УДК 621.396, 621.391

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНОЙ ДИНАМИКИ ОДНОТРАНЗИСТОРНОГО ГЕНЕРАТОРА

В. Н. Титов, Н. Р. Забиров

Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

Исследуется математическая модель системы с 2.5 степенями свободы под внешним периодическим воздействием, которая представляет собой генератор хаоса с биполярным транзистором в качестве активного элемента. Показана возможность формирования хаотических импульсов в такой системе путем внешнего периодического воздействия на генератор.

Ключевые слова: Внешнее периодическое воздействие, хаотические импульсы, генераторы хаоса, динамические системы.

1. Генератор хаоса с 2.5 степенями свободы

Генераторы хаотических колебаний являются важнейшей частью коммуникационных систем на основе динамического хаоса. В таких системах они используются не просто как источники шумоподобных сигналов, но и как носители информации [1].

Первые генераторы хаотических колебаний в сверхвысокочастотном диапазоне были основаны на использовании в качестве активного элемента вакуумных электронных приборов (лампы бегущей волны, лампы обратной волны и др). Однако уже в начале восьмидесятых годов возник интерес к генераторам хаоса радиочастотного и СВЧ диапазонов на основе полупроводниковых активных элементов, таких как транзисторы. Эти генераторы привлекательны тем, что транзисторы – типичные, широко распространенные электронные элементы, относительно легко реализуемые в радиочастотном и СВЧ диапазонах [2].

В работе [3] предложена простая математическая модель генератора хаоса с 1.5 степенями свободы и транзистором в качестве активного элемента. В этой работе описаны эксперименты по возбуждению хаотических колебаний в транзисторном генераторе с сосредоточенными элементами мегагерцового диапазона частот. Показана возможность получения хаотических колебаний в генераторе Колпитца в радиодиапазоне, но эти колебания – широкополосные. В системах связи такие режимы генератора малоперспективны.

Чтобы получить хаотические колебания в ограниченной полосе частот, необходимо реализовать полосовые хаотические сигналы. Для этого в работе [4] предложено ввести в цепь обратной связи генератора, как и в кольцевых системах, резонансный элемент (фильтр), обеспечивающий необходимые частотно-избирательные свойства обратной связи и тем самым создающий условия для генерации колебаний преимущественно в полосе пропускания резонансного элемента.

В работе [5] рассмотрен один из генераторов такого класса, который представляет собой модель нелинейной динамической системы с 2.5 степенями свободы, где в качестве активного элемента используется биполярный транзистор. Схема этого генератора приведена на рис. 1. Генератор состоит из активного элемента – биполярного транзистора и пассивного четырехполюсника, замкнутых в цепь обратной связи.

В безразмерной форме динамика математической модели генератора описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}
\dot{v}_{\mathrm{CE}} &= \frac{1}{w_0 C_0 R_{\mathrm{BE}}}(i_1 - i_C),\\
\dot{i}_1 &= \frac{R_{\mathrm{BE}}}{w_0 L_1}(v_A + v_{\mathrm{BE}} - v_{\mathrm{CE}} - \frac{R_1}{R_{\mathrm{BE}}} i_1),\\
\dot{v}_{\mathrm{A}} &= \frac{1}{w_0 C_1 R_{\mathrm{BE}}}(-\frac{R_{\mathrm{BE}}}{R_{\mathrm{E}}}(v_{\mathrm{E}} - v_{\mathrm{BE}}) + i_{\mathrm{B}} + (1 + \frac{C_2}{C_1}) i_2 - \frac{C_2}{C_1} i_1),\\
\dot{i}_2 &= \frac{R_{\mathrm{BE}}}{w_0 L_2}(v_{\mathrm{C}} - v_{\mathrm{A}} - \frac{R_2}{R_{\mathrm{BE}}} i_2),\\
\dot{v}_{\mathrm{BE}} &= \frac{1}{w_0 C_2 R_{\mathrm{BE}}}(\frac{R_{\mathrm{BE}}}{R_{\mathrm{E}}}(v_{\mathrm{E}} - v_{\mathrm{BE}}) - i_2 - i_{\mathrm{B}}),
\end{aligned} \tag{1}$$

где нелинейность $i_B(v_{\mathrm{BE}})$ является кусочно-линейной функцией

$$i_B(v_{\mathrm{BE}}) = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad v_{\mathrm{BE}} \le 1,\\ v_{\mathrm{BE}} - 1, & \text{если} \quad v_{\mathrm{BE}} > 1. \end{cases} \tag{2}$$

Связь между нормированными переменными и параметрами с исходными переменными задается соотношениями: $v_{\mathrm{CE}} = V_{\mathrm{CE}}/V_{\mathrm{T}}$, $v_{\mathrm{BE}} = V_{\mathrm{BE}}/V_{\mathrm{T}}$, $v_{\mathrm{A}} = V_{\mathrm{A}}/V_{\mathrm{T}}$, $i_1 = I_{L1}/I_0$, $i_2 = I_{L2}/I_0$, $v_{\mathrm{E}} = V_{\mathrm{E}}/V_{\mathrm{T}}$, $v_{\mathrm{C}} = V_{\mathrm{C}}/V_{\mathrm{T}}$, $I_0 = V_{\mathrm{T}}/R_{\mathrm{BE}}$, $i_{\mathrm{C}} = \beta i_{\mathrm{B}}(v_{\mathrm{BE}})$, $w_0 = \sqrt{(C_0 + C_1)/(L_1 C_0 C_1)}$.

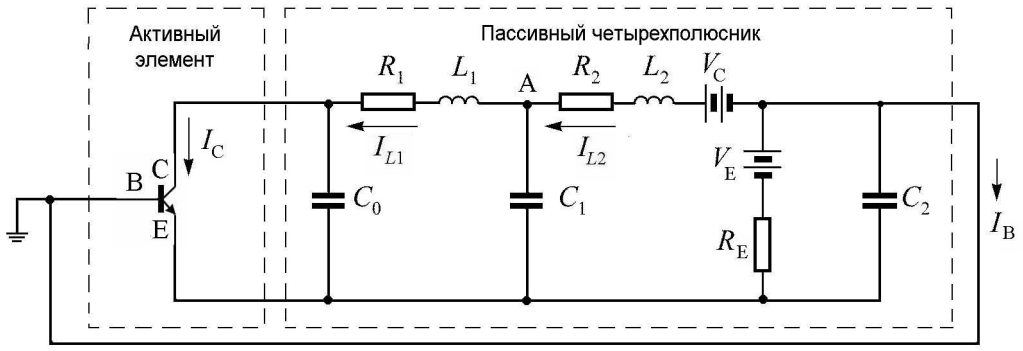

Рис. 1. Схема генератора с 2.5 степенями свободы

Здесь V_{CE}, V_{BE} – напряжения коллектор–эмиттер и база–эмиттер; V_1 – напряжение на емкости C_1; I_{L1}, I_{L2}, I_{C}, I_{B} – токи через индуктивность L_1, индуктивность L_2, коллектор C и базу B; $V_{\mathrm{A}} = V_1 - V_{\mathrm{BE}}$ – разность потенциалов – эквивалентна измерению напряжения в точке A относительно земли; V_{T} – барьерный потенциал (примерно 0.75 В); R_{BE} – сопротивление перехода база–эмиттер; β– коэффициент усиления транзистора.

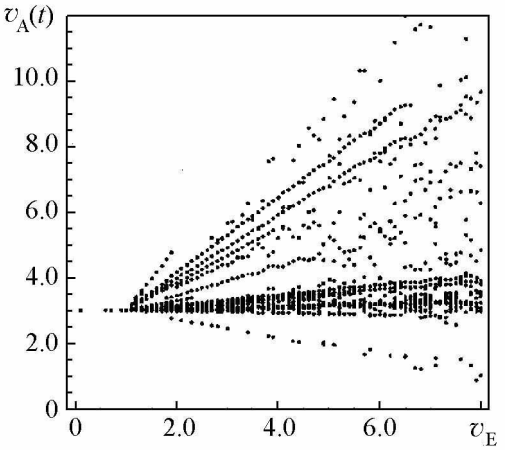

Рис. 2. Зависимость режимов генератора от параметра v_{E}

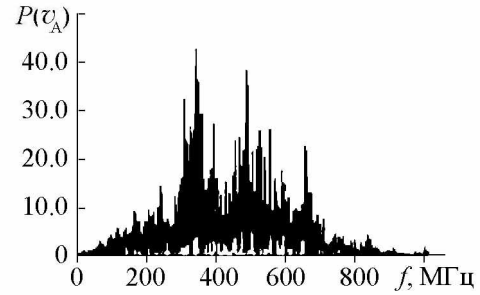

Рис. 3. Спектр мощности напряжения V_{A} в точке A

В случае использования кусочно-линейной аппроксимации вольт-амперной характеристики математическая модель генератора обладает интересным свойством, заключающимся в том, что при $v_{\mathrm{E}} > 1$ в ней возбуждаются хаотические колебания сразу, без промежуточных бифуркаций, как показано на рис. 2, на котором изображена диаграмма зависимости режимов работы автономного генератора при разных напряжениях источника питания на эмиттере v_{E}. С ростом v_{E} амплитуда этих колебаний растет пропорционально разности $(v_{\mathrm{E}} - 1)$, однако структура колебаний и их характеристики не меняются.

Форма сигнала и его спектр мощности сильно зависит от выбора точки схемы, в которой снимается сигнал, или, если речь идет о математической модели генератора, от выбора анализируемой переменной. На рис. 3 видно, что в системе с 2.5 степенями свободы можно получить колебания в точке A (см. рис. 1), спектр мощности которых близок к полосовому, что очень существенно для коммуникационных приложений, когда необходимо, чтобы основная спектральная мощность была сосредоточена в ограниченной полосе.

2. Динамика математической модели при внешнем гармоническом воздействии

В качестве носителя информации в широкополосных и сверхширокополосных системах связи часто используются хаотические радиоимпульсы. Основным преимуществом хаотического радиоимпульса по сравнению с классическим импульсом является независимость полосы частот хаотического сигнала от длительности радиоимпульса [6].

Последовательность хаотических импульсов получают путем глубокой амплитудной модуляции стационарного хаотического сигнала на выходе источника хаоса. Однако такой подход требует постоянной работы генератора хаоса как на интервалах времени, когда формируются хаотические радиоимпульсы, так и в паузах между

ними. Необходимость генерации хаотического сигнала в паузах между импульсами приводит к снижению энергетической эффективности системы в целом. Особенно значительным это снижение энергетической эффективности оказывается в случае больших скважностей следования импульсов. Именно такие режимы представляют значительный интерес для беспроводных сенсорных сетей и других приложений, чувствительных к сбережению энергии [7].

При помощи численного моделирования рассмотрим генерацию потока хаотических радиоимпульсов путём воздействия внешнего периодического сигнала на динамическую систему с 2.5 степенями свободы, которая в автономном режиме генерирует хаотические колебания. Необходимо за счёт такого воздействия получить хаотические колебания на части периода внешнего сигнала, оставляя систему невозбуждённой на оставшейся части периода, и получить периодическую последовательность хаотических импульсов с паузами между ними. Это поможет повысить энергетическую эффективность системы, так как в паузах генератор не будет потреблять энергию, или её потребление будет незначительно, и общее потребление энергии будет значительно ниже, чем при постоянной генерации хаоса.

Рассмотрим генератор, схема которого приведена на рис. 4.

Модель генератора описывается системой дифференциальных уравнений (1), только в данном случае напряжение на эмиттере периодическое $V_{\mathrm{E}} = V_{\mathrm{DC}} + {} + V_{\mathrm{AC}} \sin(2\pi f t)$, V_{DC} и V_{AC} – амплитуды постоянной и переменной составляющей внешнего сигнала V_{E} соответственно, f – частота внешнего сигнала. В автономном режиме работы генератора $V_{\mathrm{AC}} = 0$.

Воздействие периодического сигнала приводит к возникновению модуляции хаотических колебаний. Глубина модуляции колебательного процесса зависит от амплитуды внешнего сигнала, при её увеличении глубина модуляции увеличивается до появления цугового режима колебаний. В этом режиме промежутки времени, на которых наблюдаются колебания, периодически прерываются промежутками времени, на которых колебания отсутствуют. Расстояние между цугами колебаний зависит от периода внешнего воздействия, его амплитуды, а также определяется напряжением постоянного смещения на эмиттере транзистора V_{DC}. На практике это можно объяснить запиранием и открыванием p-n-перехода в транзисторе в процессе модуляции. Когда напряжение V_{E} превышает напряжение смещения на транзисторе V_{T}, возникает генерация. Таким образом, подбирая частоту модулирующего колебания, его амплитуду V_{AC} и постоянное напряжение V_{DC}, можно получать последовательность хаотических импульсов разной скважности.

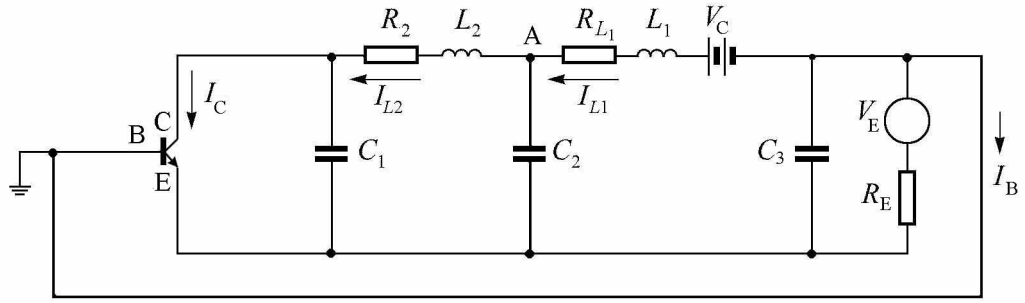

Рис. 4. Схема генератора хаоса с 2.5 степенями свободы

На рис. 5 показан фрагмент реализации и спектр мощности сигнала на выходе генератора, модулированного сигналом V_{E} с параметрами $V_{\mathrm{DC}} = 0$, $V_{\mathrm{AC}} = 1$ и $f = 250$ kHz, что позволяет генерировать последовательность хаотических импульсов со скважностью 4. Нужно заметить, что на интервалах времени между хаотическими импульсами потребление тока близко к нулю, что существенно повышает энергетическую эффективность генератора.

С точки зрения нелинейной динамики, последовательности хаотических импульсов на временной оси представляют собой интервалы времени как с регулярным поведением траектории (промежутки между импульсами), так и с хаотическим поведением (хаотические импульсы).

Далее рассмотрим воздействие внешним сигналом, который представляет собой последовательность прямоугольных импульсов. В случае воздействия гармоническим сигналом система относительно медленно выводится из режима с регулярным поведением и так же медленно переходит обратно. В случае же воздействия импульсами генератор скачкообразно переводится из режима с регулярным поведением в режим хаотической генерации и обратно. Это обеспечивает высокую скорость переключения системы из режима покоя в режим генерации и обратно и, тем самым, – высокую скорость передачи информации на практике. На рис. 6 показан фрагмент реализации и спектр мощности сигнала на выходе генератора, модулированного последовательностью прямоугольных импульсов с амплитудой 2.2 В.

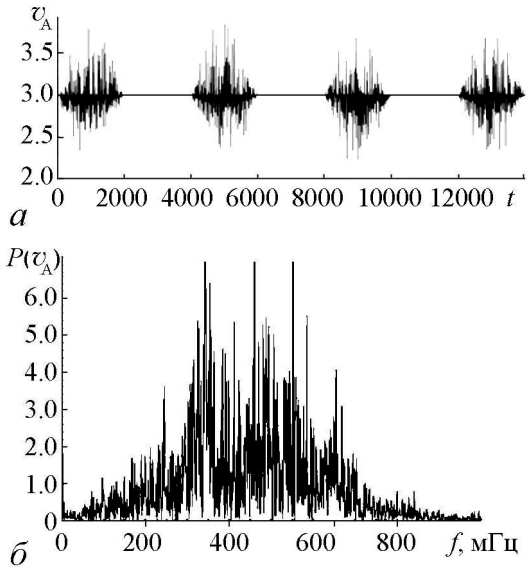

Рис. 5. Последовательность хаотических импульсов со скважностью 4 (*а*) и спектр мощности сигнала на выходе генератора (*б*), модулированного гармоническим сигналом $V_{\mathrm{E}}(t)$

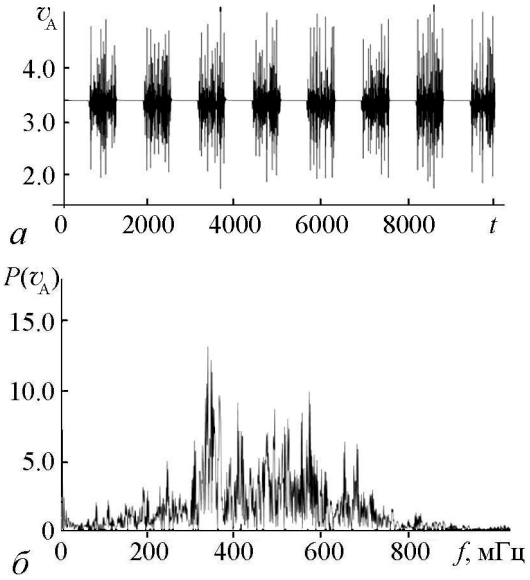

Рис. 6. Временная реализация (а) и спектр мощности сигнала на выходе генератора (б), модулированного последовательностью прямоугольных импульсов с амплитудой 2.2 В

3. Моделирование генератора в Advanced Design System

Математическая модель генератора основывается на применении законов Кирхгофа к электрической схеме и описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений в системах с сосредоточенными параметрами. В таких моделях

вольтамперная характеристика нелинейных элементов (диоды, биполярные и полевые транзисторы и т.д.) определяется максимально простыми функциями: кусочно-линейными, экспоненциальными или полиномиальными. Это позволяет проанализировать основные особенности динамики системы. Однако при переходе от таких упрощенных математических моделей к реальным радиотехническим устройствам возникает ряд проблем, связанных с тем, что динамические режимы математической модели не соответствуют режимам колебаний в реальном электронном устройстве, что затрудняет его реализацию. Для решения этой проблемы существуют специальные программные пакеты схемотехнического моделирования, к одним из них относится Advanced Design System (ADS). Данный пакет позволяет моделировать работу электронных приборов в СВЧ-диапазоне в реальном времени. Спектр задач, решаемых с помощью ADS, простирается от разработки простейших радиотехнических устройств до моделирования работы систем связи в целом, и включает все этапы от разработки принципиальной схемы устройства до решения задач системного уровня.

На рис. 7 приведена схема генератора, собранная в среде ADS. В целом эта схема повторяет схему генератора, приведенного на рис. 1, где была введена его математическая модель, и отличается лишь наличием блокировочной емкости $C_4 = 100$ пФ и нагрузки $R = 50$ Ом на выходе системы. Блокировочная ёмкость введена для того, чтобы избавиться от постоянной составляющей в спектре выходного сигнала, а модельная нагрузка учитывает входное сопротивление реальной нагрузки в экспериментальном макете.

Четырехполюсник в цепи обратной связи генератора состоит из набора пассивных элементов с номиналами, приведенными в разделе 1 при описании математической модели. Питание коллекторной цепи задается источником постоянного напряжения $V_{\mathrm{C}} = 6.4$, а питание в цепи эмиттера – источником переменного напряжения $V_{\mathrm{E}} = 2.2$.

При описании математической модели было показано, что при использовании кусочно-линейной функции в качестве вольт-амперной характеристики транзистора при определённых значениях параметров хаотические колебания существуют при всех значениях напряжения на эмиттере, превышающих пороговое значение $V = 0.75$. Однако при моделировании в ADS модель транзистора имеет гладкую

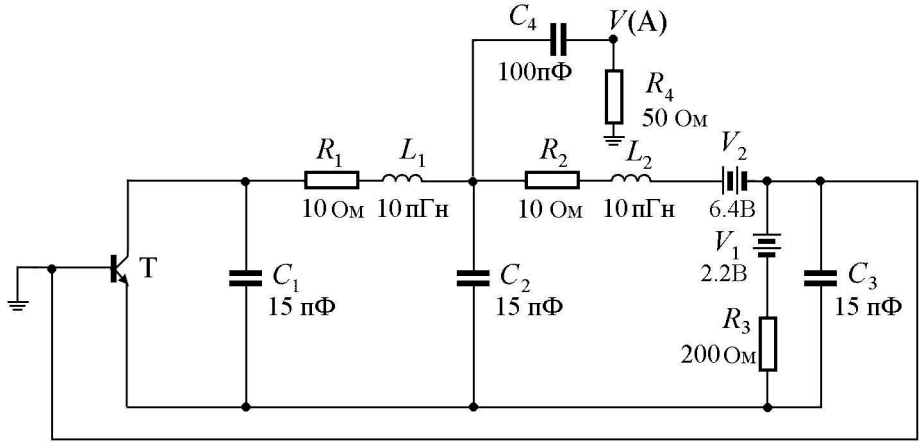

Рис. 7. Схема генератора хаоса, моделируемая в ADS

нелинейность, и зависимость режимов генератора от величины напряжения на эмиттере становится более сложной.

На рис. 8 приведена бифуркационная диаграмма, показывающая характер колебаний, реализующихся в системе, при разных напряжениях на эмиттере.

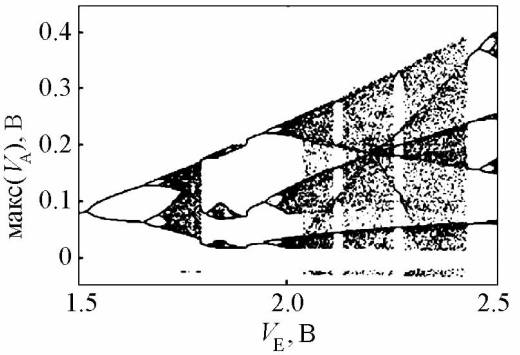

Рис. 8. Бифуркационная диаграмма колебательных режимов генератора по параметру V_{E}; $V = 6.4$

Как видно из диаграммы, до значения напряжения $V_{\mathrm{E}} \cong 1.55$ в системе наблюдаются периодические колебания периода 1, при $V_{\mathrm{E}} > 1.55$ происходит каскад бифуркаций удвоения периода с переходом к хаосу при $V_{\mathrm{E}} > 1.7$. При дальнейшем увеличении напряжения на эмиттере происходит чередование зон периодических и хаотических режимов.

4. Моделирование генератора под внешним воздействием в программном пакете ADS

Ранее с помощью численного моделирования была продемонстрирована возможность генерации хаотических импульсов путём воздействия периодического сигнала на динамическую систему. Теперь работоспособность этой идеи будет проверена путём моделирования в среде ADS, описанной выше. В качестве источника хаотического сигнала при моделировании в ADS используется генератор хаоса с 2.5 степенями свободы с биполярным транзистором.

При моделировании в ADS в качестве биполярного транзистора был использован транзистор BFP620; рабочий диапазон этого транзистора простирается до 70 ГГц.

Четырехполюсник в цепи обратной связи генератора состоит из набора пассивных элементов с номиналами: $L_1 = L_2 = 10$ нГн, $C_0 = C_1 = C_2 = 15$ пФ, $R_{\mathrm{E}} = 200$ Ом, $R_1 = R_2 = 15$ Ом. Питание коллекторной цепи задается источником постоянного напряжения $V_{\mathrm{C}} = 6.4$, а питания в цепи эмиттера – источником переменного напряжения V_{E}.

При модуляции модели генератора синусоидальным сигналом напряжение на эмиттере меняется медленно по сравнению с характерным периодом колебаний генератора. Неавтономная система генерирует импульсы с синусоидальной огибающей, внутренняя колебательная структура которых меняется в соответствии со сменой динамических режимов.

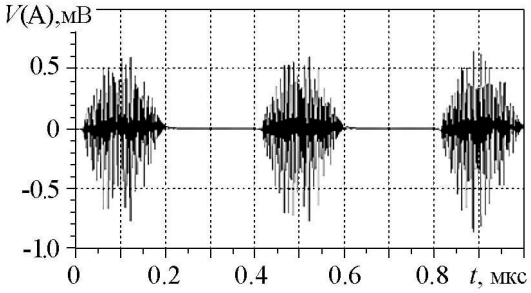

Рис. 9. Поток хаотических импульсов при изменении напряжения на эмиттере по гармоническому закону

На рис. 9 показан поток импульсов, полученных в результате изменения напряжения на эмиттере по гармоническому закону с амплитудой 2.2 В и частотой $f = 2.3$. На интервалах времени,

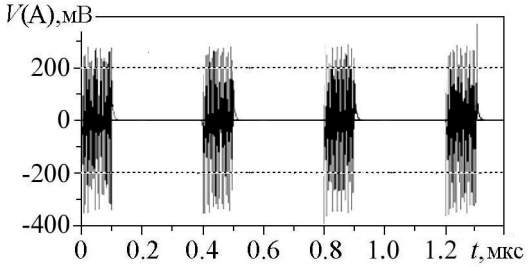

Рис. 10. Поток хаотических импульсов при модуляции напряжения на эмиттере прямоугольными импульсами с амплитудой 2.2 В, длительностью 100 нс и скважность 4

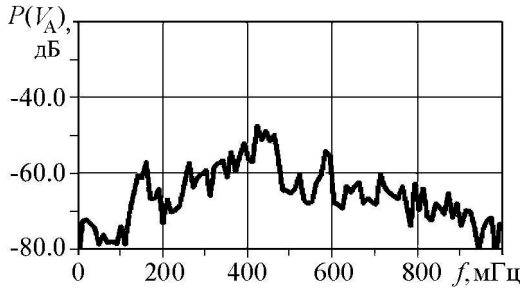

Рис. 11. Спектр мощности сигнала на выходе генератора при модуляции напряжения на эмиттере прямоугольными импульсами с амплитудой 2.2 В, длительностью 100 нс, скважностью 4

когда $V_{\mathrm{E}} < 1.2$, колебания в системе отсутствуют, а при $V_{\mathrm{E}} > 1.2$ формируется хаотический импульс.

Если внешнее воздействие представляет собой последовательность прямоугольных импульсов с амплитудой, равной значению напряжения, то автономная система скачкообразно переводится из режима с регулярным поведением в режим хаотической генерации.

Пусть источник напряжения на эмиттере формирует последовательность прямоугольных импульсов с амплитудой 2.2 В, длительностью $\tau = 100$ и скважностью 4. В соответствии с этим законом изменения напряжения на эмиттере, на выходе генератора возникает поток хаотических импульсов длительностью 100 нс и скважностью 4 (рис. 10). На рис. 11 приведен спектр мощности потока хаотических импульсов. Из рис. 11 видно, что введение модуляции не оказывает заметного влияния на форму спектра мощности.

Заключение

В данной работе рассмотрена динамика системы с 2.5 степенями свободы под внешним периодическим воздействием, а также проведен анализ динамики генератора в пакете схемотехнического моделирования ADS. Использование программ, подобных ADS, необходимо, чтобы избежать проблемы при переходе от упрощенных математических моделей к реализации реальных радиотехнических устройств.

Также была показана возможность генерации хаотических импульсов в данной модели путём воздействия на нее внешнего периодического сигнала. Установлено, что подобное воздействие на такую систему позволяет генерировать поток хаотических импульсов, а за счёт выбора частоты воздействия и значения постоянного напряжения смещения, в широких пределах варьировать длину хаотических импульсов и темп их следования.

Библиографический список

1. *Дмитриев А.С., Ефремова Е.В., Никишов А.Ю., Панас А.И.* Генераторы хаоса: от вакуумных приборов до наносхем // РЭНСИТ. 2009. Т. 1, №1–2. С. 6.
2. *Фрадков А.Л.* Кибернетическая физика: принципы и примеры. СПб.: Наука, 2003. 208 с.

3. *Дмитриев А.С., Иванов В.П., Лебедев М.Н.* Модель транзисторного генератора с хаотической динамикой // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33, № 5. С. 1085.
4. *Максимов Н.А., Панас А.И.* Однотранзисторный генератор полосовых хаотических сигналов радиодиапазона // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 2000. Т. 11. С. 61.
5. *Ефремова Е.В., Атанов Н.В., Дмитриев Ю.А.* Генератор хаотических колебаний радиодиапазона на основе автоколебательной системы с 2.5 степенями свободы // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2007. Т. 15, № 1. С. 23.
6. *Дмитриев А.С., Кяргинский Б.Е., Панас А.И., Старков С.О.* // РЭ. 2001. Т. 46, № 2. С. 224.
7. *Дмитриев А.С., Ефремова Е.В., Кузьмин Л.В.* // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31.Вып. 22. С. 29.

References

1. *Dmitriev A.S., Efremova E.V., Nikishov A.Y., Panas A.I.* Generatory haosa: ot vakuumnyh priborov do nanoshem // RENSIT. 2009. T. 1, № 1-2. S. 6. (In Russian).
2. *Fradkov A.L.* Kyberneticheskaya physica: principy i primery. SPb .: Nauka, 2003. 208 s. (In Russian).
3. *Dmitriev A.S., Ivanov V.P., Lebedev M.N.* Model transistornogo generatora s haoticheskoy dinamikoy // Radiotekhnika i elektronika. 1988. T. 33, № 5. S. 1085. (In Russian).
4. *Maksimov N.A., Panas A.I.* Odnotranzistorniy generator haoticheskih polosovyh signalov radiodiapazona // Zarubejnaya radioelektronika. Uspehi sovremennoy radioelektroniki. 2000. T. 11. S. 61. (In Russian).
5. *Efremova, E.V., Atanov N.V., Dmitriev U.A.* Generator haoticheskih kolebaniy radiodiapazona na osnove avtokolebatelnoy systemi s 2.5 stepenyami svobody // Izvestiya vuzov. Prikladnaya nelineynaya dinamika. 2007. T. 15, № 1. S. 23. (In Russian).
6. *Dmitriev A.S., Kyarginsky B.Ey., Panas A.I., Starkov S.O.* // Journal of Communications Technology and Electronics. 2001. Vol. 46, №2. P. 207.
7. *Dmitriev A.S., Efremova E.V., Kuzmin L.V.* // Pisma v JTF. 2005. T. 31. Vip. 22. S. 29. (In Russian).

Поступила в редакцию 25.05.2015

MODELING OF COMPLICATED DYNAMICS OF TRANSISTOR GENERATOR

V. N. Titov, N. R. Zabirov

Saratov State University

A mathematical model with 2.5 degrees of freedom under external periodic stimulation is investigated. It is a model of chaotic oscillator with bipolar transistor as an active

element. It is shown that external periodic stimulation of the oscillator of such system allows to generate chaotic pulse stream.

Keywords: Periodic external impact, chaotic impulses, generators of chaos, dynamical systems.

Титов Владимир Николаевич – родился в поселке Степное Саратовской области (1974). Окончил с отличием физический факультет СГУ (1997). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности «Радиофизика» (2001). В 2002–2003 годах прошел стажировку в Сеульском национальном университете (Ю. Корея). Доцент кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Область научных интересов включает численное моделирование нестационарных процессов в приборах СВЧ-электроники, исследование нелинейной динамики в распределенных системах различной природы. Автор более 30 статей по данной тематике.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: TitovVN@info.sgu.ru

Забиров Наиль Равильевич – родился в г. Бухара, Узбекистан (1991). С 1995 года проживает на территории Российской Федерации. В 2008 году поступил в Саратовский госуниверситет на факультет нелинейных процессов. Окончил бакалавриат, направление – радиофизика (2012), и магистратуру факультета нелинейных процессов (2014) с красным дипломом.

410012, Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: Zabirov_nail@list.ru