



СИСТЕМА ТРЕХ НЕАВТОНОМНЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ С ГИПЕРБОЛИЧЕСКИМ ХАОСОМ

Часть 2

Модель с DA-аттрактором

Д. С. Аржанухина, С. П. Кузнецов

Рассматривается система трех связанных неавтономных осцилляторов ван дер Поля, в которой поведение фаз осцилляторов за характерный период приближенно описывается отображением Фибоначчи с модификацией типа «хирургии Смейла», приводящей к возникновению DA-аттрактора («Derived from Anosov»). Согласно численным результатам, аттрактор стробоскопического отображения системы представляет собой объект, расположенный приблизительно на вложенном в шестимерное фазовое пространство двумерном торе, и обладает характерной для DA-аттракторов поперечной канторовой структурой.

Ключевые слова: Гиперболический хаос, отображение Аносова, кот Арнольда, отображение Фибоначчи, DA-аттрактор.

Введение

Среди динамических систем со структурно-устойчивым хаосом [1–8] выделяют специальный класс систем Аносова [9,10], в частности, к ним относятся гиперболические автоморфизмы тора. Динамика таких систем хаотическая, причем типичная траектория покрывает плотно поверхность тора, выступающую в качестве фазового пространства системы. Примером может служить отображение «кот Арнольда» [11–13]:

$$\begin{aligned} X_{n+1} &= X_n + Y_n \pmod{1}, \\ Y_{n+1} &= X_n + 2Y_n \pmod{1}, \end{aligned} \tag{1}$$

которое было положено в основу рассмотрения в первой части нашей статьи [14]. Заметим, что его можно представить также как двукратную итерацию отображения Фибоначчи

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + \varphi_{n-1} \pmod{1}. \tag{2}$$

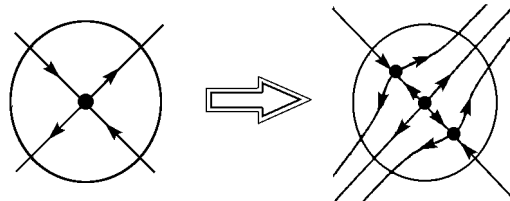


Рис. 1. Иллюстрация модификации отображения в окрестности неподвижной точки (рисунок из статьи [5])

предложенной Смейлом [9]. Модификация должна быть выполнена так, чтобы вдоль неустойчивого направления характер движения не изменился, а вдоль ортогонального к нему направления неподвижная точка стала отталкивающей, и в ее окрестности возникли две седловые точки, тогда как сама она превратилась бы в неустойчивый узел (рис. 1) [5]. Смейл называет эту процедуру «хирургией», а возникающий в результате гиперболический аттрактор – DA-аттрактором. (Это означает «Derived from Anosov», то есть полученный из системы Аносова.)

В первой части нашей работы [14] была предложена и исследовалась система трех связанных неавтономных осцилляторов ван дер Поля, в которой изменение фаз за период модуляции параметров описывается отображением Фибоначчи, демонстрирующим гиперболическую динамику. В настоящей, второй части сначала строится определенное конкретное отображение, в котором реализуется DA-аттрактор, а затем рассматривается система трех неавтономных связанных осцилляторов ван дер Поля, в которой динамика фаз за характерный период приближенно описывается таким отображением. Представлены численные результаты исследования динамики системы, свидетельствующие в пользу предположения о гиперболической природе наблюдаемого аттрактора.

1. Модифицированное отображение Фибоначчи

Процедуру, имеющую результатом построение DA-аттрактора, можно применить к отображению (2), причем модификацию удастся выполнить с использованием гладких функций. Следуя работе [5], для этого добавим к правой части отображения слагаемое $f(\varphi_{n-1})$, вид которого выбирается из следующих соображений. Поскольку речь идет об отображении на торе, функция должна иметь период 2π . Чтобы сохранялась неподвижная точка в начале координат, полагаем функцию нечетной. Учитывая в разложении в ряд Фурье только два первых слагаемых, выберем коэффициенты так, чтобы вблизи точки $\varphi = 0$ добавка обращалась в нуль с точностью до второго порядка малости. Это приводит к функции вида $f(\varphi) = \varepsilon(\sin \varphi + (1/2) \sin 2\varphi)$, где ε характеризует относительную величину добавки. На рис. 2, а показан портрет аттрактора отображения

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + \varphi_{n-1} + f(\varphi_{n-1}) \pmod{2\pi} \quad (3)$$

при $\varepsilon = 0.7$ в единичном квадрате на плоскости переменных $(\varphi_{n-1}, \varphi_n)$, на котором хорошо прослеживается характерная поперечная канторова структура.

Рассмотрим теперь систему, состояние которой определяется комплексной переменной z , причем преобразование состояния за шаг дискретного времени таково, что модуль остается постоянным, а аргумент $\varphi = \arg z$ изменяется в соответствии с отображением (3).

Для этого полагаем

$$z_{n+1} = \frac{z_n z_{n-1} \exp(iff(\arg z_{n-1}))}{|z_n z_{n-1}|}. \quad (4)$$

Воспользуемся разложением функции $\exp(iff(\varphi))$ в ряд Фурье, что эквивалентно разложению правой части (4) по степеням z и z^* . При $\varepsilon = 0.7$ имеем

$$e^{iff(\varphi)} \cong 0.055e^{-3i\varphi} - 0.094e^{-2i\varphi} - 0.377e^{-i\varphi} + 0.854 + 0.261e^{i\varphi} + 0.209e^{2i\varphi} + 0.058e^{3i\varphi} \quad (5)$$

или

$$z_{n+1} = \frac{z_n z_{n-1} (0.055z_{n-1}^{*3} - 0.094z_{n-1}^{*2} - 0.377z_{n-1}^* + 0.854 + 0.261z_{n-1} + 0.209z_{n-1}^2 + 0.058z_{n-1}^3)}{|z_{n+1}|}. \quad (6)$$

Отклонение отображения (6) от формы (4) невелико и, как показывают численные расчеты, не приводит к изменению структуры аттрактора. Это имеет в качестве фундаментальной основы присущее гиперболическому аттрактору свойство структурной устойчивости. Учитывая данный момент, можно попробовать оставить в разложении (6) вообще всего лишь два члена с самыми большими коэффициентами, в результате чего получается очень простое отображение

$$z_{n+1} = z_n(z_{n-1} + \kappa) / |z_n(z_{n-1} + \kappa)|, \quad (7)$$

где $\kappa = -0.441$. Хотя характер динамики при этом нарушается, его удастся восстановить, увеличивая параметр κ . На рис. 2, б показан аттрактор для отображения (7) при $\kappa = -0.65$, вид которого находится в качественном соответствии с аттрактором отображения (3) на рис. 2, а.

Как нетрудно заметить, отображение (7) можно представить в виде (3), но с другой функцией $f(\varphi)$. В самом деле, записывая

$$e^{i\varphi_{n+1}} = e^{i(\varphi_n + \varphi_{n-1})} (1 + \kappa e^{-i\varphi_{n-1}}), \quad (8)$$

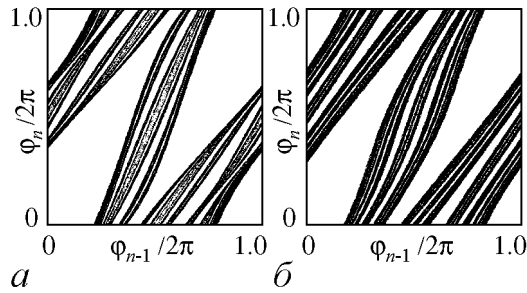


Рис. 2. Портрет аттрактора отображения (3) при $\varepsilon = 0.7$ (а) и отображения (7) при $\kappa = -0.65$ (б)

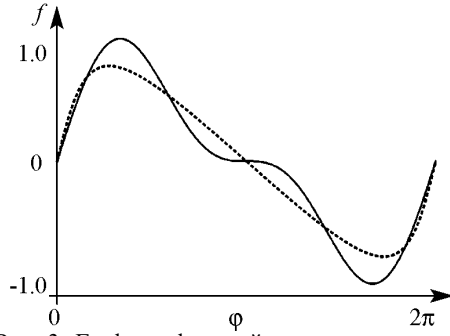


Рис. 3. Графики функций, используемых при модификации отображения Фибоначчи для получения DA-аттрактора

получаем

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + \varphi_{n-1} - \operatorname{arctg} \frac{\kappa \sin \varphi_{n-1}}{1 + \kappa \cos \varphi_{n-1}} \pmod{2\pi}. \quad (9)$$

На рис. 3. приведены для сравнения графики функций $f(\varphi) = \varepsilon(\sin \varphi + (1/2) \sin 2\varphi)$ при $\varepsilon = 0.7$ (сплошная кривая) и $f(\varphi) = -\operatorname{arctg}(\kappa \sin \varphi / (1 + \kappa \cos \varphi))$ при $\kappa = -0.65$ (пунктирная кривая).

2. Основные уравнения и механизм функционирования модели

Сконструируем систему, состоящую из трех автоколебательных элементов, в которой фазы колебаний описывались бы отображением Фибоначчи с DA-модификацией аналогичного вида, как в отображении (9). Модель задается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x &= [B + A \cos(\frac{2\pi t}{T}) - x^2] \frac{dx}{dt} + [\varepsilon \frac{d(yz)}{dt} \cos \omega_0 t + \alpha \frac{dz}{dt}], \\ \frac{d^2y}{dt^2} + \omega_0^2 y &= [B + A \cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{1}{3}) - y^2] \frac{dy}{dt} + [\varepsilon \frac{d(xz)}{dt} \cos \omega_0 t + \alpha \frac{dx}{dt}], \\ \frac{d^2z}{dt^2} + \omega_0^2 z &= [B + A \cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{2}{3}) - z^2] \frac{dz}{dt} + [\varepsilon \frac{d(xy)}{dt} \cos \omega_0 t + \alpha \frac{dy}{dt}]. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь x , y и z – динамические переменные (обобщенные координаты), относящиеся к первому, второму и третьему осцилляторам, ω_0 – их собственная частота, равная частоте вспомогательного сигнала, присутствующего в виде множителя при последнем члене каждого уравнения. Параметр A характеризует глубину модуляции бифуркационного параметра, а B – постоянную составляющую, выбор которой определяет, какую часть периода осцилляторы проводят выше и ниже порога возбуждения, ε – параметр связи, T – период модуляции. Дополнительный параметр связи α , как будет видно из дальнейшего, отвечает за DA-модификацию.

Модуляция параметров осуществляется таким образом, что каждый из осцилляторов находится в возбужденном состоянии приблизительно одну треть часть периода. Благодаря фазовому сдвигу, осцилляторы возбуждаются по очереди: $\dots \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow \dots$, и за один период модуляции возбуждение передается следующему осциллятору от двух его партнеров в циклическом порядке.

Предположим, что второй и третий осциллятор совершают колебания, фазы которых φ_y и φ_z , то есть $y \sim \sin(\omega_0 t + \varphi_y)$, $z \sim \sin(\omega_0 t + \varphi_z)$. Передача возбуждения от них первому осциллятору осуществляется через слагаемое в первом уравнении

$$\begin{aligned} \left(\frac{d(yz)}{dt} \cos \omega_0 t + \alpha \frac{dz}{dt} \right) &\sim -\sin(2\omega_0 t + \varphi_y + \varphi_z) \cos \omega_0 t - \alpha \sin(\omega_0 t + \varphi_z) = \\ &= -\frac{1}{2} \sin(\omega_0 t + \varphi_y + \varphi_z) - \alpha \sin(\omega_0 t + \varphi_z) + \dots, \end{aligned} \quad (11)$$

где многоточием обозначен нерезонансный член на третьей гармонике. Правую часть (11) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \sin(\omega_0 t + \varphi_y + \varphi_z) + 2\alpha \sin(\omega_0 t + \varphi_z) &= \text{Im} [(e^{i(\varphi_y + \varphi_z)} + 2\alpha e^{i\varphi_z}) e^{i\omega_0 t}] = \\ &= \text{Im} [e^{i(\varphi_y + \varphi_z)} (1 + 2\alpha e^{-i\varphi_y}) e^{i\omega_0 t}] \sim \text{Im} [e^{i(\varphi_y + \varphi_z + f(\varphi_y))} e^{i\omega_0 t}], \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$f(\varphi) = \arg(1 + 2\alpha e^{-i\varphi}) = -\text{arctg} \frac{2\alpha \sin \varphi}{1 + 2\alpha \cos \varphi}. \quad (13)$$

Таким образом, фаза возбуждаемых колебаний первого осциллятора будет определяться соотношением

$$\varphi_x = \varphi_z + \varphi_y + f(\varphi_y) \pmod{2\pi}, \quad (14)$$

то есть за один шаг передачи возбуждения для фаз имеет место соотношение, совпадающее при $\alpha = \kappa/2$ с отображением (9). На следующих стадиях передачи возбуждения изменение фаз дается циклической перестановкой ($x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow x \rightarrow \dots$) в формуле (14).

3. Численные результаты

Результаты численного решения системы (10) методом Рунге–Кутты четвертого порядка подтверждают, что динамика системы согласуется с приведенными выше качественными рассуждениями, так что можно сделать заключение о присутствии ДА-аттрактора в фазовом пространстве соответствующего стробоскопического отображения.

На рис. 4. приводятся временные зависимости для динамических переменных x, y, z при значениях параметров $A = 2.2, B = 1, \varepsilon = 0.05, \omega_0 = 2\pi, T = 30, \alpha = -0.45$. Как можно видеть, каждый осциллятор генерирует последовательность цугов колебаний, следующих друг за другом через интервал времени T . На каждом графике представлено наложение нескольких реализаций, позволяющее продемонстрировать присутствие хаоса в данной системе: фаза высокочастотного заполнения относительно огибающей хаотически меняется от одного периода активности к другому.

На рис. 5 представлены фазовые портреты аттрактора в стробоскопическом сечении, построенном в моменты времени $t_n = nT$ в проекции на плоскость обобщенная координата – обобщенная скорость для трех осцилляторов. Как можно видеть, при указанном выборе положения стробоскопического сечения амплитуда осциллятора x самая большая, амплитуда осциллятора z меньше, а для осциллятора y – самая малая.

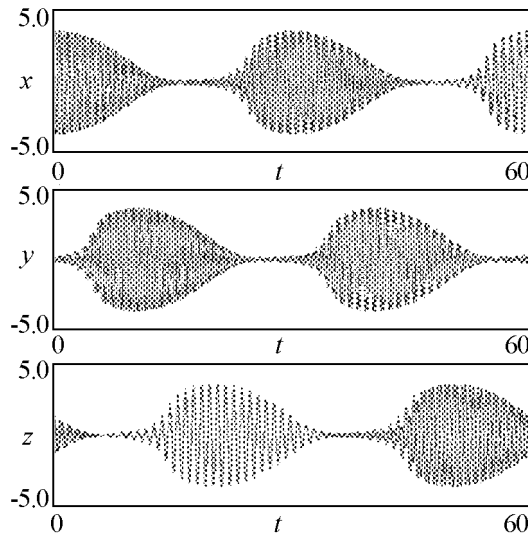


Рис. 4. Результат наложения нескольких временных реализаций для переменных x, y, z

На рис. 6, *a* представлен график, отражающий стробоскопическую динамику фаз при значениях параметров, приведенных выше. Фазы φ_n определяются в моменты времени $t = nT/3$, то есть на каждой трети периода модуляции, в циклическом порядке соотношениями

$$\varphi_x = \arg(x + i\dot{x}/\omega_0), \quad \varphi_y = \arg(y + iy/\omega_0), \quad \varphi_z = \arg(z + iz/\omega_0) \quad (15)$$

и представляются на графике в координатах $(\varphi_{n-1}, \varphi_n)$. На диаграммах можно наблюдать поперечную канторову структуру, соответствующую DA-аттрактору, как на рис. 2. Подобную структуру можно видеть также на фазовом портрете аттрактора в стробоскопическом сечении (рис. 6, *б*). Таким образом, можно сделать предположение, что аттрактор системы располагается, по крайней мере в некотором приближении, на вложенном в шестимерное фазовое пространство двумерном торе, динамика на котором определяется отображением Фибоначчи с DA-модификацией (9).

Для того чтобы количественно подтвердить присутствие хаоса, были рассчитаны показатели Ляпунова. Для этого использовался стандартный алгоритм Бенеттина [11,13]. Проводилось совместное решение уравнений (10) и шести комплектов

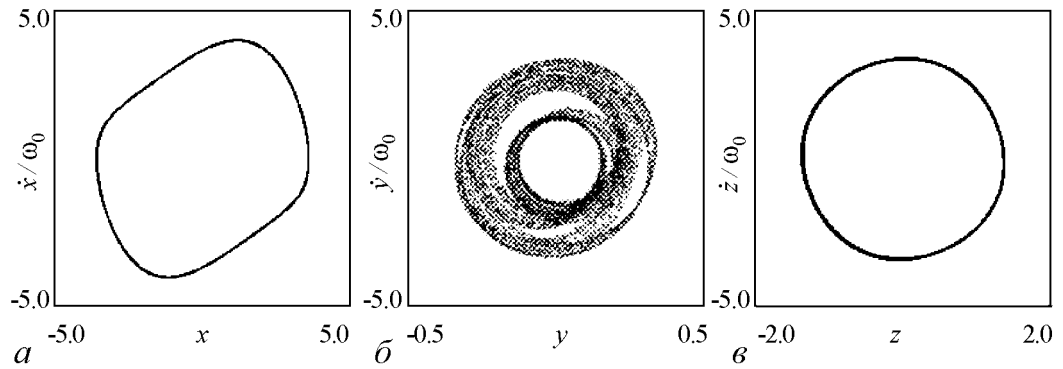


Рис. 5. Фазовые портреты аттракторов в стробоскопическом сечении в проекции на плоскости $x, \dot{x}/\omega_0$ (*a*), $y, \dot{y}/\omega_0$ (*б*), $z, \dot{z}/\omega_0$ (*в*)

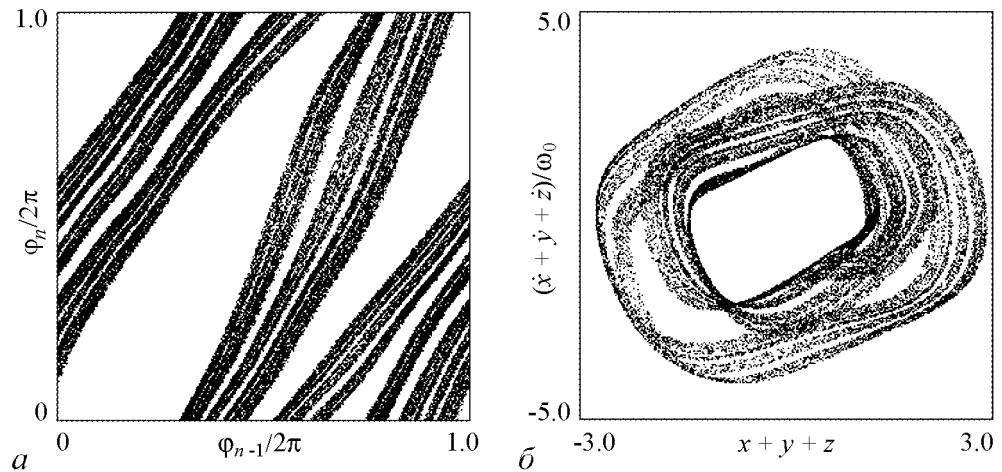


Рис. 6. График отображения фазы (*a*) и фазовый портрет (*б*) для системы (10)

уравнений в вариациях

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \tilde{x}}{dt^2} + \omega_0^2 \tilde{x} &= [B + A \cos(\frac{2\pi t}{T}) - x^2] \frac{d\tilde{x}}{dt} - 2x\tilde{x} \frac{dx}{dt} + \varepsilon [\frac{d(\tilde{y}z + y\tilde{z})}{dt} \cos \omega_0 t + \alpha \frac{d\tilde{z}}{dt}], \\ \frac{d^2 \tilde{y}}{dt^2} + \omega_0^2 \tilde{y} &= [B + A \cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{1}{3}) - y^2] \frac{d\tilde{y}}{dt} - 2y\tilde{y} \frac{dy}{dt} + \varepsilon [\frac{d(\tilde{x}z + x\tilde{z})}{dt} \cos \omega_0 t + \alpha \frac{d\tilde{x}}{dt}], \\ \frac{d^2 \tilde{z}}{dt^2} + \omega_0^2 \tilde{z} &= [B + A \cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{2}{3}) - z^2] \frac{d\tilde{z}}{dt} - 2z\tilde{z} \frac{dz}{dt} + \varepsilon [\frac{d(\tilde{x}y + x\tilde{y})}{dt} \cos \omega_0 t + \alpha \frac{d\tilde{y}}{dt}]. \end{aligned} \quad (16)$$

Каждый раз после определенного числа шагов разностной схемы при решении уравнений выполнялась ортогонализация Грама–Шмидта и нормализация для векторов возмущения $\{\tilde{x}, \dot{\tilde{x}}, \tilde{y}, \dot{\tilde{y}}, \tilde{z}, \dot{\tilde{z}}\}$. Показатели Ляпунова определяются при этом как средние скорости роста или уменьшения накапливающихся сумм логарифмов от норм векторов возмущения (после ортогонализации, но перед нормализацией). Полный спектр показателей Ляпунова, рассчитанный численно для аттрактора стробоскопического отображения Пуанкаре при значениях параметров $A = 2.2$, $B = 1$, $\varepsilon = 0.05$, $\omega_0 = 2\pi$, $T = 30$, $\alpha = -0.45$, приводится ниже:

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= 1.439, & \Lambda_2 &= -1.841, & \Lambda_3 &= -9.890, \\ \Lambda_4 &= -11.560, & \Lambda_5 &= -21.050, & \Lambda_6 &= -30.122. \end{aligned}$$

Значения двух старших показателей Ляпунова являются близкими по модулю и противоположными по знаку величинами. Остальные показатели даются большими по модулю отрицательными числами, что соответствует сильному сжатию фазового объема по четырем из шести направлений в фазовом пространстве. Как можно полагать, в шестимерном пространстве состояний системы (10) аттрактор располагается, по крайней мере в определенном приближении, на двумерном торе, динамика на котором описывается модифицированным отображением Фибоначчи, а сжатие по оставшимся четырем направлениям соответствует тому, что траектории в фазовом пространстве сходятся к данному объекту. На рис. 6, б аттрактор показан в проекции из шестимерного пространства состояний отображения Пуанкаре на плоскость.

На рис. 7 приведены графики показателей Ляпунова для системы (10) в зависимости от параметров A , α и ε при фиксированных остальных параметрах. Как можно видеть, значения двух старших показателей примерно постоянны в широком интервале изменения параметров, что также может рассматриваться как свидетельство в пользу присутствия в данной области грубого гиперболического хаоса.

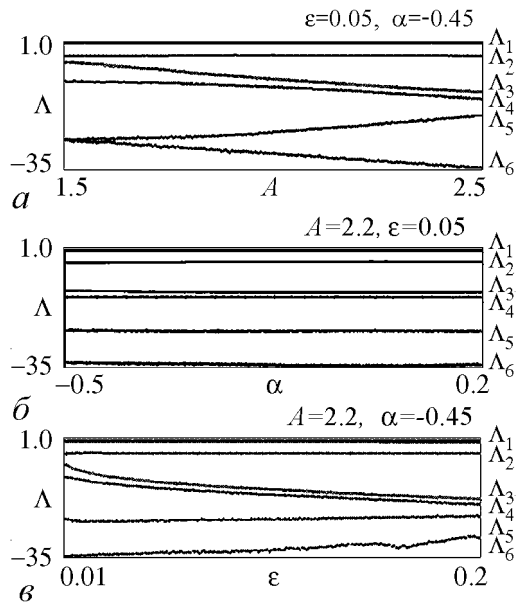


Рис. 7. Графики показателей Ляпунова системы (10) в зависимости от параметров A (а), α (б) и ε (в) при $B = 1$, $\omega_0 = 2\pi$, $T = 30$. Значения остальных параметров указаны в надписи для каждой диаграммы

4. Метод медленно меняющихся амплитуд

Перейдем от системы (10) к уравнениям для комплексных амплитуд. Для этого будем искать решение в виде

$$x = ae^{i\omega_0 t} + a^* e^{-i\omega_0 t}, \quad y = be^{i\omega_0 t} + b^* e^{-i\omega_0 t}, \quad z = ce^{i\omega_0 t} + c^* e^{-i\omega_0 t}, \quad (17)$$

где a, b, c – комплексные медленно меняющиеся функции времени. Также введем дополнительные условия

$$\dot{a}e^{i\omega_0 t} + \dot{a}^* e^{-i\omega_0 t} = 0, \quad \dot{b}e^{i\omega_0 t} + \dot{b}^* e^{-i\omega_0 t} = 0, \quad \dot{c}e^{i\omega_0 t} + \dot{c}^* e^{-i\omega_0 t} = 0. \quad (18)$$

Подставляя выражения в новых переменных в (10) и проводя усреднение по периоду внешнего воздействия, получим

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \frac{1}{2} [B + A \cos(\frac{2\pi t}{T}) - |a|^2]a + \frac{1}{2} \varepsilon(b + \alpha)c, \\ \dot{b} &= \frac{1}{2} [B + A \cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{1}{3}) - |b|^2]b + \frac{1}{2} \varepsilon(c + \alpha)a, \\ \dot{c} &= \frac{1}{2} [B + A \cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{2}{3}) - |c|^2]c + \frac{1}{2} \varepsilon(a + \alpha)b. \end{aligned} \quad (19)$$

Отображения, описывающие поведение фаз колебаний, получаются так же как для системы (10), то есть фазы в циклическом порядке на каждой трети периода модуляции определяются как $\arg a, \arg b$ и $\arg c$, и представляются на графике в координатах $(\varphi_{n-1}, \varphi_n)$. Соответствующие диаграммы приведены на рис. 8, *a*, где хорошо видна поперечная структура, характерная для DA-аттрактора. На рис. 8, *b* представлен портрет аттрактора в стробоскопическом сечении на плоскости комплексной переменной, усредненной по трем осцилляторам.

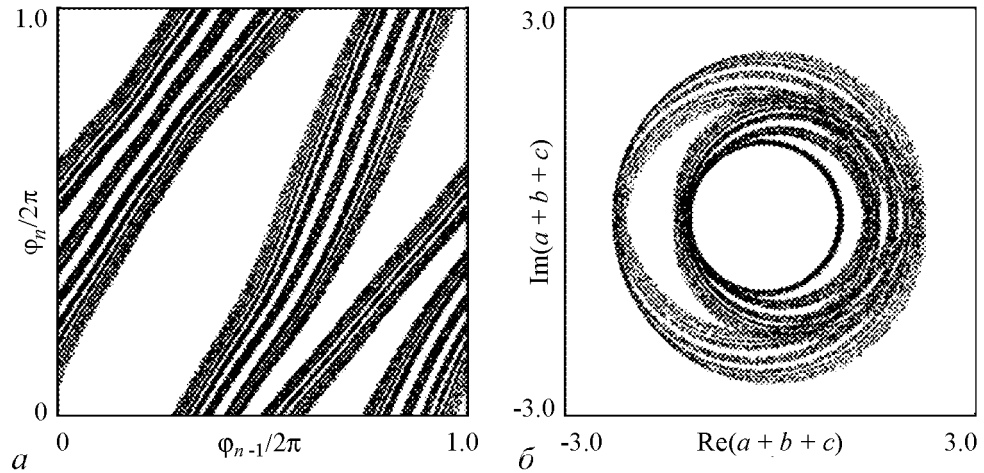


Рис. 8. График отображения фазы (*a*) и фазовый портрет (*b*) для системы (19)

Заключение

В настоящей работе рассмотрена система трех связанных поочередно возбуждающихся осцилляторов ван дер Поля, поведение фаз которых в некотором приближении описывается модифицированным отображением Фибоначчи, которое получается в результате введения диссипативной добавки, приводящей к возникновению

ДА-аттрактора. Также была получена система уравнений для комплексных медленно меняющихся амплитуд. На качественном уровне отображение, описывающее динамику фаз такой системы, также соответствует модифицированному отображению Фибоначчи.

Для данной системы были численно рассчитаны показатели Ляпунова для стробоскопического отображения. Два старших показателя Ляпунова остаются примерно постоянными в достаточно широком диапазоне изменения параметра.

Насколько нам известно, это первый пример физически реализуемой системы, аттрактор которой предположительно имеет отношение к предложенной в свое время Смейлом конструкции ДА-аттрактора. Конечно, желательно иметь математическое доказательство присутствия в данной ситуации гиперболического аттрактора. Такое строгое обоснование выходит за рамки настоящей работы: проведение доказательства на базе существующего математического инструментария для конкретной исследуемой системы дифференциальных уравнений представляется весьма трудной проблемой.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 12-02-00342.

Библиографический список

1. *Afraimovich V. and Hsu S.-B.* Lectures on chaotic dynamical systems. AMS/IP Studies in Advanced Mathematics, Vol. 28. American Mathematical Society, Providence RI, International Press, Somerville, MA, 2003.
2. *Гукенхеймер Дж., Холмс П.* Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. М.; Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2002. 559 с.
3. *Devaney R.L.* An Introduction to Chaotic Dynamical Systems. NY: Addison–Wesley, 1989.
4. *Shilnikov L.* Mathematical problems of nonlinear dynamics: a tutorial // Int. J. of Bif. & Chaos. 1997. Vol. 7, № 9. P. 1353.
5. *Кузнецов С.П.* Гиперболические странные аттракторы систем, допускающих физическую реализацию // Изв. вузов. ПНД. 2009. Т. 17, № 4. С. 5.
6. *Кузнецов С.П.* Пример неавтономной системы с непрерывным временем, имеющей аттрактор типа Плыкина в отображении Пуанкаре // Нелинейная динамика. 2009. Т. 5, № 3. С. 403.
7. *Кузнецов С.П.* Динамический хаос и однородно гиперболические аттракторы: от математики к физике // Успехи физических наук. 2011. Т. 181, № 2. С. 121.
8. *Кузнецов С.П., Селезнев Е.П.* Хаотическая динамика в физической системе со странным аттрактором типа Смейла–Вильямса // ЖЭТФ. 2006. Т. 129, вып. 2. С. 400.
9. *Каток А.Б., Хасселблат Б.* Введение в современную теорию динамических систем / Пер. с англ. М.: Изд. «Факториал», 1999. 768 с.
10. *Coudene Y.* Pictures of hyperbolic dynamical systems // Notices of the American Mathematical Society. 2006. Vol. 53, № 1. P. 8.
11. *Кузнецов С.П.* Динамический хаос. М.: Физматлит, 2001. 296 с.
12. *Берже П., Помо И., Видаль К.* Порядок в хаосе. О детерминистском подходе к турбулентности. М.: Мир, 1991. 368 с.
13. *Шустер Г.* Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988, 240 с.
14. *Аржанухина Д.С., Кузнецов С.П.* Система трех неавтономных осцилляторов с гиперболическим хаосом. Часть 1. Модель с динамикой на аттракторе, опи-

сываемой отображением на торе «кот Арнольда» // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т.20, №6. С.56.

Саратовский госуниверситет
СФ ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН

Поступила в редакцию 6.09.2012
После доработки 15.01.2013

SYSTEM OF THREE NON-AUTONOMOUS OSCILLATORS WITH HYPERBOLIC CHAOS

Chapter 2

The model with DA-attractor

D. S. Arzhanukhina, S. P. Kuznetsov

We consider a system of three coupled non-autonomous van der Pol oscillators, in which the behavior of the phases over a characteristic period is described approximately by the Fibonacci map with modification of the «Smale surgery», which leads to the appearance of DA-attractor («Derived from Anosov»). According to the numerical results, the attractor of the stroboscopic map is placed approximately on a two-dimensional torus embedded in the six-dimensional phase space and has transverse Cantor-like structure typical for this kind of attractors.

Keywords: Hyperbolic chaos, Anosov map, Arnold's cat map, Fibonacci map, DA-attractor.



Аржанухина Дарья Сергеевна – родилась в Саратове (1988). Окончила факультет нелинейных процессов Саратовского государственного университета (2011). Защитила дипломную работу на тему «Сложная динамика и разрушение гиперболического хаоса в отображении «кот Арнольда» с диссипативным возмущением». В настоящее время является аспирантом базовой кафедры динамических систем факультета нелинейных процессов СГУ. Имеет 3 публикации.
410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: arzhanukhinadarja@rambler.ru



Кузнецов Сергей Петрович – родился в Москве (1951). Окончил Саратовский государственный университет (1973). С 1988 – сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, в настоящее время – заведующий лабораторией теоретической нелинейной динамики. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1977) и доктора наук (1987) в СГУ по специальности радиофизика. Профессор кафедры динамических систем. Автор монографии «Hyperbolic Chaos. A Physicist's View», опубликованной в 2012 г., монографии «Strange Nonchaotic Attractors» (совместно с А. Пиковским и У. Фойдель), а также учебно-научных монографий «Динамический хаос» и «Нелинейные колебания» (в соавторстве с А.П. Кузнецовым и Н.М. Рыскиным). Опубликовал более 200 научных статей по нелинейной динамике, радиофизике и электронике. Под руководством С.П. Кузнецова защищены десять кандидатских диссертаций. Лауреат государственной научной стипендии для ученых России (1994-1996), Соросовский доцент (1998), Соросовский профессор (2000, 2001). Член редакционной коллегии журнала «Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика».
410019 Саратов, ул. Зеленая, 38
Саратовский филиал ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН
E-mail: spkuz@rambler.ru