

## ШУМЫ В ЛАМПЕ НА ПОГЛОЩЕНИИ, ВЫЗВАННЫЕ ФЛУКТУАЦИЯМИ В ЭЛЕКТРОННОМ ПОТОКЕ

Д. И. Трубецков<sup>1,2</sup>, А. А. Фунтов<sup>1</sup>, Н. В. Чижмотря<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Саратовский национальный исследовательский  
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского  
Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83

<sup>2</sup>Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31

E-mail: dtrubetskov@yahoo.com, aafuntov@mail.ru, n.v.chizhmotrya@gmail.com

Поступила в редакцию 28.06.2017

В данной работе исследуются шумы в усилителе на поглощении – вакуумном СВЧ приборе, в котором усиление происходит благодаря сдвигу фаз между электронным потоком и переменными составляющими поля, возникающего благодаря присутствию поглощающих стенок. Следует отметить, что в лампе на поглощении, называемой также резистивным усилителем, отсутствует необходимость в замедляющей системе и что почти полностью отсутствует обратная связь между выходом и входом.

В последнее время к нему вновь проявлено внимание, в частности из-за возможности использования метаматериалов, увеличивающих коэффициент усиления. В ранних работах на основе экспериментальных данных упоминалось, что усилитель на поглощении имеет довольно высокие шумы, однако теоретическая оценка проведена не была.

Исследуется линейная теория устройства с бесконечно широким электронным потоком при учете только нарастающей волны. Получено выражение для коэффициента усиления и проведена оценка фактора шума в предположении, что лампа имеет резонаторное входное и выходное устройства, и что шумы вызваны некоррелированными флуктуациями тока и скорости в отсутствие минимума потенциала.

В настоящей работе впервые проведена теоретическая оценка фактора шума усилителя на поглощении.

Показано, что при рассмотренных параметрах коэффициент усиления может достигать более 20 dB при длине резистивной секции равной 30 см, а фактор шума достигает 24 dB.

При введенных в данной работе допущениях и при взятых для расчета типичных параметрах катода и резонаторов получен довольно большой фактор шума при достаточно высоком коэффициенте усиления.

*Ключевые слова:* Резистивный усилитель, линейная теория, шумы в электронных потоках.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-51-58

*Образец цитирования:* Трубецков Д.И., Фунтов А.А., Чижмотря Н.В. Шумы в лампе на поглощении, вызванные флуктуациями в электронном потоке // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 4. С. 51–58. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-51-58

# NOISES IN RESISTIVE WALL AMPLIFIER, CAUSED BY FLUCTUATIONS IN THE ELECTRON BEAM

*D. I. Trubetskov<sup>1,2</sup>, A. A. Funtov<sup>1</sup>, N. V. Chizmotrya<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Saratov State University

83, Astrakhanskaya str., 410012 Saratov, Russia

<sup>2</sup>National Research Nuclear University «MEPhI»

31, Kashirskoe shosse, 115409 Moscow, Russia

E-mail: dtrubetskov@yahoo.com, aafuntov@mail.ru, n.v.chizmotrya@gmail.com

*Received 28.06.2017*

In this paper, noise in resistive wall amplifier – vacuum microwave device is studied, in which the gain is due to the phase shift between the electron beam and the alternating field components due to the presence of absorbing walls. It should be noted that in resistive wall amplifier, there is no need for a slowing system and that almost completely there is completely lacks the feedback between the output and the input.

Recently, attention has been paid to it, in particular, because of the possibility of using metamaterials that increase the gain factor. In early works, on the basis of experimental data, it was mentioned that resistive wall amplifier has rather high noises, but no theoretical estimate has been made.

The linear theory of a device with an infinitely wide electronic flow is considered when only an increasing wave is taken into account. An expression for the gain was obtained and an estimate of the noise factor was made assuming that the lamp has a resonant input and output device and that the noise is caused by uncorrelated current and velocity fluctuations in the absence of a minimum potential.

In the present work, the theoretical estimation of the noise factor of the amplifier for absorption was carried out for the first time.

It is shown that with the parameters considered, the gain can reach more than 20 dB for a resistor section length equal to 30 cm, and the noise factor reaches 24 dB.

With the assumptions introduced in this paper and the typical parameters of the cathode and resonators taken to calculate, a rather large noise factor is obtained at a sufficiently high gain.

*Keywords:* Resistive wall amplifier, linear theory, noise.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-51-58

*Paper reference:* Trubetskov D.I., Funtov A.A., Chizmotrya N.V. Noises in resistive wall amplifier, caused by fluctuations in the electron beam. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2017. Vol. 25. Issue 4. P. 51–58. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-51-58

## Введение

В последнее время вновь проявлен интерес к усилителю на поглощении (резистивному усилителю), поскольку появилась возможность обход технологических трудностей его изготовления за счет применения метаматериалов [1, 2]. В связи с этим представляется важным теоретически оценить фактор шума  $F$  усилителя, поскольку имеются лишь экспериментальные результаты по данному параметру из ранних работ [3].

Цель данной работы состоит в анализе зависимостей фактора шума  $F$  усилителя на поглощении от его параметров. Для фактора шума используется выражение из работы [4]

$$F = 10 \lg \left| 1 + \frac{|E_{j,v}|^2}{|E_T|^2} \right|, \quad (1)$$

где  $\overline{|E_{j,v}|^2}$  – среднеквадратичное значение амплитуды поля (определяемое на входе в пространство взаимодействия), создаваемое флуктуациями тока и скорости в электронном потоке;  $\overline{|E_T|^2}$  – среднеквадратичное значение амплитуды поля, возбуждаемого тепловыми флуктуациями в источнике сигнала (определенными на входе в пространство взаимодействия).

## 1. Дисперсионное уравнение и расчет амплитуд парциальных волн

Для расчета полей, возбуждаемых в усилителе предварительно модулированным по плотности и по скорости электронным потоком, рассмотрим модель с резонаторными входным и выходным устройствами (рис. 1). Пусть бесконечно широкий электронный поток движется вдоль оси  $x$  и пронизывает сетки входного резонатора. Предполагается, что условия для возникновения усиления на поглощении появляются в пространстве за модулирующими сетками.

В одномерном и линейном приближении из уравнения движения, уравнения непрерывности и выражения для плотности тока получаем

$$\tilde{v} = -i \frac{\eta E_x}{\omega - \beta v_0}, \quad (2)$$

$$\tilde{j} = -i \frac{\omega_p^2 \varepsilon_0 E_x}{\omega (1 - \beta/\beta_e)^2}, \quad (3)$$

где  $\eta$  – удельный заряд электрона;  $v_0$  – постоянная составляющая скорости потока;  $\tilde{v}$ ,  $\tilde{j}$  – переменные составляющие скорости и плотности тока;  $E_x$  – переменная амплитуда напряженности электрического поля;  $\beta_e = \omega/v_0$ ;  $\omega_p^2 = \eta\rho_0/\varepsilon_0$ ;  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума;  $\omega_p$  – плазменная частота для бесконечно широкого потока. Считаем, что средний заряд электронов потока скомпенсирован ионным фоном, а все переменные величины изменяются по закону  $e^{i(\omega t - \beta x)}$ , где  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\omega$  – угловая частота,  $\beta$  – постоянная распространения. Заметим, что вместо  $\omega_p$  можно ввести  $\omega_q = \omega_p R(\beta_e, r)$ , где  $R$  – фактор редукции, учитывающий конечные размеры потока,  $r$  – характерный геометрический размер.

В рамках одномерного приближения находим, что

$$\tilde{j} + \varepsilon_k i \omega E_x = 0, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_k$  – комплексная проницаемость,  $\varepsilon_k = \varepsilon (1 - i\sigma/(\omega\varepsilon))$ ,  $\sigma$  – проводимость среды.

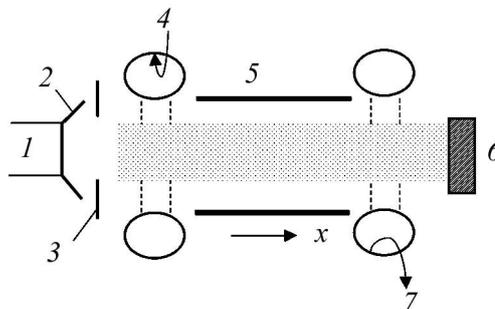


Рис. 1. Модель резистивного усилителя с резонаторным входным и выходным устройствами: 1 – катод, 2 – фокусирующий электрод, 3 – ускоряющий электрод, 4 – входной сигнал, 5 – среда с комплексной диэлектрической проницаемостью, 6 – коллектор, 7 – выходной сигнал

Fig. 1. The model of resistive wall amplifier with resonator-like input and output devices: 1 – cathode, 2 – focusing electrode, 3 – accelerating electrode, 4 – input signal, 5 – the medium with complex permittivity, 6 – collector, 7 – output signal

Подставив (3) в (4) с учетом выражения для  $\varepsilon_k$ , получим дисперсионное уравнение

$$1 = \frac{\omega_q^2}{\varepsilon' [1 - i\sigma/(\omega\varepsilon)] (\omega - \beta v_0)^2}, \quad (5)$$

где  $\varepsilon' = \varepsilon/\varepsilon_0$ .

Решение уравнения (5) имеет вид  $\beta = (\beta_e \pm \beta_q)/\sqrt{\varepsilon_k/\varepsilon_0}$ , где  $\beta_q = \omega_q/v_0$ . Его удобно переписать следующим образом:

$$\beta = \beta_e \pm \beta_q(p + iq) / \sqrt{\varepsilon'} = \beta_e + \beta_q \xi_{1,2} \quad (6)$$

или

$$\beta_1 = \beta_e + \beta_q (\operatorname{Re} \xi_1 + i \operatorname{Im} \xi_1),$$

$$\beta_2 = \beta_e - \beta_q (\operatorname{Re} \xi_1 + i \operatorname{Im} \xi_1),$$

где  $\xi_1 = -\xi_2 = (p + iq)/\sqrt{\varepsilon'}$ ,  $p = (1/\sqrt{2})\sqrt{\sqrt{1 + [\sigma/(\omega\varepsilon)]^2 + 1} / \sqrt{1 + [\sigma/(\omega\varepsilon)]^2}}$ ,  
 $q = (1/\sqrt{2})\sqrt{\sqrt{1 + [\sigma/(\omega\varepsilon)]^2} - 1} / \sqrt{1 + [\sigma/(\omega\varepsilon)]^2}$ .

Решения для скорости и плотности тока запишем с учетом (2) и (3) в виде

$$\tilde{v} = -i\eta \sum_{n=1}^2 \frac{E_n e^{i(\omega t - \beta_n x)}}{\omega - \beta_n v_0}, \quad \tilde{j} = -i\omega\omega_q^2 \varepsilon_0 \sum_{n=1}^2 \frac{E_n e^{i(\omega t - \beta_n x)}}{(\omega - \beta_n v_0)^2}, \quad (7)$$

где  $E_i$  – амплитуды парциальных волн при  $x = 0$  и  $t = 0$ . На входе в секцию с комплексной диэлектрической проницаемостью ( $x = 0$ ) соотношения (7) принимают вид

$$E_1 - E_2 = i \frac{\omega_q \xi_1}{\eta} \tilde{v}(0), \quad E_1 + E_2 = i \frac{\xi_1^2}{\omega \varepsilon_0} \tilde{j}(0). \quad (8)$$

Решив систему (8), после простых преобразований получим

$$E_{1,2} = \frac{i\xi_1^2}{2} \left( \frac{\tilde{j}(0)}{\omega \varepsilon_0} \pm \frac{\omega_q \tilde{v}(0)}{\eta \xi_1} \right), \quad (9)$$

Для модулей квадратов амплитуд парциальных волн находим

$$|E_{1,2}|^2 = A^2 |\xi_1|^4 \left[ \left( \frac{\eta}{\omega_q \omega \varepsilon_0} \tilde{j}(0) \pm \frac{\tilde{v}(0)}{2 \operatorname{Re} \xi_1} \right)^2 + \left( \frac{\eta (\operatorname{Re}^2 \xi_1 - \operatorname{Im}^2 \xi_1)}{2 \omega_q \omega \varepsilon_0 \operatorname{Re} \xi_1 \operatorname{Im} \xi_1} \tilde{j}(0) \pm \frac{\tilde{v}(0)}{2 \operatorname{Im} \xi_1} \right)^2 \right], \quad (10)$$

где  $A = \frac{\text{Re}\xi_1 \text{Im}\xi_1}{|\xi_1|^2} \frac{\omega_q}{\eta}$ . Подставив (9) в (7), получим

$$\begin{aligned}\tilde{v} &= \frac{\xi_1 \eta}{2\omega_q} e^{i(\omega t - \beta_e x)} \left[ -e^{-i\beta_q \xi_1 x} \left( \frac{\tilde{j}(0)}{\omega \varepsilon_0} + \frac{\omega_q \tilde{v}(0)}{\eta \xi_1} \right) + e^{i\beta_q \xi_1 x} \left( \frac{\tilde{j}(0)}{\omega \varepsilon_0} - \frac{\omega_q \tilde{v}(0)}{\eta \xi_1} \right) \right], \\ \tilde{j} &= \frac{\omega \varepsilon_0}{2} e^{i(\omega t - \beta_e x)} \left[ e^{-j\beta_q \xi_1 x} \left( \frac{\tilde{j}(0)}{\omega \varepsilon_0} + \frac{\omega_q \tilde{v}(0)}{\eta \xi_1} \right) + e^{i\beta_q \xi_1 x} \left( \frac{\tilde{j}(0)}{\omega \varepsilon_0} - \frac{\omega_q \tilde{v}(0)}{\eta \xi_1} \right) \right].\end{aligned}\quad (11)$$

## 2. Расчёт коэффициента усиления

Для оценки коэффициента усиления по напряжению воспользуемся формулой из монографии [5] для случая резонатора, настроенного на частоту сигнала,

$$U_2/U_1 = -Y_e/G_2,$$

где  $U_{1,2}$  – переменное напряжение во входном и выходном резонаторах, соответственно;  $G_2$  – активная параллельная проводимость выходного резонатора;  $Y_e = iI_0 \tilde{j}/(j_0 U_1)$  – электронная проводимость потока в выходном резонаторе;  $I_0, j_0$  – постоянные составляющие тока и плотности тока потока.

Из закона сохранения энергии следует, что

$$\frac{(v_0 + \tilde{v}(0))^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} = v_0 \tilde{v}(0) = \eta U_1. \quad (12)$$

С учетом (11) и (12) выражение для  $Y_e$  в случае бесконечно тонкого зазора можно записать как  $Y_e = i \frac{I_0}{4V_0} \frac{\omega}{\xi_1 \omega_q} e^{-i\beta_e x} (e^{-i\beta_q \xi_1 x} - e^{i\beta_q \xi_1 x})$ , где  $V_0$  – ускоряющее напряжение. Тогда коэффициент усиления в случае одной нарастающей волны примет вид

$$G = 20 \lg \left| \frac{C}{\xi_1} \right| + 8.69 BCN, \quad \text{где } C = \frac{I_0 \omega}{4V_0 G_2 \omega_q}, \quad B = \frac{2\pi \text{Im}\xi_1}{C}, \quad N = \frac{\beta_q x}{2\pi}.$$

## 3. Оценка фактора шума

Произведем оценку фактора шума  $F$  в случае распространения одной нарастающей волны. Предположим, что катод эмитирует электроны в режиме температурного ограничения тока и что на вход пространства поглощающей секции поступает полный некоррелированный дробовой шум. Тогда, если депрессия дробового шума отсутствует, средний квадрат амплитуды плотности тока дробового шума равен

$$\overline{|\tilde{j}(0)|^2} = 2e\Delta f I_0/S,$$

где  $e$  – заряд электрона;  $I_0$  – полный ток электронного потока,  $S$  – площадь поперечного сечения потока,  $\Delta f$  – ширина полосы, в которой находятся составляющие плотности тока, средний квадрат которой равен  $|\tilde{j}(0)|^2$ .

Для расчета среднеквадратичных флуктуаций скорости воспользуемся формулой из работы [4]

$$\overline{|\tilde{v}(0)|^2} = (4 - \pi) \eta k T_c \Delta f / I_0,$$

где  $k$  – постоянная Больцмана,  $T_c$  – температура катода в градусах Кельвина. Тогда, усреднив (10) по ансамблю, получим среднеквадратичное значение амплитуды, создаваемой флуктуациями тока и скорости, в случае одной нарастающей волны

$$\overline{|E_{j,v}|^2} = \frac{|\xi_1|^2}{4} \left( \frac{|\xi_1|^2}{(\omega\varepsilon_0)^2} \frac{2e\Delta f I_0}{S} + (4 - \pi) \left( \frac{\omega_q}{\eta} \right)^2 \frac{\eta k T_c \Delta f}{I_0} \right). \quad (13)$$

Найдем амплитуду нарастающей волны, вызванной тепловыми флуктуациями в источнике сигнала в рамках модели входного устройства, для которой  $\tilde{v}(0) = \eta U(0)/v_0$  (здесь  $U(0)$  – амплитуда флуктуационного напряжения на сетках входного резонатора). Если источник теплового сигнала, имеющий температуру  $T$  в градусах Кельвина, согласован с поглощающей секцией, то мощность тепловых шумов, забираемая от источника, определяется по формуле  $P = kT\Delta f$ . Тогда средний квадрат амплитуды флуктуационного напряжения на сетках имеет вид

$$\overline{|U(0)|^2} = kT\Delta f/G_1, \quad (14)$$

где  $G_1$  – активная параллельная проводимость входного резонатора.

Для вычисления  $\overline{|E_T|^2}$  следует в формуле (10) положить  $\tilde{j}(0) = 0$ . Тогда, из (10) с учетом сказанного и с привлечением соотношения (14) находим

$$\overline{|E_T|^2} = |\xi_1|^2 \left( \frac{\omega_q}{\eta} \right)^2 \frac{\eta k T \Delta f}{4V_0 G_1}. \quad (15)$$

Подставляя (13) и (15) в формулу (1), в случае одной нарастающей волны получим фактор шума

$$F = 10 \lg \left| |\xi_1|^2 \mathbf{a}_1 + (4 - \pi) \mathbf{a}_2 + 1 \right|,$$

где  $\mathbf{a}_1 = (4v_0 e V_0 G_1)/(\varepsilon_0 \omega^2 k T)$ ,  $\mathbf{a}_2 = (2V_0 T_c)/(I_0 T G_1)$ .

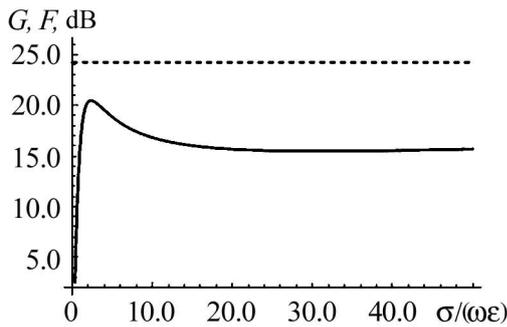


Рис. 2. Зависимости коэффициента усиления (сплошная линия) и фактора шума (пунктирная линия) от  $\sigma/(\omega\varepsilon)$  при  $C = 0.12$ ,  $CN = 0.5$ ,  $\varepsilon' = 10$

Fig. 2. Dependence of the gain (solid line) and noise factor (dotted line) on  $\sigma/(\omega\varepsilon)$ , when  $C = 0.12$ ,  $CN = 0.5$ ,  $\varepsilon' = 10$

На рис. 2 приведены зависимости коэффициента усиления и фактора шума от величины  $\sigma/(\omega\varepsilon)$  в случае учета одной нарастающей волны для лампы с параметрами:  $T = 300$  К,  $T_c = 1160$  К,  $\omega = 2\pi \cdot 2 \cdot 10^9$  1/с,  $G_1 = 4 \cdot 10^{-4}$  1/Ом,  $V_0 = 1$  кВ,  $I_0 = 10$  мА. Таким образом,  $\mathbf{a}_1 = 0.83$ ,  $\mathbf{a}_2 = 309$ . Видно, что коэффициент усиления имеет максимум, а фактор шума слабо зависит от  $\sigma/(\omega\varepsilon)$ , так как при выбранных параметрах (типичных для клистронов) флуктуации скорости вносят много больший вклад в  $F$ , чем флуктуации тока ( $\mathbf{a}_2 \gg \mathbf{a}_1$ ).

## Заключение

Проведена оценка коэффициента усиления и фактора шума при учете нарастающей волны в предположении, что лампа имеет резонаторное входное устройство и что шумы вызваны некоррелированными флуктуациями тока и скорости в отсутствие минимума потенциала. Показано, что при рассмотренных параметрах коэффициент усиления может превышать 20 dB при длине резистивной секции равной 30 см, а фактор шума достигает 24 dB.

## Библиографический список

1. Rowe T., Behdad N., Booske J. // *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2015. Vol. 43, № 7. Pp. 2123–2131.
2. Rowe T., Behdad N., Booske J. // *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2016. Vol. 44, № 10. Pp. 2476–2484.
3. Birdsall C.K., Brewer G.R., Haeff A.V. // *Proceedings of the IRE*. 1953. Vol. 41. Pp. 865–875.
4. Пирс Дж. Лампа с бегущей волной. М.: Сов. радио, 1952. 230 с.
5. Клистроны. М.: Сов. радио, 1952. 226 с.

## References

1. Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers: Theory and particle-in-cell simulation. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2015. Vol. 43, Iss. 7. Pp. 2123–2131.
2. Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifier design using periodically spaced inductive meandered lines. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2016. Vol. 44, Iss.10. Pp. 2476–2484.
3. Birdsall C.K., Brewer G.R., Haeff A.V. The resistive-wall amplifier. *Proceedings of the I.R.E.* 1953. Vol. 41. Pp. 865–875.
4. Pierce J.R. Traveling-wave tubes. *Bell Labs Technical Journal*. 1950. Vol. 29, Iss. 3. Pp. 390–460.
5. Hamilton D.R., Knipp J.K., Kuper J.B.H. Klystrons and microwave triodes. New York: McGraw-Hill, 1948. 533 p. (MIT Radiation Laboratory Series. Volume 7.)



Трубецков Дмитрий Иванович – родился (1938) в Саратове. Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1960). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата (1965) и доктора физико-математических наук в СГУ (1978) в области радиофизики. Заведующий кафедрой электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов СГУ, профессор кафедры прикладной математики НИЯУ МИФИ, член-корреспондент Российской академии наук, заслуженный деятель науки РФ, лауреат премии Президента РФ в области образования. Научный руководитель Лицея прикладных наук и факультета нелинейных процессов СГУ. Область научных интересов: вакуумная электроника и микроэлектроника сверхвысоких частот, теория колебаний и волн, нелинейная динамика, история науки. Автор более двадцати учебных пособий и монографий, а также более двухсот статей в периодической печати.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет  
E-mail: dtrubetskov@yahoo.com



*Фунтов Александр Андреевич* – родился в Балаково Саратовской области (1992). Окончил СГУ (2014). В настоящее время – аспирант кафедры электроники колебаний и волн. Автор шести научных публикаций. Область научных интересов – вакуумная СВЧ-электроника.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет  
E-mail: aafuntov@mail.ru



*Чижмотря Николай Владимирович* – родился (1994) в Саратове, окончил Саратовский государственный университет им. Чернышевского (2017). Имеет диплом бакалавра по направлению 03.03.03 «Радиофизика» и диплом магистра по направлению 03.04.03 «Радиофизика». Область научных интересов – теория колебаний и волн, электроника СВЧ.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет  
E-mail: n.v.chizmotrya@gmail.com