



Влияние выходной мощности генераторов на частотные характеристики энергосети в кольцевой топологии

П. А. Аринушкин, В. С. Анищенко

Саратовский национальный исследовательский государственный университет

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83

E-mail: arinushkin.pavel@gmail.com, wadim@info.sgu.ru

Автор для переписки Павел Алексеевич Аринушкин, arinushkin.pavel@gmail.com

Поступила в редакцию 29.03.2019, принята к публикации 16.10.2019, опубликована 2.12.2019

Большой интерес в области динамических систем и нелинейных процессов вызван исследованиями в сфере энергосетей. Энергосеть представляет собой сложную сеть связанных осцилляторов, демонстрирующую коллективное поведение посредством синхронизации элементов сети на базовой частоте работы энергосети. **Цель** работы состоит в изучении динамической стабильности синхронного состояния энергосети. Исследовано поведение сети с однородными характеристиками и кольцеобразной топологией. Рассмотрена идеализированная энергосеть, состоящая из десяти генераторов и десяти потребителей. Рассмотрено влияние выходной мощности генератора и коэффициента инерции на синхронизацию сети. **Метод.** Исследуется модель эффективной сети (Nishikawa T., Motter A.E. Comparative analysis of existing models for powergrid synchronization), которая исключает из рассмотрения изменения мощности потребителей, принимая условие, что мощность всех потребителей постоянна. Данная модель позволяет рассмотреть генераторы энергосистемы в качестве связанных осцилляторов, безразмерные параметры которых определяются большим набором реальных физических параметров. **Результаты.** Результаты показали, что собственная частота осциллятора зависит от величины выходной мощности генератора и не всегда совпадает с частотой синхронизации осцилляторов. При увеличении мощности генератора собственная частота намного превышает частоту синхронизации. При критическом значении выходной мощности происходит потеря устойчивости колебаний осциллятора, частота генератора становится равна его собственной частоте. Величина инерции играет существенную роль в устойчивости генераторов, в работе показано что малых значениях коэффициента инерции генераторы могут производить энергию в больших диапазонах выходной мощности без потери синхронного состояния и независимо от набора начальных условий. **Обсуждение.** Из полученных результатов стало известно, что стабильное функционирование генераторов при увеличении выходной мощности возможно при малых величинах коэффициента инерции. На больших величинах коэффициента инерции происходит срыв синхронизма одного или нескольких генераторов, приводя вышедший генератор к работе на собственной частоте, величина которой значимо превышает частоту стандарта сети 50 Гц. Вышедший таким образом генератор производит модуляцию по частоте оставшихся генераторов. Возмущение частоты зависит от расположения того или иного генератора относительно неустойчивого генератора.

Ключевые слова: энергосети, синхронные машины, фазовые осцилляторы, синхронизация связанных генераторов, устойчивость динамического режима.

Образец цитирования: Аринушкин П.А., Анищенко В.С. Влияние выходной мощности генераторов на частотные характеристики энергосети в кольцевой топологии // Известия вузов. ПНД. 2019. Т. 27, № 6. С. 25–38.

<https://doi.org/10.18500/0869-6632-2019-27-6-25-38>

The influence of the output power of the generators on the frequency characteristics of the grid in a ring topology

P. A. Arinushkin, V. S. Anishchenko

Saratov State University

83, Astrakhanskaya, 410012 Saratov, Russia

E-mail: arinushkin.pavel@gmail.com, wadim@info.sgu.ru

Correspondence should be addressed to Pavel A. Arinushkin, arinushkin.pavel@gmail.com

Received 29.03.2019, accepted for publication 16.10.2019, published 2.12.2019

Great interest in the field of dynamic systems and nonlinear processes is caused by research in the field of energy networks. A power grid is a complex network of coupled oscillators that demonstrates collective behavior by synchronizing network elements at the base frequency of a power grid. The **purpose** of the work is to study the dynamic stability of the synchronous state of the grid. The behavior of a network with homogeneous characteristics and a ring-shaped topology is investigated. An idealized energy network consisting of ten generators and ten consumers is considered. The influence of the generator output power and the inertia coefficient on the network synchronization is considered. **Method.** An efficient network model (Nishikawa T., Motter A.E. Comparative analysis of existing models for powergrid synchronization) is studied, which excludes changes in consumer power from consideration, assuming that the power of all consumers is constant. This model allows us to consider the generators of the power system as coupled oscillators, the dimensionless parameters of which are determined by a large set of real physical parameters. **Results.** The results showed that the natural frequency of the oscillator depends on the output power of the generator and does not always coincide with the synchronization frequency of the oscillators. With increasing generator power, the natural frequency is much higher than the synchronization frequency. At a critical value of the output power, oscillator oscillations become unstable, the generator frequency becomes equal to its natural frequency. The value of inertia plays a significant role in the stability of the generators; it is shown in the work that small values of the coefficient of inertia generators can produce energy in large ranges of output power without loss of synchronous state and regardless of the set of initial conditions. **Discussion.** From obtained results it became known that the stable functioning of the generators with increase in output power is possible at small values of inertia coefficient. At large values of inertia coefficient, the synchronism of one or several generators is disrupted, leading the output generator to work at its own frequency, the value of which significantly exceeds the frequency of the network standard 50 Hz. The frequency perturbation depends on the location of one or another generator with respect to unstable generator.

Key words: power grids, synchronous machines, phase oscillators, synchronization of coupled generators, dynamic mode stability.

Reference: Arinushkin P.A., Anishchenko V.S. The influence of the output power of the generators on the frequency characteristics of the grid in a ring topology. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2019, vol. 27, no. 6, pp. 25–38. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2019-27-6-25-38>

Введение и постановка задачи

Основными задачами исследования энергосетей являются нахождение устойчивых состояний работы генераторов и частотная синхронизация всех генераторов данной сети [1–6]. Источники энергии любого типа, включенные в глобальную сеть генерации и потребления, должны генерировать энергию на базовой частоте работы сети и функционировать в допустимых частотных пределах для поддержания полного синхронизма сети. Величина активной мощности генераторов изменяется в определенный промежуток времени исходя из установленного расписания. При рассмотрении коротких участков времени потребляемая мощность является величиной не постоянной, быстро изменяющейся во времени. В связи с этим частота вращения ротора генератора становится отличной от синхронной частоты сети [7]. Большие отклонения частоты вращения ротора генератора могут привести к потере синхронизма и негативному влиянию на устойчивость генераторов в сети. Таким образом, генераторы должны обладать устойчивостью на коротких участках времени работы и иметь систему контроля допустимых отклонений частоты вращения ротора генератора. Решению данной проблемы посвящено множество работ [8–12],

в некоторых из них данная проблема рассматривается с позиции инженерно-технических задач и решения их радиотехническим путем [13–15]. Отметим важную роль влияния топологии связи на устойчивость энергосети. В большинстве своем реальные энергосети не являются гомогенными, энергия в таких сетях распределена не равномерно по отношению к потребителям. Изучение энергосетей со сложной топологией является актуальной задачей, что отражено во множестве работ [16–20].

В настоящей работе мы предлагаем рассмотреть энергосеть с точки зрения динамической стабильности синхронного состояния энергосети, провести численное моделирование энергосистем и выявить факторы, влияющие на ту или иную динамику функционирования систем. Целью работы является рассмотрение идеализированной модели физической сети при неоднородном распределении вырабатываемой мощности генераторов. Актуальность работы связана с возникшей потребностью энергосети в дополнительных источниках энергии. Дополнительные источники являются, как правило, возобновляемыми источниками энергии. Одной из причин неустойчивости сетей служит интеграция возобновляемых источников энергии к традиционным (не возобновляемым) источникам [21]. Из-за модернизации и перехода на возобновляемые источники энергии, генераторы становятся все более многочисленными и неоднородными. Такая тенденция приводит к тому, что в будущих электрических сетях появляются новые динамические явления. Эти явления вызывают интерес у ученых и отражены в большом количестве теоретических работ по теме динамической стабильности синхронного состояния энергосети [23–28]. Известно, что энергосети могут быть многостабильными. Сильные возмущения могут вывести динамику энергосистемы из зоны притяжения синхронного состояния: наступает потеря синхронизма, и вероятным результатом является сбой и обесточивание сети потребителей. Вопрос о стабильности синхронизации не является специфичным для энергосистем, но является центральным для широкого спектра систем, таких как: лазерные системы, популяции животных, маятниковые часы Гюйгенса, химические системы, механические генераторы, а также сети нейронов.

1. Физическая сеть и ее представление в виде модели эффективной сети

В работе используется подход, описанный в статье [1]. Суть данного подхода исследования энергосетей заключается в рассмотрении математической модели, параметры которой определяются параметрами и характеристиками физической сети. Физическая сеть состоит из множества элементов. Базовыми элементами сети являются генераторы и потребители, связанные через линию передач. Все представленные элементы сети имеют свой набор характеристик и физических величин. Генераторы, в свою очередь, представлены в виде синхронного двигателя, подключенного к выходному терминалу через линию передач чисто индуктивного характера. Таким образом, физическая сеть представляет собой огромный набор данных, часть которых необходима для составления уравнений, описывающих динамику данной сети. Для математического описания сети мы используем эффективную модель сети [1], особенность которой состоит в сокращении общего числа дифференциальных уравнений, необходимых для описания динамической системы. Математическая модель эффективной модели энергосети выглядит следующим образом:

$$\frac{2H_i}{\omega_R} \ddot{\delta}_i + \frac{D_i}{\omega_R} \dot{\delta}_i = A_i^{\text{EN}} - \sum_{j=1, j \neq i}^{n_g} K_{ij}^{\text{EN}} \sin(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij}^{\text{EN}}), \quad i = 1, \dots, n_g \quad (1)$$

$$A_i^{\text{EN}} = P_{g,i} - |E_i|^2 G_{ii}^{\text{EN}}, \quad K_{ij}^{\text{EN}} = |E_i E_j Y_{ij}^{\text{EN}}|, \quad \gamma_{ij}^{\text{EN}} = \alpha_{ij}^{\text{EN}} - \frac{\pi}{2}, \quad (2)$$

где ω_R – опорная угловая частота, равная частоте физической сети; H_i и D_i – константы инерции и затухания, соответственно; A_i – параметр собственных мощностей генератора. Параметр K_{ij} представляет силу динамической связи между осцилляторами i и j или максимум взаимных мощностей генератора и приемной системы, γ_{ij} характеризует фазовый сдвиг. Все представленные параметры системы имеют безразмерный вид. В качестве нормирующей величины используется базовая мощность $P_R = 100$ MVA. Опорная частота системы ω_R равна 314.1593 рад/с или 50 Гц. Параметры правой части уравнения A_i, K_{ij}, γ_{ij} определяются с помощью физических параметров реальной энергосети. Собственная мощность генератора A_i^{EN} находится как разность выходной мощности генератора $P_{g,i}$ и произведения ЭДС генератора на действительную часть матрицы адмиттанса сети G_{ii}^{EN} и, таким образом, является мощностью генератора, в которой учтены активные потери энергии. K_{ij}^{EN} является динамической силой связи, которую можно интерпретировать как максимальную мощность передачи энергии между двумя элементами сети и вычислить как произведение матрицы адмиттанса Y_{ij}^{EN} и ЭДС элементов, участвующих в связи. Фазовый сдвиг γ_{ij}^{EN} является фазовым углом матрицы адмиттанса $|Y_{ij}^{\text{EN}}|e^{j(\alpha)}$, представленного в экспоненциальной форме и участвующего в постоянном смещении разности фаз двух элементов. Таким образом, для нахождения коэффициентов правой части уравнения необходимо составить матрицу адмиттанса Y_{ij}^{EN} физической сети и знать величины напряжения в ее узлах. Для нахождения матрицы Y_{ij}^{EN} рассмотрим линию передач, представленную в виде π -модели [22], и запишем матрицу проводимости физической сети следующим образом:

$$Y_0 = \begin{pmatrix} \frac{y_s + j\frac{b}{2}}{\tau^2} & -y_s \frac{1}{\tau e^{-j\theta}} \\ -y_s \frac{1}{\tau e^{j\theta}} & y_s + j\frac{b}{2} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где r – активное сопротивление, x индуктивное и b емкостное реактивное сопротивление линии передач, параметр τ является коэффициентом трансформации напряжения, θ смещение по фазе, $z_s = r_s + jx_s$ последовательный импеданс сети и соответственно $y_s = 1/z_s$ последовательный адмиттанс. Запишем матрицу в более компактном виде:

$$Y_0 = \begin{pmatrix} Y^{gg} & Y^{gl} \\ Y^{lg} & Y^{ll} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $Y^{gg}, Y^{gl}, Y^{lg}, Y^{ll}$ элементы адмиттанса сети, сгруппированные относительно собственных и взаимных комплексных сопротивлений линии передач между узлами сети. Дополним матрицу адмиттанса компонентами Y_d, \bar{Y}^{gg} и \bar{Y}^{ll} . Матрица Y_d включает в себя величины паразитных индуктивностей, представленных в виде диагональных элементов $(jx'_d, 1)^{-1} \dots (jx'_d, n_g)^{-1}$, где n_g – общее количество генераторов. Найдем компоненты \bar{Y}^{gg} и \bar{Y}^{ll} как $\bar{Y}^{gg} = Y^{gg} + Y^{li}$ и $\bar{Y}^{ll} = Y^{ll} + Y^{li}$. Для этого рассчитаем Y^{li} как шунтирующую проводимость, эквивалентную нагрузкам $Y^{l,i} = (P^{l,i} - jQ^{li})/|V_i|^2$. Конечный вид матрицы (4):

$$Y_0 = \begin{pmatrix} Y_d & -Y_d & 0 \\ -Y_d & \bar{Y}^{gg} + Y_d & Y^{gl} \\ 0 & Y^{lg} & \bar{Y}^{ll} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Далее, используя метод сокращения Крона [29], находим матрицу адмиттансов эффективной сети как $Y^{\text{EN}} = Y'(1 + Y_d^{-1}Y')^{-1}$ где $Y' = \bar{Y}^{gg} - Y^{gl}(\bar{Y}^{ll})^{-1}Y^{lg}$. Конечная матрица представляет элементы проводимости между генераторами, таким образом с помощью преобразования Крона мы устраняем из рассмотрения динамику потребителей. Данный метод упрощения возможен при условии постоянства величины $Y^{l,i}$, то есть при фиксированной мощности потребителей.

2. Численные результаты

Динамика генераторов описывается системой уравнений связанных осцилляторов (1). В качестве физической сети мы исследуем идеализированную модель, в которой генераторы, потребители и линии передач имеют идентичный набор величин и характеристик.

Таблица 1. Характеристики генераторов и потребителей физической сети
Table 1. Characteristics of generators and consumers of the physical network

Характеристики генераторов						Характеристики потребителей		
x_d	H	D	P_g	Q_g	V_g	P_c	Q_c	V_c
0.0608	24	50	200	0	1.04	200	0	1.04

В таблице x_d – реактанс паразитной индуктивности; H – коэффициент инерции; D – коэффициент диссипации; V_g и V_c напряжение выходного узла и потребителя, соответственно; P_g и Q_g вырабатываемая генератором активная и реактивная мощность; P_c и Q_c потребляемая потребителем активная и реактивная мощность.

Таблица 2. Характеристики линии передач
Table 2. Characteristics of the transmission line

Характеристики генераторов				
Тип соединения	r	x	b	τ
генератор - выходной узел	0	0.0576	0	1
выходной узел - потребитель	0.0085	0.072	0.149	1

Линия передач представлена в виде π -модели [22] где r – активное сопротивление, x и b индуктивное и емкостное реактивные сопротивления линии передач, параметр τ является коэффициентом трансформации напряжения. Суммарная мощность генераторов равна суммарной мощности потребления. Влияние реактивной мощности не рассматривается, поэтому для каждого элемента сети это значение равно нулю.

Выберем топологию исследуемой сети.

Сеть, представленная на рис. 1, имеет кольцевую топологию и состоит из 10 генераторов и 10 потребителей. Генераторы, в свою очередь, соединены в кольцо через выходные узлы.

Будем изменять активную мощность выбранного осциллятора в диапазоне от 0 до 400 MVA и наблюдать за изменением частоты, на которой происходит синхронизация всех осцилляторов. Проведем эксперимент при двух значениях коэффициента инерции всех генераторов $H = 24$ и $H = 4$ с одинаковыми начальными условиями. Сначала рассмотрим динамику осцилляторов при значении $H = 24$. Значения частот осцилляторов, представленные на рис. 2, были получены с помощью временных реализаций путем усреднения частоты по времени. Время интегрирования системы составляло $T = 200$ при шаге $h = 0.001$, для устранения влияния переходного процесса системы первые сто единиц времени интегрирования были отсеяны. Система уравнений была проинтегрирована с помощью метода Рунге–Кутты четвертого порядка с постоянным шагом интегрирования.

На рис. 2 представлена диаграмма изменения частоты синхронизации от вырабатываемой выходной мощности. В качестве изменяемого осциллятора был выбран пятый генератор реальной энергосети. Также на рисунке изображена пунктирной линией собственная частота пятого

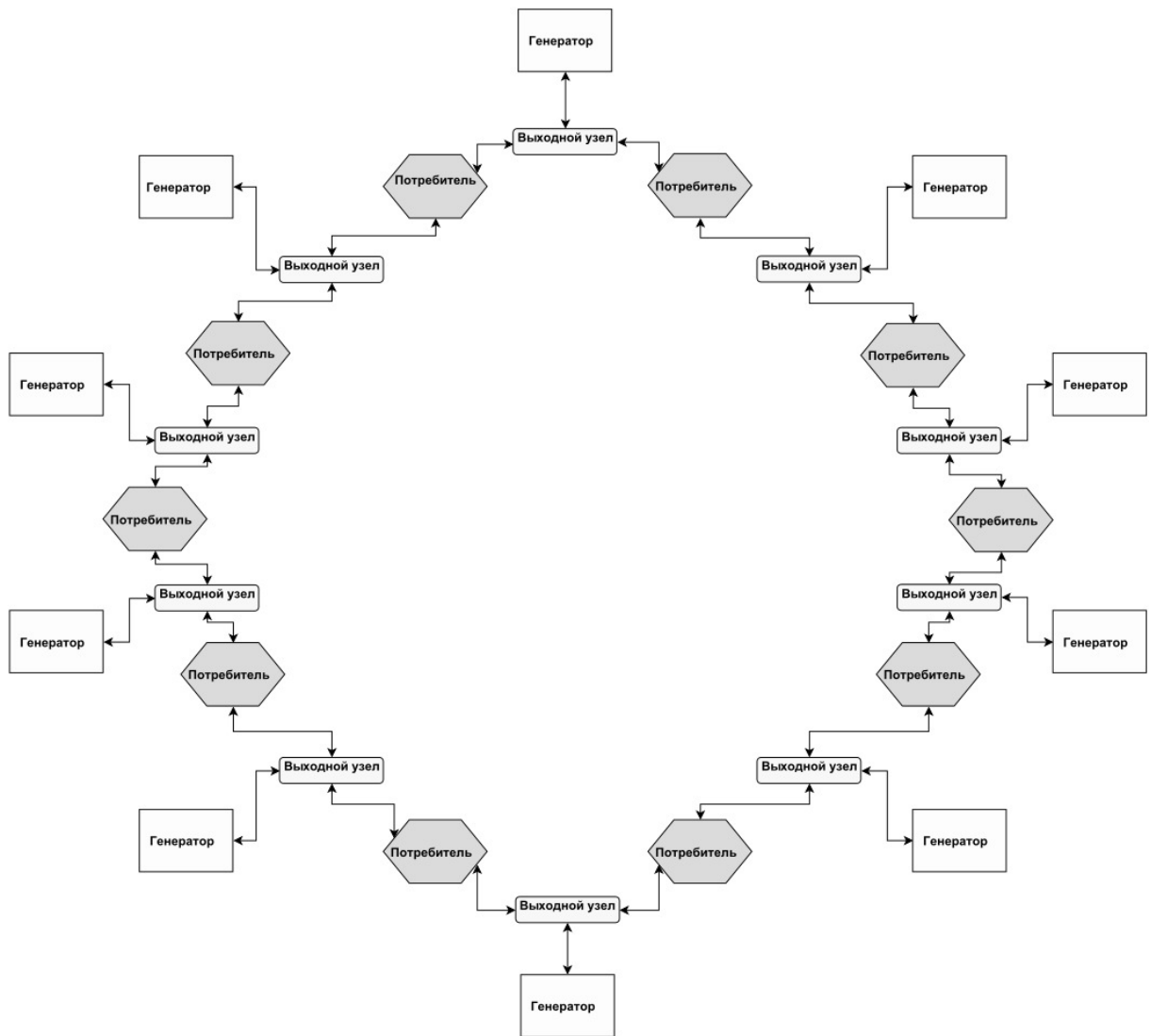


Рис. 1. Реальная физическая сеть, представленная в виде кольцевой топологии

Fig. 1. Real physical network, presented in the form of a ring topology

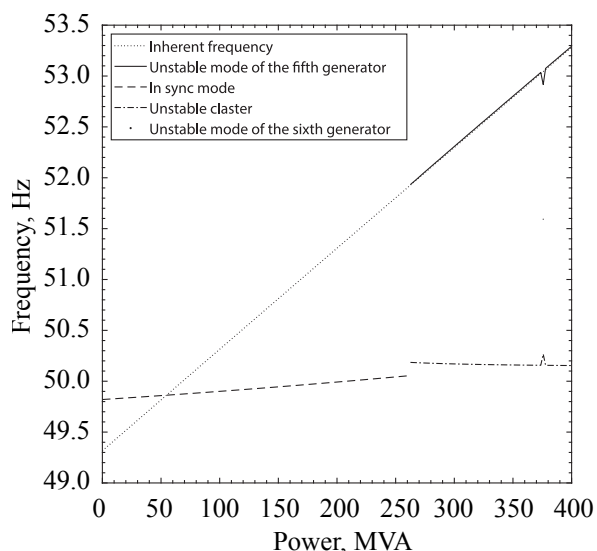


Рис. 2. Зависимость частоты синхронизации от вырабатываемой мощности генератора. Коэффициент инерции $H = 24$

Fig. 2. Dependence of the synchronization frequency on the generator power generated. Inertia coefficient $H = 24$

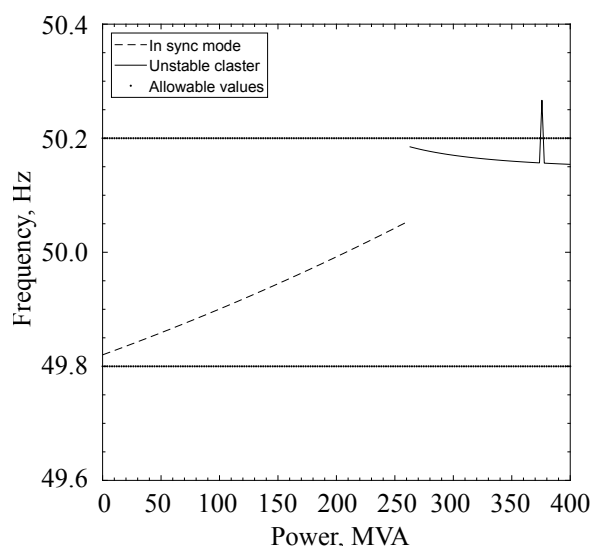


Рис. 3. Диаграмма допустимых значений частот нормальной работы энергосети. Коэффициент инерции $H = 24$

Fig. 3. Chart of permissible values of frequencies of normal operation of the grid. Inertia coefficient $H = 24$

осциллятора, вычисленная по формуле $\omega_i^* = \omega_R / 2\pi(1 + A_i/D_i)$. Как видно из графика, собственная частота осциллятора зависит от величины выходной мощности генератора и не всегда совпадает с частотой синхронизации осцилляторов. При увеличении мощности генератора собственная частота намного превышает частоту синхронизации. При значении выходной мощности $P_g = 262.6$ MVA и выше происходит потеря устойчивости колебаний пятого осциллятора. Как видно из графика, частота неустойчивого генератора равна его собственной частоте. При величине $P_g = 375.8$ MVA происходит потеря устойчивости шестого генератора, частота работы составляет 51.593 Hz, тогда как собственная частота равна 51.308 Hz.

Рассмотрим более детально изменение частоты. Как видно из рис. 3, частота сети, находящейся в диапазоне $0 \leq P_g \leq 262.6$ MVA, характеризует режим полной синхронизации сети и удовлетворяет допустимым значениям работы сети. Как и в случае с собственной частотой, с увеличением мощности пятого генератора увеличивается частота синхронизации. При потере устойчивости одного из генераторов частота оставшегося устойчивого когерентного кластера находится на границе допустимых значений работы сети. Далее при увеличении мощности частота начинает спадать и в случае потери устойчивости еще одного генератора, начинает превышать приемлемые значения (см. рис. 3). Режим полной синхронизации энергосети характеризуется несколькими условиями: первое условие заключается в постоянстве скорости вращения ротора генератора при неизменной мощности потребления. Таким образом переменная $\dot{\delta} = \text{const}$, вторым условием является равенство скоростей вращения роторов генераторов энергосети, то есть $\dot{\delta}_1 = \dot{\delta}_2 = \dots = \dot{\delta}_i$.

На рис. 4 показан график фазовой когерентности осцилляторов относительно времени для неустойчивого режима. В случае, когда параметр фазовой когерентности $r = 1$ система демонстрирует режим полной синхронизации в течение всего времени установившегося режима. В неустойчивом режиме фазовая когерентность изменяется во времени в пределе $0.8 \leq r \leq 1$ на промежутке всего времени счета. Далее дополним усредненные значения частоты осцилляторов пределами погрешностей и построим диаграмму относительно мощности, чтобы показать, как влияет неустойчивый осциллятор на когерентный кластер осцилляторов.

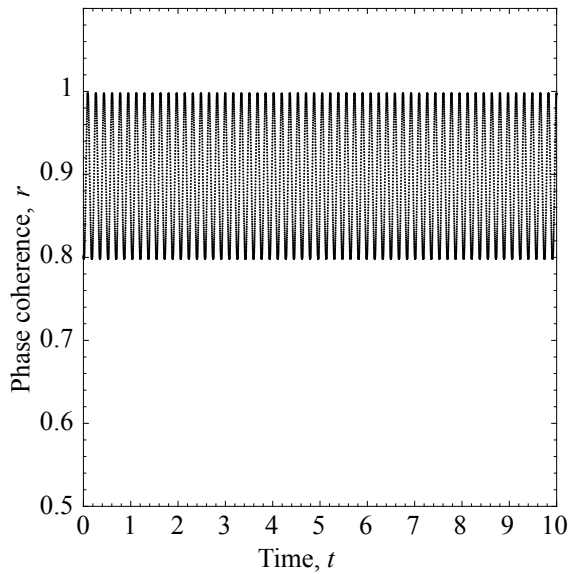
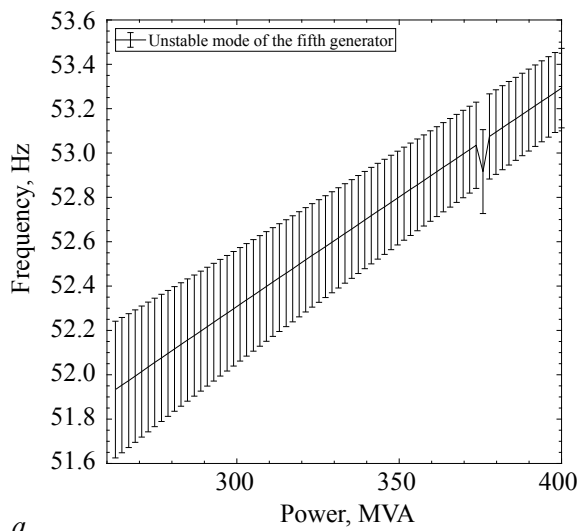
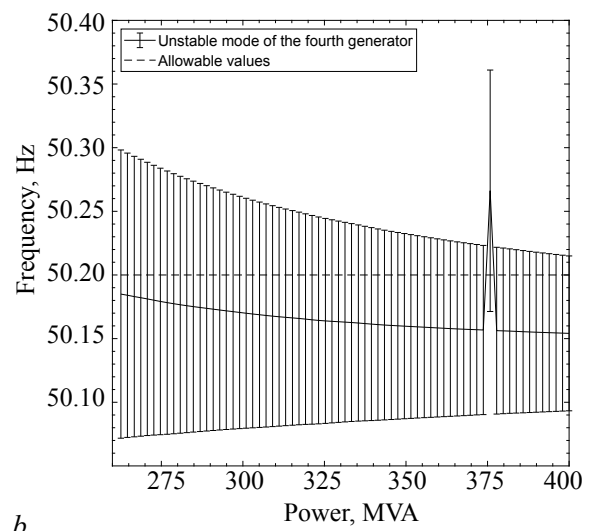


Рис. 4. График фазовой когерентности для несинхронного режима

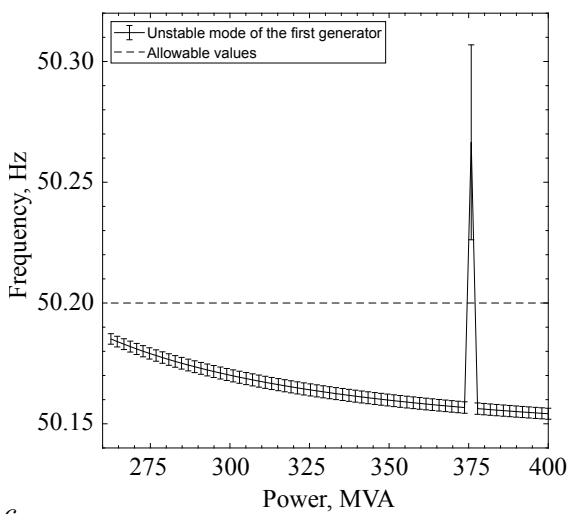
Fig. 4. Phase coherence graph for asynchronous mode



a



b



c

Рис. 5. Графики поведения частоты осцилляторов при изменении величины выходной мощности пятого генератора. Графики поведения частоты пятого осциллятора (a), четвертого осциллятора (b), первого осциллятора (c)

Fig. 5. Graphs of the frequency behavior of oscillators with a change in the output power of the fifth generator. Graphs of the frequency behavior of the fifth oscillator (a), the fourth oscillator (b), the first oscillator (c)

На рис. 5 представлены усредненные по времени частоты осцилляторов от величины выходной мощности пятого генератора. В качестве предела погрешностей было использовано среднеквадратичное отклонение. Таким образом, мы можем исследовать влияние неустойчивого осциллятора на поведение остальных осцилляторов в энергосистеме. Неустойчивый осциллятор (рис. 5, *a*) имеет частоту δ , равную собственной частоте ω^* , но при рассмотрении временной реализации эта частота колеблется в больших пределах. Таким образом, пятый осциллятор в неустойчивом режиме имеет большую величину среднеквадратичного отклонения частоты, которая постепенно убывает с ростом величины выходной мощности данного осциллятора. Соседние осцилляторы подвержены сильному влиянию неустойчивого осциллятора и имеют величину среднеквадратичного отклонения, превышающую допустимые значения (рис. 5, *b*). Вариация частоты происходит по всем элементам кольцевой топологии (рис. 5, *c*). Когерентный кластер осцилляторов имеет одинаковую усредненную частоту, но различную величину стандартного отклонения в зависимости от расположения в топологии сети (табл. 3).

Таблица 3. Величины стандартного отклонения частоты при различных значениях мощности пятого осциллятора
 Table 3. Values of the standard deviation of the frequency at various values of the power of the fifth oscillator

Мощность MVA	Величины стандартного отклонения частоты									
	осц.1	осц.2	осц.3	осц.4	осц.5	осц.6	осц.7	осц.8	осц.9	осц.10
200	2.5e-11	2.4e-11	2.4e-11	2.5e-11	2.4e-11	2.5e-11	2.5e-11	2.4e-11	2.4e-11	2.4e-11
262.6	0.0022	0.008	0.0311	0.1132	0.3082	0.1132	0.0311	0.008	0.0022	0.0011
400	0.0023	0.0065	0.0199	0.0608	0.1792	0.0608	0.0199	0.0065	0.0023	0.0013

Далее исследуем энергосеть изменив значения коэффициента инерции всех осцилляторов до $H = 4$, оставив прежние начальные условия. Как и в предыдущем случае, синхронная частота увеличивается с ростом выходной мощности одного из генераторов (рис. 6, *a*). В случае коэффициента инерции $H = 4$ энергосеть находится в режиме полной синхронизации на всём интервале

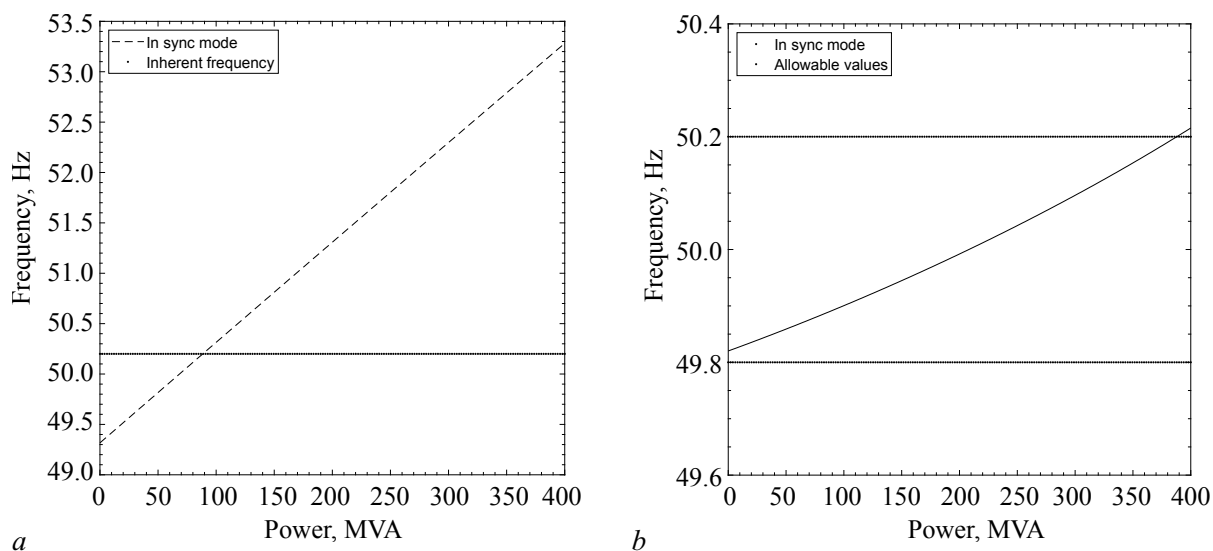


Рис. 6. Зависимость частоты синхронизации от вырабатываемой мощности генератора (*a*), диаграмма допустимых значений частот нормальной работы энергосети (*b*). Коэффициент инерции $H = 4$

Fig. 6. Dependence of the synchronization frequency on the generated power of the generator (*a*), the diagram of permissible values of frequencies of normal operation of the grid (*b*). Inertia coefficient $H = 4$

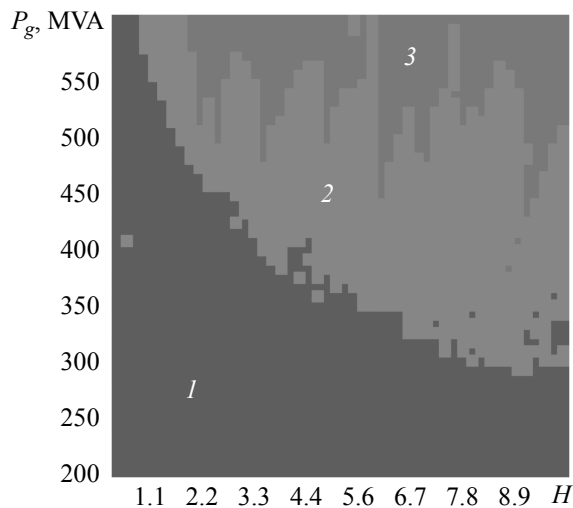


Рис. 7. Карта режимов при различных начальных условиях. 1 – полная синхронизация осцилляторов, 2 – бистабильное поведение осцилляторов, 3 – неустойчивый режим, обусловленный потерей синхронизма одного или нескольких осцилляторов

Fig. 7. Mode map for different initial conditions. 1 – full synchronization of oscillators, 2 – bistable behavior of oscillators, 3 – unstable mode due to loss of synchronism of one or several oscillators

ной синхронизации, при любых значениях коэффициента инерции. В диапазоне выходной мощности $P_g = 300...400$ MVA увеличение коэффициента инерции всех осцилляторов приводит к бистабильному поведению генераторов, в зависимости от начальных условий энергосистема может пребывать либо в устойчивом либо в неустойчивом положении. Как показано на рис. 7, бистабильная зона является большей по площади относительно зоны неустойчивого режима энергосети. Работа генераторов с величиной коэффициента инерции $H > 7$, и большой величиной мощности генераторов приводит к потере устойчивости осцилляторов, которая связана с потерей синхронизма одного или нескольких генераторов при любых начальных условиях.

Заключение

В работе рассмотрена идеализированная энергосеть, состоящая из десяти генераторов и потребителей. Идеализация заключается в том, что элементы и соединения сети обладают идентичными физическими параметрами. Топология сети была выбрана в виде кольца, в котором генераторы и потребители чередуются между собой. Для исследования динамики энергосети мы воспользовались математической моделью эффективной сети, которая позволяет упростить рассмотрение сетей посредством устранения из рассмотрения динамики поведения потребителей, приняв их мощность за постоянную величину. Проведено два численных эксперимента с изменением вырабатываемой активной мощности генераторов при двух значениях коэффициента инерции H . В двух экспериментах было выявлено, что большие значения коэффициента инерции приводят к потере устойчивости генератора на этапе установления колебаний сети. Вышедший таким образом из синхронизма генератор приводит к возмущению частоты всех генераторов энергосети. Также было показано, что близко расположенные генераторы подвержены более сильному влиянию неустойчивого генератора, а их частоты превышают допустимые нормы работы энергосети. В работе представлена карта режимов, на которой изображены зоны

изменяемой мощности. При малых значениях инерции энергосеть становится более устойчивой к рассинхронизации на этапах времени, связанным с переходными процессами в системе.

Далее исследуем режимы энергосети при изменении коэффициента инерции в диапазоне $0.5 \geq H \geq 10$ и выходной мощности пятого осциллятора в пределах $200 \geq P_g \geq 600$. Полученные результаты отображены в виде карты режимов на рис. 7. Представленная карта режима была получена при множестве различных начальных условий.

В случае коэффициента инерции $H = 1$, энергосеть находится в режиме полной синхронизации на протяжении всего интервала изменяемой мощности, таким образом, при малых значениях инерции энергосеть является более устойчивой к рассинхронизации вне зависимости от различных начальных условий. Данное явление наблюдается при значении выходной мощности $P_g = 200...270$ MVA, как видно из рис. 7, система находится в пол-

устойчивого, бистабильного и неустойчивого поведения сети. Было установлено, что большие величины инерции и выходной мощности генератора ведут к бистабильному или нестойчивому режиму работы энергосети. В будущем планируется рассмотреть динамику энергосистем, в которых величина инерции различна для каждого генератора. Это связано с тем, что величина инерции в возобновляемых источниках энергии является намного меньшей, чем в традиционных источниках энергии.

Библиографический список

1. *Nishikawa T., Motter A.E.* Comparative analysis of existing models for powergrid synchronization // *New Journal of Physics*. 2015. Vol. 17, no. 1. P. 015012.
2. *Heagy J.F., Pecora L.M., and Carroll T.L.* Short wavelength bifurcations and size instabilities in coupled oscillator systems // *Phys Rev. Lett.* 1995. Vol. 74, no. 21. P. 4185–4188.
3. *Barahona M. and Pecora L.M.* Synchronization in small-world systems // *Phys. Rev. Lett.* 2002. Vol. 89, no. 5. 054101.
4. *Menck P.J., Heitzig J., Marwan N., and Kurths J.* How basin stability complements the linear-stability paradigm // *Nat. Phys.* 2013. Vol. 9. P. 89–92.
5. *Boccaletti S., Hwang D.-U., Chavez M., Amann A., Kurths J., and Pecora L.M.* Synchronization in dynamical networks: Evolution along commutative graphs // *Phys. Rev. E*. 2006. Vol. 74, no. 1. 016102.
6. *Аринушкин П.А., Анищенко В.С.* Анализ синхронных режимов работы цепочки связанных осцилляторов энергосетей // *Известия вузов. ПНД*. 2018. Т. 26, no. 3. С. 62–77. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-62-77.
7. *Anderson P.M. and Fouad A.A.* *Power System Control and Stability* // 2nd ed. (IEEE Press). 2003.
8. *Mallada E. and Tang A.* Improving damping of power networks: Power scheduling and impedance adaptation // *IEEE Conference on Decision and Control*. 2011. P. 7729–7734.
9. *Caliskan S. and Tabuada P.* Compositional transient stability analysis of multimachine power networks // *IEEE T. Contr. Netw. Syst.* 2014. Vol. 1. P. 4–14.
10. *Schmietendorf K., Peinke J., Friedrich R., and Kamps O.* Self-organized synchronization and voltage stability in networks of synchronous machines // *Eur. Phys. J.* 2014. Vol. 223. P. 2577–2592.
11. *Nagat M., Fujiwara N., Tanaka G., Suzuki H., Kohda E., and Aihara K.* Node-wise robustness against fluctuations of power consumption in power grids // *Eur. Phys. J.* 2014. Vol. 223. P. 2549–2559.
12. *Ortega R., van der Schaft A.J., Mareels Y., and Maschke B.M.* Putting energy back in control // *Control Syst. Mag.* 2001. Vol. 21, no. 2. P. 18–33.
13. *Pearmine R., Song Y.H., Chebbo A.* Influence of wind turbine behaviour on the primary frequency control // *IET Renewable Power Generation*, 2007, Vol. 1, no. 2. P. 142–150.
14. *Ramtharan G., Jenkins N., Anaya-Lara O.* Modelling and control of synchronous generators for wide-range variable-speed wind turbines // *Wind Energy*. 2007. Vol. 10. P. 231–246.
15. *Etxegarai A., Eguia P., Torres E., Iturregi A., Valverde V.* Review of grid connection requirements for generation assets in weak power grids // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2015. Vol. 41. P. 1501–1514.
16. *Nishikawa T., Motter A.E.* Maximum performance at minimum cost in network synchronization // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2006. Vol. 224, no. 1–2. P. 77–89.

17. *Menck P.J., Heitzig J.* How dead ends undermine power grid stability // *Nature communications*. 2014. Vol. 5. P. 3969.
18. *Rohden M., Sorge A., Witthaut D.* Impact of network topology on synchrony of oscillatory power grids // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2014. Vol.24, no. 1. 013123.
19. *Changsong Zhou, Motter A.E., and Kurths J.* Universality in the synchronization of weighted random networks // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 96, no. 1. 034101.
20. *Lozano S., Buzna L., and Diaz-Guilera A.* Role of network topology in the synchronization of power systems // *Eur. Phys. J.* 2012. Vol. 85. Pp. 1–8.
21. *Delille G., Francois B. and Malarange G.* Dynamic frequency control support by energy storage to reduce the impact of wind and solar generation on isolated power system's inertia // in *IEEE Transactions on Sustainable Energy*. 2012. Vol. 3, no. 4. Pp. 931–939.
22. *Mamis M.S. and Meral M.E.* State-space modeling and analysis of fault arcs // *Electric Power Systems Research*. 2005. Vol. 76. Pp. 46–51.
23. *Dörfler F., Chertkov M., Bullo F.* Synchronization in complex oscillator networks and smart grids // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 2013. Vol. 110, no. 6. Pp. 2005–2010.
24. *Dorfler F. and Bullo F.* Synchronization and transient stability in power networks and non-uniform Kuramoto oscillators // *SIAM Journal on Control and Optimization*. 2012. Vol. 50, no. 3. Pp. 1616–1642.
25. *Motter A.E., Myers S.A., Anghel M. and Nishikawa T.* Spontaneous synchrony in power-grid networks // *Nature Physics*. 2013. Vol. 9(3). P. 191.
26. *Schiffer J., Ortega R., Astolfi A., Raisch J. and Sezi T.* Conditions for stability of droop-controlled inverter-based microgrids // *Automatica*. 2014. Vol. 50(10). Pp. 2457–2469.
27. *Schiffer J., Zonetti D., Ortega R., Stanković A.M., Sezi T. and Raisch J.* A survey on modeling of microgrids—From fundamental physics to phasors and voltage sources // *Automatica*. 2016. Vol. 74. Pp. 135–150.
28. *Rohden M., Sorge A., Timme M. and Witthaut D.* Self-organized synchronization in decentralized power grids // *Physical Review Letters*. 2012. Vol. 109(6). 064101.
29. *Dorfler F., Bullo F.* Kron reduction of graphs with applications to electrical networks // *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*. 2013. Vol. 60, no. 1. Pp. 150–163.

References

1. Nishikawa T., Motter A.E. Comparative analysis of existing models for powergrid synchronization. *New Journal of Physics*, 2015, vol. 17, no. 1, 015012.
2. Heagy J.F., Pecora L.M., and Carroll T.L. Short wavelength bifurcations and size instabilities in coupled oscillator systems. *Phys Rev. Lett.*, 1995, vol. 74, no. 21, pp. 4185-4188.
3. Barahona M. and Pecora L.M. Synchronization in small-world systems. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, vol. 89, no. 5, 054101.
4. Menck P.J., Heitzig J., Marwan N., and Kurths J. How basin stability complements the linear-stability paradigm. *Nat. Phys.*, 2013, vol. 9, pp. 89–92.
5. Boccaletti S., Hwang D.-U., Chavez M., Amann A., Kurths J., and Pecora L.M. Synchronization in dynamical networks: Evolution along commutative graphs. *Phys. Rev. E.*, 2006, vol. 74, no. 1, 016102.

6. Arinushkin P.A., Anishchenko V.S. Synchronous modes analysis of coupled oscillators in power grids. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 26, no. 3, pp. 62–77 (in Russian). DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-62-77.
7. Anderson P.M. and Fouad A.A. *Power System Control and Stability*. 2nd ed. (IEEE Press), 2003.
8. Mallada E. and Tang A. Improving damping of power networks: Power scheduling and impedance adaptation. In *IEEE Conference on Decision and Control*, 2011, pp. 7729–7734.
9. Caliskan S. and Tabuada P. Compositional transient stability analysis of multimachine power networks. *IEEE T. Contr. Netw. Syst.*, 2014, vol. 1, pp. 4–14.
10. Schmietendorf K., Peinke J., Friedrich R., and Kamps O. Self-organized synchronization and voltage stability in networks of synchronous machines. *Eur. Phys. J.*, 2014, vol. 223, pp. 2577–2592.
11. Nagata M., Fujiwara N., Tanaka G., Suzuki H., Kohda E., and Aihara K. Node-wise robustness against fluctuations of power consumption in power grids. *Eur. Phys. J.*, 2014, vol. 223, pp. 2549–2559.
12. Ortega R., van der Schaft A.J., Mareels Y., and Maschke B.M. Putting energy back in control. *Control Syst. Mag.*, 2001, vol. 21, no. 2, pp. 18–33.
13. Pearmine R., Song Y.H., Chebbo A. Influence of wind turbine behaviour on the primary frequency control. *IET Renewable Power Generation*, 2007, vol. 1, no. 2, pp. 142–150.
14. Ramtharan G., Jenkins N., Anaya-Lara O. Modelling and control of synchronous generators for wide-range variable-speed wind turbines. *Wind Energy*, 2007, vol. 10, pp. 231–246.
15. Etxegarai A., Eguia P., Torres E., Iturregi A., Valverde V. Review of grid connection requirements for generation assets in weak power grids. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2015, vol. 41, pp. 1501–1514.
16. Nishikawa T., Motter A.E. Maximum performance at minimum cost in network synchronization. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 2006, vol. 224, no. 1–2, pp. 77–89.
17. Menck P.J., Heitzig J. How dead ends undermine power grid stability. *Nature communications*, 2014, vol. 5, p. 3969.
18. Rohden M., Sorge A., Witthaut D. Impact of network topology on synchrony of oscillatory power grids. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2014, vol. 24, no. 1, 013123.
19. Zhou Ch., Motter A.E., and Kurths J. Universality in the synchronization of weighted random networks. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, vol. 96, no. 1, 034101.
20. Lozano S., Buzna L., and Diaz-Guilera A. Role of network topology in the synchronization of power systems. *Eur. Phys. J.*, 2012, vol. 85, pp. 1–8.
21. Delille G., Francois B. and Malarange G. Dynamic frequency control support by energy storage to reduce the impact of wind and solar generation on isolated power system's inertia. In *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 2012, vol. 3, no. 4, pp. 931–939.
22. Mamis M.S. and Meral M.E. State-space modeling and analysis of fault arcs. *Electric Power Systems Research*, 2005, vol. 76, pp. 46–51.
23. Dörfler F., Chertkov M., Bullo F. Synchronization in complex oscillator networks and smart grids. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2013, vol. 110, no. 6, pp. 2005–2010.
24. Dorfler F. and Bullo F. Synchronization and transient stability in power networks and non-uniform Kuramoto oscillators. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2012, vol. 50, no. 3, pp. 1616–1642.

25. Motter A.E., Myers S.A., Anghel M. and Nishikawa T. Spontaneous synchrony in power-grid networks. *Nature Physics*, 2013, vol. 9(3), p. 191.
26. Schiffer J., Ortega R., Astolfi A., Raisch J. and Sezi T. Conditions for stability of droop-controlled inverter-based microgrids. *Automatica*, 2014, vol. 50(10), pp. 2457–2469.
27. Schiffer J., Zonetti D., Ortega R., Stanković A.M., Sezi T. and Raisch J. A survey on modeling of microgrids – from fundamental physics to phasors and voltage sources. *Automatica*, 2016, vol. 74, pp. 135–150.
28. Rohden M., Sorge A., Timme M. and Witthaut D. Self-organized synchronization in decentralized power grids. *Physical Review Letters*, 2012, vol. 109(6), p. 064101.
29. Dorfler F., Bullo F. Kron reduction of graphs with applications to electrical networks. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2013, vol. 60, no. 1, pp. 150–163.



Аринушкин Павел Алексеевич – родился в Ртищеве Саратовской обл. (1994), окончил Саратовский государственный университет им. Чернышевского (2017). Имеет диплом бакалавра по направлению 03.03.03 «Радиофизика» и диплом магистра по направлению 03.04.03 «Радиофизика». Аспирант кафедры радиофизики и нелинейной динамики. Круг научных интересов – теория колебаний и волн, мемристоры и мемристорные цепи, мультифрактальные множества, энергосети и синхронные машины.

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
 E-mail: arinushkin.pavel@gmail.com



Анищенко Вадим Семенович – родился в Саратове (1943). Окончил физический факультет СГУ (1966). Защитил диссертации на степень кандидата (1970) и доктора (1986) физико-математических наук по специальности радиофизика. С 1988 года – заведующий кафедрой радиофизики и нелинейной динамики, профессор СГУ. Специализируется в области теории нелинейных колебаний, статистической радиофизики, теории динамического хаоса и нелинейной динамики. Автор 420 научных статей и 24 монографий и учебников, 6 из которых были опубликованы на английском языке. Приглашался на работу профессором Гумбольдтского университета Берлина для чтения курса лекций по теории динамического хаоса (1987), а также в ряд университетов США, Англии, Испании, Германии, Польши и др. для научной работы. Заслуженный деятель науки РФ (1995), академик РАЕН (1995), почетный профессор СГУ (2012), лауреат премии Международного научного фонда им. Александра фон Гумбольдта (1999), Соросовский профессор (1994–2000).

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
 E-mail: wadim@info.sgu.ru