

**РАДИАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ, РАДИАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ
И ХАОС В ИЗЛУЧЕНИИ, ОБРАЗОВАННОМ РЕЛЯТИВИСТСКИМИ
ПУЧКАМИ, ДВИЖУЩИМИСЯ В ТРЕХМЕРНЫХ (ДВУМЕРНЫХ)
ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ
(ЕСТЕСТВЕННЫХ И ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ)**

В. Г. Барышевский, С. Н. Сытова

Дается обзор результатов исследований спонтанного и индуцированного излучения релятивистских частиц в естественных и фотонных кристаллах. Рассматривается дифракция электромагнитных волн в кристалле, резонансное и параметрическое (квазичеренковское) рентгеновское излучение, излучение при каналировании релятивистских частиц в кристаллах, дифракционное излучение в условиях каналирования, дифракционное излучение релятивистского осциллятора, индуцированное излучение в неоднородных пространственно-периодических резонаторах (естественных или искусственных (электромагнитных, фотонных) кристаллах). Приводятся основы теории объемных лазеров на свободных электронах. На примере квазичеренковского параметрического излучения рассмотрено образование хаоса в процессах излучения в неоднородных пространственно-периодических структурах.

Ключевые слова: Электромагнитные волны, дифракция, фотонный кристалл, релятивистские частицы, каналирование, релятивистский осциллятор, индуцированное излучение, параметрическое рентгеновское излучение, квазичеренковское излучение, объемные лазеры на свободных электронах, неустойчивость, хаос

Введение

Следуя идее монографии [1], предлагаем для специалистов в области СВЧ-электроники краткий обзор результатов, ранее изложенных в обзорах [2–4], а также монографиях [5–8], по исследованию процессов излучения фотонов релятивистскими частицами в естественных и искусственных (электромагнитных, фотонных) кристаллах.

Бурное развитие исследований в области генерации излучения релятивистскими частицами привело к тому, что в последние несколько десятилетий наблюдается взаимопроникновение идей и методов, применяемых для этих целей в различных

диапазонах от микроволнового до оптического и рентгеновского. По этой причине представляется полезным дать описание некоторых явлений, имеющих место в различных спектральных диапазонах, с тем, чтобы продемонстрировать их многообразие, с одной стороны, и общность – с другой.

Однако прежде дадим краткое описание одного из возможных, но весьма эффективных методов описания процесса излучения фотонов релятивистской заряженной частицей, пролетающей через некоторую мишень (в том числе естественные и искусственные кристаллы) [2–8].

Итак, пусть некоторую мишень (например, кристалл) произвольным образом пересекает заряд. Спектральная плотность энергии излучения на единицу телесного угла $W_{\mathbf{n}\omega}$ ($\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$). Дифференциальное число квантов $dN_{\mathbf{n}\omega} = W_{\mathbf{n}\omega}/\hbar\omega$, а также поляризационные характеристики излучения могут быть легко получены, если известно поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$, порождаемое зарядом на больших расстояниях \mathbf{r} от мишени,

$$W_{\mathbf{n}\omega} = \frac{c r^2}{4\pi^2} |\overline{\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)}|^2, \quad (1)$$

где c – скорость света. Черта означает усреднение по всем возможным состояниям изучаемой системы.

Для того чтобы найти поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$, следует решить уравнения Максвелла, имеющие для произвольной стационарной среды вид

$$\left[-\text{rot rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \right]_i + \frac{4\pi i \omega}{c^2} \hat{\sigma}_{ij} E_j = -\frac{4\pi i \omega}{c^2} j_{0i}(\mathbf{r}, \omega), \quad (2)$$

где $\hat{\sigma}_{ij}$ – тензор проводимости вещества; $j_{0i}(\mathbf{r}, \omega)$ – фурье-образ i -й компоненты тока, порождаемого движущимся зарядом. (В квантовомеханическом случае под $j_{0i}(\mathbf{r}, \omega)$ следует понимать неусредненный по состояниям мишени ток перехода из одного квантовомеханического состояния в другое.)

Поперечное решение (2) может быть найдено при помощи функции Грина этого уравнения G , удовлетворяющей соотношению вида

$$G = G_0 + G_0 \frac{i\omega}{c^2} \hat{\sigma} G, \quad (3)$$

где G_0 – поперечная функция Грина уравнения (2) при $\hat{\sigma} = 0$ (ее явный вид см., например, в [7, 9]). Используя G , легко найти интересующее нас поле

$$E_i(\mathbf{r}, \omega) = \int G_{il}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \frac{i\omega}{c^2} j_{0l}(\mathbf{r}') d^3 r'. \quad (4)$$

Согласно [5–8], при $r \rightarrow \infty$ функция Грина выражается через решения однородных уравнений Максвелла $\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r}, \omega)$, содержащие на бесконечности сходящуюся сферическую волну

$$\lim_{r \rightarrow \infty} G_{il}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{e^{ikr}}{r} \sum_s e_i^s E_{\mathbf{k}l}^{s(-)*}(\mathbf{r}', \omega), \quad (5)$$

где e^s – единичный поперечный вектор поляризации, $s = 1, 2$, $\mathbf{k} = \frac{\omega \mathbf{r}}{c r}$.

При $r \rightarrow \infty$

$$E_{\mathbf{k}s}^{(-)}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{e}^s e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \text{const} \frac{e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{r}. \quad (6)$$

Функция $\mathbf{E}_{\mathbf{k}s}^{(-)}$ удовлетворяет однородным уравнения Максвелла следующего вида:

$$\left[-\text{rot rot } \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{r}, \omega) \right]_i - \frac{4\pi i \omega}{c^2} \hat{\mathbf{g}}_{ij}^* E_j^{(-)} = 0. \quad (7)$$

С помощью (4), (5) находим

$$E_i(\mathbf{r}, \omega) = \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{r} \frac{i\omega}{c^2} \sum_s e_i^s \int \mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(-)s*}(\mathbf{r}', \omega) \mathbf{j}(\mathbf{r}', \omega) d^3 r'. \quad (8)$$

Согласно (1) и (8), спектральная плотность излучения

$$W_{\mathbf{n}\omega} = W_{s\mathbf{n}\omega} = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^3} \sum_s \left| \int \mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{s(-)*}(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) d^3 r \right|^2, \quad (9)$$

где $W_{s\mathbf{n}\omega}$ – спектральная плотность излучения в единичный телесный угол фотонов, характеризуемых вектором поляризации \mathbf{e}^s . Для явного нахождения $W_{\mathbf{n}\omega}$ требуется знать поле $\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{s(-)}$ и ток \mathbf{j} .

Что касается поля $\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{s(-)}$, то если известно решение однородных уравнений Максвелла $\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{s(+)}$, описывающих процесс рассеяния фотона на мишени и имеющих на бесконечности асимптотику вида расходящейся сферической волны, его можно найти при помощи соотношения

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{s(-)*} = \mathbf{E}_{-\mathbf{k}}^{s(+)}. \quad (10)$$

Явное выражение для фурье-образа тока имеет вид

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) = \int e^{i\omega t} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) dt, \quad \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = e\mathbf{v}(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}(t)). \quad (11)$$

Подставляя (11) в (9), получаем

$$W_{s\mathbf{n}\omega} = \frac{e^2 \omega^2}{4\pi^2 c^3} \int_{t_1}^{t_2} \int (\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(-)s*}(\mathbf{r}(t)) \mathbf{v}(t)) e^{i\omega t} (\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(-)s}(\mathbf{r}(t')) \mathbf{v}(t')) e^{-i\omega t'} dt dt', \quad (12)$$

где t_1 и t_2 – моменты начала движения заряда и его остановки, соответственно.

Таким образом, для того чтобы определить свойства излучения частицы, пролетающей через некоторую мишень, не нужно полное решение уравнений Максвелла (2). Для этой цели достаточно знать решение однородных уравнений Максвелла, описывающих рассеяние плоской волны на мишени. Отметим, что изложенный подход в частном случае, когда при взаимодействии со средой диэлектрическая проницаемость (магнитная проницаемость) является симметричным тензором, фактически является отражением известного принципа взаимности – «Теорема взаимности» (см., например, [10, 11]).

Для нахождения электромагнитного излучения в кристалле нам нужно знать решение, описывающее рассеяние электромагнитной волны на кристалле. В случае

рентгеновского диапазона теория этого процесса детально разработана, начиная с Эвальда и Лауэ. Многие результаты, полученные в этих работах, непосредственно применимы и для исследования дифракции волн на искусственных (электромагнитных, фотонных) кристаллах.

Итак, рассмотрим более подробно дифракцию волн на кристаллической пластинке (естественном или искусственном кристалле).

1. Дифракция электромагнитных волн в кристалле

Многообразие явлений, сопровождающих дифракцию электромагнитных волн в кристаллах, достаточно сложное математическое описание этих явлений, обусловленное существованием поляризации у фотонов, часто существенно усложняют понимание процессов, вызванных дифракцией. Следует однако заметить, что в рентгеновском диапазоне, а также в случае упругого рассеяния электронов (нейтронов) в кристалле влияние поляризации на поведение волны в периодической среде часто легко учитывается и, как следствие, описание явления дифракции существенно упрощается.

В соответствии с [10], для описания дифракции рентгеновских квантов в кристалле можно использовать выражение для диэлектрической проницаемости кристалла $\varepsilon(\mathbf{r})$, являющееся независимой от поляризации фотона представимой в виде ряда Фурье пространственно-периодической функцией,

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \sum_{\boldsymbol{\tau}} \varepsilon_{\boldsymbol{\tau}} e^{i\boldsymbol{\tau}\mathbf{r}}, \quad (13)$$

где $\boldsymbol{\tau}$ – вектор обратной решетки кристалла. Для прямоугольной решетки имеет место $\boldsymbol{\tau} = \left(\frac{2\pi}{d_1}, \frac{2\pi}{d_2}, \frac{2\pi}{d_3} \right)$, d_1, d_2, d_3 – пространственные периоды кристалла [10, 12].

В результате при рассеянии плоской волны на кристалле объемом V в амплитуде рассеянной волны содержится множитель $\int_V e^{-i(\mathbf{k}' - \mathbf{k} - \boldsymbol{\tau})\mathbf{r}} d^3\mathbf{r}$ ($\mathbf{k}' = k \frac{\mathbf{r}}{r}$ – волновой вектор рассеянного фотона $|\mathbf{k}'| = |\mathbf{k}|$), описывающий интерференцию волн, рассеянных отдельными атомами кристалла [10]. Видно, что при $\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \boldsymbol{\tau}$ амплитуды рассеяния резко возрастают. Отсюда следует хорошо известное уравнение Вульфа–Брэгга, определяющее угол дифракции Брэгга ϑ_B ,

$$2k \sin \vartheta_B = \tau. \quad (14)$$

Указанное выражение справедливо, если длина волны излучения много меньше размеров системы и возможное преломление волн в кристалле не учитывается. На первый взгляд, вследствие того, что показатель преломления в рентгеновском диапазоне для длин волн $\lambda \leq 10^{-8}$ см незначительно отличается от единицы ($|n - 1| \sim 10^{-6}$), учитывать преломление нет никакой необходимости. Однако важно не само по себе отличие от единицы показателя преломления, а дополнительная фаза $\varphi = k(n - 1)l$, которая набегает в волне после прохождения в среде пути l . В результате если, например, потребовать $\varphi = 2\pi$, то для l имеем

$$l = \frac{2\pi}{k|n - 1|} = \frac{\lambda}{|n - 1|}.$$

Для $\lambda = 10^{-8}$ см и $|n - 1| = 10^{-6}$ получается $\varphi = 2\pi$ на длине $l = 10^{-2}$ см, то есть большой набег фазы на малой длине.

Еще Эвальд и Лауэ показали, что рассеяние рентгеновских лучей в кристалле приводит к существенному влиянию на преломляющие свойства кристаллов и, как следствие, на прохождение рентгеновских квантов через кристаллы [12, 13]. В результате возникает такое явление, как эффект Бормана, состоящий в существенном изменении поглощения квантов в условиях дифракции. В условиях дифракции возникают осцилляции интенсивности при прохождении квантов через кристаллы – так называемые маятниковые биения и т.д. (см. подробнее [6, 8, 12–14]).

Отметим, что в СВЧ-диапазоне вследствие того, что длина волны весьма велика по сравнению не только с рентгеновскими, но и с оптическими и терагерцовыми волнами, основное внимание было уделено системам, обладающим периодом в одном направлении (направлении распространения пучка электронов). В поперечном направлении размер резонатора, как правило, сравним с λ или незначительно превышает ее. В одномерном случае брэгговское условие (14) может быть выполнено только для отражения назад $\vartheta_B = \pi$. Как следствие, явления, сопровождающие трехмерную (двумерную) дифракцию, долгое время оставались неизученными.

Так как поперечные размеры кристалла в коротковолновом диапазоне много больше длины волны, то в качестве первого приближения можно рассматривать основные особенности дифракции на кристаллической пластинке толщиной L с бесконечными размерами в поперечном направлении. При анализе процесса дифракции в двухволновом случае следует различать две основные возможности: геометрия Брэгга (рис. 1, *a*) – дифрагированная волна выходит из кристалла через поверхность, на которую падает первичная волна; геометрия Лауэ (рис. 1, *б*) дифрагированная волна выходит из кристалла через ту же поверхность пластинки, что и первичная волна. Обратим внимание, что в одномерной ситуации случай Лауэ отсутствует.

Отметим еще один практически важный случай дифракции – некомпланарная поверхностная дифракция [6, 8, 41, 42]

Анализ дифракции волн в кристаллической пластинке позволил сделать весьма важный вывод, справедливый при любой величине ε_τ [5, 8, 12]. Направление рассеяния волн, выходящих из монокристаллической пластинки, однозначно определяется направлением падения и величиной волнового вектора падающих на кристалл

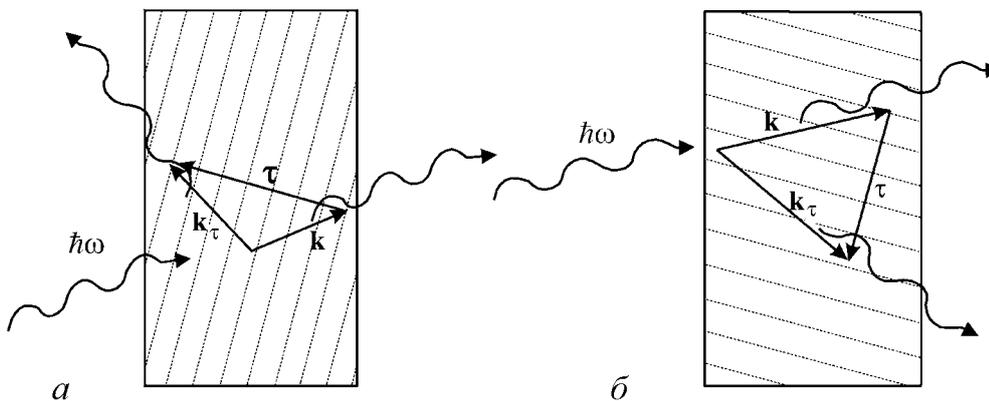


Рис. 1. Двухволновая дифракция в геометрии Брэгга (*a*) и Лауэ (*б*)

частиц, причем точно таким же образом, как в элементарной кинематической теории дифракции, развитой для тонких кристаллов, когда эффекты преломления можно не учитывать, а именно: проекция волнового вектора каждой рассеянной волны на поверхность кристалла отличается от соответствующей величины для падающей волны на проекцию вектора обратной решетки кристалла, параллельную поверхности кристалла, τ_{\perp} . Наличие преломления приводит только к перераспределению интенсивности между рассеянными волнами. При этом вследствие зонного характера частотного (энергетического) спектра стационарного состояния волны в кристалле общее решение, описывающее дифракцию в кристалле, имеет вид суперпозиции плоских волн, обладающих разными показателями преломления n_i [6–8, 12–15].

Теперь можно перейти к более подробному изучению процесса генерации излучения релятивистскими частицами, движущимися в кристаллах (естественных или электромагнитных, фотонных).

2. Резонансное и параметрическое (квазичеренковское) рентгеновское излучение

В 1946 году В.Л. Гинзбург и И.М. Франк показали [16], что при пролете релятивистской частицы, движущейся с постоянной скоростью через границу вещество–вакуум, возникает переходное излучение. Спектр этого излучения, как это представлялось вначале, так же как и излучение Вавилова–Черенкова, лежит в оптическом диапазоне [19]. Однако в работах Г.М. Гарибяна [17] и К.Н. Барсукова [18] было показано, что спектр переходного излучения с ростом энергии частиц простирается и в рентгеновский диапазон. При этом максимальная частота излучения пропорциональна лоренц-фактору частицы

$$\omega_{max} = \omega_L \gamma, \quad (15)$$

где $\gamma = \frac{E}{mc^2} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$ – лоренц-фактор частицы, $\omega_L = \left(\frac{4\pi\rho e^2}{m}\right)^{1/2}$ – ленгмюровская частота среды, ρ – число электронов в см³, m – масса излучающей частицы. Излучение направлено вперед и сосредоточено в угле $\vartheta \simeq \frac{1}{\gamma}$. Это позволило в конечном итоге создать эффективные детекторы для определения энергии заряженных частиц высокой энергии.

Естественно, что открытие нового типа излучения в рентгеновском и γ -диапазоне привело к появлению многочисленных работ, в которых, в частности, стала изучаться возможность появления интерференции в случае, когда частица пролетает через периодически расположенные пластинки вещества (пространственно-периодическую среду). В итоге М.Л. Тер-Микаелян [20, 21] показал, что действительно в этом случае возникает новый тип γ -излучения, названный им резонансным излучением γ -квантов.

Частота резонансного излучения ω растет с ростом энергии частицы и (если направление скорости частицы совпадает с осью z , вдоль которой среда является

периодической) может быть записана в виде

$$\omega = \frac{\frac{2\pi n}{d}v}{1 - \frac{v}{c}\sqrt{\varepsilon_0} \cos \vartheta}, \quad (16)$$

где d – пространственный период среды, n – целое число, ε_0 – постоянная часть (не зависящая от z) диэлектрической проницаемости среды. Считаем, что диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1(z)$, $\varepsilon_1(z)$ – периодическая функция z с периодом d .

Излучение направлено под малым углом к направлению движения частицы и для $\varepsilon_0 < 1$ (что характерно для рентгеновского и γ -диапазона) возможно только для положительных $n = +1, +2, \dots$. Заметим также, что в области больших энергий длина волны излучения λ много меньше периода d [22]: $\lambda \ll d$.

Посмотрим теперь на резонансное излучение глазами специалистов в области СВЧ-электроники (см., например, [23]). Мы немедленно обнаружим, что формула (16) описывает частоту дифракционного излучения, образуемого частицей, пролетающей через периодическую среду (или в вакууме вдоль периодической гребенки).

В СВЧ (оптическом) диапазоне в связи с тем, что для многих сред $\varepsilon_0 > 1$, дифракционное излучение сопровождается излучением Вавилова–Черенкова.

При частотах, больших характерных частот колебаний электронов в атомах, для диэлектрической проницаемости среды $\varepsilon(\omega)$ и, как следствие, для показателя преломления $n(\omega)$ справедливо универсальное выражение [10]

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2}. \quad (17)$$

Согласно (17), диэлектрическая проницаемость $\varepsilon < 1$ (показатель преломления $n = \sqrt{\varepsilon} < 1$) и излучение Вавилова–Черенкова в рентгеновском диапазоне должно отсутствовать. Однако в 1971 году в работе В.Г. Барышевского [24] было показано, что тем не менее при движении частицы большой энергии через кристалл вследствие дифракции испускаемых фотонов в кристалле возможно возникновение рентгеновского индуцированного (и, как следствие, спонтанного) излучения Вавилова–Черенкова. Детальная теория далее была дана во многих работах (см. [7, 8]). Дифракция испускаемых фотонов существенно изменяет характеристики переходного и тормозного излучения.

Новый тип излучения был назван параметрическим рентгеновским излучением (ПРИ). Его возникновение обусловлено тем, что в периодической среде, которой является кристалл, фотоны обладают несколькими показателями преломления, среди которых есть показатели преломления $n > 1$ в рентгеновском и γ -диапазоне. В отличие от резонансного (дифракционного) излучения частота фотона ПРИ, излученного вперед, не зависит от энергии частицы и полностью определяется свойствами кристалла.

Иными словами, генерация ПРИ в кристалле сопровождается возбуждением в рентгеновском диапазоне волн с $n > 1$ (медленные волны) и волн с $n < 1$ (быстрые волны). В СВЧ-диапазоне существование медленных и быстрых волн известно и широко используется [1].

Рентгеновские кванты испускаются релятивистской частицей, движущейся в кристалле, как в области малых углов относительно скорости частицы, так и в области больших углов относительно скорости частицы, образуя дифракционную картину, подобную картине дифракционных пятен при дифракции рентгеновских фотонов в решетке.

Следует заметить, что существование в кристалле нескольких показателей преломления приводит к тому, что в формуле (16), описывающей спектр резонансного излучения, вместо показателя преломления $n = \sqrt{\epsilon_0}$ нужно подставить один из показателей преломления кристалла n_i .

Работы [24, 25] инициировали большое число публикаций, рассматривающих излучение рентгеновских волн релятивистскими частицами, движущимися с постоянной скоростью в кристалле [7, 8]. Экспериментально явление ПРИ было обнаружено в 1985 году на томском синхротроне «СИРИУС» в совместных экспериментах, поставленных сотрудниками НИИ ядерных проблем БГУ и НИИ ядерной физики Томского политехнического института [26, 27]. В последующих экспериментах НИИ ЯП БГУ не только было продемонстрировано полное подобие углового распределения ПРИ обычному черенковскому излучению, но и было обнаружено ПРИ в режиме многоволновой (четырёх- и восьмиволновой) генерации [28–30]. В настоящее время ПРИ активно изучается во многих исследовательских центрах в связи с многочисленными возможными приложениями [7, 31, 32].

Рассмотренное явление квазичеренковского параметрического рентгеновского излучения в кристаллах, конечно же, имеет аналоги при движении частицы в искусственно созданных трехмерных (двумерных) пространственно-периодических системах (электромагнитных и фотонных кристаллах), смыкаясь в СВЧ-диапазоне с явлениями, сопровождающими квазичеренковскую генерацию медленных волн в одномерных пространственно-периодических структурах. Наблюдать спонтанное излучение в СВЧ-диапазоне весьма непросто, но зато индуцированное излучение возбудить легко, что и привело к созданию многих типов генераторов (ЛОВ, ЛБВ и т.п.).

Обратим внимание на то, что в отличие от детального изученного в СВЧ-диапазоне излучения фотонов равномерно движущейся частицей в одномерной пространственно-периодической системе, в случае квазичеренковской генерации рентгеновских фотонов в кристалле мы сразу сталкиваемся с проблемой генерации излучения в трехмерной пространственно-периодической системе (естественном кристалле), характерные размеры L которой много больше длины волны излучения λ : $L \gg \lambda$, то есть с самого начала при анализе возможности генерации ПРИ мы имеем дело со сверхразмерной трехмерной периодической системой.

3. Излучение при каналировании релятивистских частиц в кристаллах, дифракционное излучение в условиях каналирования, дифракционное излучение релятивистского осциллятора

При движении быстрой заряженной частицы в кристаллической мишени упорядоченное расположение атомов может существенно изменить характер её движения. Заряженные частицы, падающие на кристалл под малым углом относительно кристаллографических плоскостей, попадают в режим каналирования, при котором

движение частицы определяется усредненным вдоль направления движения частицы двумерным (одномерным) потенциалом. Ограниченный характер движения частицы в поперечной плоскости приводит к её колебаниям в этой плоскости. Канализованную в кристалле частицу можно рассматривать как некоторый релятивистский двумерный (одномерный) осциллятор [5, 8, 33].

Указанные осцилляции заряженной частицы (лежащие в оптическом диапазоне частот) приводят к генерации рентгеновского и γ -излучения благодаря тому, что частота излучения, образуемого релятивистской частицей вследствие эффекта Доплера зависит от энергии и растет с ростом энергии. Это явление получило название канализованного излучения. Оно было теоретически предсказано в 1976 году в работах В.Г. Барышевского и И.Я. Дубовской [33] и М.А. Кумахова [34].

В СВЧ-диапазоне аналогом канализованного излучения является излучение фотонов частицей, движущейся в строфотроне. Фактически кристалл для частиц, падающих под малым углом относительно кристаллических плоскостей, можно рассматривать как систему огромного числа периодически расположенных микроскопических строфотронов. Кстати, такое периодическое расположение строфотронов (осей, плоскостей кристалла) приводит к возможности квантового тунелирования электронов (позитронов) между строфотронами. Как следствие, движение частицы приобретает характер движения в двумерном (одномерном) потенциале и характеризуется зонным спектром. В результате, с квантовомеханической точки зрения, излучение при канализовании обусловлено радиационными переходами между зонами поперечного движения частиц, пролетающих через кристалл [33].

Первые эксперименты, в которых было обнаружено канализованное излучение, были проведены в [35–37], и в настоящее время существует огромное число работ на эту тему.

Основные характеристики излучения, образованного канализованными частицами, могут быть получены при помощи следующих простых рассуждений [5, 8, 33, 38].

Пусть на плоскопараллельную кристаллическую пластинку падает частица с импульсом \mathbf{p} и энергией E . В результате столкновения ее с кристаллом испускается фотон с энергией ω и импульсом \mathbf{k} , энергия и импульс частицы в конечном состоянии принимают значения E_1 и \mathbf{p}_1 . Важно напомнить, что при протекании реакции в произвольном постоянном поле сохраняется энергия (но не импульс!) системы. Поэтому для энергий частиц мы имеем равенство

$$E = E_1 + \omega. \quad (18)$$

Вследствие периодичности потенциала кристалла, ответственного за канализование, в поперечной плоскости поперечная компонента импульса частицы сохраняется с точностью до вектора обратной решетки кристалла

$$\mathbf{p}_\perp = \mathbf{p}_{1\perp} + \mathbf{k}_\perp + 2\pi\boldsymbol{\tau}_\perp. \quad (19)$$

В продольном направлении потенциал, ответственный за канализование, постоянен; частица обладает определенным продольным импульсом p_{zn} , так что

$$p_{zn} = p_{1zn} + k_z n(k_z), \quad (20)$$

где $n(k_z)$ – показатель преломления кристалла, который пока считаем вещественным.

Напомним, что в соответствии с анализом [39], импульс фотона в среде равен kn ($\hbar = 1$). В записи (19), (20) учтено то обстоятельство, что в процессе излучения в пластинке при преломлении на границе поперечная компонента импульса фотона не изменяется, а испытывает скачок продольная компонента импульса фотона. Равенства (19), (20) вытекают и из строгой теории излучения в пластинке толщиной L .

Рассмотрим более внимательно равенство (20), определяющее изменение продольного импульса частицы при излучении фотона. Запишем (20) в явном виде через энергию частицы

$$p_{zn} = \sqrt{p^2 - 2m\varepsilon_{n\kappa}(E)}, \quad p_{1zf} = \sqrt{p_1^2 - 2m\varepsilon_{f\kappa_1}(E_1)}.$$

Здесь \mathbf{k} – приведенный квазиимпульс, соответствующий поперечному импульсу \mathbf{p}_\perp частицы в начальном состоянии; \mathbf{k}_1 – квазиимпульс для частицы в конечном состоянии, который находится из (19) путем приведения $\mathbf{p}_{1\perp}$ в первую зону Бриллюэна. При помощи равенств для p_{zn} и p_{1zn} равенство (19) можно записать в виде

$$\sqrt{E^2 - m^2 - 2m\varepsilon_{n\kappa}(E)} = \sqrt{E_1^2 - m^2 - 2m\varepsilon_{f\kappa_1}(E_1)} + k_z n(k_z). \quad (21)$$

Так как полная энергия частицы много больше энергии, связанной с поперечным движением частицы в кристалле, то в равенстве (21) можно разложить квадратные корни. При рассмотрении излучения каналированными частицами с энергией, меньшей нескольких гигаэлектронвольт, частота $\omega \ll E, E_1$. В результате (21) можно записать в виде

$$\omega[1 - \beta n(\omega) \cos \vartheta] - \frac{m}{E}(\varepsilon_{n\kappa} - \varepsilon_{f\kappa_1}) = 0. \quad (22)$$

При написании (22) $\cos \vartheta$ в выражении для $n(k_z) = n(\omega \cos \vartheta) \simeq n(\omega)$ положен равным единице вследствие того, что для релятивистских частиц эффективный угол излучения фотона $\vartheta \sim \frac{m}{E} \ll 1$, $\beta = v_z$. Из (22) вытекает

$$\omega = \frac{(\varepsilon_{n\kappa} - \varepsilon_{f\kappa_1})\gamma^{-1}}{1 - \beta n(\omega) \cos \vartheta}. \quad (23)$$

Для выяснения смысла равенства (23) сравним его с выражением, определяющим частоту фотонов, излучаемых движущимся в среде осциллятором

$$\omega = \frac{\Omega}{1 - \beta n(\omega) \cos \vartheta}. \quad (24)$$

Здесь Ω – частота осциллятора в лабораторной системе отсчета, $\Omega = \Omega_0 \sqrt{1 - \beta^2} = \Omega_0 \gamma^{-1}$, Ω_0 – частота осциллятора в его системе покоя.

Из сравнения (23) и (24) видно, что частицу в условиях каналирования можно сопоставить с движущимся в среде осциллятором, обладающим в системе покоя (то есть в системе, где продольная скорость частицы равна нулю) частотой

$$\Omega_{0nf} = \varepsilon_{n\kappa} - \varepsilon_{f\kappa_1}, \quad (25)$$

определяемой разностью энергий между дискретными зонами поперечного движения частицы [33]. В лабораторной системе частота этого осциллятора

$$\Omega_{nf} = (\varepsilon_{nk} - \varepsilon_{fk_1})\gamma^{-1} = \varepsilon'_{nk} - \varepsilon'_{fk_1}. \quad (26)$$

Вспомним теперь, что релятивистские частицы движутся в кристалле. В этом случае вследствие дифракции испускаемых в процессе излучения фотонов становится возможным излучение осциллятора в определяемом условием Брэгга направлении не только под малым, но и под большим углом относительно его скорости. Излучение осциллятора формирует характерную для кристалла дифракционную картину. В результате возникает новый тип рентгеновского излучения заряженной частицы, движущейся в кристалле, – дифракционное излучение каналированной частицы. Впервые этот эффект был предсказан в работе [33] как дифракционное излучение осциллятора (ДИО), образованного каналированной частицей. Этот тип излучения не может быть сведен к простому сложению двух независимых процессов излучения – излучения осциллятора и дифракции излучаемых фотонов [33, 38]. Анализ механизма формирования ДИО показывает, что когерентная длина формирования фотона, как правило, превышает длину экстинкции, то есть длину формирования дифракции. Следовательно, процессы излучения фотона и его дифракции происходят одновременно, приводя к образованию излучения с новыми характерными свойствами, обусловленными, в первую очередь, существованием в кристалле нескольких показателей преломления и их существенной зависимостью от частоты и направления излучения [4, 5, 8].

Спектр излучения осциллятора в кристалле может быть определен из следующего уравнения:

$$\omega(1 - \beta n_i(\omega, \mathbf{k}) \cos \vartheta) - \Omega_{nf} = 0, \quad (27)$$

то есть

$$\omega = \frac{\Omega_{nf}}{1 - \beta n_i(\omega, \mathbf{k}) \cos \vartheta}. \quad (28)$$

Из этого уравнения вытекает важное следствие, а именно: если в отсутствие дифракции в рентгеновском диапазоне ($n < 1$) спектр излучения определяется сложным эффектом Доплера, то вследствие дифракции в связи с тем, что среди появляющихся волн существуют волны, обладающие показателем преломления $n_i(\omega, k) > 1$, возможно возникновение аномального эффекта Доплера [33]. В этом случае в процессе излучения осциллятор переходит на более высокий уровень.

Явление дифракции излучения каналированных частиц интенсивно изучается в настоящее время теоретически и экспериментально (см., например, [40]).

Обратим внимание на подобие уравнений (28) и (24). Отметим, что в первой работе [24], посвященной индуцированному черенковскому рентгеновскому излучению в кристаллах, рассматривалось рентгеновское излучение в кристалле релятивистским осциллятором, созданном вследствие взаимодействия релятивистской частицы с электромагнитной волной.

Для частиц, движущихся в режиме каналирования в кристалле, осциллятор может быть создан при помощи периодического изгиба плоскостей. Создание кристаллического осциллятора было в последние годы реализовано экспериментально (подробнее см. [8]).

Рассмотренные выше явления образования рентгеновского излучения в кристалле имеют общий характер и возможны также в других диапазонах при движении релятивистской частицы в искусственно созданной трехмерной (двумерной) пространственно-периодической среде (электромагнитных или фотонных кристаллов).

4. Индуцированное излучение в трехмерном (двумерном) пространственно-периодическом резонаторе (естественном или искусственном (электромагнитном, фотонном) кристаллах)

Очевидно, что наличие спонтанного излучения приводит к возможности возникновения индуцированного излучения. После первого предсказания в работе [24] возможности индуцированного рентгеновского излучения релятивистскими электронами, пролетающими через кристалл, вследствие важности изучения проблемы создания рентгеновского лазера в работах [43–49] был впервые проведен детальный теоретический анализ возможности использования для этой цели параметрического излучения и дифракционного излучения релятивистских частиц в кристаллах. Первые оценки были основаны на использовании квантового подхода, аналогичного используемому в теории оптических квантовых генераторов. Однако, хотя оценки были оптимистическими, сложность теоретического анализа вынудили искать способы более четкого анализа проблемы. Успех пришел, когда стало ясно, что вследствие того, что энергия электронов много больше энергии испускаемых фотонов, возможно применить методы анализа, развитые в СВЧ-диапазоне. В результате были сформулированы условия излучательной неустойчивости пучка релятивистских электронов (позитронов), пролетающих через кристалл [42–46].

Напомним, что для анализа радиационной неустойчивости пучка электронов нужно решить дисперсионное уравнение $D(\mathbf{k}, \omega)$, которое позволяет найти зависимость $\mathbf{k}(\omega)$ либо $\omega(\mathbf{k})$ [1]. Указанное дисперсионное уравнение и зависимости $\mathbf{k}(\omega)$ и $\omega(\mathbf{k})$ были найдены для всех механизмов спонтанного излучения релятивистских частиц в кристаллах [42–46], которые в данном случае следует рассматривать как резонаторы с трехмерной (двумерной) распределенной обратной связью. В результате оказалось, что инкремент радиационной неустойчивости в комптоновском режиме резко возрастает вблизи области пересечения корней дисперсионного уравнения. В частности, если в спонтанном излучении вследствие брэгговской дифракции возбуждаются две волны в кристалле, то инкремент нарастания в комптоновском режиме оказывается пропорциональным не $\rho^{1/3}$ (как для ЛСЭ, ЛОВ, ЛБВ и т.д. [1, 51, 60]), а $\rho^{1/4}$ (ρ – плотность пучка). Указанная закономерность приводит в этих условиях к уменьшению порогового тока возбуждения генерации j_{th} в соответствии с соотношением

$$j_{th} \sim \frac{1}{(kL)^{3+2s}},$$

где s – число дополнительных волн, возникающих в системе вследствие дифракции.

Все отмеченные особенности радиационной неустойчивости были положены в основу разработки нового типа генераторов – объемных лазеров на свободных электронах (ОЛСЭ) [2–8].

Следует заметить, что в одномерном случае дифракции, при котором прямая и дифрагированная волны движутся антипараллельно друг другу, указанное соотношение должно было содержаться в общей теории генерации СВЧ-излучения в одномерных пространственно-периодических системах.

И действительно, в [3] показано, что в одномерном случае из неявных выражений для закона дисперсии, приведенных в работе [61], описывающих процесс генерации излучения в гофрированном волноводе, можно получить выражение для порогового тока, совпадающее с выражением, полученным для этого частного случая из общих выражений для порогового тока j_{th} , найденные в теории ОЛСЭ [42–46].

Описанная выше закономерность радикально изменила саму возможность получения индуцированного рентгеновского излучения. Если не учитывать описанную выше закономерность, то порог генерации достигается при неприемлемых значениях плотности тока релятивистского пучка $j_{пор} > 10^{13} \text{ А/см}^2$. В случае генерации излучения, обеспечивающей возникновение вследствие дифракции нескольких волн, порог генерации снижается до значения $j_{пор} \sim 10^8 \text{ А/см}^2$, которое достигается на установках, создающихся для рентгеновских ЛСЭ.

В общем случае многоволновой дифракции инкремент неустойчивости пропорционален $(A\rho)^{1/(s+3)}$, где s – число дополнительных волн в системе, возникающих в результате дифракции, A – константа, зависящая от геометрии дифракции и ε_τ – фурье компонент диэлектрической проницаемости). Так как параметр $A\rho \ll 1$, то извлечение корня все более высокой степени приводит к росту инкремента. Фактически с ростом числа волн, участвующих в образовании трехмерной (двумерной) распределенной обратной связи, добротность резонатора растет. Как следствие, пороговый ток генерации падает. При этом для порогового тока оказалось, что рассмотренные особенности генерации индуцированного излучения в трехмерном (двумерном) пространственно-периодическом кристалле носят общий характер и справедливы для различных типов спонтанного излучения в различных диапазонах длин волн от рентгеновского до оптического и СВЧ-диапазона [2, 3, 45]. Эта общность позволила назвать генераторы, использующие трехмерную (двумерную) распределенную обратную связь, объемными лазерами на свободных электронах (подробнее см. [2, 3, 42–46]).

Отметим некоторые весьма важные, с практической точки зрения, свойства таких систем.

- Частоту ОЛСЭ можно изменять при повороте резонатора относительно направления движения пучка (или пучка относительно резонатора).
- Использование трехмерной (двумерной) распределенной обратной связи в многоволновом случае существенно позволяет снизить пороги генерации, что дает возможность снизить пороговый ток, а также позволяет пропускать через резонаторы большие токи, распределенные по большей поперечной поверхности, что важно при разработке мощных систем.
- При заданной величине плотности тока возможно существенно уменьшить длину генератора, что особенно важно в терагерцовом, оптическом и более коротковолновом диапазонах.
- Возможна генерация нескольких частот и в разных направлениях относительно скорости пучка.

На основе этой идеи начали проводиться первые экспериментальные исследования. Отметим в этой связи: эксперимент по исследованию добротности Q двумерного параметрического резонатора, созданного с помощью периодически расположенных диэлектрических нитей [52], показавший возможность достижения высоких значений $Q \sim 10^5 \dots 10^8$; эксперимент по возбуждению генерации в системе двух поверхностных решеток с разными периодами [53]; наблюдение генерации, возбуждаемой релятивистским пучком в фотонном кристалле, созданном с помощью периодически расположенных нитей и фольги [54–56].

Напомним, что в СВЧ-диапазоне активно изучались генераторы, использующие нерелятивистские электронные пучки, движущиеся в резонаторах, представляющих многорядные штыревые системы, которые являются предшественниками генераторов, используемых в экспериментах [54–56].

В заключение обратим внимание, что использование трехмерной (двумерной) распределенной обратной связи, образованной трехмерными (двумерными) электромагнитными (фотонными) кристаллами, возможно и для создания обращенного ОЛСЭ, то есть подобные генераторы могут использоваться для создания режима ускорения частиц [42, 45, 48].

Исследование процесса радиационной неустойчивости в трехмерном (двумерном) пространственно-периодическом резонаторе привело к необходимости изучения процессов конвективной и абсолютной неустойчивости в таких резонаторах. В результате этих исследований была построена теория генерации в линейном режиме, сформулированы уравнения, описывающие генерацию в случае трехмерной (двумерной) распределенной обратной связи в нелинейном режиме (подробнее см. [2, 3, 46–50]). Возникновение хаоса в трехмерных (двумерных) исследовано в [68–71].

Линейный режим работы ОЛСЭ быстро сменяется нелинейной стадией, на которой происходит основная генерация излучения. Математические модели, описывающие эту стадию работы, представляют собой системы многомерных нелинейных интегро-дифференциальных уравнений. Очевидно, что нелинейный режим работы может быть исследован только с использованием методов математического моделирования, поскольку аналитически получить решения таких систем уравнений не представляется возможным.

5. Моделирование ОЛСЭ

Рассмотрим моделирование ОЛСЭ на примере, когда в основе его работы лежит спонтанное квазичеренковское параметрическое излучение.

Рассмотрим следующую обобщенную схему двухволнового ОЛСЭ в геометрии Брэгга, изображенную на рис. 2. Пусть широкий релятивистский электронный пучок со скоростью u проходит через пространственно-периодический фотонный кристалл длиной L . Рассмотрим случай, когда в кристалле для излучения электромагнитных волн выполняются условия брэгговской дифракции. При одновременном выполнении условий дифракции Брэгга и условий синхронизма электрона, обладающего

скоростью \mathbf{u} , с электромагнитной волной с волновым вектором \mathbf{k}

$$\frac{|\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}|}{\omega} = \delta \ll 1 \quad (29)$$

спонтанное квазичеренковское излучение преобразуется в коллективное квазичеренковское параметрическое излучение с частотой ω и волновыми векторами \mathbf{k} и $\mathbf{k}_\tau = \mathbf{k} + \boldsymbol{\tau}$, где $\boldsymbol{\tau}$ – вектор обратной решетки фотонного кристалла.

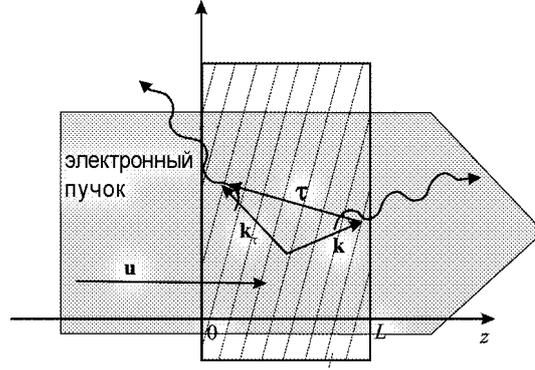


Рис. 2. Общая схема двухволнового ОЛСЭ

Уравнения, описывающие нелинейную стадию работы ОЛСЭ, получаются из уравнений Максвелла в приближении медленно меняющихся амплитуд. В случае двухволновой дифракции волн, обладающих вектором поляризации \mathbf{e} , ортогональным плоскости дифракции, решение может быть записано в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}(E e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} + E_\tau e^{i(\mathbf{k}_\tau \mathbf{r} - \omega t)}), \quad (30)$$

где $E(z, t)$ и $E_\tau(z, t)$ – амплитуды проходящей и дифрагированной волн.

В случае одномерной распределенной обратной связи уравнения, описывающие динамику генерации излучения, получены давно и хорошо известны (см., например, [1, 64] и др.). В рассматриваемом нами случае ОЛСЭ дифрагированные волны некомпланарны направлению движения частиц пучка, что следует учитывать при получении уравнений, описывающих динамику электронного пучка. Соответствующие уравнения получены в [68].

В [63] была показана необходимость учета дисперсии электромагнитных волн в фотонном кристалле и получены соответствующие уравнения. При учете дисперсии в двухволновом случае для геометрии, изображенной на рис. 2, система уравнений для электромагнитных волн [63] выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial E_0}{\partial t} \left(1 + \chi_0 + \frac{\omega}{2} \frac{\partial \chi_0}{\partial \omega} \right) + \frac{\partial E_1}{\partial t} \left(\chi_{-\tau} + \frac{\omega}{2} \frac{\partial \chi_{-\tau}}{\partial \omega} \right) + \gamma_0 c \frac{\partial E_0}{\partial z} + \\ & + 0.5i \frac{\mathbf{k}^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon}{\omega} E_0 - 0.5i \omega \chi_\tau E_1 = \\ & = \frac{I_0 \Phi}{4\pi} \int_0^{2\pi} (2\pi - p) \left(e^{-i\Theta(t, z, p)} + e^{-i\Theta(t, z, -p)} \right) dp, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial E_0}{\partial t} \left(\chi_\tau + \frac{\omega}{2} \frac{\partial \chi_\tau}{\partial \omega} \right) + \frac{\partial E_1}{\partial t} \left(1 + \chi_0 + \frac{\omega}{2} \frac{\partial \chi_0}{\partial \omega} \right) + \gamma_1 c \frac{\partial E_1}{\partial z} - \\ & - 0.5i \omega \chi_{-\tau} E_0 + 0.5i \frac{\mathbf{k}_\tau^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon}{\omega} E_1 = 0, \end{aligned}$$

где $\gamma_0 = (\mathbf{k}\mathbf{n})/k$ и $\gamma_1 = (\mathbf{k}_\perp\mathbf{n})/k$ – направляющие косинусы, \mathbf{n} – нормаль к внешней стороне фотонного кристалла, I_0 – начальная плотность тока пучка.

Следует отметить, что выражение для тока в правой части (31) получено для случая широкого пучка, когда $\mathbf{k}_\perp L_\perp \gg 1$ (L_\perp – характерный поперечный размер пучка). Если $\mathbf{k}_\perp L_\perp \ll 1$, то правая часть может быть преобразована в хорошо известное в одномерном случае генерации выражение для тока [1].

Граничные условия для режима генерации ОЛСЭ, изображенного на рис. 2, выглядят следующим образом:

$$E(t, z = 0) = 0, \quad E_\tau(t, z = L) = 0. \quad (32)$$

Уравнение движения электронов имеет вид

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}] \right\}, \quad \mathbf{p} = m\gamma\mathbf{v}.$$

Функция $\Theta(t, z, p)$ описывает фазу электронного пучка по отношению к электромагнитному полю. Фаза любого электрона, влетающего в область взаимодействия при $z = 0$ в момент времени t_0 , может быть представлена в следующем виде:

$$\Theta(t, t_0, \mathbf{r}_\perp) = k_z z + \mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp - \omega t(z, t_0). \quad (33)$$

Здесь $t(z, t_0)$ – траектория движения этого электрона при движении в пространственно-периодической структуре. Начальная фаза при $z = 0$ имеет вид

$$\Theta(t = t_0, t_0, \mathbf{r}_\perp) = \mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp - \omega t_0 = \Theta_1 - \Theta_0 = p, \quad (34)$$

где $\Theta_0, \Theta_1 \in [0, 2\pi]$, $p \in [-2\pi, 2\pi]$.

Выполняя преобразования, аналогичные сделанным в [1],

$$v = \frac{1}{\frac{\partial t}{\partial z}}, \quad \frac{dv}{dt} = -\frac{\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}}{\left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)^3},$$

$$\frac{\partial t}{\partial z} = -\frac{1}{\omega} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial z} - k_z \right),$$

можно получить уравнение движения для релятивистского пучка в виде

$$\frac{\partial^2 \Theta(t, z, p)}{\partial z^2} = \frac{e\Phi}{m\gamma^3 \omega^2} \left(k_z - \frac{\partial \Theta(t, z, p)}{\partial z} \right)^3 \times \text{Re} \left(E(t - z/u, z) e^{i\Theta(t, z, p)} \right), \quad (35)$$

$$\Theta(t, 0, p) = p,$$

$$d \frac{\partial \Theta(t, 0, p)}{\partial z} = k_z - \omega/u, \quad (36)$$

где $t > 0$, $z \in [0, L]$, $p \in [-2\pi, 2\pi]$.

Итак, полная система уравнений, описывающих нелинейную стадию работы ОЛСЭ состоит из уравнений (31)–(32), (35), (36).

Методы для численного решения приведенных систем уравнений были разработаны в [68]. Математическое моделирование нелинейной стадии работы ОЛСЭ [68–71] подтвердило численно все основные физические закономерности и принципы работы ОЛСЭ. Показано, что для эффективной генерации существует оптимальный набор параметров ОЛСЭ. Получено хорошее совпадение с результатами экспериментальных исследований. Там же показано, что ОЛСЭ является хаотической динамической системой с особенностями нелинейной динамики генерации, обусловленными нелокальной природой взаимодействия пучка электронов с электромагнитным полем в условиях динамической дифракции.

Покажем, как влияет неоднородная объемная распределенная обратная связь (ОРОС) на динамическую картину генерации ОЛСЭ. Будем сравнивать одномерную геометрию ЛОВ, волновые векторы которой изображены сплошными линиями на рис. 3, *a*, с неоднородной двухволновой геометрией Брэгга (штриховые линии). На рис. 3, *b* приведена зависимость от времени амплитуд проходящей волны (нижняя кривая) и дифрагированной волны (верхняя кривая) на выходе из резонатора в одномерной геометрии. Данные зависимости являются почти периодическими (слабый хаос).

Теперь будем менять параметры резонатора так, чтобы изменялся угол наклона к оси z векторов $\mathbf{\tau}$ и \mathbf{k} . На рис. 4 приведена параметрическая карта динамических режимов ОЛСЭ при изменении величин τ_x и k_x , которая включает периодические решения, различные типы хаотических автоколебаний, а также полосы перемежаемости и переходов между низкоамплитудными и высокоамплитудными режимами. По краям приведены примеры наиболее характерных динамических режимов. Видно, что для дифрагированной волны карта, приведенная на рис. 4, *b*, представляет существенно менее хаотическую динамику, чем карта на рис. 4, *a* для проходящей волны.

На рис. 5, *a* переход между динамическими режимами при фиксированном значении $k_x = 0$ для шести значений τ_x (данные соответствующие рис. 4) демонстрирует в основном хаотические автоколебания для проходящей волны (кривые 1–5). Теперь изменим значение $k_x = -0.5$ и рассмотрим аналогичные переходы на рис. 5, *b*. Видно, что здесь преобладают периодические и квазипериодические режимы.

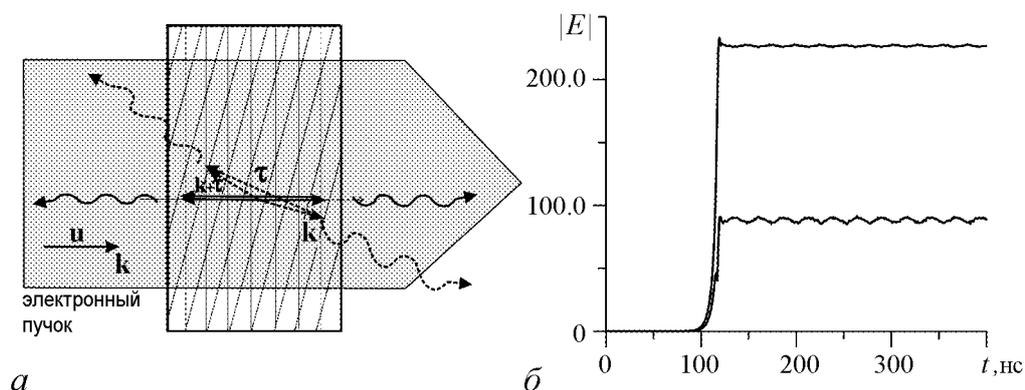
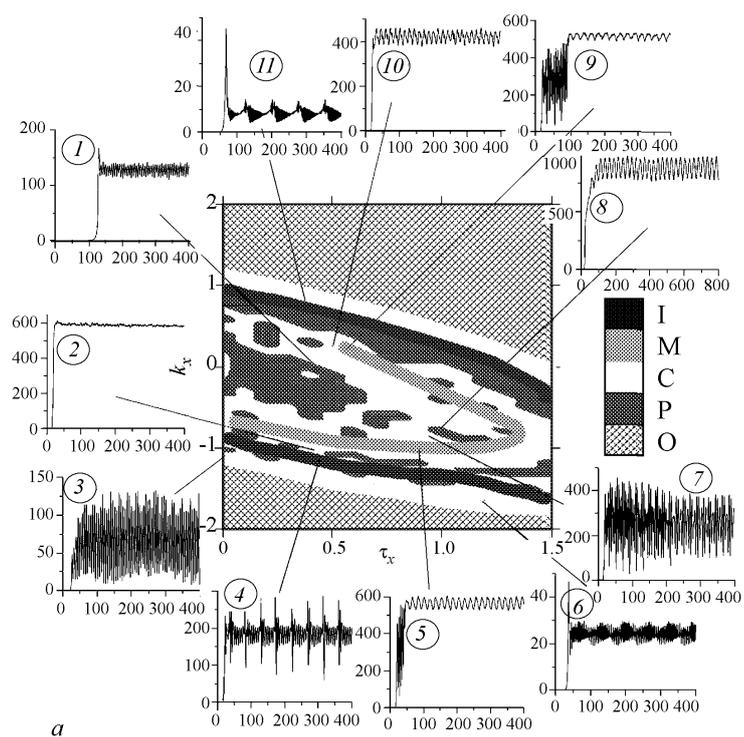
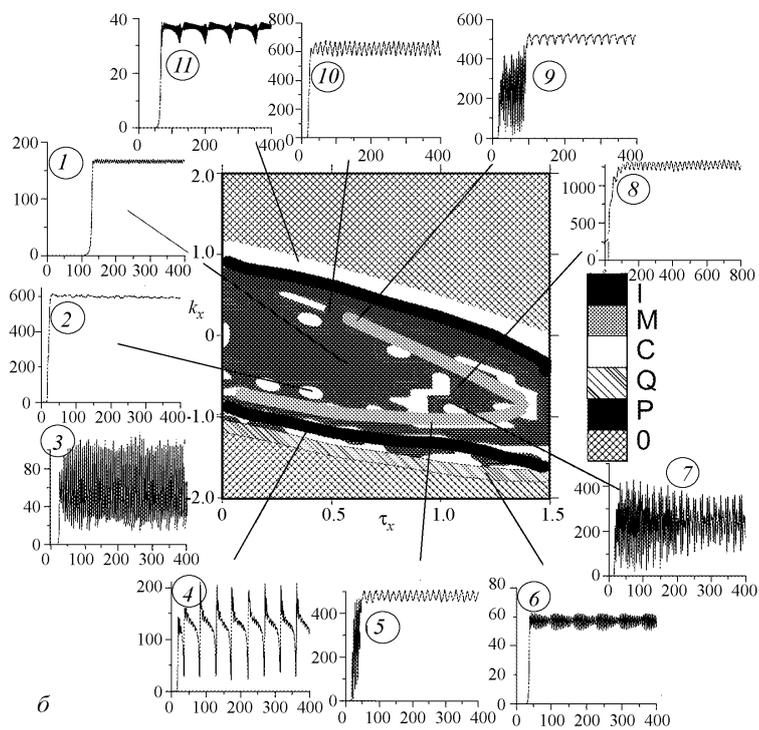


Рис. 3. *a* – схема геометрии ЛОВ (сплошные линии) и неоднородной геометрии Брэгга (штриховые линии); *b* – зависимость от времени амплитуд проходящей (нижняя кривая) и дифрагированной волн (верхняя кривая) на выходе из резонатора в одномерной геометрии



a



b

Рис. 4. Параметрическая карта динамических режимов ОЛСЭ при изменении τ_x и k_x для проходящей волны (*a*) и дифрагированной (*b*) волн. 0 означает, что плотность тока находится ниже порога. P – периодические режимы, Q – квазипериодичность, C – хаос, M – переход между низкоамплитудными и высокоамплитудными режимами, I – перемежаемость.

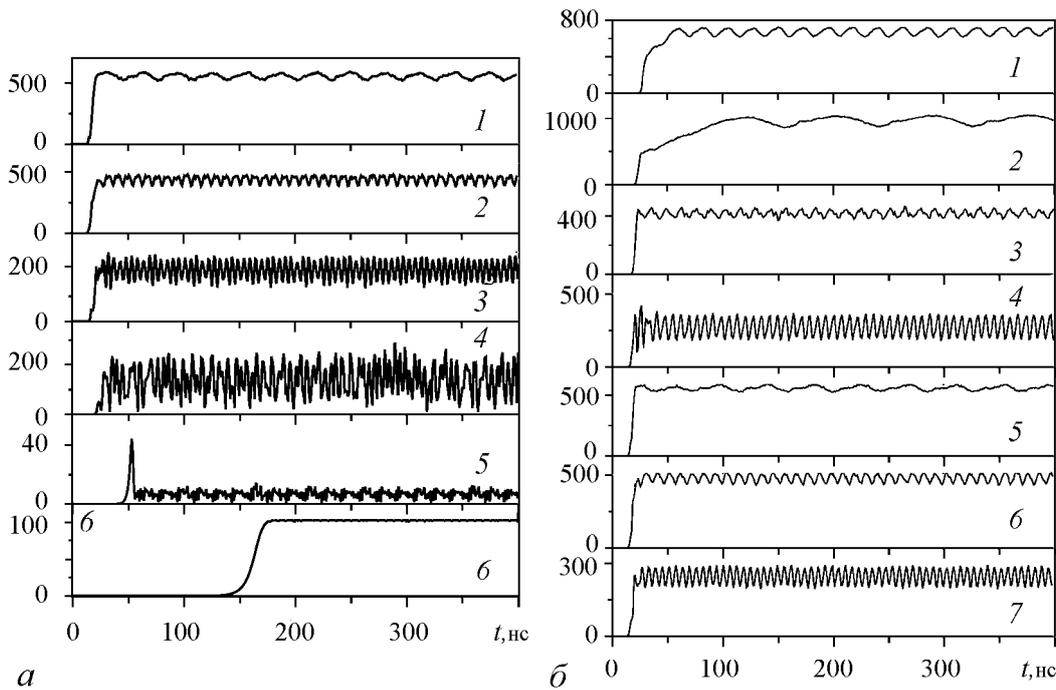


Рис. 5. Переход между динамическими режимами для проходящей волны для двух значений k_x : 0 (а) и -0.5 (б) и при различных значениях τ_x : 1 – 0.9, 2 – 1.0, 3 – 1.1, 4 – 1.2, 5 – 1.3, 6 – 1.4, 7 – 1.5

Таким образом, можно сделать вывод, что изменение геометрии неоднородной дифракции ведет к изменению типа динамического хаотического решения и выбором геометрии ОЛСЭ можно реализовать периодическую динамику вместо хаотической. Сравнение величин амплитуд одномерной геометрии рис. 3, б и неоднородной геометрии рис. 5 показывает их различие более чем в 5 раз.

Итак, основной вывод проведенного анализа следующий: неоднородная геометрия дифракции представляет сложную картину переходов между различными хаотическими динамическими режимами и позволяет специальным выбором параметров геометрии получить большие значения амплитуд поля при генерации ОЛСЭ по сравнению с одномерной геометрией.

На всех построенных в результате численного моделирования различных параметрических картах (рис. 4, [69] и др.) для дифрагированной волны получается существенно менее «пестрая» карта хаотических режимов. Таким образом, численно получено и продемонстрировано важное свойство ОЛСЭ, а именно: в силу механизма объемной распределенной обратной связи в ОЛСЭ, в условиях динамической дифракции происходит подавление паразитных частот, которые возникают при генерации больших мощностей в такой сверхразмерной системе как ОЛСЭ и ведут к деструктивной интерференции, в результате чего излучение становится некогерентным. ОРОС позволяет выделить требуемые моды и подавить нежелательные.

Также было проведено моделирование и исследование хаоса в ОЛСЭ-усилителе в геометрии Лауэ (см. рис. 1, б). Были построены параметрические карты перехода к хаосу при изменении длины резонатора L и поперечной компоненты волнового вектора k_x с узкой полосой периодических режимов в области параметров вблизи пороговых значений, быстро переходящие в различные хаотические режимы.

Заключение

Процессы излучения фотонов релятивистскими частицами в естественных и искусственных (электромагнитных, фотонных) кристаллах имеют общий характер в различных диапазонах спектра – от рентгеновского до оптического и микроволнового. Неоднородная распределенная обратная связь приводит к возможности резкого снижения порогового тока генерации в объемных лазерах на свободных электронах. Исследование хаоса в трехмерных (двумерных) пространственно-периодических структурах (естественных и фотонных кристаллах) выявило существенно более богатую особенность хаоса в этом случае по сравнению с хаосом в одномерных периодических структурах.

Библиографический список

1. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по СВЧ электронике для физиков. Т.1,2. М.: Физматлит, 2003-2004.
2. *Baryshevsky V.G.* Spontaneous and induced radiation by relativistic particles in natural and photonic crystals. Crystal X-ray lasers and Volume Free Electron Lasers (VFEL) // arXiv:1101.0783v1 [physics.acc-ph] 4 Jan 2011. 191 p.
3. *Baryshevsky V.G.* Title: High Power microwave and optical volume free electron lasers (VFELs) // arXiv:1211.4769 [physics.optics] 20 Nov 2012. 35 p.
4. *Baryshevsky V.G., Dubovskaya I. Ya.* Diffraction phenomena in spontaneous and stimulated radiation by relativistic particles in crystals (review). Lawrence Berkeley Laboratory, LBL-31695, ESG Note-162, 1991. 119 p.
5. *Барышевский В. Г.* Каналирование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях. Мн.: БГУ, 1982.
6. *Барышевский В. Г.* Ядерная оптика поляризованных сред. М.: Энергоатомиздат, 1995.
7. *Baryshevsky V.G., Feranchuk I.D., Ulyanekov A.P.* Parametric X-ray Radiation in Crystals: Theory, Experiment and Applications. Series: Springer Tracts in Modern Physics. Springer, 2005.
8. *Baryshevsky V.G.* High-Energy Nuclear Optics of Polarized Particles. World Press, 2012.
9. *Морс Ф. М., Феибах Г.* Методы теоретической физики. Т. 1. М.:ИЛ, 1958.
10. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
11. *Никольский В. В.* Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1973.
12. *Пинскер З. Г.* Рентгеновская кристаллооптика. М.: Наука, 1982.
13. *Джеймс Р.* Оптические принципы дифракции рентгеновских лучей. М.: ИЛ, 1950.
14. *Batterman B. W., Cole H.* Dynamical diffraction of X-rays by perfect crystals // Rev. Mod. Phys. 1964. Vol. 36. P. 681.
15. *Чжан Ш.* Многоволновая дифракция рентгеновских лучей в кристаллах. М.: Мир, 1987.
16. *Гинзбург В.Л., Франк И. М.* Излучение равномерно движущегося электрона,

- возникающее при его переходе из одной среды в другую // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 15.
17. *Гарибян Г. М.* К теории переходного излучения и ионизационных потерь энергии частицы // ЖЭТФ. 1959. В. 2. Т. 37. С. 527.
 18. *Барсуков К. А.* Переходное излучение в волноводе // ЖЭТФ. 1959. В. 4. Т. 37. С. 1106.
 19. *Франк И. М.* Излучение Вавилова–Черенкова. М.: Наука, 1988.
 20. *Тер-Микаэлян М.Л.* Излучение быстрых частиц в неоднородной среде // ДАН СССР. 1960. Т.34. С.318.
 21. *Ter-Mikaelyan M.L.* Emission of fast particles in a heterogeneous medium // Nuclear Physics. 1961. Vol. 24. P.43.
 22. *Тер-Микаэлян М. Л.* Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1969.
 23. *Болотовский Б. М., Воскресенский Г. В.* Дифракционное излучение // УФН. 1966. Т. 88(2). С.209.
 24. *Барышевский В. Г.* О рассеянии света потоком электронов, проходящих через кристалл // Докл. АН БССР. 1971. Т. 15, № 4. С. 306.
 25. *Барышевский В. Г., Феранчук И. Д.* О переходном излучении гамма-квантов в кристалле // ЖЭТФ. 1971. Т. 61, №3(9). С. 944; Поправка // ЖЭТФ. 1973. Т. 64, №2. С. 760.
 26. *Адищев Ю. Н., Барышевский В. Г., Воробьев С.А. и др.* Экспериментальное обнаружение рентгеновского параметрического излучения // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 41, вып. 7. С. 259.
 27. *Baryshevsky V.G., Danilov V.A., Ermakovich O.L. et al.* Angular distribution of parametric X-rays // Physics Letters A. 1985. Vol.10. P.477.
 28. *Afanasenko V.P., Baryshevsky V.G., Gradovsky O.T. et al.* Detection of parametric X-ray radiation of a GaAs monocrystal // Phys. Lett. 1989. Vol. A141. P. 311.
 29. *Афанасенко В. П., Барышевский В. Г. и др.* Обнаружение многоволновой генерации параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15, вып. 1. С. 33.
 30. *Афанасенко В.П., Барышевский В.Г., Гацуха С.В. и др.* Обнаружение аномалии в угловом распределении параметрического рентгеновского излучения // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 51. С.213.
 31. *Brenzinger K.-H., Herberg C., Limburg B. et al.* Investigation of production mechanism of parametric X-ray radiation // Zeitschrift fur Physik A. 1997. Vol. 358, №1. P.107.
 32. *Lautha W., Backe H., Kettig O. et al.* Coherent X-rays at MAMI // Eur. Phys. J. A 2006. Vol. 28. P. 185.
 33. *Барышевский В. Г., Дубовская И. Я.* Сложный и аномальный эффекты Допплера для каналированного позитрона (электрона) // Докл. АН СССР. 1976. Т. 231, № 6. С. 1335.
 34. *Kumakhov M. A.* (1976). On the theory of electromagnetic radiation of charged particles in a crystal // Phys. Lett. A. 1976. Vol. 57, N 1. P. 17.
 35. *Swent R. L., Pantell R. H., Alguard M. J. et al.* Observation of channeling radiation from relativistic electrons // Phys. Rev. Let. 1979. Vol. 43, N 23. P. 1723.

36. *Alguard M. J., Swent R. L., Pantell R. H. et al.* Observation of radiation from channeled positrons // *Phys. Rev. Lett.* 1979. Vol. 42, N 17. P. 1148.
37. *Cue N., Bonderup E., Marsh B. B. et al.* Transitions between bound states for axially channeled MeV electrons // *Phys. Lett. A.* 1980. Vol. 80, N 1. P. 26.
38. *Baryshevskii V. G., Dubovskaya I. Ya.* Coherent radiation of the channeling positron (electron) // *Phys. Status Solidi (b).* 1977. Vol. 82, N 1. P. 403.
39. *Гинзбург В.Л.* Квантовая теория светового движения электрона, равномерно движущегося в среде // *ЖЭТФ.* 1940. Т.10, вып.6. С.589.
40. *Korotchenko K.B., Pivovarov Yu.L., Tukhfatullin T.A.* Angular distributions of diffracted X-ray radiation from channeled electrons in Si and LiF crystals: Influence of energy levels band structure // *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res.* 2008. Vol. B266, N17. P. 3753.
41. *Барышевский В. Г.* Аномалия в зеркальном отражении рентгеновских лучей и гамма-квантов от кристаллов // *Письма в ЖТФ.* 1976. Т.2, №3. С.112.
42. *Барышевский В. Г.* Поверхностное параметрическое излучение релятивистских частиц // *Доклады АН СССР.* 1988. Т. 299. С. 1363.
43. *Baryshevsky V. G., Feranchuk I. D.* Parametric beam instability of relativistic charged particles in a crystal // *Phys. Lett. A.* 1984. Vol.102. P. 141.
44. *Барышевский В. Г., Феранчук И. Д.* Квантовая теория рентгеновского параметрического генератора с учетом многоволновой дифракции // *Вести Академии наук БССР, сер. физ.-мат.н.* 1985. №3. С.90.
45. *Барышевский В. Г.* Неустойчивость волн в периодической среде // *Доклады АН БССР.* 1987. Т. XXXI, №12. С. 1089.
46. *Барышевский В. Г., Дубовская И. Я., Феранчук И. Д.* Черенковская неустойчивость пучка заряженных частиц, проходящего через трехмерную пространственно-периодическую среду // *Вести АН БССР. Сер. физ.-мат. н.* 1988. №1. С.92.
47. *Барышевский В. Г., Дубовская И. Я.* Индуцированное рентгеновское излучение релятивистского электронного пучка в лазере на свободных электронах с распределенной обратной связью в трехмерной пространственно-периодической среде // *Вести Академии наук БССР, сер. физ.-эн.н.* 1990. №1. С.30.
48. *Барышевский В. Г., Батраков К. Г., Дубовская И. Я.* ЛСЭ на параметрическом (квазичеренковском) излучении // *Вести Академии наук БССР, сер. физ.-эн.н.* 1991. №1. С.53.
49. *Baryshevsky V. G., Batrakov K. G., Dubovskaya I. Ya.* Parametric (quasi-Cherenkov) X-ray free electron laser // *J. Phys. D.* 1991. Vol. 24. P. 1250.
50. *Baryshevsky V.G., Dubovskaya I.Ya., Zege A.V.* The influence of absorption on the generation threshold in an X-ray laser by channeling radiation in the presence of distributed feedback // *Physics Letters A.* 1991. Vol. 149. P.30.
51. *Маршалл Т.* Лазеры на свободных электронах. М.: Мир, 1987.
52. *Baryshevsky V. G., Batrakov K. G., Dubovskaya I.Ya., Karpovich V.A., Rodionova V.N.* Volume Quasi-Cherenkov FEL in mm-Spectral Range// *Proc. Free Electron Lasers.* 1996. 1997. P.II-75.
53. *Baryshevsky V. G., Batrakov K.G. Gurinovich A.A. et al.* First lasing of a volume FEL (VFEL) at a length range $\lambda \sim 4\text{-}6$ mm // *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res.* 2002. Vol. A483. P. 21.

54. *Baryshevsky V., Belous N., Gurinovich A. et al.* Volume Free Electron Laser with a grid photonic crystal with variable period: Theory and experiment // Proc. FEL2009 (Liverpool, UK, МОРС49). 2009. P. 134.
55. *Baryshevsky V.G., Belous N. A., Gurinovich A.A. et al.* Experimental studies of Volume FELs with a photonic crystal // Proc. 35th Int. Conf. on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves. IRMMWTHz. 2010. 2 p.
56. *Baryshevsky V.G., Belous N. A., Gurinovich A.A. et al.* Experimental studies of volume FELs with a photonic crystal made of foils // Proc. 32 Int. Conf. FEL2010. ТНРВ18. P.632.
57. *Тагер А.С., Зюлина Е.А., Победоносцев А.С. и др.* Электронно-лучевая лампа малой мощности миллиметрового диапазона. Авт. Свидетельство СССР SU 1840644 А1. 1956.
58. *Силин Р.А., Сазонов В.П.* Замедляющие системы. М.: Советское радио, 1966.
59. *Силин Р.А.* Периодические волноводы. М.: Фазис, 2002.
60. *Ерохин Н.С. и др.* Неравновесные и резонансные процессы в плазменной радиофизике. М.: Наука. 1982.
61. *Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Денисов Г.Г.* Об использовании в ЛСЭ распределенной обратной связи // Письма в ЖТФ. 1981. Т.7, №21. С. 1320.
62. *Baryshevsky V.G., Batrakov K.G., Evdokimov V.A. et al.* Experimental observation of radiation frequency tuning in "OLSE-10" prototype of volume free electron laser // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. 2006. Vol. B252. P. 86.
63. *Baryshevsky V.G., Gurinovich A.A.* Spontaneous and induced parametric and Smith-Purcell radiation from electrons moving in a photonic crystal built from the metallic threads // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. 2006. Vol. B252. P. 92.
64. *Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. Радио, 1973.
65. *Кузнецов С.П., Трубецков Д.И.* Нестационарные нелинейные явления при взаимодействии электронного потока, движущегося в скрещенных полях, с обратной электромагнитной волной // Известия вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20, N 2. С.300.
66. *Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П., Федосеева Т.Н.* Теория переходных процессов в релятивистской ЛОВ // Известия вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, №7. С.1037.
67. *Трубецков Д.И., Анфиногентов В.Г., Рыскин Н.М. и др.* Сложная динамика электронных приборов СВЧ: Нелинейная нестационарная теория с позиций нелинейной динамики // Радиотехника. 1999, №4. С.61.
68. *Батраков К. Г., Сытова С. Н.* Моделирование объемных лазеров на свободных электронах // ЖВМ и МФ. 2005. Т. 45. С. 690.
69. *Сытова С. Н.* Хаос в объемных лазерах на свободных электронах // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2011. Т. 19. №2. С.93.
70. *Сытова С. Н.* Модели объемных лазеров на свободных электронах // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20. №6. С.124.
71. *Sytova S.* Comparison of one-dimensional and volume distributed feedback in microwave vacuum electronic devices // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 2012. Vol. 15. P. 378.

*Институт ядерных проблем
Белгосуниверситета*

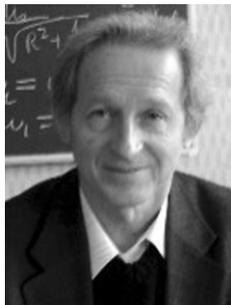
Поступила в редакцию 8.10.2013

**RADIATIVE PROCESSES, RADIATION INSTABILITY AND CHAOS IN THE
RADIATION FORMED BY RELATIVISTIC BEAMS MOVING
IN THREE-DIMENSIONAL (TWO-DIMENSIONAL) SPACE-PERIODIC
STRUCTURES (NATURAL AND PHOTONIC CRYSTALS)**

V. G. Baryshevsky, S. N. Sytova

We review the results of studies of spontaneous and stimulated emission of relativistic particles in natural and photonic crystals. We consider the diffraction of electromagnetic waves in a crystal, and the resonance and parametric (quasi-Cherenkov) X-ray radiation, the radiation in the channeling of relativistic particles in crystals, diffraction radiation in conditions of channeling, diffraction radiation of a relativistic oscillator, induced radiation in multidimensional space-periodic resonators (natural or artificial (electromagnetic, photonic) crystals). We present the basic theory of volume free-electron lasers. On the example of quasi-Cherenkov parametric radiation we consider the formation of chaos in the processes of radiation in multidimensional space-periodic structures.

Keywords : Electromagnetic waves, diffraction, photonic crystal, relativistic particles, channelling, relativistic oscillator, induced radiation, parametric X-ray radiation, quasi-Cherenkov radiation, volume free-electron lasers, instability, chaos.



Барышевский Владимир Григорьевич – родился в Минске в 1940 году. Окончил физический факультет Белорусского государственного университета (1962), доктор физико-математических наук, профессор. С 1986 по 2012 год директор Института ядерных проблем Белгосуниверситета. В настоящее время почетный директор Института ядерных проблем Белгосуниверситета, главный научный сотрудник. Основное направление научной деятельности – физика ядра и элементарных частиц, ядерная оптика поляризованных сред, процессы излучения в естественных и фотонных кристаллах. Автор 2 открытий в области ядерной физики, 5 монографий и более 250 научных статей.

Республика Беларусь, 220030 Минск, ул. Бобруйская, 11
Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета
E-mail: bar@inp.bsu.by



Сытова Светлана Николаевна – родилась в Минске в 1965 году. Окончила факультет прикладной математики Белорусского государственного университета (1987), кандидат физико-математических наук (1997). Ученый секретарь Института ядерных проблем Белгосуниверситета. Область научных интересов – математическое моделирование процессов излучения в различных типах генераторов электромагнитного излучения. Автор свыше 100 публикаций.

Республика Беларусь, 220030 Минск, ул. Бобруйская, 11
Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета
E-mail: sytova@inp.bsu.by; s_sytova@mail.ru