

ПРИБЛИЖЕННАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ДВУХПУЧКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ*

А.В. Тутов

Построена приближенная нелинейная теория взаимодействия двух электронных потоков. На основе данной теории произведен расчет коэффициента усиления двухлучевого усилителя. Показано, что при определенных условиях коэффициент усиления по мощности может достигать 40 дБ.

Ключевые слова: Двухпучковая неустойчивость, двухлучевой усилитель.

Введение

В данной работе построена последовательная приближенная нелинейная теория двухпучковой неустойчивости в применении к двухлучевому усилителю. Это явление давно известно и заключается в возможности возникновения неустойчивости во взаимодействующих друг с другом электронных потоках [1, 2]. Ранее были предприняты попытки создания приборов СВЧ на его основе, в частности, была создана электронно-волновая лампа – усилитель сантиметрового диапазона волн [3].

В первой части описано построение нелинейной теории двухпотоковой неустойчивости, а во второй приведен расчет коэффициента усиления двухлучевого усилителя с использованием полученной теории.

1. Основные уравнения и их решения

Рассмотрим пространство, в котором взаимодействуют два электронных потока. Предположим, что один из них до входа в это пространство был промодулирован сигналом с частотой ω полем отрезка замедляющей системы (ЗС).

*Статья написана по материалам доклада на XV Зимней школе по электронике сверхвысоких частот и радиофизике, Саратов, Россия, 6–11 февраля 2012.

Для учета обгона одних электронов другими удобно ввести координаты Лагранжа. Введем время в лагранжевой системе координат. Пусть теперь времена $t_{1,2}(x, t_0)$ – это моменты времени, в которые электроны первого и второго потока, влетевшие в пространство взаимодействия в момент t_0 , окажутся в точке с координатой x [4].

$$\omega t_1(x, t_0) = \omega t_0 + \frac{\omega x}{v_{01}} + \theta_1(x, t_0), \quad (1)$$

$$\omega t_2(x, t_0) = \omega t_0 + \frac{\omega x}{v_{02}} + \theta_2(x, t_0). \quad (2)$$

$\theta_{1,2}$ – возмущение фазы электронов под действием поля, $v_{01,02}$ – скорости пучков. Для удобства введем функции

$$u_1(x, t_0) = \omega t_1 - \beta_{e1}x = u_0 + \theta_1(x, t_0), \quad (3)$$

$$u_2(x, t_0) = \omega t_2 - \beta_{e2}x = u_0 + \theta_2(x, t_0). \quad (4)$$

Здесь $\beta_{e1,e2} = \omega/v_{01,02}$. Уравнения движения в переменных Эйлера имеют вид

$$\begin{cases} \frac{dv_1}{dt_1} = \eta E_{пз}, \\ \frac{dv_2}{dt_2} = \eta E_{пз}. \end{cases} \quad (5)$$

Считаем, что $E_{пз} = E_{пз1} + E_{пз2}$, где $E_{пз1}$ и $E_{пз2}$ – поля пространственного заряда первого и второго пучков

$$\begin{cases} E_{пз1} = \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{1n}^2}{\omega n \varepsilon_0 s_1} I_{1n}(x) e^{jn\omega t_1} \right\}, \\ E_{пз2} = \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{2n}^2}{\omega n \varepsilon_0 s_2} I_{2n}(x) e^{jn\omega t_2} \right\}. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь $p_{1n,2n}^2 = n^2/(n^2 + k_{1,2}^2)$, где $k_{1,2}$ – величины, обратно пропорциональные радиусам первого и второго пучков (в случае бесконечно широких пучков $p_{n1,n2}^2 = 1$). Токи пучков могут быть представлены как

$$\begin{cases} I_1 = I_{01} + \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} I_{1n} e^{jn\omega t_1}, \\ I_2 = I_{02} + \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} I_{2n} e^{jn\omega t_2}, \end{cases} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} I_{1n}(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} I_1(x, t_1) e^{-jn\omega t_1} d(\omega t_1), \\ I_{2n}(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} I_2(x, t_2) e^{-jn\omega t_2} d(\omega t_2). \end{aligned} \quad (8)$$

Закон сохранения заряда имеет вид

$$\begin{cases} I_{01}d(\omega t_0) = I_1(x, t_1)d(\omega t_1), \\ I_{02}d(\omega t_0) = I_2(x, t_2)d(\omega t_2). \end{cases} \quad (9)$$

Тогда (8) можно представить в виде

$$\begin{aligned} I_{1n}(x) &= I_{01}I'_{1n}e^{-jn\beta_{e1}x}, \\ I_{2n}(x) &= I_{02}I'_{2n}e^{-jn\beta_{e2}x}, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} I'_{1n}(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jnu_1} d(u_0), \\ I'_{2n}(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jnu_2} d(u_0). \end{aligned} \quad (11)$$

Введем параметры Пирса для первого и второго пучка, характеризующие их взаимодействие с входной ЗС

$$C_{1,2} = \sqrt[3]{\frac{I_{01,02}K_0}{U_{01,02}}}.$$

Здесь $I_{01,02}$ – токи пучков, K_0 – сопротивление связи входной ЗС, $U_{01,02}$ – ускоряющие напряжения первого и второго пучка. Далее введем безразмерную координату $\xi = \beta_{e1}C_1x$ и следующие величины: $(\eta I_{01,02})/(\varepsilon_0 s_{1,2} v_{01,02}) = \omega_{p1,2}^2$ – плазменные частоты; $\beta_{p1,2}^2 = \omega_{p1,2}^2/v_{01,02}^2$, $q_{1,2} = (\beta_{p1,2}/(\beta_{e1,2}C_{1,2}))^2$ – параметры пространственного заряда; $S = v_{02}/v_{01}$. С учетом малости модуляции, то есть при $(1 + C_1 \partial\theta_1/\partial\xi)^3 \rightarrow 1$ и $(1 + C_1 v_{02}/v_{01} \partial\theta_2/\partial\xi)^3 \rightarrow 1$, система уравнений для возмущения фаз электронов принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \xi^2} = -\text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{1n}^2}{n} q_1 I'_{1n} e^{jnu_1} + \frac{j p_{2n}^2}{n} q_2 S \frac{C_2^2}{C_1^2} I'_{2n} e^{jnu_2} \right\}, \\ \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \xi^2} = -\text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{1n}^2}{n} q_1 \frac{1}{S^3} I'_{1n} e^{jnu_1} + \frac{j p_{2n}^2}{n} q_2 \frac{C_2^2}{C_1^2} \frac{1}{S^2} I'_{2n} e^{jnu_2} \right\}. \end{cases} \quad (12)$$

Возмущение фазы можно разложить в ряд Фурье.

$$\theta_{1,2}(\xi, t_0) = \sum_{m=1}^{\infty} \theta_{1,2m} e^{jm\omega t_0}, \quad \text{где} \quad \theta_{1,2m}(\xi) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \theta_{1,2}(\xi, t_0) e^{-jn\omega t_0} d(\omega t_0).$$

Применим преобразование Фурье к левым и правым частям уравнений системы (12) и ограничимся для простоты первым членом разложения ($m = 1$), как это было сделано в [5]. Тогда

$$\theta_{1,2}(\xi) \approx \text{Re} (e^{-ju_0}) = B_{1,2} \cos u_0 = -B_{1,2} \sin \left(u_0 - \frac{\pi}{2} \right); \quad \theta_{1,2} = B_{1,2}. \quad (13)$$

Таким образом, $B_{1,2}$ имеют смысл параметров группировки. После расчета интегралов и введения обозначения $Q(B) = 2J_n(nB) [J_{n-1}(nB) - J_{n+1}(nB)]$ системы (11) и (12) можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{cases} I'_{1n} = 2J_n(nB_1) e^{-jn\frac{\pi}{2}}, \\ I'_{2n} = 2J_n(nB_2) e^{-jn\frac{\pi}{2}}, \end{cases} \quad (14)$$

где $J_n(B)$ – функция Бесселя n -го порядка.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 B_1}{\partial \xi^2} + \frac{p_{1n}^2 q_1}{n} Q(B_1) + \frac{p_{2n}^2 q_2 S C_2^2}{n C_1^2} Q(B_2) = 0, \\ \frac{\partial^2 B_2}{\partial \xi^2} + \frac{p_{1n}^2 q_1}{n S^3} Q(B_1) + \frac{p_{2n}^2 q_2 C_2^2}{n S^2 C_1^2} Q(B_2) = 0. \end{cases} \quad (15)$$

В случае бесконечно широких потоков и одной гармоники тока ($n=1$) систему (15) можно записать так:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 B_1}{\partial \xi^2} + q_1 Q(B_1) + \frac{q_2 S C_2^2}{C_1^2} Q(B_2) = 0, \\ \frac{\partial^2 B_2}{\partial \xi^2} + \frac{q_1}{S^3} Q(B_1) + \frac{q_2 C_2^2}{S^2 C_1^2} Q(B_2) = 0, \end{cases} \quad (16)$$

$$Q(B) = 2J_1(nB) [J_0(nB) - J_2(nB)]. \quad (17)$$

Очевидно, что система уравнений движения приняла вид системы уравнений для двух связанных нелинейных осцилляторов. Это позволяет провести аналогию между взаимодействующими электронными потоками и связанными нелинейными осцилляторами. Решения системы (15) после подстановки в (14) дадут пространственное распределение токов в области дрейфа.

2. Расчет двухлучевого усилителя

Двухлучевая лампа не нашла применения в сантиметровом диапазоне волн, так как была вытеснена более эффективными ЛБВ и ЛОВ. Поэтому ее пытались применить для продвижения в субмиллиметровый диапазон волн, используя ее главное преимущество – отсутствие замедляющей системы. Но эти попытки не увенчались успехом, поскольку требовались сложные мелкоструктурные компоненты для входных и выходных устройств, что существенно затрудняло создание подобных устройств.

В наши дни достижения в области вакуумной микроэлектроники позволяют надеяться на возрождение приборов подобного типа для генерации излучения в терагерцовом диапазоне частот. Речь идет, в частности, об использовании автоэмиссионных катодов.

В последние годы появилось некоторое количество публикаций, связанных с разработкой генераторов терагерцового диапазона нового типа, принцип работы которых основан на явлении двухпучковой неустойчивости [6]. Этот факт стал одной

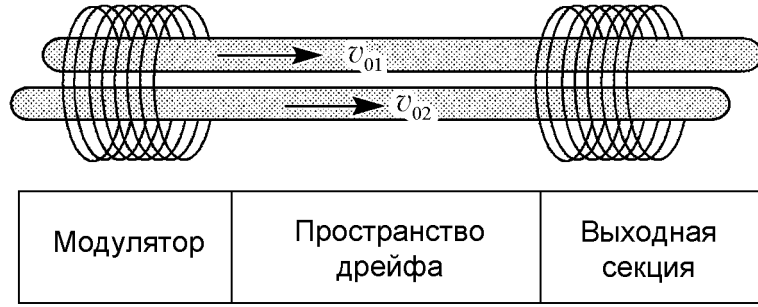


Рис. 1. Схема двухлучевого усилителя

из причин нашего интереса к данной проблеме, поскольку прибор, в котором применяются катоды с полевой эмиссией и эффект двухпучковой неустойчивости, теоретически может генерировать излучение терагерцового диапазона и при этом иметь очень малые размеры.

Далее приведен расчет коэффициента усиления электронно-волновой лампы, основанный на построенной теории. Качественная схема лампы показана на рис. 1.

Прибор делится на три секции: входную секцию, пространство дрейфа и выходную секцию. Входная секция представляет собой короткий отрезок ЛБВ с двумя пучками и служит для модуляции электронного потока входным сигналом. Для расчета будем использовать нелинейную теорию ЛБВ с учетом пространственного заряда [7] и построенную теорию.

Система интегродифференциальных уравнений, описывающая поведение пучков в модуляторе, имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE_n}{dx} + j\beta_n E_n(x) = -\frac{1}{2} \beta_n^2 K_n (I_{1n}(x) + I_{2n}(x)), \\ -\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \xi^2} = \frac{\omega}{\beta_{e1}^2 C_1^2 v_{01}^3} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{1n}^2 \eta I_{01}}{\omega n \varepsilon_0 s_1} I'_{1n} e^{-jn\beta_{e1}x} e^{jn\omega t_1} \right. \\ \quad \left. + \frac{j p_{2n}^2 \eta I_{02}}{\omega n \varepsilon_0 s_2} I'_{2n} e^{-jn\beta_{e2}x} e^{jn\omega t_2} + \eta E_n(x) e^{j\omega t_1} \right\}, \\ -\frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \xi^2} = \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{1n}^2 \eta I_{01}}{\beta_{e1}^2 C_1^2 v_{01}^3 n \varepsilon_0 s_1} \frac{v_{01}^3}{v_{02}^3} I'_{1n} e^{jnu_1} + \right. \\ \quad \left. + \frac{j p_{2n}^2 \eta I_{02}}{\beta_{e2}^2 C_2^2 v_{02}^3 n \varepsilon_0 s_2} \frac{\beta_{e2}^2 C_2^2}{\beta_{e1}^2 C_1^2} I'_{2n} e^{jnu_2} + \eta E_n(x) e^{j\omega t_1} \right\}, \\ I'_{1n}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jnu_1} d(u_0), \\ I'_{2n}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jnu_2} d(u_0). \end{array} \right. \quad (18)$$

Будем рассматривать только первые гармоники. После перехода к безразмерным величинам и избавления от интегралов в системе (18) описанными в первой части методами получим

$$\frac{dF}{d\xi} + jb_1 F(\xi) = -(1 + b_1 C_1)^2 \left[I_1'(\xi) + S^2 \left(\frac{C_2}{C_1} \right)^3 I_2'(\xi) e^{j \frac{S-1}{C_1 S} \xi} \right], \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 B_1}{\partial \xi^2} + 2q_1 J_1(B_1) [J_0(B_1) - J_2(B_1)] + 2q_1 S \left(\frac{C_2}{C_1} \right)^2 J_1(B_2) [J_0(B_2) - J_2(B_2)] + F(\xi) J_0(B_1) - F(\xi) J_2(B_1) = 0, \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 B_2}{\partial \xi^2} + 2 \frac{q_1}{S^3} J_1(B_1) [J_0(B_1) - J_2(B_1)] + 2 \frac{q_1}{S^2} \left(\frac{C_2}{C_1} \right)^2 J_1(B_2) [J_0(B_2) - J_2(B_2)] + \frac{1}{S^3} F(\xi) J_0(B_1) - \frac{1}{S^3} F(\xi) J_2(B_1) = 0, \quad (21)$$

$$I_1'(\xi) = 2J_1(B_1) e^{-j \frac{\pi}{2}}, \quad (22)$$

$$I_2'(\xi) = 2J_1(B_2) e^{-j \frac{\pi}{2}}. \quad (23)$$

Если задать начальные условия вида $B_{1,2} = 0$, $\partial B_{1,2}/\partial \xi = 0$, $F = E(0)/(2\beta_{e1} v_{01} C_1^2)$ при $\xi = 0$, то данная система даст нам значение сгруппированного тока, параметра группировки и поля на выходе из модулятора.

При расчете выходных значений параметра группировки, параметры были подобраны таким образом, чтобы поле волны на выходе почти подавлялось, а сгруппированный ток достигал максимума, то есть имел бы место эффект подавления Компфнера. Таким образом, электронный пучок при входе во вторую секцию окажется промодулированным по плотности. Однако следует отметить, что при взаимодействии двух пучков во входной ЗС получить полное подавление входного сигнала довольно затруднительно.

Выходная секция представляет собой отрезок замедляющей системы, с которой взаимодействуют оба электронных потока. Будем располагать ее в конце пространства дрейфа так, чтобы достигнуть максимума усиления.

Рассмотрим для простоты несогласованную задачу. Наведенное поле будем находить из безразмерного уравнения возбуждения вида

$$\frac{dF}{d\xi} + jb_{ex} F(\xi) = -(1 + b_{ex} C_1)^2 \left[\left(\frac{C_{1x}}{C_1} \right)^3 I_1'(\xi) + S^2 \left(\frac{C_{2x}}{C_1} \right)^3 I_2'(\xi) e^{j \frac{S-1}{C_1 S} \xi} \right] \quad (24)$$

в приближении заданного тока; здесь β_{ex} – постоянная распространения волны в выходной замедляющей системе, C_{1x}, C_{2x} – параметры усиления Пирса, характеризующие взаимодействие пучков с выходной ЗС.

3. Результаты расчета

При расчете усилителя были получены графики распределений токов пучков во всем пространстве взаимодействия и распределения полей волн в замедляющих

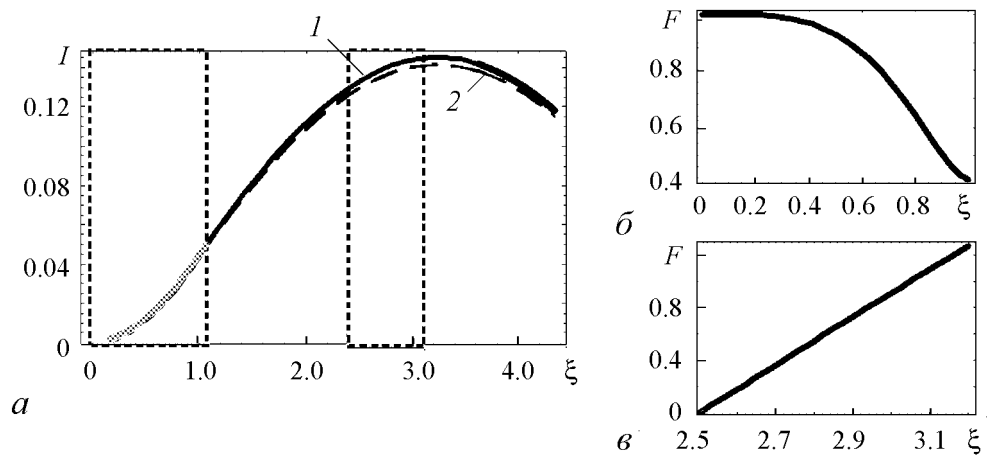


Рис. 2. Распределения токов пучков I (а) и полей F в модуляторе (б) и выходной секции (в) при учете двух пучков в модуляторе

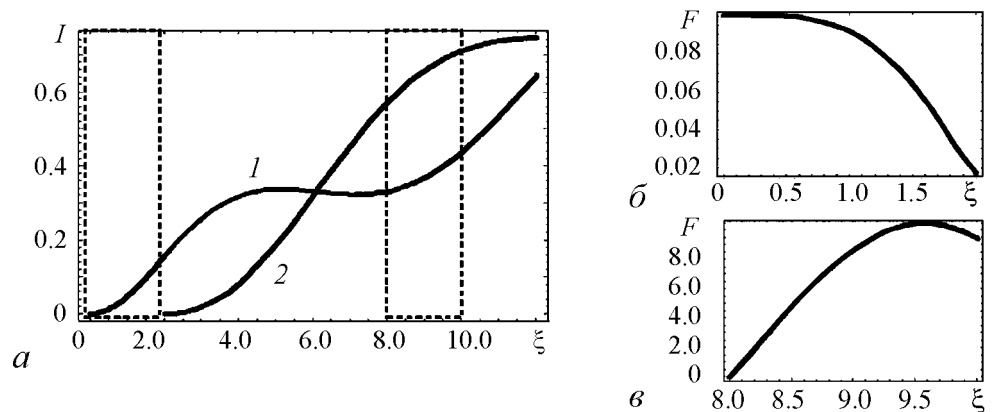


Рис. 3. Распределения токов пучков I (а) и полей F в модуляторе (б) и выходной секции (в) при учете только одного пучка в модуляторе

системах. На рис. 2 видно, что токи пучков ведут себя похожим образом, при этом во входной секции имеет место модуляция обоих пучков. Пунктирными рамками обозначены положения входной и выходной ЗС.

По результатам расчета данной модели максимальный коэффициент усиления по мощности был равен 22 дБ. Ниже приведены результаты расчета для случая, когда в модуляторе нет второго пучка, а появляется он только во второй секции. Из рис. 3 видно, что в этом случае значительно улучшается группировка модулируемого пучка. Коэффициент усиления при этом может достигать 40 дБ.

Выводы

Построена приближенная нелинейная теория двухпучковой неустойчивости. Получены простые выражения, описывающие поведение двух взаимодействующих электронных потоков. На основе теории был проведен расчет коэффициента усиления двухлучевой лампы. Показано, что коэффициент усиления в зависимости от конфигурации лампы может достигать 40 дБ. Также показано, что при модуляции сразу двух пучков существенно ухудшается группировка. При этом существенно снижается коэффициент усиления. Этого можно избежать путем применения, к примеру,

автоэмиссионных катодов, поскольку в этом случае пучки будут модулироваться по отдельности.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ по поддержке ведущих научных школ (проект № НШ-1430.2012.2), РФФИ (проект № 11-02-00047, 10-02-00256)

Библиографический список

1. Бриггс Р. Двухпучковая неустойчивость. Достижения физики плазмы. Т. 3, 4. М.: Изд-во «Мир». 1974.
2. Рабинович М.С., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, 1992. 454 с.
3. Лопухин В.М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками. М., 1953. 324 с.
4. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М.: Сов. Радио, 1970. 584 с.
5. Солнцев В.А. Нелинейные волны в электронных потоках // Известия вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17, № 4.
6. Birhofberger K., Carlsten B.E., Faehl R. Generation of millimeter and sub-millimeter radiation in a compact oscillator utilizing the two-stream instability // IVEC 2008, april 22–24. 2008. P. 164.
7. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по СВЧ-электронике для физиков. Т. 1. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 496 с.

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Поступила в редакцию 4.03.2012

AN APPROXIMATE NONLINEAR THEORY OF DOUBLE-STREAM INSTABILITY

A.V. Titov

An approximate nonlinear theory of double-stream interaction is built. Based on this theory, calculation for double-stream amplifier gain was performed. It was shown, that 40 dB amplification can be obtained.

Keywords: Double-stream instability, double-stream amplifier.



Титов Алексей Владимирович – родился в Саратове (1988). Окончил Саратовский государственный университет (2010). После окончания поступил в аспирантуру на специальность «радиофизика». В настоящее время является аспирантом второго года обучения кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: Titovav88@gmail.com