = iA_{12}, \quad \cos \varphi_s = \frac{1}{2}(A_{11} + A_{22}). \quad (10)$$

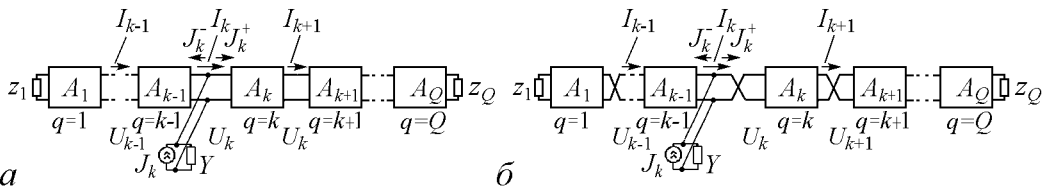


Рис. 2. Секция периодической ЗС, представленная в виде цепочки четырехполюсников (а); секция периодической ЗС, представленная в виде цепочки четырехполюсников, с учетом геометрического поворота фазы (б)

Уравнения (1), (6), (7) или (8) представляют самосогласованную систему уравнений, описывающую линейное дискретное электронно-волновое взаимодействие в полосах пропускания и непропускания ЗС.

2. Безразмерные переменные

Для сокращения числа входящих в уравнения (1), (6), (7) параметров, целесообразно ввести безразмерные переменные в соответствии с общепринятыми в теории ЛБВ, используя обозначения [8]: $\zeta = \varepsilon h_e z$ – безразмерная координата; ε – параметр, который в общем случае может выбираться произвольно, например, как параметр усиления C в ЛБВ или отношение плазменной частоты к рабочей частоте; $\sigma^2 = \Gamma(\omega_p/(\varepsilon\omega))^2 = 4QC$ – параметр пространственного заряда. Безразмерное поле F определим соотношением

$$F = \frac{e}{m\omega v_e \varepsilon^2} \bar{E} \exp(-i\frac{\zeta}{\varepsilon}) = -\frac{\bar{E}}{2h_e U_e \varepsilon^2} \exp(-ih_e z). \quad (11)$$

ВЧ-ток пучка $J(z)$ записывается через его безразмерную амплитуду $I(z)$ в виде

$$J(z) = J_0 I(z) \exp(ih_e z). \quad (12)$$

В результате из (1), (11), (12) получаем уравнение для амплитуды безразмерного ВЧ-тока

$$\frac{d^2 I}{d\zeta^2} + \sigma^2 I = -iF, \quad (13)$$

которое можно записать в виде системы двух уравнений для безразмерных амплитуд ВЧ-тока I и ВЧ-скорости электронов V

$$\frac{dI}{d\zeta} = -iV, \quad \frac{dV}{d\zeta} = -i\sigma^2 I + F. \quad (14)$$

Преобразуем теперь разностное уравнение возбуждения периодической ЗС (8), вводя безразмерную амплитуду поля в зазоре F_q , усредненную на периоде L ,

$$F_q = \frac{d}{L} F_q^m = \frac{1}{2h_e \varepsilon^2 L} \frac{U_q}{U_e} \exp(-ih_e z_q). \quad (15)$$

Учитывая, что $\Delta^2 U_q = U_{q+1} - 2U_q + U_{q-1}$ и $z_{q\pm 1} = z_q \pm L$, из (8) и (15) получим разностное уравнение для безразмерного поля в зазорах

$$F_{q+1} \exp(i\varphi_e) + F_{q-1} \exp(-i\varphi_e) - 2F_q \cos \varphi_e = -i\bar{Z}_s \tilde{I}_q, \quad (16)$$

где $\bar{Z}_s = Z_s e J_0 / (m\omega v_e \varepsilon^2 L) = Z_s |J_0| / (U_e 2\varphi_e \varepsilon^2)$ – нормированный локальный импеданс связи; $\varphi_e = h_e L$ – ВЧ-угол пролета электронами периода L ЗС; \tilde{I}_q – безразмерный наведенный в q -м зазоре ток, то есть $J_q = J_0 \tilde{I}_q \exp(ih_e z_q)$.

Выражение для \bar{Z}_s можно упростить, выбирая нормирующий параметр ε . Введем параметр ε подобно тому, как это было сделано для ЛБВ в [8], соотношением

$$\varepsilon^3 = \frac{e J_0}{2m v_e^2} \frac{Z_s}{h_e L^3} = \frac{Z_s (-J_0)}{4U_e (h_e L)^3}, \quad (17)$$

где $U_e = -mv_e^2/(2e) > 0$, $-J_0 > 0$, так как $e < 0$. Тогда

$$\bar{Z}_s = 2\varepsilon(h_e L)^2. \quad (18)$$

Введенный с помощью (17) параметр ε аналогичен параметру усиления C для ЛБВ, но несколько от него отличается.

Будем рассматривать эквивалентные плоские зазоры, так что в пределах зазора имеем при $z_q^- < z < z_q^+$, $\bar{E} \equiv E_q = -U_q/d$. В этом случае уравнения (14) имеют аналитические решения. Получим в пределах q -го зазора при $\zeta_q^- \leq \zeta \leq \zeta_q^- + \varepsilon h_e d = \zeta_q^+$

$$\begin{aligned} I(\zeta) &= I(\zeta_q^-) \cos \sigma(\zeta - \zeta_q^-) - iV(\zeta_q^-) \frac{1}{\sigma} \sin \sigma(\zeta - \zeta_q^-) + iF_q^m \exp(-i \frac{\zeta - \zeta_q^-}{\varepsilon}) \times \\ &\quad \times \frac{\varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} \left\{ 1 + \exp(\frac{i}{\varepsilon}(\zeta - \zeta_q^-)) \left[i \frac{\sin \sigma(\zeta - \zeta_q^-)}{\varepsilon \sigma} - \cos \sigma(\zeta - \zeta_q^-) \right] \right\}, \\ V(\zeta) &= -iI(\zeta_q^-) \sigma \sin \sigma(\zeta - \zeta_q^-) + V(\zeta_q^-) \cos \sigma(\zeta - \zeta_q^-) + F_q^m \exp(-i \frac{\zeta - \zeta_q^-}{\varepsilon}) \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} \times \\ &\quad \times \left\{ 1 - \exp(\frac{i}{\varepsilon}(\zeta - \zeta_q^-)) [\cos \sigma(\zeta - \zeta_q^-) - i\varepsilon \sigma \sin \sigma(\zeta - \zeta_q^-)] \right\}, \end{aligned} \quad (19)$$

где нормированная амплитуда поля в зазоре

$$F_q^m = -\frac{E_q \exp(-ih_e z_q)}{2h_e U_e \varepsilon^2}. \quad (20)$$

Входящий в уравнения возбуждения безразмерный наведенный в q -м зазоре ток $\tilde{I}_q = \frac{J_q}{J_0} \exp(-ih_e z_q)$ получается при подстановке в интеграл (6) конвекционного тока пучка (12) и полученных для него в линейном приближении выражений (19). Для простоты при вычислении наведенного тока пренебрежем в пределах зазора влиянием сил пространственного заряда. Тогда, как показано в [1], можно получить

$$\tilde{I}_q = I(\zeta_q^-)M - V(\zeta_q^-)\varepsilon[\exp(i\frac{\theta}{2}) - M] + F_q^m \varepsilon^2 \theta [Y_1(\theta) - iY_2(\theta)], \quad (21)$$

где $\theta = h_e d$ – угол пролета электронов в эквивалентном плоском зазоре взаимодействия ширины d , $M = (\sin(\theta/2))/(\theta/2)$,

$$Y_1(\theta) = \frac{2(1 - \cos \theta) - \theta \sin \theta}{\theta^2}, \quad Y_2(\theta) = \frac{2 \sin \theta - \theta(1 + \cos \theta)}{\theta^2}. \quad (22)$$

Здесь Y_1, Y_2 – нормированные на $J_0/(2U_e)$, безразмерные активная и реактивная, соответственно, составляющие электронной проводимости зазора взаимодействия. В (21) первое слагаемое определяет вклад в наведенный ток модуляции электронного пучка по току в начале зазора; второе слагаемое – его модуляции по скорости, определяющей дополнительную подгруппировку в пределах зазора; третье слагаемое – вклад в наведенный ток за счет группировки пучка в зазоре под действием поля F_q^m .

Соотношения (19), (21), (22) позволяют рассчитать значения тока, скорости и поля в начале $(q + 1)$ -го шага ζ_{q+1}^- структуры по их значениям в начале q -го шага ζ_q^- , а также поля F_{q-1}^m в $(q - 1)$ -м зазоре. При этом, считая, что q -му зазору соответствует $\zeta_q^- \leq \zeta \leq \zeta_q^+ = \zeta_q^- + \varepsilon h_e d$, а q -му пространству дрейфа $-\zeta_q^+ \leq \zeta \leq \zeta_{q+1}^-$, следует применять для пересчета тока и скорости от начала к концу q -го зазора полные соотношения (19), а в q -м пространстве дрейфа соотношения (19) при $F_q^m = 0$. Такая рекуррентная схема расчета позволяет найти распределение поля, тока и скорости электронов вдоль структуры без выделения отдельных волн и решения соответствующих характеристических уравнений, что использовалось в работе [1].

В общем случае, согласно [1], имеем следующие рекуррентные соотношения на одном периоде ЗС для значений тока, скорости электронов и безразмерного поля:

$$I_{q+1} = I_q \cos \theta_q - i V_q \frac{1}{\sigma} \sin \theta_q + \frac{L}{d} F_q \frac{i \varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} \times \\ \times \left[\left(\exp(-i\theta) + i \frac{\sin \theta_d}{\varepsilon \sigma} - \cos \theta_d \right) \cos \theta'_q - i \left(\exp(-i\theta) - \cos \theta_d + i \varepsilon \sigma \sin \theta_d \right) \frac{1}{\varepsilon \sigma} \sin \theta'_q \right], \quad (23)$$

$$V_{q+1} = -I_q \sigma \sin \theta_q + V_q \cos \theta_q + \frac{L}{d} F_q \frac{-\varepsilon}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} \times \\ \times \left[\left(\exp(-i\theta) + i \frac{\sin \theta_d}{\varepsilon \sigma} - \cos \theta_d \right) \varepsilon \sigma \sin \theta'_q - i \left(\exp(-i\theta) - \cos \theta_d + i \varepsilon \sigma \sin \theta_d \right) \cos \theta'_q \right], \quad (24)$$

$$F_{q+1} \exp(i\varphi_e) = 2F_q \cos \varphi_s - F_{q-1} \exp(-i\varphi_e) - i \tilde{Z}_s \tilde{I}_q, \quad (25)$$

где наведенный в q -м зазоре ток \tilde{I}_q определяется выражением (23), а величины $\theta_q = \varepsilon \sigma \varphi_q = \frac{\omega_q}{v_e} L_q = 2\pi \frac{L_q}{\lambda_q}$ и $\theta_d = \varepsilon \sigma \theta = \frac{\omega_q}{v_e} d = 2\pi \frac{d}{\lambda_q}$ представляют соответственно угол пролета q -го шага и зазора в плазменных длинах волн, $\theta'_q = \theta_q - \theta_d$ – аналогичный угол пролета q -го пространства дрейфа.

3. Электронные волны

Для периодических ЗС решение (23)–(25), можно искать в виде электронных волн – собственных волн ЗС с электронным пучком, отыскивая комплексный сдвиг фазы ψ_i тока, скорости электронов и поля на шаг в каждой i -й волне, из условий

$$I_{q+1,i} = I_{q,i} \exp(i\psi_i), \\ V_{q+1,i} = V_{q,i} \exp(i\psi_i), \\ F_{q+1,i} = F_{q,i} \exp(i\psi_i). \quad (26)$$

При этом получается характеристическое уравнение 4-го порядка, так как уравнение возбуждения (15) связывает F_{q+1} не только с F_q , но и F_{q-1} . Это можно видеть проще всего, вводя формально переменную $G_q = F_{q-1}$, что приводит к соотношению $G_{q+1} = F_q$, дополняющему (23)–(25). Физически это соответствует наличию 4-х

электронных волн в периодических ЗС с электронным пучком, которые исследовались в [9,10] методом эквивалентных схем. Здесь рассматривается прямое решение задачи с помощью соотношений (13)–(15), выведенных на основе строгой разностной теории возбуждения периодических волноводов и включающих электродинамические параметры, описывающие дискретное электронно-волновое взаимодействие в периодических ЗС.

Соотношения (13)–(15) удобно записать в матричном виде

$$\begin{aligned} I_{q+1} &= a_{11}I_q + a_{12}V_q + a_{13}F_q, \\ V_{q+1} &= a_{21}I_q + a_{22}V_q + a_{23}F_q, \\ F_{q+1} &= a_{31}I_q + a_{32}V_q + a_{33}F_q + a_{34}F_{q-1}. \end{aligned} \quad (27)$$

При этом надо учитывать, что эти соотношения выведены для «прямых» ЗС (см. рис. 1, *a*), где фазовый набег на шаг φ_s определяется частотными свойствами коэффициентов матрицы передачи на шаге A_{ij} . В таких ЗС рабочей является основная пространственная гармоника замедленной волны при $0 \leq \varphi_s \leq \pi$. Для петляющих ЗС типа ЦСР надо ещё учесть геометрический поворот фазы от шага к шагу на 180° , что приводит к эквивалентной схеме, приведенной на рис. 2, *б* (вместо рис. 2, *a*), и к замене в уравнениях (8), (10) $\varphi_s \rightarrow \varphi_s + \pi$, $A_{12} \rightarrow -A_{12}$, соответственно. В итоге получим следующие выражения для коэффициентов a_{ij} :

$$\begin{aligned} a_{11} &= \cos \theta_q, \\ a_{12} &= -i \frac{\sin \theta_q}{\sigma}, \\ a_{13} &= i \frac{L}{d} \frac{\varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} [(e^{-i\theta} - \cos \theta_d + \\ &\quad + i \frac{\sin \theta_d}{\varepsilon \sigma}) \cos(\theta_q - \theta_d) - (e^{-i\theta} - \cos \theta_d + i \varepsilon \sigma \sin \theta_d) \frac{i}{\varepsilon \sigma} \sin(\theta_q - \theta_d)], \\ a_{21} &= -i \sigma \sin \theta_q, \\ a_{22} &= \cos \theta_q, \\ a_{23} &= \frac{L}{d} \frac{\varepsilon^2 \sigma}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} [(e^{-i\theta} - \cos \theta_d + i \frac{\sin \theta_d}{\varepsilon \sigma}) \sin(\theta_q - \theta_d) + \\ &\quad + i \frac{L}{d} \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} (e^{-i\theta} - \cos \theta_d + i \varepsilon \sigma \sin \theta_d) \cos(\theta_q - \theta_d)], \\ a_{31} &= -2i \varepsilon M \varphi_e^2 e^{-i\varphi_e} \delta, \\ a_{32} &= 2i(\varepsilon \varphi_e)^2 (e^{i\frac{\varphi}{2}} - M) e^{-i\varphi_e} \delta, \\ a_{33} &= 2\delta [\cos \varphi_s - i(\varepsilon \varphi_e)^3 (Y_1 - iY_2)] e^{-i\varphi_e}, \\ a_{34} &= -e^{-2i\varphi_e}. \end{aligned} \quad (28)$$

Для «прямой» ЗС без геометрического поворота фазы на шаге, например, для спиральной ЗС или диафрагмированного волновода (см. рис. 1, *a*), множитель $\delta = 1$. Для петляющей ЗС, например, ЦСР или встречные штыри (см. рис. 1, *б*), множитель $\delta = -1$. При этом в обоих случаях $0 \leq \varphi \leq \pi$. При этом в обоих случаях собственные значения матрицы $\lambda_j = \exp(i\psi_j)$ ($j = 1..4$) вычислялись стандартными методами в системе MathCAD. По ним находились значения нормированных постоянных

распространения, используемых при расчете усиления и скорости электронных волн в ЛБВ [4,8],

$$\eta_i = i\delta_j^* = -y_j + ix_j = \frac{\Psi_j}{\varepsilon\varphi_e}. \quad (29)$$

При расчетах постоянных распространения главное внимание обращалось на отличия в их свойствах для периодических ЗС по сравнению с «гладкими». Поэтому рассматривался наиболее простой случай кинематического приближения без учета пространственного заряда ($\sigma^2 \rightarrow 0$) и узких зазоров взаимодействия ($\theta \rightarrow 0$, $(d/L) \rightarrow 0$). При этом для a_{ij} можно использовать выражения (28), полагая в них соответствующие параметры достаточно малыми, либо перейти в (28) к пределу, что дает

$$\begin{aligned} a_{11} &= 1, & a_{12} &= -i\varepsilon\varphi_e, & a_{13} &= -(\varepsilon\varphi_e)^2, \\ a_{21} &= 0, & a_{22} &= 1, & a_{23} &= \varepsilon\varphi_e, \\ a_{31} &= -2i\varepsilon\varphi_e^2 e^{-i\varphi_e} \delta, & a_{32} &= 0, & a_{33} &= 2\delta \cos \varphi_s e^{-i\varphi_e}, & a_{34} &= -e^{-2i\varphi_e}. \end{aligned} \quad (30)$$

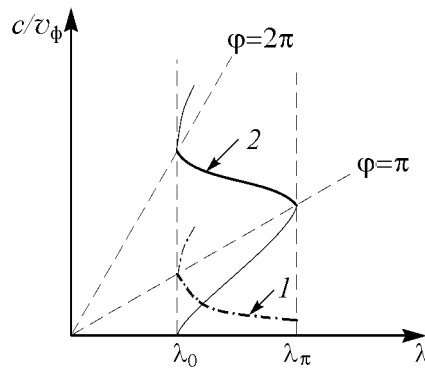


Рис. 3. Дисперсионные характеристики для: 1 – спиральной ЗС (φ_0); 2 – цепочки связанных резонаторов (φ_1) в полосе пропускания

Результаты в обоих вариантах расчетов получаются одинаковыми. Если считать в (30) $0 \leq \varphi_s \leq \pi$, то при этом $\delta = 1$ для прямой ЗС, $\delta = -1$ для петляющей ЗС. Можно и для петляющей ЗС считать $\delta = 1$, но тогда для неё $\pi \leq \varphi_s \leq 2\pi$, что соответствует первой пространственной гармонике поля ЗС (рис. 3).

На рис. 4, а и рис. 4, б приведены результаты расчетов постоянных распространения 4-х волн для прямой ЗС. Они показывают следующее. При $\varphi_s \rightarrow 0$, то есть при переходе к гладким (например, спиральным) ЗС для $\varepsilon = 0.01$, и изменении параметра

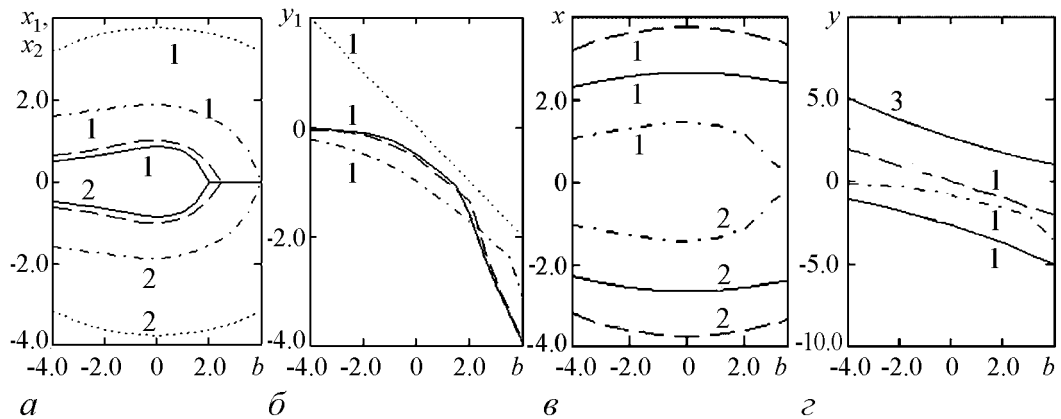


Рис. 4. Корни характеристического уравнения, рассчитанные для основной пространственной гармоники: а - $x_1 = -x_2$, б - $y_1 = y_2$. Здесь $\varphi_s \rightarrow 0$ (сплошная линия, гладкая ЗС); $\varphi_s \rightarrow \pi/2$ (штриховая линия); $\varphi_s \rightarrow 0.9\pi$ (штрих-пунктирная линия); $\varphi_s \rightarrow \pi$ (пунктирная линия). Корни характеристического уравнения, рассчитанные для первой пространственной гармоники: в - $x_1 = -x_2$, з - $y_1 = y_2$. Здесь $\varphi_1 \rightarrow \pi$ (сплошная линия); $\varphi_1 \rightarrow 3\pi/2$ (штриховая линия); $\varphi_1 \rightarrow 1.9\pi$ (штрих-пунктирная линия); $\varphi_1 \rightarrow 2\pi$ (пунктирная линия)

несинхронности электронов и замедленной волны $\xi = b = (\varphi_s - \varphi_e)/(\varepsilon\varphi_e)$ величины x, y точно совпадают с известными, полученными в классической теории ЛБВ.

С ростом φ_0 проявляется влияние встречной волны, приводящее к небольшому изменению постоянных распространения уже в центре полосы пропускания ЗС при $\varphi_0 = \pi/2$. Дальнейшее приближение фазы к точке отсечки $\varphi_0 = \pi$ приводит к существенному изменению постоянных распространения электронных волн из-за взаимодействия электронов с пространственной гармоникой встречной волны ЗС. За точкой отсечки имеется реактивное затухание в ЗС, так что $\varphi_0 = \pi + i \operatorname{Im} \varphi_0$, однако усиление одной из электронных волн сохраняется, полоса усиления расширяется. Величина этого расширения полосы зависит от параметров взаимодействия и может быть вычислена для каждого конкретного случая.

Аналогичные результаты получаются при использовании в качестве рабочей 1-й пространственной гармоники в цепочках связанных резонаторов и подобных им петляющих ЗС, где $\varphi_1 = \varphi_0 + \pi$. Однако здесь при $\varphi_0 \rightarrow 0$ (или $\varphi_1 \rightarrow \pi$) ЗС остается периодической структурой, и в полосе запираания при $\varphi_1 = \pi + i \operatorname{Im} \varphi_1$ также возможно усиление (рис. 4, в и з).

На основании разработанной методики проведено моделирование многосекционной ЛБВ с запредельной секцией. Дисперсионная характеристика для запредельной секции, представленная на рис. 5, показывает, что рабочая полоса прибора находится в полосе запираания частот для данной секции. Был произведен расчет безразмерного поля вдоль запредельной секции для трех точек в рабочей полосе прибора (рис. 6).

Краевая задача решалась двумя способами.

1 способ. Использовался алгоритм, описанный в [1]. Прежде всего, задаются две пары линейно независимых значений $(F_1^{(1)}, F_2^{(1)})$, $(F_1^{(2)}, F_2^{(2)})$ и вычисляются по формуле (25) две пары значений $(F_{Q-1}^{(1)}, F_Q^{(1)})$ и $(F_{Q-1}^{(2)}, F_Q^{(2)})$. Ввиду линейности уравнений связь входных и выходных значений линейная, определяемая матрицей В,

$$\begin{aligned} F_{Q-1}^{(1,2)} &= B_{11}F_1^{(1,2)} + B_{12}F_2^{(1,2)}, \\ F_Q^{(1,2)} &= B_{21}F_1^{(1,2)} + B_{22}F_2^{(1,2)}. \end{aligned} \quad (31)$$

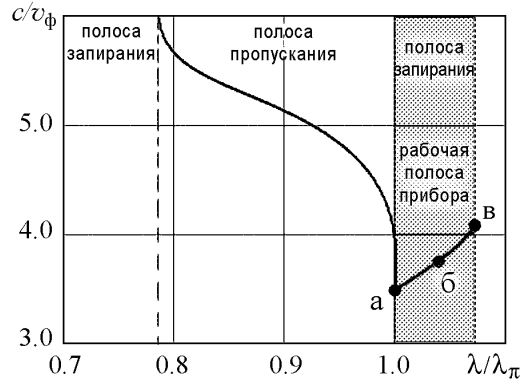


Рис. 5. Дисперсионная характеристика для запредельной секции. Для точек «а», «б», «в» показано распределение безразмерного поля на рис. 6, λ_π – граничная частота запредельной секции

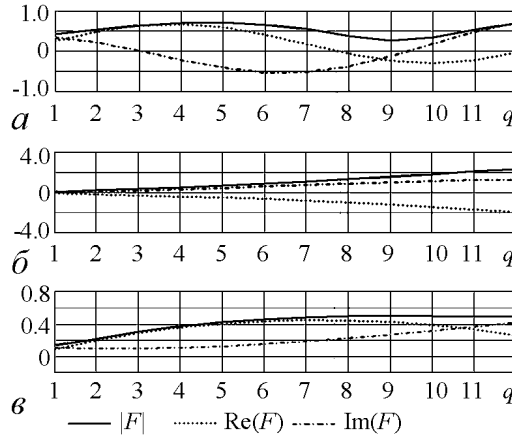


Рис. 6. Распределение безразмерного поля вдоль запредельной секции для трех точек рабочей полосы прибора, указанных на рис. 5: а – для точки «а», б – для точки «б», в – для точки «в»

Решение находится с помощью обратной матрицы $A = B^{-1}$

$$\begin{aligned} F_1 &= A_{11}F_{Q-1} + A_{12}F_Q, \\ F_2 &= A_{21}F_{Q-1} + A_{22}F_Q. \end{aligned} \quad (32)$$

Одним из решений явился коэффициент усиления в рабочей полосе прибора. Расчет коэффициента усиления (рис. 7, а) осуществлялся с использованием локального импеданса связи (кривая 1) и сопротивления связи Пирса (кривая 2). Из рисунка видно, что сопротивление связи стремится к бесконечности на границе полосы пропускания, это приводит к сложностям при расчете вблизи частот отсечки. С другой стороны, при использовании локального импеданса связи значения коэффициента усиления вблизи частот отсечки близки к экспериментальным (ср. кривые 1 и 3 на рис. 7, а).

2 способ. Рассматривалось характеристическое уравнение третьей степени

$$-i(\delta + (d + i\xi))(\delta^2 + \sigma^2) + 1 = 0, \quad (33)$$

где d – параметр затухания, ξ – параметр скорости. Решая данное уравнение, получаем значения постоянных распространения трех электронных волн системы. Используя далее выражение, полученное в [11], получаем начальную амплитуду нарастающей волны

$$A = \left| \frac{\delta_1^2 + \sigma^2}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} \right|, \quad (34)$$

где δ_v , ($v = 1, 2, 3$) – корни характеристического уравнения (33). Коэффициент усиления приведен на рис. 7, б. При рассмотрении трех электронных волн распространяющихся в ЗС было отмечено, что использование локального импеданса связи также, как и при первом способе, позволяет более точно описать взаимодействия вблизи границы полосы пропускания. Экспериментально установлено, что использование запредельной секции позволяет получить стабильное усиление в расширенной полосе частот. Изложенный в данной работе метод позволяет рассмотреть процессы

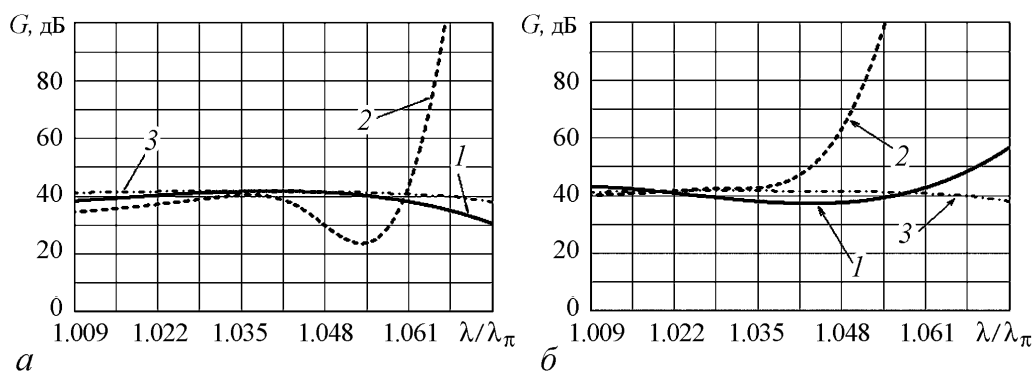


Рис. 7. а – результаты расчета коэффициента усиления в рабочей полосе по *первому способу*: 1 – с использованием локального импеданса связи, 2 – с использованием сопротивления связи Пирса, 3 – экспериментальные результаты. Здесь и далее λ_π – граничная частота для запредельной секции. б – результаты расчета коэффициента усиления в рабочей полосе по *второму способу*: 1 – с использованием локального импеданса связи, 2 – с использованием сопротивления связи Пирса, 3 – экспериментальные результаты. При расчете использовалось характеристическое уравнение 3-й степени

в этой секции. Видно, что в запредельной секции возможно усиление поля. Расхождения экспериментальных и расчетных значений обуславливаются, вероятно, последующей настройкой согласования для каждого отдельного прибора в эксперименте, что не учитывалось в расчетах.

Заключение

На основе выведенных ранее уравнений обобщенной линейной теории электронно-волнового взаимодействия найдена матрица передачи ЗС с электронными волнами и ее собственные значения, определяющие постоянные распространения четырех электронных волн, образующихся при взаимодействии электронного потока с прямой и встречной электромагнитными волнами ЗС. Матрица передачи получена на основе строгой разностной теории возбуждения периодических волноводов и включает электродинамические параметры, описывающие взаимодействие без использования эквивалентных схем ЗС. Показано, что в случае малого периода ЗС, полученные решения совпадают с известными решениями для гладких ЗС. В запредельных секциях ЗС получено распределение поля и тока вдоль секции, показана возможность усиления в таких секциях. Проведено моделирование многосекционной ЛБВ, включающей запредельную секцию, и получено по коэффициенту усиления удовлетворительное совпадение с экспериментальными данными в рабочей полосе частот.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 10-02-00859).

Библиографический список

1. Солнцев В.А., Колтунов Р.П. Обобщенная линейная теория дискретного электронно-волнового взаимодействия в замедляющих системах // Радиотехника и электроника. 2010. Т. 55, № 11. С.1362.
2. Солнцев В.А. Теория возбуждения волноводов // Изв.вузов «ПНД». 2009. Т. 17, № 3. С. 53.
3. Солнцев В.А., Мухин С.В. // Радиотехника и электроника. 1991. Т. 36, № 11. С. 2161.
4. Пирс Дж. Р. Лампа с бегущей волной. / Пер. с англ. под.ред. В.Т. Овчарова. М.: Сов. радио, 1952.
5. Солнцев В.А., Колтунов Р.П. Анализ уравнений дискретного электронно-волнового взаимодействия и группировки электронных потоков в периодических и псевдопериодических замедляющих системах // Радиотехника и электроника. 2008. Т. 53, № 6. С. 738.
6. Солнцев В.А. Три лекции по теории лампы с бегущей волной // Лекции по СВЧ электронике и радиофизике. 10-я зимняя школа-семинар, кн. 1(1). Саратов: Гос. УНЦ «Колледж», 1996. С. 76.
7. Мухин С.В., Никонов Д.Ю., Солнцев В.А. // Радиотехника и электроника. 2008. Т. 53, № 10. С. 1324.
8. Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973.

9. *Канавец В.И., Мозговой Д.Ю.* // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20, № 10. С. 2121.
10. *Канавец В.И.* // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20, № 2. С. 159.
11. *Клеен В., Пешль К.* Введение в электронику сверхвысоких частот. Часть II: Лампы с длительным взаимодействием / Пер. с нем. под.ред. В.А. Солнцева. М.: Сов. радио, 1963.

*Московский государственный
институт электроники и математики*

Поступила в редакцию 26.04.2012

STUDY OF DISCRETE ELECTRON-WAVE INTERACTION IN THE PASSBAND AND STOPBAND OF SLOW-WAVE SYSTEMS

M.V. Nazarova, V.A. Solntsev, R.P. Koltunov, D.S. Shabanov

This article contains analysis of properties discrete electron-wave interaction in resonance slow-wave system (SWS). Equations of interaction are written in matrix form. Eigenvalues of transfer matrix with electron beam define spread constant of four electron waves. Features of electron waves in SWS with «smooth» energy stream and in SWS with «winding» flow are examined. Simulation is performed and amplification of multi-section TWT with passband and stopband sections of SWS is found. Field distribution along stopband section is found.

Keywords: Slow-wave system, electron beam, interaction, TWT, passband, stopband.



Назарова Маргарита Васильевна – родилась в 1940 году. Окончила физ-фак МГУ (1963). Защитила диссертацию на соискание степени кандидата технических наук (1974, ИРЭ АН СССР) в области распространения радиоволн в магнитосфере. Автор 40 работ по исследованиям взаимодействия электромагнитных волн с плазмой и электронными пучками. В 1985–2010 годах была доцентом МГИЭМ, где работала с 1974 года.

109028 Москва, Бол. Трехсвятительский пер., д. 3/12
Московский государственный институт электроники и математики
E-mail: av169543@comtv.ru



Колтунов Роман Павлович – родился в Москве (1981), окончил Московский государственный институт электроники и математики (2004). После окончания МИЭМ продолжил обучение в аспирантуре по специальности «Антенны, устройства СВЧ и их технологии».

109028 Москва, Бол. Трехсвятительский пер., д. 3/12
Московский государственный институт электроники и математики
E-mail: krizm13@gmail.com

Солнцев Виктор Анатольевич – родился в Москве (1931). Окончил Московский государственный университет, физический факультет (1953), аспирантуру МГУ (1957), к.ф.-м.н. (1960), д.ф.-м.н. (1973), профессор (1979). С 1973 года заведующий кафедрой Московского государственного института электроники и математики (МИЭМ). Научные интересы в области электроники и радиофизики СВЧ. Автор более 250 научных трудов и 20 изобретений по усилению и генерации СВЧ-колебаний, теории, методам и программам проектирования электронных приборов СВЧ, вакуумной микро- и нанoeлектронике. В их числе изобретение и разработка многолучевых ламп обратной волны (1956, с А.С. Тагером, А.А. Негиревым и др.), явившихся основой для создания первой в мире серии генераторов, перекрывающих миллиметровый и субмиллиметровый диапазон, книга «Лекции по сверхвысокочастотной электронике» (1973, с Л.А. Вайнштейном). Руководитель КЦП «Функционально-ориентированная электроника СВЧ» (1984–1989), объединявшей 10 вузов, ряд НИИ Академии наук и промышленности. Руководитель ведущей научной школы России, поддержанной грантами Президента РФ (1996–2005), организатор постоянно действующего с 1973 года Международного семинара «Проблемы электроники». В разные годы член четырех диссертационных советов, редколлегии журналов «Радиотехника и электроника» и «Зарубежная радиоэлектроника», член двух научных советов РАН, консультант «Физической энциклопедии» (1988–1998) и энциклопедического словаря «Электроника» (1990). Заслуженный деятель науки РФ (1999), почетный член Российского НТО РЭС им. А.С. Попова (1999), «Почетный радист» (1980), «Почетный работник высшего профессионального образования РФ» (2001).



109028 Москва, Бол. Трехсвятительский пер., д. 3/12
 Московский государственный институт электроники и математики
 E-mail: soln05@miem.edu.ru



Шабанов Дмитрий Сергеевич – родился в Москве (1989), окончил бакалавриат Московского государственного института электроники и математики (2010). Продолжил обучение в магистратуре МИЭМ по направлению «Проектирование и технология ЭС». С 2010 года занимается научной деятельностью под руководством д.ф.-м.н, заслуженного деятеля науки РФ Солнцева В.А.

109028 Москва, Бол. Трехсвятительский пер., д. 3/12
 Московский государственный институт электроники и математики
 E-mail: deepgmail@gmail.com