

## О ВОЗМОЖНОМ ТЕОРЕТИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ В ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЛБВ И ПРИБОРОВ, СОДЕРЖАЩИХ МЕТАМАТЕРИАЛЫ

*Н. В. Чижмотря*

Саратовский национальный исследовательский  
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского  
Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, д. 83, корп. 8  
E-mail: n.v.chizhmotrya@gmail.com

*Поступила в редакцию 1.07.2017*

В работе представлен краткий обзор теории устройств, использующих диэлектрик в качестве электродинамической системы. Основной акцент сделан на рассмотрении диэлектрического лазера Черенкова и усилителя на поглощении. Обращение к рассмотрению данных устройств связано прежде всего с перспективой их применения в коротковолновой части диапазона. Описан принцип действия диэлектрического лазера Черенкова на примере двумерной модели с планарной геометрией, анализ которой был проведен с помощью теории малого сигнала и ограничен рассмотрением ТМ мод. Получение дисперсионного уравнения для планарного диэлектрического лазера Черенкова заключалось в шивании полей на границах раздела сред. Указаны основные преимущества данного устройства, в частности, достаточно большое усиление и возможность перестройки в широком диапазоне частот. Описаны основные недостатки и возможности их устранения с помощью включения метаматериала в геометрию диэлектрического лазера Черенкова. Представлено краткое описание изитрона, который по сути являлся первым устройством, использующим метаматериал. Отдельное внимание уделено анализу усилителя на поглощении, в котором достаточно большое усиление и широкая полоса пропускания прибора сочетаются с возможным избавлением от технологических трудностей его изготовления за счет использования метаматериалов. Рассмотрена одномерная модель усилителя на поглощении с комплексной резистивной средой и резонаторными входным и выходным устройствами. Получено дисперсионное уравнение для данного случая и выражение для расчета коэффициента усиления прибора. Построены зависимости параметра изменения плазменной частоты и усиления от характеристик среды.

*Ключевые слова:* Диэлектрик, диэлектрический лазер Черенкова, метаматериал, изитрон, усилитель на поглощении.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-59-70

*Образец цитирования:* Чижмотря Н.В. О возможном теоретическом подходе в линейной теории диэлектрической ЛБВ и приборов, содержащих метаматериалы // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 4. С. 59–70. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-59-70

# ABOUT POSSIBLE THEORETICAL APPROACH IN THE LINEAR THEORY OF DIELECTRIC TWT AND DEVICES CONTAINING METAMATERIALS

*N. V. Chizhmotrya*

National Research Saratov State University  
83, Astrakhanskaya str., 410012 Saratov, Russia  
E-mail: n.v.chizhmotrya@gmail.ru

*Received 1.07.2017*

In this paper we present overview of devices using a dielectric as a slow-wave structure. There are increased focus on consideration of dielectric Cherenkov maser (DCM) and resistive-wall amplifier (RWA). This type of devices may be advance in THz range. The principle of the DCM operation is described by two-dimensional planar model with the indication of main advantages of this device. In particular, there are sufficiently large gain and possibility of great tunability range (by varying the beam voltage). And furthermore, main problems and the possibility of their solving with the use of metamaterials are provided in the article. A dispersion relation for planar DCM is obtained by using small signal theory, which was limited to TM modes. Brief description of easitron is presented, which was the first device using metamaterial. Resistive-wall amplifier is a high-power design with a large bandwidth. One of the main shortcomings of RWA is difficulties of manufacturing. The analysis of this device using the one-dimensional model with resonating input and output elements, in this regard was also highlighted. A dispersion equation and gain factor expression for this case are obtained. Dependence between phase factor (gain factor) and characteristics of the medium are constructed.

*Keywords:* Dielectric, dielectric Cherenkov maser, metamaterial, easitron, resistive-wall amplifier.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-59-70

*Paper reference:* Chizhmotrya N.V. About possible theoretical approach in the linear theory of dielectric TWT and devices containing metamaterials. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2017. Vol. 25. Issue 4. P. 59–70. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-4-59-70

## Введение

Современный этап развития СВЧ-приборов, среди которых большое значение имеют устройства типа лампы бегущей волны, связан с необходимостью перехода в коротковолновую часть диапазона (THz диапазон).

В последнее время вновь проявлен интерес к усилителю О-типа на поглощении, принцип действия которого основан на использовании сдвига фаз между электронным током и переменными составляющими поля, возникающего благодаря наличию поглощающей среды. Возвращение к идее рассмотрения данного устройства [1–3] связано с его возможными преимуществами по сравнению с ЛБВ. Прежде всего, стоит отметить слабую зависимость усиления от ускоряющего напряжения и отсутствие паразитной обратной связи. Между тем, одним из основных недостатков усилителя на поглощении является сложность его изготовления. Возможное использование метаматериалов, к которым в настоящее время проявляется интерес, дает надежду снятия технологических трудностей его изготовления, а также может привести к улучшению его усилительных характеристик [4–6].

## 1. Диэлектрический мазер Черенкова

Остановимся кратко на результатах, полученных при рассмотрении простейшей модели [7]. Исследуемая в [7] структура представляла собой неограниченный однородный диэлектрик, пронизываемый бесконечно широким плоскопараллельным пучком электронов. Как оказалось, если невозмущенная скорость пучка превосходит фазовую скорость распространения волны в бесконечном диэлектрике, то состояние пучка будет неустойчивым, и возникающие в пучке флуктуации плотности и скорости будут распространяться в виде волн с растущей экспоненциально со временем амплитудой. При этом наряду с волнами плотности заряда будут распространяться электромагнитные волны также с нарастающей амплитудой.

Рассмотренный случай неограниченного диэлектрика и бесконечно широкого потока электронов достаточно хорошо описывает взаимодействие пучка с диэлектриком, а выводы, полученные при исследовании данной модели, остаются в силе также для ограниченных пучков. Тем интересней перейти к рассмотрению конкретной геометрии, а именно, обратиться к исследованию диэлектрического мазера Черенкова (ДМЧ), представляющего собой плоский волновод, внутренние стенки которого покрыты слоем диэлектрика, где движется ленточный электронный поток [8]. Схематически такой мазер изображен на рис. 1.

Анализ ограничен рассмотрением ТМ мод, а также предполагалось, что все величины меняются по закону  $e^{j(\omega t - \beta z)}$ . Далее приведем необходимые выкладки для получения дисперсионного соотношения. Используем систему уравнений Максвелла

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{D} &= \rho, \\ \nabla \times \vec{B} &= 0, \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \nabla \times \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1)$$

и систему материальных уравнений

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \mu \vec{H}, \\ \vec{D} &= \varepsilon \vec{E}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\vec{H}$  и  $\vec{E}$  – напряженности магнитного и электрического полей;  $\vec{B}$  и  $\vec{D}$  – индукция магнитного и электрического полей;  $\vec{J}$  – плотность электрического тока (тока проводимости);  $\varepsilon$  и  $\mu$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости, соответственно.

Перепишем третье уравнение системы (1) в виде

$$\left( \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \vec{i} - \left( \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \vec{j} + \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \vec{k} = -\frac{\partial B_x}{\partial t} \vec{i} - \frac{\partial B_y}{\partial t} \vec{j} - \frac{\partial B_z}{\partial t} \vec{k}.$$

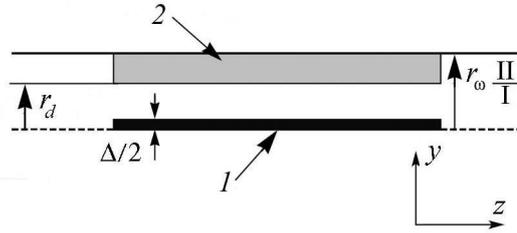


Рис. 1. Геометрия планарного диэлектрического мазера Черенкова. Ленточный электронный пучок (1) имеет толщину  $\Delta$  (полная толщина электронного потока),  $r_w$  – полувысота волновода;  $(r_w - r_d)$  – толщина диэлектрического слоя (2). Ось  $x$  направлена от нас

Fig. 1. Planar dielectric Cherenkov maser geometry. Electron beam (1) has thickness  $\Delta$ , the waveguide half height is  $r_w$ , and the dielectric liner (2) has thickness  $(r_w - r_d)$ . Axes  $x$  is directed from us

Расписывая полученное соотношение по компонентам и используя систему уравнений (2), имеем:

$$\begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial y} + j\beta E_y = -j\omega\mu H_x, \\ \frac{\partial E_z}{\partial x} + j\beta E_x = j\omega\mu H_y, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu H_z. \end{cases} \quad (3)$$

Переписывая аналогичным образом четвертое уравнение системы (1), получаем:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_z}{\partial y} + j\beta H_y = j\omega\varepsilon E_x, \\ \frac{\partial H_z}{\partial x} + j\beta H_x = -j\omega\varepsilon E_y, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\varepsilon E_z. \end{cases} \quad (4)$$

Исходя из предположения о том, что пучок бесконечен в направлении оси  $x$ , находим из (4) выражения для компонент полей

$$E_y = -\frac{\beta}{\omega\varepsilon} H_x, \quad E_z = \frac{j}{\omega\varepsilon} \frac{\partial H_x}{\partial y}.$$

Подставляя полученные выражения для компонент полей в первое уравнение системы (3), имеем:

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + (\omega^2\varepsilon\mu - \beta^2) H_x = 0. \quad (5)$$

Решением уравнения (5) является функция вида

$$H_x = a \cos(hy) + b \sin(hy), \quad h = \sqrt{\omega^2\varepsilon\mu - \beta^2}.$$

Для областей I и II на рис. 1 она примет вид

$$H_{x,I} = a_I \cos(h_I y) + b_I \sin(h_I y), \quad h_I^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2,$$

$$H_{x,II} = a_{II} \cos(h_{II} y) + b_{II} \sin(h_{II} y), \quad h_{II}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_r - \beta^2,$$

где  $c^2 = 1/(\varepsilon\mu)$ .

Воспользовавшись уравнением непрерывности  $\partial\rho/\partial t + \nabla J = 0$  ( $\rho = \rho_0 + \tilde{\rho}$ ,  $J = J_0 + \tilde{J}$ ) и выражением для плотности тока  $J = \rho v$ , находим соотношение для ВЧ-плотности пространственного заряда  $\tilde{\rho}$

$$\tilde{\rho} = \frac{\beta\rho_0\tilde{v}}{(\omega - \beta v_0)}. \quad (6)$$

Для нахождения неизвестной величины переменной составляющей скорости, фигурирующей в выражении для  $\tilde{\rho}$ , запишем уравнение движения для электронного потока, движущегося в направлении оси  $z$

$$m \frac{d}{dt} (\gamma v) = -|e| E_{z,I}, \text{ где } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

из которого следует, что

$$\tilde{v} = \frac{j |e| E_{z,I}}{m \gamma^3 (\omega - \beta v_0)}. \quad (7)$$

Возвращаясь к (6), с учетом (7) имеем

$$\tilde{\rho} = \frac{j \beta \rho_0 |e| E_{z,I}}{m \gamma^3 (\omega - \beta v_0)^2}. \quad (8)$$

Для определения коэффициентов  $a_I$ ,  $a_{II}$ ,  $b_I$  и  $b_{II}$  воспользуемся следующими граничными условиями.

- 1) Тангенциальная составляющая  $\vec{E}$  и нормальная составляющая  $\vec{D}$  непрерывны, то есть

$$E_{z,I}(r_d) = E_{z,II}(r_d),$$

$$E_{y,I}(r_d) = \varepsilon_r E_{y,II}(r_d).$$

- 2) Тангенциальная компонента  $\vec{E}$  исчезает на поверхности стенки волновода, то есть

$$E_{z,II}(r_w) = 0.$$

- 3) Согласно теореме Гаусса

$$E_{y,I} \left( \frac{\Delta}{2} \right) = E_{\text{пучка}} = \frac{\tilde{\rho} \Delta}{2 \varepsilon_0}.$$

С помощью представленных выше граничных условий находим связи между коэффициентами

$$a_I = b_I \frac{\rho_0 |e| h_I}{2 \varepsilon_0 m \gamma^3 (\omega - \beta v_0)^2} = -b_I \frac{I}{I_A} \frac{2 \pi h_I c^3}{W v_0 \gamma^3 (\omega - \beta v_0)^2}, \quad a_{II} = b_{II} \frac{\cos(h_{II} r_w)}{\sin(h_{II} r_w)},$$

где  $I_A = (4 \pi \varepsilon_0 m c^3) / |e|$ ,  $I = -v_0 \rho_0 \Delta W$ , и дисперсионное соотношение для рассматриваемой системы

$$\frac{h_{II}}{\varepsilon_r} \frac{[\cos(h_{II} r_d) - C_{II} \sin(h_{II} r_d)]}{[\sin(h_{II} r_d) + C_{II} \cos(h_{II} r_d)]} = h_I \frac{[\cos(h_I r_d) - C_I \sin(h_I r_d)]}{[\sin(h_I r_d) + C_I \cos(h_I r_d)]}, \quad (9)$$

где  $C_I = (\rho_0 |e| h_I) / (2 \varepsilon_0 m \gamma^3 (\omega - \beta v_0)^2) = -(I / I_A) (2 \pi h_I c^3) / (W v_0 \gamma^3 (\omega - \beta v_0)^2)$ ,  $C_{II} = \cos(h_{II} r_w) / \sin(h_{II} r_w)$ .

В случае, когда  $C_I \rightarrow 0$ , а  $r_d$  – очень малая величина, дисперсионное уравнение (9) примет вид

$$\frac{h_{II}}{\varepsilon_r} \tan [h_{II} (r_w - r_d)] = \frac{1}{r_d}. \quad (10)$$

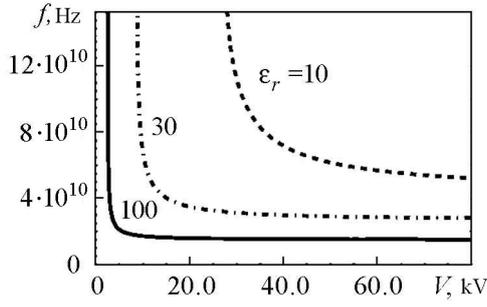


Рис. 2. Зависимость частоты от ускоряющего напряжения при различных значениях диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ . Вычисления проведены при  $r_w = 1$  мм и  $r_d = 0.5$  мм

Fig. 2. Dependence between frequency and beam voltage for different values of dielectric constant  $\epsilon$ . Calculations were carried out at  $r_w = 1$  mm and  $r_d = 0.5$  mm

Воспользовавшись тем, что  $h_{II}^2 = (\omega^2/c^2)\epsilon_r - \beta^2$  и  $\beta = \omega/v_0$ , имеем

$$\omega = \frac{\pi/2}{[(r_w - r_d) + r_d/\epsilon_r] \sqrt{\epsilon_r/c^2 - 1/v_0^2}} \quad (11)$$

На рис. 2 представлена зависимость частоты от ускоряющего напряжения при различных значениях диэлектрической проницаемости слоя.

Оказалось, что относительно малые изменения напряжения соответствуют очень большим изменениям частоты, приводящим к чрезвычайно большой перестройке в полосе пропускания.

В случае ненулевого тока ( $C_1$  мало, но не равно нулю), соотношение (9) может быть представлено следующим образом:

$$\frac{h_{II}}{\epsilon_r} \frac{1}{\pi/2 - h_{II}(r_w - r_d)} = \frac{1}{r_d + K/(\omega - v_0\beta)^2}, \quad (12)$$

где  $K$  – величина, пропорциональная току пучка. Решение (12) должно быть близко к  $\omega/v_0$ , так как величина тока мала и волновое число можно представить в виде:  $\beta = \beta_e + \delta\beta$ , где  $\beta_e = \omega/v_0$ . Тогда в первом приближении имеем

$$\begin{aligned} (\delta\beta)^3 &= -\frac{h_{II}}{[\epsilon_r(r_w - r_d) + r_d]\beta} \frac{(I/I_A)2\pi c^3}{Wv_0^3\gamma^3} = \\ &= -\frac{\epsilon_r^2(\pi/2)^2}{[\epsilon_r(r_w - r_d) + r_d]^3} \frac{(I/I_A)2\pi c^3}{(\omega/v_0)Wv_0^3\gamma^3} = -C^3, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $C$  – параметр усиления Пирса. Полное выражение для постоянной распространения нарастающей волны примет вид

$$\beta = \frac{\omega}{v_0} + \left( \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) C.$$

Выражение для коэффициента усиления в зависимости от диэлектрической проницаемости может быть записано так:  $G = 20 \text{ Log}_{10} |e^{\sqrt{3}Cz/2}|$ . Для пучка с током 1 А и напряжением 75 кВ относительный коэффициент усиления составляет 1 дБ/см.

Возможность контролировать взаимодействие ограничивается диэлектрическими свойствами материалов, как частотными характеристиками, так и прочностью диэлектрика. В частности, присутствие электронов часто приводит к пробое диэлектрика. Поэтому на первый план выходят попытки решения проблем, возникающих при использовании диэлектрических замедляющих систем. Многообещающим

является применение композиционных структур или метаматериалов, появление которых может привести к существенно новым достижениям в области электронного взаимодействия.

Что же такое метаматериал? По своей сути, метаматериал – это композиционный материал, свойства которого обусловлены не столько свойствами составляющих его элементов, сколько искусственно созданной периодической структурой из макроскопических элементов, обладающих произвольными размерами и формой [9]. Интерес к материалам с отрицательным коэффициентом преломления начинается с работы В.Г. Веселаго, в которой были рассмотрены вопросы электродинамики сред с одновременно отрицательными значениями  $\varepsilon$  и  $\mu$  [10]. Такие среды с отрицательным показателем преломления были названы «левосторонними».

Таким образом, геометрию планарного ДМЧ можно расширить путем включения в данную структуру метаматериалов (рис. 3), что и было проделано авторами [11]. Рассматриваемая композиционная структура представляла собой массив кольцевых резонаторов и проволочек, для которого диэлектрическую постоянную и магнитную проницаемость можно представить в виде [11, 12]

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_{\varepsilon p}^2}{\omega^2} \right), \quad (14)$$

$$\mu(\omega) = \mu_0 \left( 1 + \frac{\omega_{\mu p}^2}{\omega_{\mu 0}^2 + j\Gamma_{\mu}\omega - \omega^2} \right), \quad (15)$$

где  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость свободного пространства;  $\mu_0$  – магнитная проницаемость свободного пространства;  $\omega_{\varepsilon p}$  – электрическая плазменная частота;  $\omega_{\mu p}$  – магнитная плазменная частота;  $\Gamma_{\mu}$  – магнитное затухание;  $\omega_{\mu 0}$  – резонансная частота магнитных элементов, составляющих метаматериал.

Аналитический подход в анализе устройств, содержащих структуры из метаматериала, остается таким же, как и в случае рассмотрения диэлектрически нагруженных приборов. Это связано с тем, что метаматериал состоит из некоторого числа идентичных элементов (в рассматриваемом случае – массив кольцевых резонаторов и тонких проволочек), образующих периодическую структуру, и в том случае, когда размер элементов сравним с величиной внешнего возмущения, метаматериал становится однородным для возмущения; то есть распространяющаяся волна «не видит» его внутреннюю структуру. Следовательно, свойства метаматериала могут быть описаны с помощью макроскопических параметров – диэлектрической и магнитной проницаемости среды, аппроксимированных по всему материалу, вместо того, чтобы учитывать каждый элемент внутренней структуры материала.

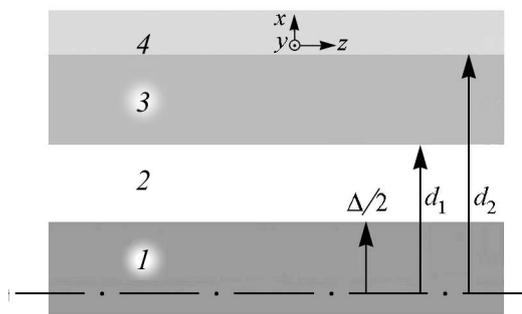


Рис. 3. Рассматриваемая геометрия ДМЧ со вставками из метаматериала: 1 – электронный поток, 2 – вакуум, 3 – метаматериал, 4 – металл

Fig. 3. Geometry of DCM with metamaterial boundaries considered in this article. 1 – electron beam, 2 – vacuum, 3 – metamaterial, 4 – metall

## 2. Изитрон. Усилитель на поглощении

Оригинальный прибор – изитрон – был представлен в 1950 году L.R. Walker на конференции по электронным лампам. Устройство представляло собой 3-см лампу, использующую полуволновые проволочки в качестве резонансных элементов. Причем лампа не была описана в литературе. Позднее Дж. Пирс обсудил действие такого сорта многорезонаторного клистрона в книге [13] и в статье [14].

Рассмотрим лампу, подобную резистивному усилителю, но в которой электронный поток окружен серией резонаторов в виде коробочек, как показано на рис. 4 [14].

Проводимость, которую «видит» электронный пучок при прохождении через свободное пространство или в пространстве дрейфа без потерь, является емкостной. Структура из резонаторов обеспечивает индуктивную составляющую проводимости на краю электронного потока, тем самым компенсируя емкостную, что приводит к уменьшению сил пространственного заряда и улучшению группировки электронов при прохождении вдоль массива резонаторов. Система далее поддерживает не две бегущие волны постоянной амплитуды, а растущую и затухающую. Поскольку синхронизм между невозмущенной электромагнитной волной и электронным потоком отсутствует, работа изитрона будет слабо зависеть от потенциала пучка, помимо этого, отсутствует какая-либо обратная связь.

Элементарная теория усилителя на поглощении (УП) представлена в работах [1–3], на основных результатах которых мы и остановимся.

Для простоты рассмотрим модель с резонаторными входным и выходным устройствами. Пусть бесконечно широкий электронный поток со средней скоростью  $v_0$ , с плотностью тока  $J_0 = \rho_0 v_0$  ( $\rho_0$  – постоянная плотность заряда) движется в направлении оси  $x$  и пронизывает сетки входного резонатора. Предполагается, что условия для возникновения усиления на поглощении появляются в пространстве за модулирующими сетками.

Найдем собственные электромагнитные волны системы. Решение будем искать в виде

$$E_x = A e^{j(\omega t - \beta x)}, \quad (16)$$

где  $A$  – амплитуда,  $\omega$  и  $\beta$  – круговая частота и постоянная распространения.

Частоту  $\omega$  считаем заданной. Искомой является постоянная распространения  $\beta$ , которая в общем случае комплексна  $\beta = \text{Re}\beta + j \text{Im}\beta$ . Волна, для которой  $\text{Im}\beta > 0$ , нарастает с координатой  $x$  по закону  $e^{\text{Im}\beta x}$ .

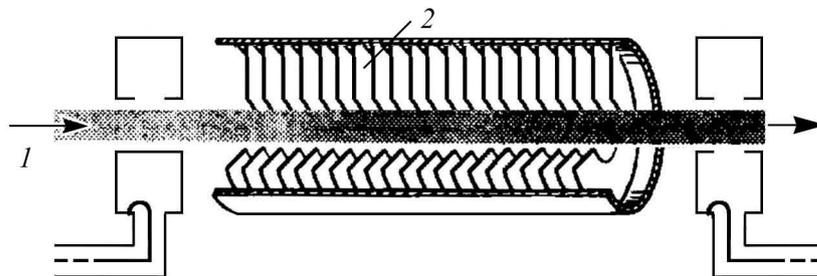


Рис. 4. Схема изитрона [14]: 1 – электронный пучок, 2 – цепочка резонаторов

Fig. 4. Cross section of Easitron [14]: 1 – electron beam, 2 – set of resonators

В рамках одномерного приближения из уравнения Максвелла

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \varepsilon_k j \omega \vec{E} \quad (17)$$

( $\vec{H}$  и  $\vec{E}$  – напряженности магнитного и электрического полей;  $\varepsilon_k = \varepsilon (1 + \sigma/(j\omega\varepsilon))$  – комплексная проницаемость;  $\sigma$  – проводимость среды) имеем

$$\text{div} (\vec{J} + \varepsilon_k j \omega \vec{E}) = 0, \quad (18)$$

поскольку  $J = J_x$  и  $E = E_x$

$$\tilde{J} + \varepsilon_k j \omega \tilde{E}_x = 0. \quad (19)$$

С учетом выражения для  $\varepsilon_k$ , получаем

$$\tilde{J} = -j\omega\varepsilon \left( 1 + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon} \right) \tilde{E}_x. \quad (20)$$

Для рассматриваемой задачи уравнения движения и непрерывности и выражение для плотности тока примут вид

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + v_0 \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = \frac{e}{m} E_x; \quad (21)$$

$$\frac{\partial \tilde{J}}{\partial x} = -\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t}; \quad (22)$$

$$\tilde{J} = \rho_0 \tilde{v} + \tilde{\rho} v_0. \quad (23)$$

Здесь  $v_0, \rho_0$  – постоянные составляющие скорости и плотности объемного заряда потока;  $\tilde{v}, \tilde{\rho}$  – переменные составляющие скорости и плотности тока;  $e/m$  – удельный заряд электрона;  $E_x$  – переменная амплитуда напряженности электрического поля. Считаем, что средний заряд электронов потока скомпенсирован ионным фоном, а все переменные величины изменяются по закону  $e^{j(\omega t - \beta x)}$ , где  $j = \sqrt{-1}$ ,  $\omega$  – угловая частота,  $\beta$  – постоянная распространения. С учетом этого запишем

$$j(\omega - \beta v_0) \tilde{v} = \frac{e}{m} E_x, \quad (24)$$

$$-j\beta \tilde{J} + j\omega \tilde{\rho} = 0, \quad (25)$$

$$\tilde{J} = \rho_0 \tilde{v} + \tilde{\rho} v_0. \quad (26)$$

Из полученных уравнений легко получить выражения для  $\tilde{v}$  и  $\tilde{J}$

$$\tilde{v} = -\frac{j(e/m)E_x}{(\omega - \beta v_0)}; \quad (27)$$

$$\tilde{J} = -\frac{j\omega_p^2 \omega E_x \varepsilon_0}{(\omega - \beta v_0)^2}, \quad (28)$$

где  $\omega_p^2 = e\rho_0/(m\varepsilon_0)$ ,  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума,  $\omega_p$  – плазменная частота для бесконечно широкого потока.

Подставляя выражение (20) в (28), переходим к дисперсионному уравнению рассматриваемой одномерной задачи

$$1 = \frac{\omega_p^2}{\varepsilon' (1 + \sigma/(j\omega\varepsilon)) (\omega - \beta v_0)^2}, \quad (29)$$

где  $\varepsilon' = \varepsilon/\varepsilon_0$ . Решение уравнения (29) имеет вид

$$\beta_{1,2} = \beta_e \pm \frac{\beta_p}{\sqrt{\varepsilon_k/\varepsilon_0}}, \quad (30)$$

где  $\beta_e = \omega/v_0$ ,  $\beta_p = \omega_p/v_0$ ,  $\varepsilon_k/\varepsilon_0 = \varepsilon' (1 + \sigma/(j\omega\varepsilon))$ .

Выражение (30) удобно записать в виде

$$\beta_{1,2} = \beta_e \pm \beta_p \frac{p + jq}{\sqrt{\varepsilon'}}. \quad (31)$$

Безразмерные коэффициенты  $p$  и  $q$  в зависимости от параметра  $\omega\varepsilon/\sigma$  представлены ниже (рис. 5).

Волна, для которой  $\text{Im } \beta > 0$ , нарастает экспоненциально с координатой  $x$ . Коэффициент усиления  $G$  волны равен

$$G = 20 \text{Log}_{10} \left| e^{\beta_p \frac{q}{\sqrt{\varepsilon'}}} \right| \left[ \frac{\text{dB}}{\text{m}} \right]. \quad (32)$$

Максимальное значение  $G$  имеет при  $\omega\varepsilon/\sigma = 1/\sqrt{3}$  (см. рис. 5)

$$G \cong \frac{3}{\sqrt{\varepsilon'}} \beta_p \left[ \frac{\text{dB}}{\text{m}} \right]. \quad (33)$$

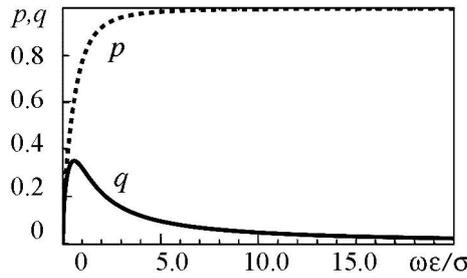


Рис. 5. Зависимость  $p$  и  $q$  от  $\omega\varepsilon/\sigma$  для грубой модели усилителя на поглощении

Fig. 5. Variation of phase factor  $p$  and gain parameter  $q$  with  $\omega\varepsilon/\sigma$  for crude model of resistive-wall amplifier (RWA)

Физическая причина усиления в одномерной задаче состоит в том, что в соответствии с (20) ток  $\tilde{J}$  содержит компоненту, находящуюся в противофазе с полем  $E$ . Вследствие этого средняя мощность  $\{P\}$  взаимодействия поля и тока, которая имеет вид  $(1/2) \text{Re} J^* E$ , оказывается отрицательной

$$\begin{aligned} \{P\} &= \frac{1}{2} \text{Re} J^* E = \frac{1}{2} \text{Re} (j\omega\varepsilon - \sigma) E E^* = \\ &= -\frac{1}{2} \sigma E E^* < 0. \end{aligned} \quad (34)$$

Таким образом, электроны в среднем замедляются, их энергия передается электромагнитному полю.

## Заключение

Из краткого обзора следует, что интерес к изучению материалов, для которых оба параметра – диэлектрической и магнитной проницаемостей – или хотя бы один из них, могут быть меньше нуля в некотором диапазоне частот, не является случайным, поскольку предварительные результаты показывают уникальную возможность для вакуумных микроволновых приборов, снизить или исключить электрический пробой и зарядку диэлектрика, присущие диэлектрически нагруженным структурам, при этом появляется необходимость исследования существенно новых явлений, связанных с применением различных композиционных структур. Кроме того, возникает потребность возвращения к старым идеям, в том числе к исследованию усилителя на поглощении, поскольку включение метаматериалов дает надежду снятия технологических трудностей его изготовления, а также может привести к улучшению его усилительных характеристик.

## Библиографический список

1. *Birdsall C.K., Brewer G.R., Haeff A.V.* The resistive-wall amplifier // Proceedings of the I.R.E. 1953. Vol. 41. P. 865–875.
2. *Birdsall C.K., Whinnery J.R.* Waves in an electron stream with general admittance walls // Journal of Applied Physics. 1953. Vol. 24, No.3. P. 314.
3. *Лопухин В.М., Веденов А.А.* Усилитель на поглощении // Успехи физических наук. 1954. Т. LIII, вып. 1. С. 69–86.
4. *Rowe T., Booske J.H., Behdad N.* Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers: Theory and particle-in-cell simulations // IEEE Transactions on Plasma Science. 2015. Vol. 43, No.7. P. 2123–2131.
5. *Rowe T., Behdad N., Booske J.H.* Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers // IEEE International Vacuum Electronics Conference, IVEC-2015.
6. *Rowe T., Behdad N., Booske J.H.* Metamaterial design for a metamaterial-enhanced resistive wall amplifier // IEEE International Vacuum Electronics Conference, IVEC-2016. P. 77–78.
7. *Ахиезер А.И., Файнберг Я.Б.* Медленные электромагнитные волны // Успехи физических наук. 1951. Т. XLIV, вып. 3. С. 321–368.
8. *Carlsten B.E.* Small-signal analysis and particle-in-cell simulations of planar dielectric Cerenkov masers for use as high-frequency, moderate-power broadband amplifiers // Physics of Plasmas. 2002. Vol. 9, No.5. P. 1789–1800.
9. *Вендик И.Б., Вендик О.Г.* Метаматериалы и их применение в технике сверхвысоких частот: Обзор // Журнал технической физики. 2013. Т. 83, вып. 1. С. 3–28.
10. *Веселаго В.Г.* Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями  $\varepsilon$  и  $\mu$  // Успехи физических наук. 1967. Т. 92, вып. 3. С. 517–526.
11. *French D.M., Shiffler D., Cartwright K.* Electron beam coupling to a metamaterial structure // Physics of Plasmas. 2013. Vol. 20, No.8. 083116.
12. *Вольпян О.Д., Кузьмичёв А.И.* Отрицательное преломление волн. Введение в физику и технологию электромагнитных метаматериалов / Под ред. Г.М. Зверева. Киев; Москва: Аверс, 2012. 360 с.

13. *Пирс Дж.* Лампа с бегущей волной / Пер. с англ. М.: Сов. радио, 1952.
14. *Pierce J.R.* The wave picture of microwave tubes // *The Bell System Technical Journal*. 1954. Vol. 33, No.6. P. 1343–1372.

## References

1. Birdsall C.K., Brewer G.R., Haeff A.V. The resistive-wall amplifier. *Proceedings of the I.R.E.* 1953. Vol. 41. P. 865–875.
2. Birdsall C.K., Whinnery J.R. Waves in an electron stream with general admittance walls. *Journal of Applied Physics*. 1953. Vol. 24, No.3. P. 314.
3. Lopyhin V.M., Vedenov A.A. *Advances in Physical Sciences*. 1954. Vol. 53. P. 69–86.
4. Rowe T., Booske J.H., Behdad N. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers: Theory and particle-in-cell simulations. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2015. Vol. 43, No.7. P. 2123–2131.
5. Rowe T., Behdad N., Booske J.H. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers. *Proceedings of the IVEC-2015*.
6. Rowe T., Behdad N., Booske J.H. Metamaterial design for a metamaterial-enhanced resistive wall amplifier. *Proceedings of the IVEC-2016*. P. 77–78.
7. Akhiezer A.I., Fainberg Ya.B. *Advances in Physical Sciences*. 1951. Vol. 44. P. 321–368 (in Russian).
8. Carlsten B.E. Small-signal analysis and particle-in-cell simulations of planar dielectric Cerenkov masers for use as high-frequency, moderate-power broadband amplifiers. *Physics of Plasmas*. 2002. Vol. 9, No.5. P. 1789–1800.
9. Vendik I.B., Vendik O.G. Metamaterials and their application in microwaves: A Review. *Technical Physics*. 2013. Vol. 58, No.1. P. 1–24.
10. Veselago V.G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  и  $\mu$ . *Sov. Phys. Usp.* 1968. Vol. 10. P. 509–514.
11. French D.M., Shiffler D., Cartwright K. Electron beam coupling to a metamaterial structure. *Physics of Plasmas*. 2013. Vol. 20, No.8. 083116.
12. Volpian O.D., Kuzmichev A.I. Negative Waves Refraction. Introduction in Physics and Technology of Electromagnetic Metamaterials. Kiev; Moscow: Avers, 2012. 359 p. (in Russian).
13. Pierce J.R. Traveling-Wave Tubes. *Bell Labs Technical Journal*. 1950. P. 390–460.
14. Pierce J.R. The Wave Picture of Microwave Tubes. *The Bell System Technical Journal*. 1954. Vol. 33, No.6. P. 1343–1372.



*Чижмотря Николай Владимирович* – родился в Саратове (1994), окончил Саратовский государственный университет им. Чернышевского (2017). Имеет диплом бакалавра по направлению 03.03.03 «Радиофизика» и диплом магистра по направлению 03.04.03 «Радиофизика». Круг научных интересов – теория колебаний и волн, электроника СВЧ.  
410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: n.v.chizmotrya@gmail.com