Прикладные задачи нелинейной теории колебаний и волн

УДК 537.86

РЕКОНСТРУКЦИЯ ОДНОНАПРАВЛЕННО СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПЕРВОГО ПОРЯДКА ПО ВРЕМЕННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ВЕДОМОЙ СИСТЕМЫ

И. В. Сысоев[1,2], *В. И. Пономаренко*[2,1], *М. Д. Прохоров*[2]

[1]Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н. Г. Чернышевского
410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
[2]Саратовский филиал Института радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН
410019 Саратов, ул. Зелёная, 38
E-mail: ivssci@gmail.com, ponomarenkovi@gmail.com, mdprokhorov@yandex.ru

Системы с запаздыванием, в том числе связанные, стали популярными моделями различных физических и биологических объектов. Нередко одна или несколько переменных таких моделей недоступны для прямого измерения, их называют скрытыми. Однако реконструкция моделей по экспериментальным сигналам при наличии скрытых переменных может быть полезна для целей верификации моделей и косвенного измерения. В данной работе рассмотрена задача восстановления параметров ведущей и ведомой систем и скрытой переменной ведущей системы по временному ряду ведомой системы в ансамбле двух систем с запаздыванием первого порядка.

Использован *метод начального условия*, когда начальные условия для скрытой переменной рассматриваются как дополнительные неизвестные параметры. Метод был адаптирован для систем с запаздыванием: вместо одного начального условия рассматривался вектор начальных условий.

Показано, что временной ряд ведущей системы, параметры нелинейной функции обеих систем и параметр связи можно реконструировать по реализации ведомой системы в периодическом режиме, если стартовые догадки для скрытой переменной задавать, используя априорную информацию о модели. Исследовано пространство стартовых догадок для параметров.

Показано, что при отклонении стартовых догадок для обоих параметров нелинейной функции на 50 % от истинных значений в обе стороны вероятность успеха реконструкции значима и составляет в рассмотренном случае более 1/4.

Показана принципиальная возможность реконструкции систем с одним запаздыванием при наличии скрытых переменных по скалярной периодической реализации.

Ключевые слова: Анализ временных рядов, реконструкция уравнений, скрытые переменные, системы с запаздыванием.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-1-84-93

Ссылка на статью: Сысоев И.В., Пономаренко В.И., Прохоров М.Д. Реконструкция однонаправленно связанных систем с запаздыванием первого порядка по временной реализации ведомой системы // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 1. С. 84–93.

RECONSTRUCTION OF UNIDIRECTIONALLY COUPLED TIME-DELAYED SYSTEMS OF FIRST ORDER FROM TIME SERIES OF THE DRIVEN SYSTEM

Ilya V. Sysoev[1,2], *Vladimir I. Ponomarenko*[2,1], *Mikhail D. Prokhorov*[2]

[1]Saratov State University, Russia
410012 Saratov, Astrakhanskaya str., 83
[2]Saratov Branch of Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics of RAS, Russia
410019 Saratov, Zelyonaya str., 38
E-mail: ivssci@gmail.com, ponomarenkovi@gmail.com, mdprokhorov@yandex.ru

Time-delayed systems, including coupled ones, became popular models of different physical and biological objects. Often One or few variables of such models cannot be directly measured, these variables are called hidden variables. However, reconstruction of models from experimental signals in presence of hidden variables can be very suitable for model verification and indirect measurement. Current study considers reconstruction of parameters of both systems and hidden variable of the driving system from time series of the driven system in ensemble of two unidirectionally coupled first order time-delayed systems.

Initial condition approach was used; this method considers initial conditions for hidden variables as additional unknown parameters. The method was adapted for time-delayed systems: vector of initial conditions was used instead of a single initial condition.

Time series of the driven system, parameters of nonlinear function of both systems and the coupling coefficient were shown to be reconstructable from a time series of driven system in periodical regime, if starting guesses for the hidden variable were set using a priori information about the model. The space of starting guesses for parameters was studied; the probability of successful reconstruction was shown to be approximately 1/4 for starting guesses for parameters distant from their true values in 50 % of their absolute values.

The fundamental possibility of reconstruction of system with one time delay in presence of hidden variables from scalar time series was shown.

Keywords: Time series analysis, reconstruction of equations, hidden variables, time-delayed systems.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-1-84-93

Paper reference: Sysoev I.V., Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D. Reconstruction of unidirectionally coupled time-delayed systems of first order from time series of the driven system // Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2017. Vol. 25. Issue 1. P. 84–93.

Введение

Наличие скрытых (недоступных для измерения) переменных различных моделей, особенно, моделей биологических систем – достаточно распространённое явление. Этому существуют несколько причин. В моделях, описывающих объекты малого размера, измерение части переменных способно разрушить объект [1]. Иногда измерения возможны, но запрещены из этических соображений. Так, никакая адекватная современным представлениям модель абсансной эпилепсии [2] не может быть построена без участия ядер таламуса, но измерить временной ряд электрической активности из таламуса невозможно ни с помощью поверхностной электроэнцефалографии, ни с помощью магнитоэнцефалографии, а внутричерепное введение электродов не показано по медицинским соображениям пациентам с данной формой болезни. Иногда некоторые переменные возникают в модели в результате ряда упрощений, например, перехода от пространственно-распределённой динамики к сосредоточенной, как три переменные, отражающие задержанное поведение в шестимерной модели нефрона [3]. Такие переменные не совсем физичны и, следовательно, также не могут быть измерены.

Нередко для моделирования биологических объектов вместо обыкновенных дифференциальных уравнений используются уравнения с запаздыванием. Классической моделью контроля в физиологических системах являются уравнения Маккея–Гласса [4]. Сходные модели использовались для описания эпилепсии в [5], поскольку модели в виде уравнений с запаздыванием позволяют обойтись гораздо меньшим числом формальных динамических переменных и при этом описать множество сложных эффектов. Наличие скрытых переменных в таких системах также возможно, если система с запаздыванием представляется в виде нескольких уравнений, как в модели лазера [6, 7], либо в случае, когда имеются несколько связанных уравнений с запаздыванием, причём измерение доступно только от одного (или не ото всех) из них.

Реконструкция моделей по временным рядам при наличии скрытых переменных может быть источником ценной информации как о физически и биологически значимых параметрах конкретного экземпляра данной системы, так и о скрытой реализации. То есть реконструкция в таком случае выступает, в первую очередь, в качестве метода косвенного (неинвазивного) измерения (см., например, [1]), результаты которого могут быть далее полезны, например, для диагностики патологий или оценки результатов лечения. Поскольку модель следует реконструировать в заранее заданном виде, традиционные приемы реконструкции вектора состояния (например, последовательное дифференцирование [8] или метод задержек [9]) не подходят, и приходится использовать специализированные методы типа метода множественной стрельбы [10]. Идея этих подходов состоит в том, что часть начальных условий для скрытых переменных полагается дополнительными неизвестными параметрами модели, а затем применяется глобальная оптимизация целевой функции, характеризующей отклонение модельных реализаций от наблюдаемых переменных.

Проблема применения методов, ориентированных на реконструкцию при наличии скрытых переменных, к системам с запаздыванием заключается в том, что необходимо задать не один вектор начальных условий, а столько векторов, сколько уместится на интервале запаздывания при использованном шаге выборки. Чем больше неизвестных векторов начальных условий и параметров системы, тем ниже шансы на успех реконструкции, поскольку вместо глобального минимума метод может сходиться к одному из многочисленных локальных [11]. Поэтому рассмотрение нужно начинать с достаточно простого случая. Простейший из возможных случаев – это реконструкция двух однонаправленно связанных систем с запаздыванием первого порядка по реализации ведомой системы. Именно исследовать применимость методов реконструкции при наличии срытых переменных к таким ансамблям – цель данной работы.

1. Модель

В качестве модели рассматривалась система из двух связанных осцилляторов с запаздыванием вида

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= -x(t) + \lambda_x - x^2(t-\tau) + ky(t), \\ \dot{y}(t) &= -y(t) + \lambda_y - y^2(t-\tau), \end{aligned} \tag{1}$$

где τ – время запаздывания, общее для обоих осцилляторов; λ_x и λ_y – параметры нелинейности; k – параметр связи. Сходная система уже рассматривалась в работе [12]. Параметр инерционности в нашем случае был взят равным 1, поэтому он отсутствует в уравнениях (1).

Уравнения (1) решались методом Эйлера с шагом $\Delta t = 0.1$, равным интервалу выборки. В качестве наблюдаемой рассматривалась координата ведомого осциллятора x. Параметры выбирались таким образом, чтобы соответствовать периодическому режиму, например, $\lambda_x = 2.4$, $\lambda_y = 2.55$, $k = 0.3$, $\tau = 1$. Пропускался переходной процесс длиной в 100 единиц дискретного времени.

2. Метод

Для реконструкции системы (1) использовался простейший из методов, предназначенных для работы со скрытыми переменными, – метод начального условия. Это обусловлено тем, что более сложные подходы, предложенные в [10, 11], требуют больше стартовых догадок для скрытых переменных, хотя и позволяют увеличить точность оценок. Но при реконструкции систем с запаздыванием для каждого уравнения приходится задавать $\theta = \tau/\Delta t$ стартовых догадок для переменных, что довольно много. При реконструкции ОДУ достаточно было бы 1 стартовой догадки на уравнение.

Дан временной ряд переменной $x(t)$ – $\{x_n\}_{n=1}^{N}$ и известно время запаздывания τ (для систем в периодическом режиме его можно оценить по автокорреляционной функции [13, 14]). Поскольку структура уравнений (1) также считается известной, временной ряд скрытой переменной можно получить, зная θ начальных условий и параметры. Так как они неизвестны, для них делаются стартовые догадки, которые обозначим $\{y'_n\}_{n=1}^{\theta}$. Также задаются стартовые догадки для параметров λ'_x, λ'_y и k'. Все стартовые догадки вместе можно представить как вектор $\vec{\eta}$ длины $(\theta + K)$, где за K обозначим, для общности, число неизвестных параметров,

$$\vec{\eta} = \left(y'_0, y'_1, \ldots, y'_\theta, \lambda'_x, \lambda'_y, k'\right). \qquad (2)$$

Теперь можно рассчитать модельную траекторию на всём времени наблюдения, используя в качестве начальных условий для переменной x наблюдаемые значения. Координата x этой модельной траектории (обозначим её $\{\xi_n\}_{n=\theta+1}^{N}$) почти наверняка (если только мы не угадали все значения параметров и начальных условий) не будет совпадать с наблюдаемым рядом $\{x_n\}_{n=\theta+1}^{N}$ (оба ряду будут короче на величину времени запаздывания). Тогда можно записать целевую функцию, характеризующую суммарный квадрат отклонения модельной реализации от наблюдаемой,

$$S(\vec{\eta}) = \sum_{n=\theta+1}^{N} (x_n - \xi_n)^2 . \qquad (3)$$

Для минимизации этой функции можно воспользоваться одним из классических алгоритмов [15]. В нашем случае можно использовать стандартный метод Ньютона, поскольку градиент $\vec{g}$ и матрица Гессе $\hat{H}$ для функции (3) могут быть получены численно. Для расчёта градиента методом центральной разности достаточно сделать для каждой переменной η_i малую поправку $\delta\eta_i$ и рассчитать g_i по приближённой формуле

$$g_i \approx \frac{S(\eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_i + \delta\eta_i, \ldots \eta_{\theta+K}) - S(\eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_i - \delta\eta_i, \ldots \eta_{\theta+K})}{2\delta\eta_i}. \quad (4)$$

Для этого придётся $2(\theta + K)$ раз рассчитать модельную траекторию.

Аналогичным образом можно численно оценить каждую компоненту $h_{i,j}$ матрицы Гессе $\hat{H}$, но поправки нужно давать одновременно к двум компонентам вектора $\vec{\eta}$

$$\begin{aligned}
&h_{i,j} \approx (S_{i+j+} - S_{i+j-} - S_{i-j+} + S_{i-j-}) / (4\delta\eta_i\delta\eta_j),\\
&S_{i+j+} = S(\eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_i + \delta\eta_i, \ldots, \eta_j + \delta\eta_j, \ldots \eta_{\theta+K}),\\
&S_{i+j-} = S(\eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_i + \delta\eta_i, \ldots, \eta_j - \delta\eta_j, \ldots \eta_{\theta+K}),\\
&S_{i-j+} = S(\eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_i - \delta\eta_i, \ldots, \eta_j + \delta\eta_j, \ldots \eta_{\theta+K}),\\
&S_{i-j-} = S(\eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_i - \delta\eta_i, \ldots, \eta_j - \delta\eta_j, \ldots \eta_{\theta+K}).
\end{aligned} \quad (5)$$

Для этого придётся рассчитать траекторию модели ещё $4(\theta + K)^2$ раз.

Имея матрицу Гессе и градиент, можно вычислить вектор поправок $\vec{\Delta\eta}$ к стартовым догадкам, решив систему линейных уравнений

$$\hat{H}\vec{\Delta\eta} = -\vec{g}. \quad (6)$$

После этого нужно модифицировать стартовые догадки $\vec{\eta}$, добавив к ним вектор поправок, и рассчитать целевую функцию (3). Далее все действия нужно повторять уже с новыми догадками. Критерием остановки может служить условие, когда догадки $\vec{\eta}$ на очередном шаге практически перестанут изменяться,

$$\left| S(\vec{\eta}) - S(\vec{\eta} + \vec{\Delta\eta}) \right| < \varepsilon^2, \quad (7)$$

где ε – это точность, выбранная заранее.

Метод требует большого числа расчётов: $(4(\theta + K)^2 + 2(\theta + K) + 1)$ расчётов реализации плюс решение системы $(\theta + K)$ линейных уравнений на каждом шаге. Однако современные вычислительные машины вполне способны получить результат за разумное время, поскольку в действительности сходимость может обеспечиваться только при достаточно малых длинах ряда N и временах запаздывания θ.

3. Результаты

От системы (1) генерировалась реализация длиной в $N = 100$ точек (10 единиц безразмерного времени), что составляло около 3.5 периодов колебаний (рис. 1). Реализации близки к монохроматическим. Далее задавались стартовые догадки $\vec{y}'$ для начальных условий в виде отрезка длиною $\theta = 10$. Изначально все стартовые догадки задавались идентичными и равными 0: $y'_i = 0$, потом вместо 0 использовали среднее значение по наблюдаемой координате $\overline{x}$. Однако оба этих подхода не принесли успеха даже при стартовых догадках для всех параметров, равных их истинным значениям.

Тогда было решено приблизить стартовые догадки к истинным значениям, используя априорные знания о модели (1). Период колебаний подсистемы X составляет порядка 3 единиц безразмерного времени (30 точек), что существенно больше времени запаздывания. В предположении, что период колебаний ведущей подсистемы Y несущественно отличается от периода подсистемы X, было решено ограничиться представлением исходных стартовых догадок в виде отрезка прямой вида $y'_i = \alpha_1 i\Delta t + \alpha_0$, где значения параметров α_0 и α_1 подбирались эмпирически. Такой подход позволил восстановить модель (1) при достаточно произвольных стартовых догадках с высокой точностью. Например, для реализации, приведённой на рис. 1, реконструкция удалась при следующих стартовых догадках: $\lambda'_x = 2.31$, $\lambda'_y = 2.66$, $k' = 0.21$, $\alpha_0 = 0.65$, $\alpha_1 = 0.06$. Реконструированные значения параметров (обозначены знаком «тильда») составили $\tilde{\lambda}_x = 2.399949$, $\tilde{\lambda}_y = 2.549957$, $\tilde{k} = 0.300044$ при истинных значениях $\lambda_x = 2.4$, $\lambda_y = 2.55$, $k = 0.3$.

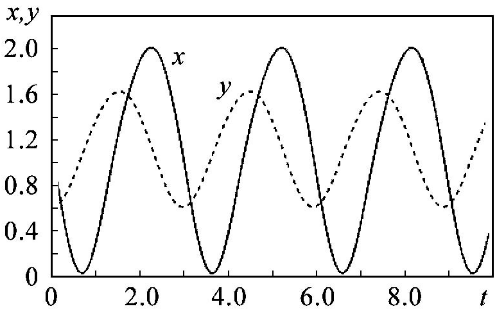


Рис. 1. Временные ряды модели (1): реализация ведущей подсистемы $y(t)$ и ведомой подсистемы $x(t)$ при значениях параметров $\lambda_x = 2.4$, $\lambda_y = 2.55$, $k = 0.3$, $\tau = 1$

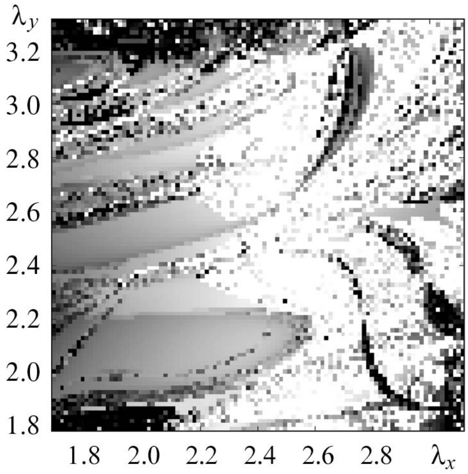


Рис. 2. Зависимость точности реконструкции параметров Δ_r системы (1) от стартовых догадок для параметров нелинейности λ_x и λ_y при фиксированных стартовых догадках для параметра связанности $k' = 0.3$ и стартовых догадках для скрытой переменной на времени запаздывания. Белый цвет соответствует $\Delta_r = 0$, чёрный цвет – $\Delta_r \geqslant 1$, различные градации серого – промежуточным значениям $0 < \Delta_r < 1$

Чтобы понять, насколько достигнутый успех реконструкции случаен, необходимо провести реконструкцию при многих различных стартовых догадках. В работе [11] ранее было показано, что для систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, на успех можно надеяться даже при достаточно удалённых от истинных значений стартовых догадках. Мы воспользовались предложенным в [11] подходом: зафиксировали стартовую догадку для параметра связи, равной истинному значению, стартовые догадки для скрытой переменной были выбраны в виде отрезка прямой с коэффициентами $\alpha_0 = 0.65$, $\alpha_1 = 0.06$, а стартовые догадки для параметров λ_x и λ_y варьировали в широких пределах. В качестве меры сходимости алгоритма было использовано нормированное на истинные значения расстояние в пространстве параметров от реконструированных значений до истинных Δ_r

$$\Delta_r = \sqrt{\left(\frac{\lambda_x - \tilde{\lambda}_x}{\lambda_x}\right)^2 + \left(\frac{\lambda_y - \tilde{\lambda}_y}{\lambda_y}\right)^2 + \left(\frac{k - \tilde{k}}{k}\right)^2}. \tag{8}$$

Чтобы охарактеризовать двумерную зависимость $\Delta_r(\lambda'_x, \lambda'_y)$, использованы градации серого (рис. 2). На рисунке представлены результаты исследования сходимости метода при 10000 различных стартовых догадок для параметров λ_x и λ_y. Достижение глобального минимума оценивалось по ошибке аппроксимации ε, значения ε по порядку величины равные точности представления данных (6 знаков после десятичного разделителя), рассматривались как признак того, что метод сошелся к глобальному минимуму. Дополнительно контролировалась точность реконструкции параметров. Из рисунка видно, что при отклонении стартовых догадок на ± 50 % от истинных значений параметров для более, чем четверти из них (27.46 % от общего числа рассмотренных), метод сходится к глобальному минимуму.

Заключение

Реконструкция при наличии скрытых переменных – всегда довольно специфичная задача, поскольку все существующие подходы предполагают глобальную оптимизацию в пространстве довольно большой размерности за счёт включения стартовых догадок для скрытых переменных в число неизвестных параметров. Например, при реконструкции систем Рёсслера и Лоренца в [10, 11] эта размерность составляла 4 или 5. В случае систем с запаздыванием эта размерность гораздо больше, поскольку даже при наличии одной задержанной скрытой переменной нужно задать стартовые догадки на всём времени запаздывания. В рассмотренном здесь достаточно простом случае размерность пространства, в котором осуществлялась оптимизация, равнялась 13. Однако глобальная оптимизация в пространстве такой большой размерности обычно очень затруднена наличием огромного числа локальных минимумов.

В данной работе удалось добиться успеха для достаточно простой системы из связанных систем с запаздыванием первого порядка с квадратичной нелинейностью, благодаря сочетанию простоты рассматриваемого объекта и ряду алгоритмических приёмов. Использование сравнительно короткого ряда увеличило шансы на сходимость, как это было показано в [11]. Периодический режим колебаний в исследуемой системе, в котором длина периода почти втрое превосходит время запаздывания, дал возможность придумать несложную аппроксимацию в виде отрезка для всех стартовых догадок для скрытой переменной. Довольно большой коэффициент связи между системами и близость частот собственных колебаний обеспечили значительное влияние ведущей системы на ведомую, а значит, большой объём информации о ведущей системе в сигнале ведомой, что помогло реконструкции по короткому ряду. Сканирование в пространстве стартовых догадок для параметров нелинейной функции показало, что даже при ошибке по обоим параметрам в полтора-два раза можно рассчитывать на успех примерно в четверти случаев. На практике этого достаточно, поскольку возможности современной вычислительной техники позволяют провести нужный перебор за разумное время.

В данной работе время запаздывания считается известным. К настоящему времени предложено уже довольно много подходов к его реконструкции для систем как в хаотическом [16], так и периодическом [14, 17] режимах, а также для связанных систем [12, 18]. Однако, даже если используемый метод даёт не совсем точное значение времени запаздывания, можно повторять процедуру реконструкции, используя полученную этими методами оценку запаздывания как пробное значение. Перебор в небольшом диапазоне вокруг исходной догадки не усложнит вычисления принципиально, при этом истинному значению запаздывания будет соответствовать минимум ошибки аппроксимации ε. Включать запаздывание в число неизвестных параметров нельзя по двум причинам. Во-первых, от его величины зависит размер вектора стартовых догадок для скрытой переменной: как проводить оптимизацию функции переменного числа аргументов – неясно. Во-вторых, время запаздывания по построению метода дискретно и изменяется кратно шагу выборки, а все остальные параметры могут изменяться непрерывно.

Перспектива расширения предложенного подхода на более сложные системы с запаздыванием зависит, в первую очередь, от того, насколько удастся учесть их специфику. Главное – суметь составить вектор стартовых догадок для скрытых переменных, поскольку даже в рассмотренном случае из 13 переменных, участвовавших в оптимизации, 10 относились к скрытой переменной. Для систем в хаотическом режиме нужно будет использовать подход для генерации стартовых догадок более сложный, чем предложенный здесь, поскольку у таких систем на одно время запаздывания будет приходиться, как правило, больше одного колебания.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 14-12-00291.

Библиографический список

1. *Swameye I., Müller T.G., Timmer J., et al.* Identification of nucleocytoplasmic cycling as a remote sensor in cellular signaling by data based modeling // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 2003. Vol. 100. P. 1028–1033.
2. *Вольнова А.Б., Ленков Д.Н.* Абсансная эпилепсия: Механизмы гиперсинхронизации нейронных ансамблей // Медицинский академический журнал. 2012. 12(1). P. 7–19.
3. *Jensen K. S., Mosekilde E., Holstein-Rathlou N.-H.* Self-sustained oscillations and chaotic behaviour in kidney pressure regulation // Mondes Develop. 1986. 54/55. P. 91–109.
4. *Glass L., Mackey M.C.* Pathological physiological conditions resulting from instabilities in physiological control systems // Ann. NY. Acad. Sci. 1979. 316:214–235.
5. *Milton J., Jung P.* Epilepsy as a Dynamical Disease. New York: Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2003.
6. *Jimmy H. Talla Mbé, Alain F. Talla, Geraud R. Goune Chengui, Aurélien Coillet, Laurent Larger, Paul Woafo, Yanne K. Chembo.* Mixed-mode oscillations in slow-fast delayed optoelectronic systems // Phys. Rev. E. 2015. Vol. 91. 012902.
7. *Хорев В.С., Прохоров М.Д., Пономаренко В.И.* Оценка времени задержки и величины обратной связи полупроводникового лазера с оптической обратной связью по временным рядам интенсивности излучения // Письма в ЖТФ. 2016. Т. 42, вып. 3. С. 68–75.
8. *Gouesbet G., Letellier C.* Global vector-field approximation by using a multivariate polynomial approximation on nets // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 49. P. 4955–4972.
9. *Packard N, Crutchfield J, Farmer J and Shaw R,* Geometry from a time series // Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 45. P. 712–716.
10. *Baake E., Baake M., Bock H.G., and Briggs K.M.* Fitting ordinary differential equations to chaotic data // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 45, N.8. P. 5524–5529.
11. *Безручко Б.П., Смирнов Д.А., Сысоев И.В.* Реконструкция при наличии скрытых переменных (модифицированный алгоритм Бока) // Изв. вузов. ПНД. 2004. Т. 12, № 6. С. 93–104.
12. *Prokhorov M.D., Ponomarenko V.I.* Estimation of coupling between time-delay systems from time series // Phys. Rev. E. 2005. Vol. 72. 016210.
13. *Rontani D., Locquet A., Sciamanna M., Citrin D.S., Ortin S.* Time-delay identifica-

tion in a chaotic semiconductor laser with optical feedback: A dynamical point of view // IEEE Journal of Quantum Electronics. 2009. Vol. 45, N.7. P. 879–891.

14. *Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D.* Recovery of systems with a linear filter and nonlinear delay feedback in periodic regimes // Physical Review E. 2008. Vol. 78. 066207.
15. *Жиглявский А.А., Жилинкас А.Г.* Методы поиска глобального экстремума. М.: Наука, Физматлит, 1991.
16. *Prokhorov M.D., Ponomarenko V.I., Karavaev A.S., Bezruchko B.P.* Reconstruction of time-delayed feedback systems from time series // Physica D. 2005. Vol. 203, N.3–4. P. 209–223
17. *Prokhorov M.D., Ponomarenko V.I.* Reconstruction of time-delay systems using small impulsive disturbances // Phys. Rev. E. 2009. Vol. 80, N.6. 066206.
18. *Пономаренко В.И., Прохоров М.Д.* Восстановление уравнений связанных систем с запаздыванием по временным рядам // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31, вып. 2. С. 41–48.

References

1. Swameye I., Müller T.G., Timmer J., et al. Identification of nucleocytoplasmic cycling as a remote sensor in cellular signaling by data based modeling. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA.* 2003. Vol. 100. P. 1028–1033.
2. Volnova A.B., Lenkov D.N. Absence epilepsy: Mechanisms of hypersynchronization of neuronal networks. *Med. Acad. J.* 2012. Vol. 12, Iss. 1. P.7–19 (in Russian).
3. Jensen K.S., Mosekilde E., Holstein-Rathlou N.-H. Self-sustained oscillations and chaotic behaviour in kidney pressure regulation. *Mondes Develop*. Vol. 54/55. P. 91–109.
4. Glass L., Mackey M.C. Pathological physiological conditions resulting from instabilities in physiological control systems. *Ann. NY. Acad. Sci.* 1979. Vol. 316. P. 214–235.
5. Milton J., Jung P. Epilepsy as a Dynamical Disease. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003.
6. Jimmi H. Talla Mbe, Alain F. Talla, Geraud R. Goune Chengui, Aurelien Coillet, Laurent Larger, Paul Woafo, Yanne K. Chembo. Mixed-mode oscillations in slow-fast delayed optoelectronic systems. *Phys. Rev. E.* 2015. Vol. 91. 012902.
7. Khorev V.S., Prokhorov M.D., Ponomarenko V.I. Determination of the delay time and feedback strength of a semiconductor laser with optical feedback from time series of radiation intensity. *Technical Physics Letters*. 2016. Vol. 42, Iss. 3. P. 68–75 (in Russian).
8. Gouesbet G., Letellier C. Global vector-field approximation by using a multivariate polynomial approximation on nets. *Phys. Rev. E.* 1994. Vol. 49. P. 4955–4972.
9. Packard N., Crutchfield J., Farmer J., Shaw R. Geometry from a time series. *Phys. Rev. Lett.* 1980. Vol. 45. P. 712–716.
10. Baake E., Baake M., Bock H.G., Briggs K.M. Fitting ordinary differential equations to chaotic data. *Phys. Rev. A*. 1992. Vol. 45, Iss. 8. P. 5524–5529.
11. Bezruchko B.P., Smirnov D.A., Sysoev I.V. Reconstruction with hidden variables: Modified Bock's approach. *Izv. VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2004. Vol. 12, Iss. 6. P. 93–104 (in Russian).
12. Prokhorov M.D., Ponomarenko V.I. Estimation of coupling between time-delay systems from time series. *Phys. Rev. E*. 2005. Vol. 72. 016210.

13. Rontani D., Locquet A., Sciamanna M., Citrin D.S., Ortin S. Time-delay identification in a chaotic semiconductor laser with optical feedback: A dynamical point of view. *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 2009. Vol. 45, Iss. 7. P. 879–891.
14. Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D. Recovery of systems with a linear filter and nonlinear delay feedback in periodic regimes. *Phys. Rev. E*. 2008. Vol. 78. 066207.
15. Zhiglyavskiy A.A., Zhilinskas A.G. Methods of Finding the Global Extremum. Moscow: Nauka, FizMatLit, 1991. 248 p.
16. Prokhorov M.D., Ponomarenko V.I., Karavaev A.S., Bezruchko B.P. Reconstruction of time-delayed feedback systems from time series. *Physica D*. 2005. Vol. 203, Iss. 3–4. P. 209–223.
17. Prokhorov M.D., Ponomarenko V.I. Reconstruction of time-delay systems using small impulsive disturbances. *Phys. Rev. E*. 2009. Vol. 80, Iss. 6. 066206.
18. Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D. Recovery of equations of coupled time-delay systems from time series. *Technical Physics Letters*. 2005. Vol. 31, Iss. 1. P. 64-67.

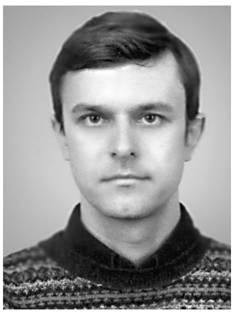
Поступила в редакцию 28.11.16
После доработки 9.01.2017

Сысоев Илья Вячеславович – родился в Саратове (1983), окончил факультет нелинейных процессов СГУ (2004), защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук (2007). Доцент базовой кафедры динамического моделирования и биомедицинской инженерии, ответственный секретарь редакционной коллегии журнала «Известия вузов. ПНД». Научные интересы – исследование сигналов биологической природы методами нелинейной динамики, исследование эффективности и модернизация подходов к анализу сигналов. Автор более 40 публикаций.

410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
410019 Саратов, ул. Зеленая, 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН
E-mail: ivssci@gmail.com

Пономаренко Владимир Иванович – родился в Саратове (1960). Окончил Саратовский государственный университет (1982). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1992) и доктора физико-математических наук (2008). Ведущий научный сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники РАН. Профессор кафедры динамических систем СГУ. Область научных интересов – статистическая радиофизика, анализ временных рядов, нелинейная динамика и ее приложения. Автор более 200 научных публикаций.

410019 Саратов, ул. Зеленая, 38
Саратовский филиал ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН
410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: ponomarenkovi@gmail.com



Прохоров Михаил Дмитриевич – родился в Саратове (1968). Окончил Саратовский государственный университет (1992). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1997) и доктора физико-математических наук (2008). Заведующий лабораторией Саратовского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН. Область научных интересов – нелинейная динамика и ее приложения, математическое моделирование, анализ временных рядов. Имеет более 200 научных публикаций.

410019 Саратов, ул. Зеленая, 38
Саратовский филиал ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН
E-mail: mdprokhorov@yandex.ru