



НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ В АВТОГЕНЕРАТОРНОЙ СИСТЕМЕ С ЧАСТОТНО-ФАЗОВЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

В. П. Пономаренко

Исследованы режимы динамического поведения и нелинейные явления в моделях системы с частотно-фазовым управлением в случае периодической нелинейной характеристики частотного дискриминатора. Определены условия синхронизации, выяснено, что в системе может реализоваться множество разнообразных (как периодических, так и хаотических) несинхронных режимов. Рассмотрены особенности динамики системы, обусловленные параметрами, характеризующими степень влияния цепи частотного управления.

Ключевые слова: Системы с фазовым и частотно-фазовым управлением, динамическое поведение, синхронный и несинхронные режимы, устойчивость, бифуркации, аттракторы, фазовые портреты, динамический хаос.

Введение

Автогенераторные системы с фазовым и комбинированным частотно-фазовым управлением широко используются при решении многих радиофизических и радиотехнических задач, связанных с формированием, передачей и обработкой сигналов, в том числе в спутниковых радионавигационных системах и информационно-коммуникационных технологиях. Традиционное назначение таких систем состоит в обеспечении и поддержании синхронного режима, в котором разность частот поступающих извне колебаний и колебаний управляемого генератора равна нулю. Реализация такого режима позволяет осуществлять слежение за изменяющейся частотой внешнего (эталонного) сигнала с целью повторения всех изменений его частоты и тем самым обеспечить воспроизведение внешнего сигнала. Системы с частотно-фазовым управлением, иначе называемые системами частотно-фазовой автоподстройки (ЧФАП), отличаются наличием в цепях управления двух дискриминаторов расогласований – фазового с периодической нелинейной характеристикой и частотного с непериодической нелинейной характеристикой [1]. Для теории и приложений фазовой синхронизации частотно-фазовые системы интересны, прежде всего, тем,

что позволяют частично разрешить предъявляемые противоречивые требования по обеспечению широкой области захвата в синхронный режим и помехоустойчивости [1,2]. С позиции теории колебаний и нелинейной динамики системы с фазовым и частотно-фазовым управлением представляют интерес как сложные автоколебательные системы, в которых могут возникать различные динамические состояния и нелинейные явления (синхронизация, развитие неустойчивости синхронного режима и переходы по различным сценариям к несинхронным режимам различной сложности с периодической, квазипериодической или хаотической автомодуляцией частоты колебаний управляемого генератора, бифуркации колебательных режимов, мультистабильность и др.). К изучению механизмов возбуждения и развития автомодуляционных колебаний, эффектов сложной динамики и переходов к хаотическому поведению в настоящее время проявляется большой интерес в исследованиях свойств динамического поведения таких систем. Этот интерес в значительной степени стимулирован перспективой создания на основе систем с фазовым управлением устройств генерирования сложных регулярных и хаотических сигналов для использования в системах связи [3,4].

Одной из актуальных проблем в исследованиях сложной динамики систем с фазовым и частотным управлением является изучение влияния типов фильтров в цепях управления и нелинейности характеристик фазового и частотного дискриминаторов. В работах [5–16] исследованы динамические режимы и бифуркации в моделях таких систем с фильтрами различной сложности в цепях управления и с непериодической нелинейной характеристикой частотного дискриминатора. В данной работе, продолжающей исследования [11,12,15,16], изучаются особенности динамического поведения частотно-фазовой системы, обусловленные использованием в цепи частотного управления многочастотного дискриминатора [17] с периодической нелинейной характеристикой.

1. Общее уравнение динамики системы ЧФАП

Уравнение динамики системы ЧФАП, записанное в операторной форме ($p \equiv d/dt$) для разности фаз φ управляемого и внешнего колебаний, имеет вид [1]

$$p\varphi + \Omega_1 K_1(p)F(\varphi) + \Omega_2 K_2(p)\Phi(p\varphi) = \delta\omega, \quad (1)$$

где $K_1(p)$ и $K_2(p)$ – коэффициенты передачи фильтров низких частот в цепях фазового и частотного управления; $F(\varphi)$ и $\Phi(p\varphi)$ – характеристики фазового и частотного дискриминаторов, нормированные на единицу; Ω_1 и Ω_2 – коэффициенты усиления по цепям управления; $\delta\omega$ – начальная расстройка частот управляемого и внешнего колебаний. Характеристики дискриминаторов будем аппроксимировать функциями $F(\varphi) = \sin \varphi$ и $\Phi(p\varphi) = \sin(\beta_1 p\varphi)$, где β_1 – параметр частотного дискриминатора. Отметим, что уравнения динамики отдельной системы частотной автоподстройки с периодической характеристикой $\Phi(p\varphi)$ совпадает с уравнением динамики системы автоподстройки фазовых набегов, для которой характерна возможность существования множества состояний равновесия [18].

Конкретный вид уравнений динамики системы ЧФАП, получаемых из (1), определяется коэффициентами передачи $K_1(p)$ и $K_2(p)$. В данной работе рассмот-

рим особенности динамического поведения системы ЧФАП, описываемой уравнениями (1), в следующих случаях: 1) $K_1(p) = 1$, $K_2(p) = 1/(1 + T_0p)$ – без фильтра в цепи фазового управления и применении фильтра первого порядка в цепи частотного управления (T_0 – постоянная времени); 2) $K_1(p) = 1/(1 + T_1p)$, $K_2(p) = 1/(1 + b_1p + b_2p^2 + b_3p^3)$ – с применением фильтра первого порядка в цепи фазового управления и фильтра третьего порядка в цепи частотного управления ($b_1 = T_2 + T_3 + T_4$, $b_2 = T_2T_3 + T_2T_4 + T_3T_4$, $b_3 = T_2T_3T_4$, T_1, T_2, T_3 и T_4 – постоянные времени). В первом случае отдельные системы фазовой и частотной автоподстройки обладают простейшей регулярной динамикой – стационарные режимы систем определяются устойчивыми состояниями равновесия. Во втором случае система фазовой автоподстройки автономно демонстрирует только регулярное поведение [10], а в отдельной системе частотной автоподстройки наряду с регулярными возможны хаотические автомодуляционные режимы [19].

2. Динамика частотно-фазовой системы с простейшими фильтрами первого порядка

Полагая в уравнениях (1) $K_1(p) = 1$ и $K_2(p) = 1/(1 + T_0p)$ и вводя безразмерное время $\tau = t\sqrt{\Omega_1 T_0^{-1}}$, получим следующую динамическую систему:

$$d\varphi/d\tau = u, \quad du/d\tau = \gamma - \sin \varphi + b \sin(\beta\lambda u) - (\lambda + \lambda^{-1} \cos \varphi)u, \quad (2)$$

в которой $\lambda = 1/\sqrt{\Omega_1 T_0}$ – параметр инерционности, $\gamma = \delta\omega/\Omega_1$ – начальная расстройка, $b = -\Omega_2/\Omega_1$, $\beta = \beta_1\Omega_1$. В силу периодичности правых частей системы (2) по переменной φ с периодом 2π фазовым пространством системы является цилиндрическое фазовое пространство $U_1 = \{\varphi(\text{mod } 2\pi), u\}$. В дальнейшем поверхность цилиндра U_1 будем рассматривать развернутой на часть $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ плоскости (φ, u) . В системе (2) параметр $\lambda > 0$ по физическому смыслу. Параметр b может принимать как положительные, так и отрицательные значения, при этом значения $b < 0$ соответствуют традиционной отрицательной [1], а значения $b > 0$ – положительной обратной связи в цепи частотного управления, которая реализуется инверсным включением частотного дискриминатора [6,7]. В силу инвариантности системы (2) относительно замены $(\varphi, u, \gamma) \rightarrow (-\varphi, -u, -\gamma)$ достаточно исследовать ее при значениях $\gamma \geq 0$.

Динамика модели (2) с непериодической характеристикой частотного дискриминатора $\Phi(p\varphi)$ исследована в [11,20]. Рассмотрим в рамках модели (2) режимы динамического поведения системы ЧФАП с периодической характеристикой $\Phi(p\varphi)$. Разбиение фазового цилиндра U_1 на траектории модели (2) определяют [21] состояния равновесия, предельные циклы первого и второго рода (соответственно колебательные и вращательные) и сепаратрисы седел. Особые траектории системы (2) имеют применительно к динамике рассматриваемой системы ЧФАП следующий физический смысл. Устойчивое состояние равновесия соответствует синхронному режиму, в котором частоты колебаний управляемого генератора и внешнего сигнала совпадают. Устойчивый предельный цикл колебательного типа (не охватывающий фазовый цилиндр) определяет квазисинхронный режим, в котором рассогласования φ и u периодически изменяются относительно ставшего неустойчивым синхронного

состояния. Устойчивый предельный цикл вращательного типа (охватывающий фазовый цилиндр) отвечает асинхронному режиму с вращением фазы, в котором рассогласование фаз φ неограниченно нарастает (при $\gamma > 0$) или убывает (при $\gamma < 0$), а разность частот u периодически изменяется относительно некоторого среднего значения.

При значениях $0 \leq \gamma < 1$ система (2) имеет два состояния равновесия $A_1(\arcsin \gamma, 0)$ и $A_2(\pi - \arcsin \gamma, 0)$. Определяя характер состояний равновесия по корням соответствующих характеристических уравнений [21], устанавливаем, что состояние равновесия A_1 устойчиво при значениях $b < b_s$ и неустойчиво при $b > b_s$, где $b_s = (1 + \sqrt{1 - \gamma^2/\lambda^2})/\beta$; состояние равновесия A_2 – седло. Отметим, что в случае, когда $b < 0$, состояние равновесия A_1 всегда устойчиво. Устойчивому состоянию равновесия A_1 отвечает синхронный режим системы ЧФАП. Вычисляя первую ляпуновскую величину L [22] на границе $b = b_s$, получаем

$$L(b = b_s) = -\pi \left[\beta^2 \lambda^2 (1 - \gamma^2) (\lambda^2 + \sqrt{1 - \gamma^2}) - 1 \right] (8\lambda^4 \sqrt{(1 - \gamma^2)^3})^{-1}. \quad (3)$$

Из (3) следует, что величина $L(b = b_s) < 0$ при значениях параметра $\lambda < \lambda_0$, где $\lambda_0 = \sqrt{1/2(\sqrt{(\beta^2 + 4)\beta^{-1}} - 1)}$. Когда $\lambda \geq \lambda_0$, величина $L(b = b_s) = 0$ при значениях $\gamma = \gamma^0$, где γ^0 находится из уравнения $1 - \beta^2 \lambda^4 (1 - \gamma^2) - \beta^2 \lambda^2 (1 - \gamma^2)^{3/2} = 0$; $L(b = b_s) < 0$ при значениях $0 \leq \gamma < \gamma^0$, $L(b = b_s) > 0$ при значениях $\gamma^0 < \gamma < 1$. В соответствии с [22] при пересечении границы области устойчивости $b = b_s$ с возрастанием параметра b синхронный режим в системе ЧФАП мягко (когда $\lambda < \lambda_0$ и когда $\lambda \geq \lambda_0$, $0 \leq \gamma < \gamma^0$) или жестко (когда $\lambda \geq \lambda_0$, $\gamma^0 < \gamma < 1$) сменяется квазисинхронным режимом колебательного предельного цикла модели (2).

На рис. 1 и 2 приведены качественные параметрические портреты системы (2) на плоскости параметров (γ, b) , построенные по результатам численного исследования системы при значениях параметров $\lambda = 0.2$, $\beta = 8$. Охарактеризуем бифуркационные кривые, изображенные на рис. 1, 2. Линия d_0 ($b = b_s$) на рис. 1 отвечает бифуркации Андронова–Хопфа [23,24]. Точка N, соответствующая значению $\gamma = \gamma^0$, делит линию d_0 на две части: безопасную d_0^- – слева от точки N и опасную d_0^+ – справа от точки N. На части d_0^- кривой d_0 первая ляпуновская величина $L < 0$, а на части d_0^+ кривой d_0 величина $L > 0$. При пересечении линии d_0^- в сторону возрастания параметра b на фазовом цилиндре U_1 мягко рождается устойчивый предельный цикл S_0 колебательного типа, охватывающий ставшее неустойчивым состояние равновесия A_1 . Цикл S_0 соответствует квазисинхронному режиму системы ЧФАП. В этом режиме имеется периодическая автомодуляция частоты колебаний управляемого генератора системы ЧФАП, причем величина разности фаз φ не превосходит 2π . При пересечении линии d_0^+ в сторону убывания параметра b на фазовом цилиндре рождается неустойчивый предельный цикл Γ_0 , охватывающий устойчивое состояние равновесия A_1 .

Из точки N, где происходит смена знака первой ляпуновской величины L , выходит бифуркационная кривая d_1 (см. рис. 1), которая отвечает бифуркации двойного предельного цикла колебательного типа, охватывающего состояние равновесия A_1 . При пересечении кривой d_1 в сторону убывания параметра b происходит рождение устойчивого и неустойчивого предельных циклов, охватывающих состояние равновесия A_1 .

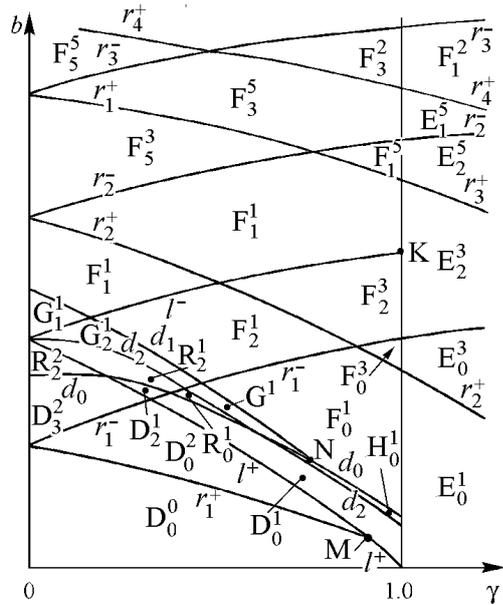


Рис. 1. Параметрический портрет модели (2) в области значений $b > 0$

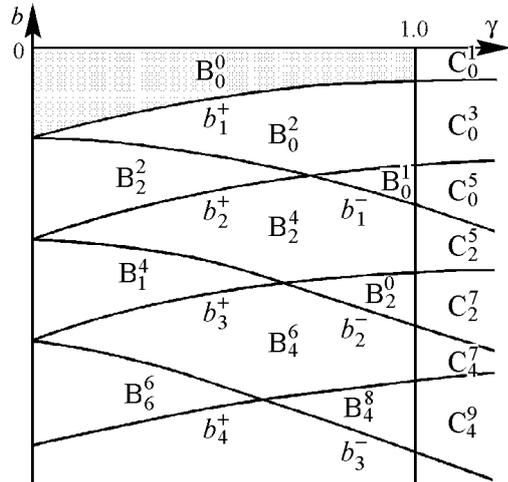


Рис. 2. Параметрический портрет модели (2) в области значений $b < 0$

Кривые r_i^+ , b_i^+ и r_i^- , b_i^- , $i = 1, 2, 3, \dots$ (см. рис. 1, 2) соответствуют образованию на фазовом цилиндре U_1 двойных предельных циклов вращательного типа, расположенных на U_1 соответственно в областях $u > 0$ и $u < 0$. Кривая r_1^+ выходит из точки M на кривой l^+ . При пересечении кривых r_i^+ в сторону возрастания параметра b или кривых b_i^+ в сторону убывания b на фазовом цилиндре появляются пары вращательных предельных циклов – верхний устойчивый L_i^+ и нижний неустойчивый Γ_i^+ в области $u > 0$. При пересечении кривых r_i^- в сторону возрастания b или кривых b_i^- в сторону убывания b в области $u < 0$ на фазовом цилиндре также появляются пары вращательных предельных циклов – верхний Γ_i^- неустойчивый и нижний L_i^- устойчивый.

Кривая d_2 (см. рис. 1) отвечает петле сепаратрис первого рода Π_0 , охватывающей A_1 . Так как на кривой d_2 седловая величина, вычисленная в соответствии с [21], $\sigma = \lambda^{-1}(1 - \gamma^2) + \lambda(b\beta - 1) > 0$, то при пересечении с возрастанием b кривой d_2 из неустойчивой петли Π_0 рождается неустойчивый предельный цикл Γ_0 , охватывающий состояние равновесия A_1 .

Кривые l^+ и l^- (см. рис. 1) отвечают петлям сепаратрис второго рода Π_φ^+ и Π_φ^- , охватывающим фазовый цилиндр U_1 и расположенным на U_1 соответственно в областях $u > 0$ и $u < 0$. Точка M на кривой l^+ , соответствующая $\gamma = \gamma_0 = \sqrt{1 - (b\beta - 1)^2 \lambda^4}$, отвечает обращению в ноль седловой величины σ и делит кривую l^+ на две части: l_1^+ – справа от точки M и l_2^+ – слева от точки M . Петля сепаратрис Π_φ^+ устойчивая ($\sigma < 0$) на части l_1^+ кривой l^+ и неустойчивая ($\sigma > 0$) на части l_2^+ кривой l^+ . При пересечении кривой l_1^+ в сторону возрастания параметра b петля Π_φ^+ разрушается, из нее рождается устойчивый вращательный предельный цикл L_1 в области $u > 0$ фазового цилиндра. При пересечении кривой l_2^+ в сторону убывания параметра b из петли Π_φ^+ рождается неустойчивый вращательный предельный цикл Γ_1 в области $u > 0$ фазового цилиндра. Петля Π_φ^- неустойчивая ($\sigma > 0$), при пересечении кривой l^- в сторону уменьшения b эта петля разрушается, из нее рождается неустойчивый вращательный предельный цикл в области $u < 0$ фазового цилиндра.

Часть γ^+ линии $\gamma = 1$ выше точки К (см. рис. 1) и часть γ^- линии $\gamma = 1$, соответствующая значениям параметра $b < 0$ (см. рис. 2), отвечают петле сепаратрисы седло-узла второго рода. При пересечении линии γ^+ (линии γ^-) в сторону возрастания параметра γ эта петля разрушается, из нее рождается неустойчивый (устойчивый) вращательный предельный цикл в области $u < 0$ (в области $u > 0$) на фазовом цилиндре U_1 .

Обсудим фазовые портреты, соответствующие областям значений параметров, выделенным перечисленными бифуркационными кривыми на плоскости (γ, b) . Отметим, что в обозначениях этих областей верхний и нижний индексы означают число вращательных предельных циклов, расположенных соответственно в области $u > 0$ и в области $u < 0$ фазового цилиндра. Фазовые портреты системы (2) приведены на рис. 3–5. В областях D_0^0 и B_0^0 (см. рис. 1, 2) система (2) не имеет предельных циклов, единственным аттрактором на фазовом цилиндре U_1 является состояние равновесия A_1 (рис. 3, а). Для значений параметров из областей D_0^0 и B_0^0 режим синхронизации в системе ЧФАП реализуется при любых начальных значениях φ и u . При значениях $0 \leq \gamma < 1$ в области параметров, расположенной ниже кривой b_1^+ (см. рис. 2) и в областях $D_0^1, D_0^2, D_2^1, D_2^2, H_0^1$ (см. рис. 1), режим синхронизации также существует, но одновременно с ним существует и асинхронные режимы системы ЧФАП, определяемые устойчивыми вращательными предельными циклами (рис. 3, б–е, рис. 4, а, б). То есть в этих областях модель (2) является мультистабильной, следовательно, в зависимости от начальных значений φ и u в системе ЧФАП устанавливается либо режим синхронизации, либо один из асинхронных режимов предельных циклов L_i^+ или L_i^- .

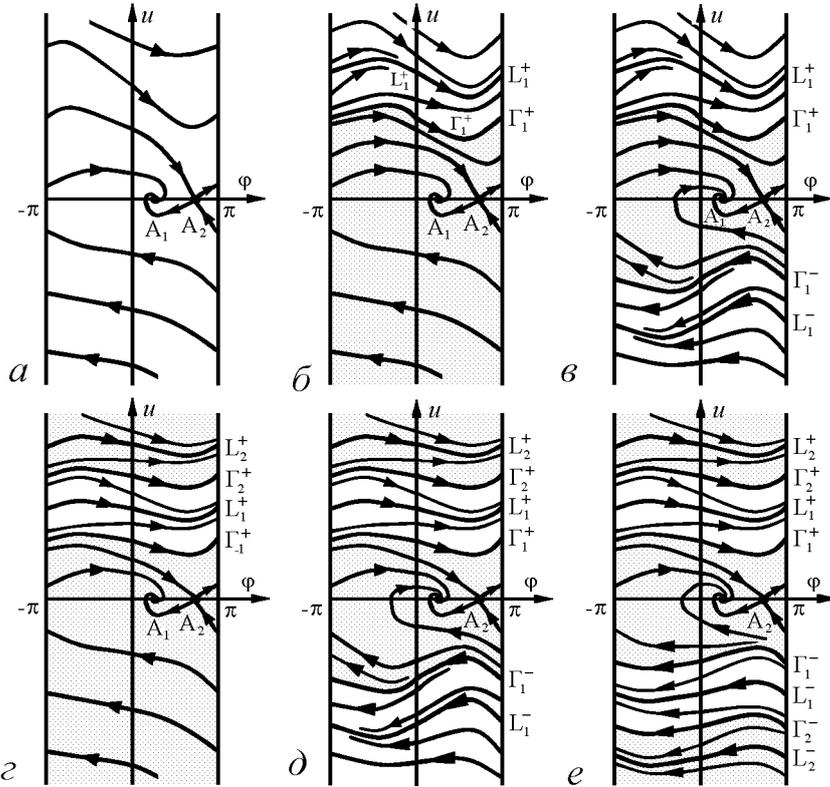


Рис. 3. Фазовые портреты модели (2) в областях B_0^0 и D_0^0 (а), B_0^2 (б), B_2^2 (в), B_0^4 (г), B_2^4 (д), B_4^4 (е)

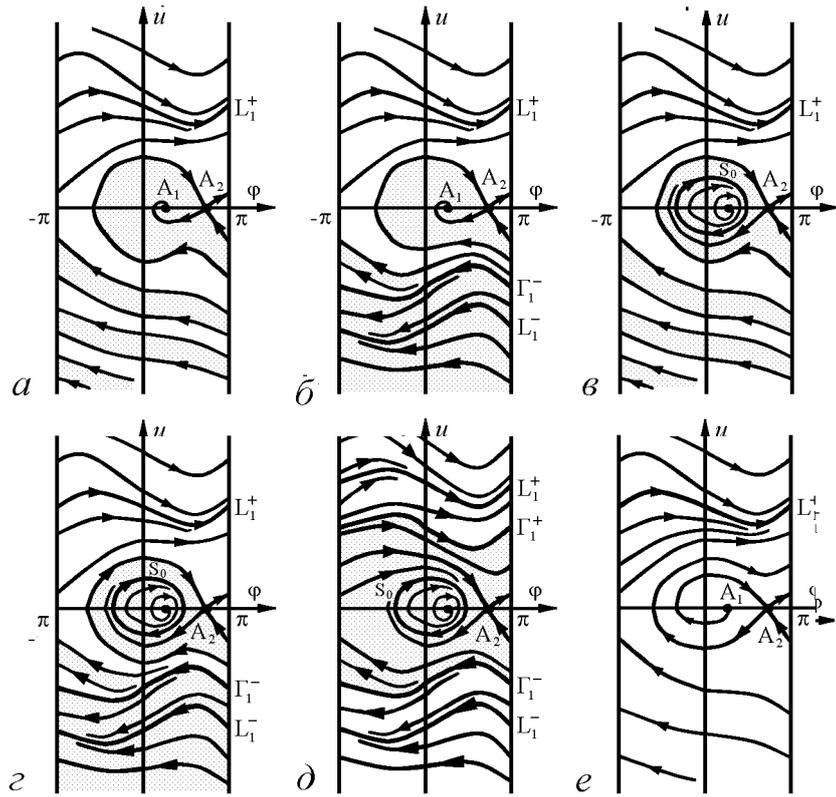


Рис. 4. Фазовые портреты модели (2) в областях D_0^1 (a), D_2^1 (б), R_0^1 (в), R_2^1 (г), R_2^2 (д), F_0^1 (е)

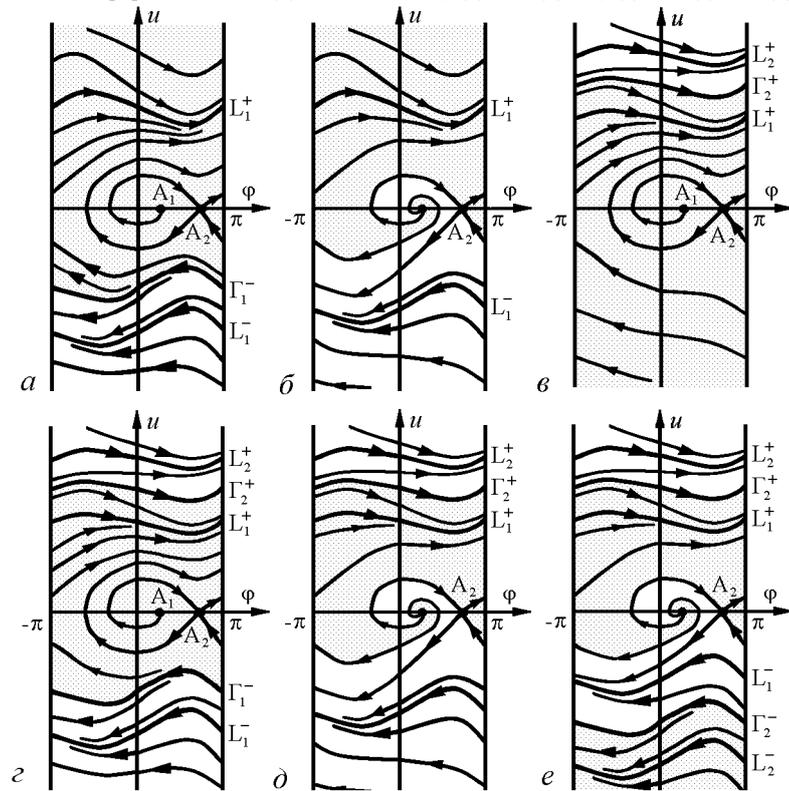


Рис. 5. Фазовые портреты модели (2) в областях F_2^1 (a), F_1^1 (б), F_0^3 (в), F_2^3 (г), F_1^3 (д), F_3^3 (е)

($i = 1, 2, 3, \dots$), расположенных соответственно в областях $u > 0$ и $u < 0$ фазового цилиндра. Важно отметить, что при значениях параметров из областей, расположенных ниже кривой d_0 (см. рис. 1, 2) система ЧФАП может функционировать в режиме удержания состояния синхронизации.

При значениях параметров из областей $R_0^1, R_2^1, R_2^2, G_0^1, G_1^1$ и G_2^1 аттракторами системы (2) на фазовом цилиндре U_1 являются устойчивый колебательный предельный цикл S_0 и устойчивые вращательные предельные циклы L_1^+ и L_1^- (рис. 4, в, з, д). Области притяжения этих аттракторов определяются сепаратрисами седла A_2 и неустойчивыми предельными циклами Γ_0 колебательного и Γ_1^+ и Γ_1^- вращательного типа. Цикл Γ_0 , охватывающий устойчивый предельный цикл S_0 , существует для значений параметров из областей G_0^1, G_1^1 и G_2^1 . В областях $R_0^1, R_2^1, R_2^2, G_0^1, G_1^1$ и G_2^1 модель (2) также демонстрирует мультистабильное поведение – в зависимости от начальных значений φ и u в системе ЧФАП устанавливается либо квазисинхронный режим предельного цикла S_0 , либо один из асинхронных режимов предельных циклов L_1^+ и L_1^- .

Для значений параметров из областей, расположенных выше кривой r^* ($r^* = \max(d_0, d_1)$) при $0 \leq \gamma < 1$, и для значений $\gamma > 1$, $b > 0$ аттракторами модели (2) являются вращательные предельные циклы L_i^+ и L_i^- (рис. 4, е, рис. 5). Следовательно, в системе ЧФАП возможны только асинхронные режимы. Какой из режимов предельных циклов L_i^+ или L_i^- реализуется в системе – это определяется начальными значениями фазовых переменных φ и u .

Представленные результаты качественно-численного исследования модели (2) показывают, что уже в случае простейших фильтров первого порядка в цепях управления системы ЧФАП применение частотного дискриминатора с периодической характеристикой приводит к значительному усложнению поведения системы. Это усложнение обусловлено возможностью существования множества различных асинхронных режимов, а также и возможностью потери устойчивости режима синхронизации с возникновением квазисинхронного режима при одновременном существовании асинхронных режимов.

3. Особенности динамики частотно-фазовой системы с фильтрами первого и третьего порядка в цепях управления

Применение фильтров более высокого порядка в цепях фазового и частотно-го управления ведет к усложнению динамики системы ЧФАП – становится возможным развитие неустойчивости квазисинхронного и множества асинхронных режимов и появление сложных, в том числе хаотических несинхронных режимов. Рассмотрим особенности динамического поведения системы в случае, когда в уравнении (1) операторы

$$K_1(p) = \frac{1}{1+T_1p}, \quad K_2(p) = \frac{1}{1+(T_2+T_3+T_4)p+(T_2T_3+T_2T_4+T_3T_4)p^2+T_2T_3T_4p^3}.$$

Уравнения динамики системы ЧФАП с фильтрами в цепях управления, имеющими такие коэффициенты передачи, на основании (1) после перехода к безразмерному

времени $\tau = \Omega_1 t$ записываем в виде

$$\begin{aligned} d\varphi/d\tau &= u, & du/d\tau &= z, & dz/d\tau &= v, & dv/d\tau &= w, \\ \varepsilon_1 \mu_1 dw/d\tau &= \gamma - \sin \varphi + b \sin(\beta u) - (1 + \varepsilon_2 \cos \varphi)u - \\ & - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \mu \cos \varphi - b\beta \varepsilon_1 \cos(\beta u))z - (\mu + \mu_1 \cos \varphi + \varepsilon_1 \varepsilon_2)v - \\ & - (\mu \varepsilon_1 + \mu_1)w + \mu u^2 \sin \varphi + \mu_1 u^3 \cos \varphi + 3\mu_1 u z \sin \varphi \end{aligned} \quad (4)$$

где $\varepsilon_1 = T_1 \Omega_1$, $\varepsilon_2 = (T_2 + T_3 + T_4) \Omega_1$, $\mu = (T_2 T_3 + T_2 T_4 + T_3 T_4) \Omega_1^2$, $\mu_1 = T_2 T_3 T_4 \Omega_1^3$. Система (4) имеет пятимерное цилиндрическое фазовое пространство $U_2 = \{\varphi \pmod{2\pi}, u, z, v, w\}$. В фазовом пространстве U_2 синхронному режиму системы ЧФАП отвечает устойчивое состояние равновесия модели (4), квазисинхронным режимам соответствуют устойчивые предельные циклы, притягивающие торы или хаотические аттракторы колебательного типа (без вращения фазы), асинхронным режимам – устойчивые предельные циклы, притягивающие торы или хаотические аттракторы вращательного или колебательно-вращательного типа. Для колебательно-вращательных режимов характерно чередование неограниченного изменения разности фаз φ и ее колебательного поведения.

Выясним условия существования режима синхронизации в системе ЧФАП с рассматриваемыми типами фильтров. Система (4) при значениях $0 \leq \gamma < 1$ имеет два состояния равновесия $A_1(\arcsin \gamma, 0, 0, 0, 0)$ и $A_2(\pi - \arcsin \gamma, 0, 0, 0, 0)$. Состояние равновесия A_1 может быть как устойчивым, так и неустойчивым; состояние равновесия A_2 – неустойчивое седлового типа. Условия устойчивости состояния равновесия A_1 определяем из характеристического уравнения

$$\chi^5 + c_1 \chi^4 + c_2 \chi^3 + c_3 \chi^2 + c_4 \chi + c_5 = 0, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} c_1 &= (\mu \varepsilon_1 + \mu_1)(\mu_1 \varepsilon_1)^{-1}, \\ c_2 &= (\varepsilon_1 \varepsilon_2 + \mu + \mu_1 \sqrt{1 - \gamma^2})(\mu_1 \varepsilon_1)^{-1}, \\ c_3 &= (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2b\beta \varepsilon_1 + \mu \sqrt{1 - \gamma^2})(\mu_1 \varepsilon_1)^{-1}, \\ c_4 &= (1 - 2b\beta + \varepsilon_2 \sqrt{1 - \gamma^2})(\mu_1 \varepsilon_1)^{-1}, \\ c_5 &= \sqrt{1 - \gamma^2}(\mu_1 \varepsilon_1)^{-1}, \end{aligned}$$

и в силу критерия Рауса–Гурвица записываем в виде неравенств [22]

$$c_1 c_2 - c_3 > 0, \quad (c_1 c_2 - c_3)(c_3 c_4 - c_3 c_5) - c_1 c_4 + c_5 > 0. \quad (6)$$

Неравенства (6) являются условиями существования режима синхронизации в системе ЧФАП, а область значений параметров модели (4), при которых выполняются неравенства (6), соответствует области удержания этого режима. Когда условия (6) нарушаются, в фазовом пространстве U_2 происходит либо рождение устойчивого колебательного предельного цикла из состояния равновесия A_1 , либо стягивание седлового предельного цикла к состоянию равновесия A_1 с последующим мягким или жестким переходом системы ЧФАП к квазисинхронному режиму с периодической модуляцией частоты управляемого генератора.

Рассмотрим нелинейные эффекты и особенности поведения системы ЧФАП в области неустойчивости режима синхронизации, обусловленные периодической характеристикой частотного дискриминатора и параметром инерционности μ_1 , который характеризует степень влияния фильтра в частотной цепи управления. Для этого обратимся к результатам исследования модели (4), полученным с применением качественно-численных методов нелинейной динамики [23,24] и компьютерного моделирования с использованием программного комплекса «ДНС» [25].

На рис. 6 приведены построенные при значениях $\gamma = 0.1, \varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = 2, \beta = 2, \mu = 2, \mu_1 = 4$ однопараметрическая бифуркационная диаграмма (b, u) точечного отображения Пуанкаре (а); (φ, u) -проекции фазовых портретов и фрагменты реализаций $u(\tau)$ (б-л), соответствующие аттракторам модели (4) при различных значениях параметра b . Эти результаты иллюстрируют потерю устойчивости квазисинхронного режима в системе ЧФАП и эффекты перехода к хаотическому квазисинхронному режиму через перемежаемость и к асинхронному хаотическому режиму колебательно-вращательного типа при изменении b . В соответствии с (b, u) -диаграммой при увеличении b вначале реализуется бифуркация удвоения периода колебательного предельного цикла S_1 (рис. 6, б) с рождением устойчивого двухоборотного предельного цикла S_2 (рис. 6, в), далее наблюдается перемежаемость – чередование длин-

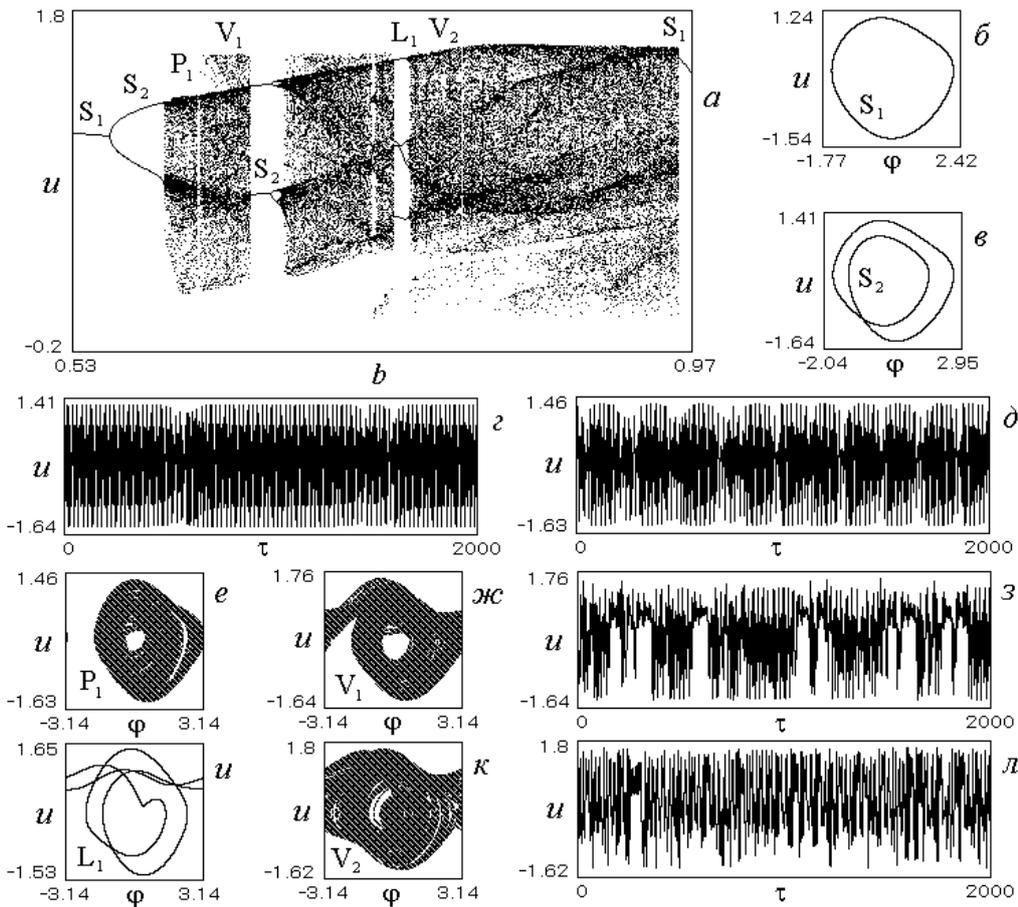


Рис. 6. Эволюция квазисинхронного режима предельного цикла S_1 при изменении параметра b ($\gamma = 0.1, \varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = 2, \beta = 2, \mu = 2, \mu_1 = 4$): $b = 0.53$ (б), 0.58 (в), 0.595 (г), 0.61 (д, е), 0.65 (ж, з), 0.76 (и), 0.9 (к, л)

ных стадий колебаний, соответствующих циклу S_2 и относительно коротких стадий нерегулярных движений (рис. 6, z). Через перемежаемость в системе возникает хаотический квазисинхронный режим аттрактора P_1 (рис. 6, d, e). Затем в структуре аттрактора P_1 появляются витки вращательных траекторий, система вновь демонстрирует перемежающееся поведение, от которого она переходит к асинхронному режиму колебательно-вращательного хаотического аттрактора V_1 (рис. 6, $ж, з$). При дальнейшем увеличении параметра b наблюдается чередование режима хаотического аттрактора V_1 , периодического квазисинхронного режима предельного цикла S_2 (см. рис. 6, $в$) и периодического асинхронного режима сложного предельного цикла L_1 (рис. 6, u). От режима цикла L_1 через бифуркации удвоения периода этого цикла система переходит к хаотическому асинхронному режиму аттрактора V_2 (рис. 6, $к, л$). Расчеты показывают, что хаотический аттрактор V_2 при $b = 0.95$ имеет максимальный ляпуновский характеристический показатель $\rho_m = 0.21$. Примечательно, что от режима аттрактора V_2 при увеличении b система возвращается к периодическому квазисинхронному режиму колебательного предельного цикла S_1 (см. рис. 6, $б$).

Численное исследование модели (4) показывает, что развитие неустойчивости периодического квазисинхронного режима происходит также и в результате бифуркации рождения притягивающего двумерного тора в фазовом пространстве U_2 . На рис. 7, a приведена построенная при значениях $\gamma = 0.1, \varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = 2, \beta = 8, \mu = 2, \mu_1 = 3.5$ бифуркационная диаграмма (b, u), характеризующая эволюцию периодического квазисинхронного режима предельного цикла S_1 (см. рис. 6, $б$) при изменении параметра b от 1.62 до 1.98. На рис. 7, $б-к$ даны (φ, u) -проекции фазо-

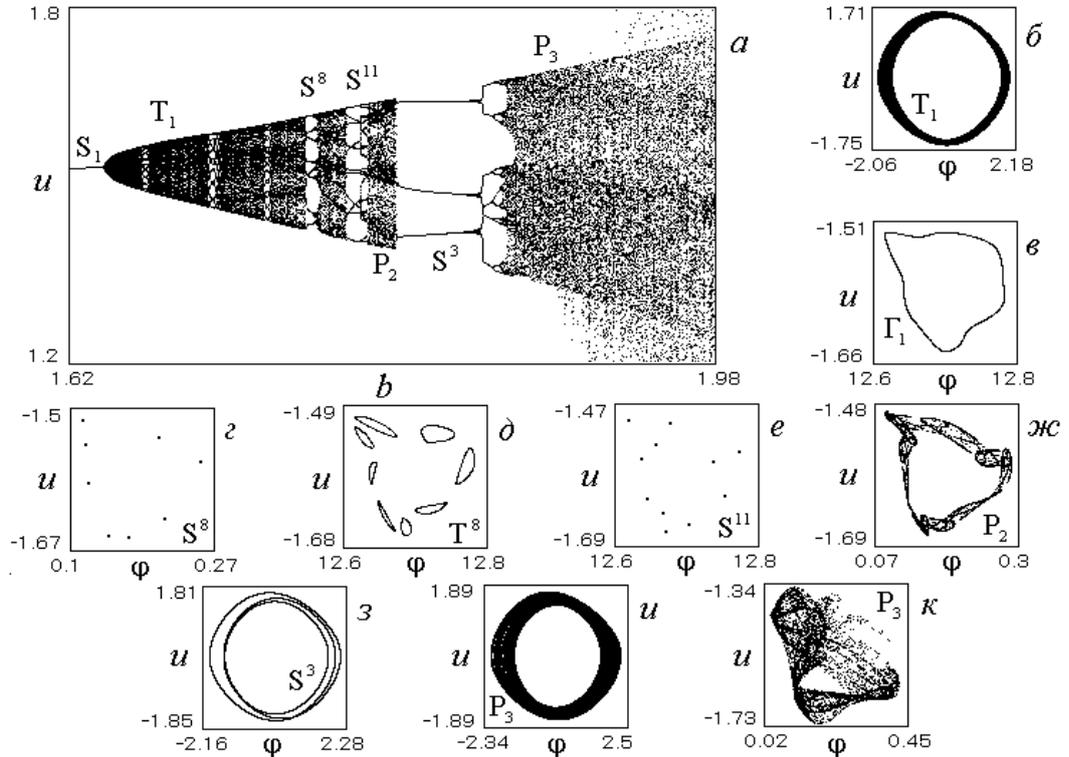


Рис. 7. Диаграмма развития квазисинхронного режима предельного цикла S_1 при изменении параметра b (a) и аттракторы модели (4) ($б-к$) при значениях $\gamma = 0.1, \varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = 2, \beta = 8, \mu = 2, \mu_1 = 3.5, b = 1.72$ ($б, в$), 1.755 ($г$), 1.76 ($д$), 1.78 ($е$), 1.788 ($ж$), 1.81 ($з$), 1.9 ($и, к$)

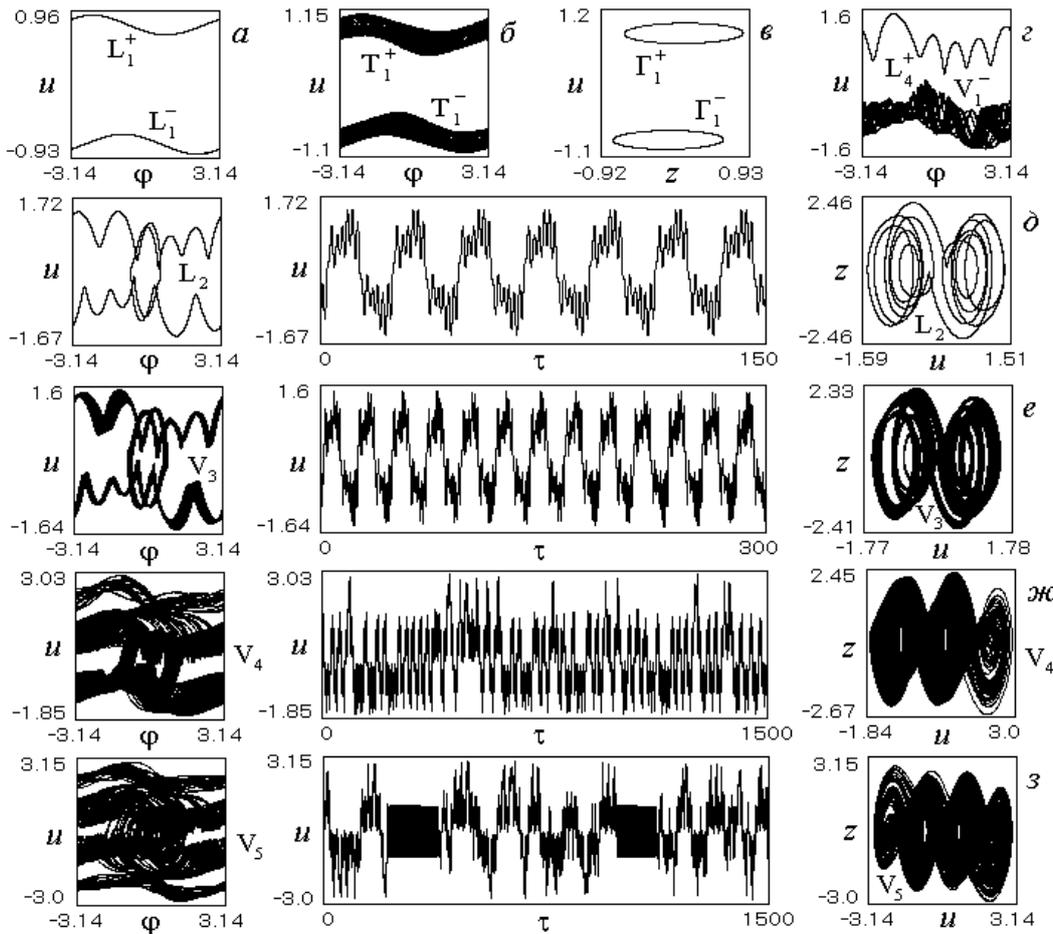


Рис. 8. Развитие асинхронных режимов предельных циклов L_1^+ и L_1^- при изменении параметра μ_1 : $\mu_1 = 0.2$ (а), 0.23 (б, в), 0.34 (г), 0.386 (д), 0.418 (е), 0.43 (ж), 0.51 (з) ($\gamma = 0.1$, $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 5$, $\beta = 4$, $\mu = 1$, $b = 6$)

вых портретов и (φ, u) -проекции сечения Пуанкаре, соответствующие аттракторам модели (4). В соответствии с (b, u) -диаграммой при увеличении b из колебательного предельного цикла S_1 мягко рождается притягивающий двумерный тор T_1 (рис. 7, б), которому в сечении Пуанкаре отвечает замкнутая инвариантная кривая Γ_1 (рис. 7, в). Модулирующие колебания в петле управления, соответствующие тору T_1 , носят квазипериодический характер с двумя несоизмеримыми частотами. Область существования режима тора T_1 прерывается узкими «окнами» сложных предельных циклов. При возрастании параметра b наблюдаются следующие явления: бифуркация потери устойчивости сложного колебательного предельного цикла S^8 (рис. 7, г) с рождением тора T^8 (рис. 7, д); бифуркации удвоения периода сложного предельного цикла S^{11} (рис. 7, е), через которые система переходит к хаотическому квазисинхронному режиму аттрактора P_2 (рис. 7, ж); жесткий переход от режима хаотического аттрактора P_2 к периодическому квазисинхронному режиму трехоборотного предельного цикла S^3 (рис. 7, з); переход к хаотическому квазисинхронному режиму аттрактора P_3 (рис. 7, и, к) через бифуркации удвоения периода цикла S^3 ; установление в системе хаотического асинхронного режима колебательно-вращательного типа.

Обсудим особенности процессов развития периодических асинхронных режимов системы ЧФАП, для чего рассмотрим результаты численного исследования мо-

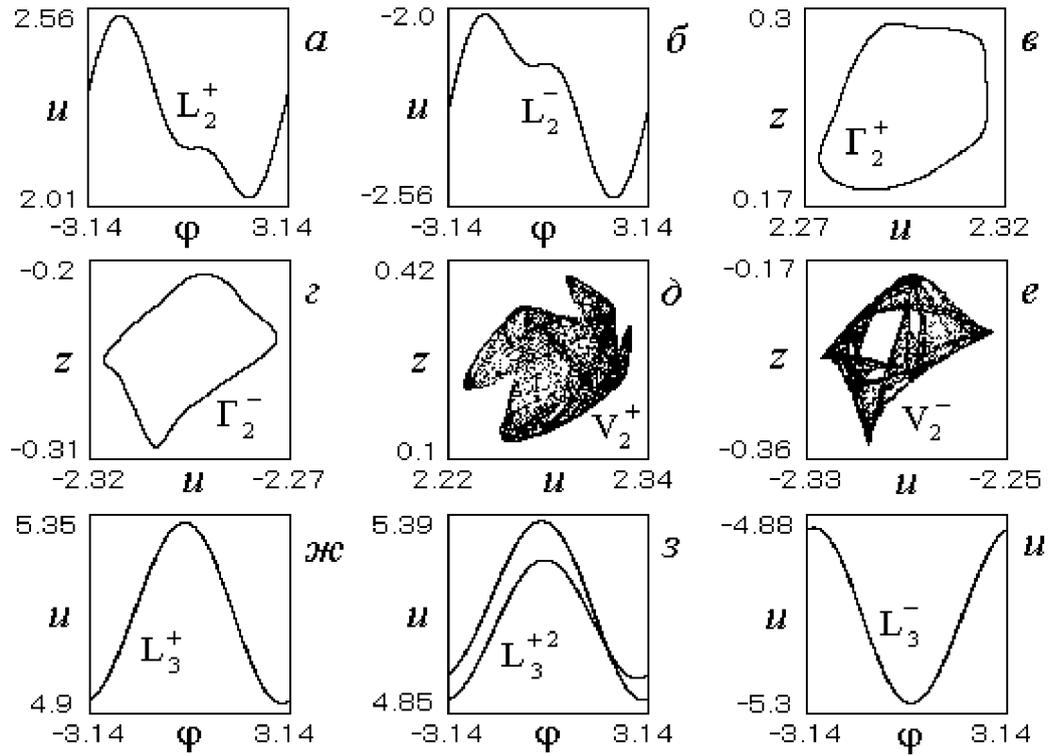


Рис. 9. Аттракторы асинхронных режимов, наблюдаемые при изменении параметра μ_1 : $\mu_1 = 0.2$ (а, б, ж, и), 0.325 (е), 0.344 (з), 0.331 (д), 0.348 (е), 0.3 (з) ($\gamma = 0.1, \varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = 5, \beta = 4, \mu = 1, b = 6$)

дели (4) при значениях $\gamma = 0.1, b = 6, \varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = 5, \beta = 4, \mu = 1$, когда параметр μ_1 является варьируемым. При $\mu_1 = 0.2$ в фазовом пространстве U_2 существует шесть устойчивых вращательных предельных циклов $L_1^+, L_2^+, L_3^+, L_1^-, L_2^-$ и L_3^- , которые расположены в областях $0.63 < u < 0.9, 2.02 < u < 2.56, 4.9 < u < 5.34, -0.89 < u < -0.63, -2.55 < u < -2.01$ и $-5.29 < u < -4.88$, соответственно. Эволюцию асинхронных режимов предельных циклов $L_1^+, L_2^+, L_3^+, L_1^-, L_2^-$ и L_3^- при возрастании μ_1 характеризуют представленные на рис. 8, 9 (φ, u)- и (u, z)-проекции фазовых портретов, (z, u)-проекции сечения Пуанкаре и зависимости $u(\tau)$, соответствующие аттракторам модели (4) при различных значениях параметра μ_1 .

Наиболее богатая динамика модели (4) наблюдается в процессе развития режимов предельных циклов L_1^+ и L_1^- . Вначале циклы L_1^+ и L_1^- (рис. 8, а) теряют устойчивость с рождением в фазовом пространстве притягивающих двумерных торов T_1^+ и T_1^- вращательного типа (рис. 8, б). На рис. 8, в изображены замкнутые инвариантные кривые Γ_1^+ и Γ_1^- отображения Пуанкаре плоскости $\varphi = -\pi$ в плоскость $\varphi = \pi$, отвечающие одновременно существующим торам T_1^+ и T_1^- . С возрастанием μ_1 тор T_1^+ вырождается во вращательный предельный цикл L_4^+ , а тор T_1^- – в хаотический аттрактор V_1^- вращательного типа (рис. 8, з). Затем аттрактор V_1^- разрушается, в системе наблюдается жесткий переход к режиму цикла L_4^+ . Далее от режима цикла L_4^+ система переходит к периодическому асинхронному режиму сложного предельного цикла L_2 (рис. 8, д), для которого характерны переключения фазовой переменной u .

При возрастании параметра μ_1 реализуются бифуркации удвоения периода цикла L_2 , в результате которых в фазовом пространстве U_2 образуется хаотический

аттрактор V_3 с переключениями переменной u (рис. 8, *е*). Структура аттрактора V_3 отличается наличием двух областей сосредоточения колебательных движений с нерегулярными переходами между этими областями. Увеличение μ_1 приводит к образованию в фазовом пространстве хаотических вращательных аттракторов V_4 (рис. 8, *ж*) и V_5 (рис. 8, *з*) с переключениями между тремя и четырьмя областями притяжения колебательных движений. Примечательно, что в проекции (u, z) (см. рис. 8, *е, ж, з*) аттракторы V_3 , V_4 и V_5 качественно похожи на двух, трех и четырехспиральные хаотические аттракторы, характерные для динамических систем с неединственным состоянием равновесия (см., например, [8,9,26,27]). Об этом же свидетельствует и характер реализаций колебаний $u(\tau)$ на аттракторах V_3 , V_4 и V_5 (рис. 8, *е, ж, з*).

Развитие режимов предельных циклов L_2^+ и L_2^- (рис. 9, *а, б*) при возрастании параметра μ_1 характеризуется следующими явлениями: потеря устойчивости L_2^+ и L_2^- и рождение вращательных торов T_2^+ и T_2^- ; разрушение торов T_2^+ и T_2^- и образование вращательных хаотических аттракторов V_2^+ и V_2^- . На рис. 9, *в-е* приведены инвариантные замкнутые кривые Γ_2^+ и Γ_2^- сечения Пуанкаре, отвечающие торам T_2^+ и T_2^- (*в, з*), и вид сечений Пуанкаре, соответствующих аттракторам V_2^+ и V_2^- (*д, е*). При увеличении μ_1 в системе наблюдаются жесткие переходы от режима хаотического аттрактора V_2^+ к режиму тора T_1^+ (рис. 8, *б*) и от режима хаотического аттрактора V_2^- к режиму сложного предельного цикла с переключениями переменной u (см. рис. 8, *д*).

Предельный цикл L_3^+ (рис. 9, *ж*) при возрастании μ_1 испытывает бифуркацию удвоения периода с рождением устойчивого двухоборотного (4π -периодического по φ) предельного цикла L_3^{+2} (рис. 9, *з*), далее наблюдается седло-узловая бифуркация цикла L_3^{+2} и жесткий переход к режиму хаотического аттрактора V_5 с переключениями переменной u (см. рис. 8, *з*). Для режима аттрактора V_5 характерны нерегулярно переключающиеся хаотические движения колебательного и вращательного типа.

От режима предельного цикла L_3^- (рис. 9, *и*) с увеличением μ_1 система переходит к режиму предельного цикла L_2 (рис. 9, *д*) в результате седло-узловой бифуркации цикла L_3^- .

Результаты, приведенные на рис. 9, иллюстрируют мультистабильное поведение системы, обусловленное одновременным существованием периодических и хаотических асинхронных режимов. При исследовании асинхронных режимов выяснены еще следующие эффекты нелинейной динамики модели (4): образование в фазовом пространстве сложного хаотического аттрактора вращательного типа в результате объединения двух вращательных хаотических аттракторов с нерегулярными переключениями движений; формирование вращательных хаотических аттракторов с переключениями движений между более чем четырьмя областями притяжения; возникновение вращательного хаотического аттрактора через бифуркации удвоения торов. Эти эффекты характеризуются представленными на рис. 10, 11 (φ, u)- и (u, z) -проекциями фазовых портретов, зависимостями $u(\tau)$ и (z, u) -проекциями сечения Пуанкаре, соответствующими аттракторам модели (4) при значениях $\gamma = 0.1$, $\beta = 8$, $\mu = 2$ и различных значениях параметров b , ε_1 , ε_2 и μ_1 .

На рис. 10, *а* показаны одновременно существующие хаотические аттракторы V_3^+ и V_3^- с переключениями движений; эти аттракторы образуются на базе вращательных предельных циклов L_1^+ ($0.32 < u < 0.49$) и L_1^- ($0.49 < u < -0.32$). Рис. 10, *б* демонстрирует объединенный хаотический аттрактор V_6 с нерегулярными переключениями движений между аттракторами V_3^+ и V_3^- . Максимальные ляпуновские характеристические показатели аттракторов V_3^+ , V_3^- и V_6 (см. рис. 10, *а, б*)

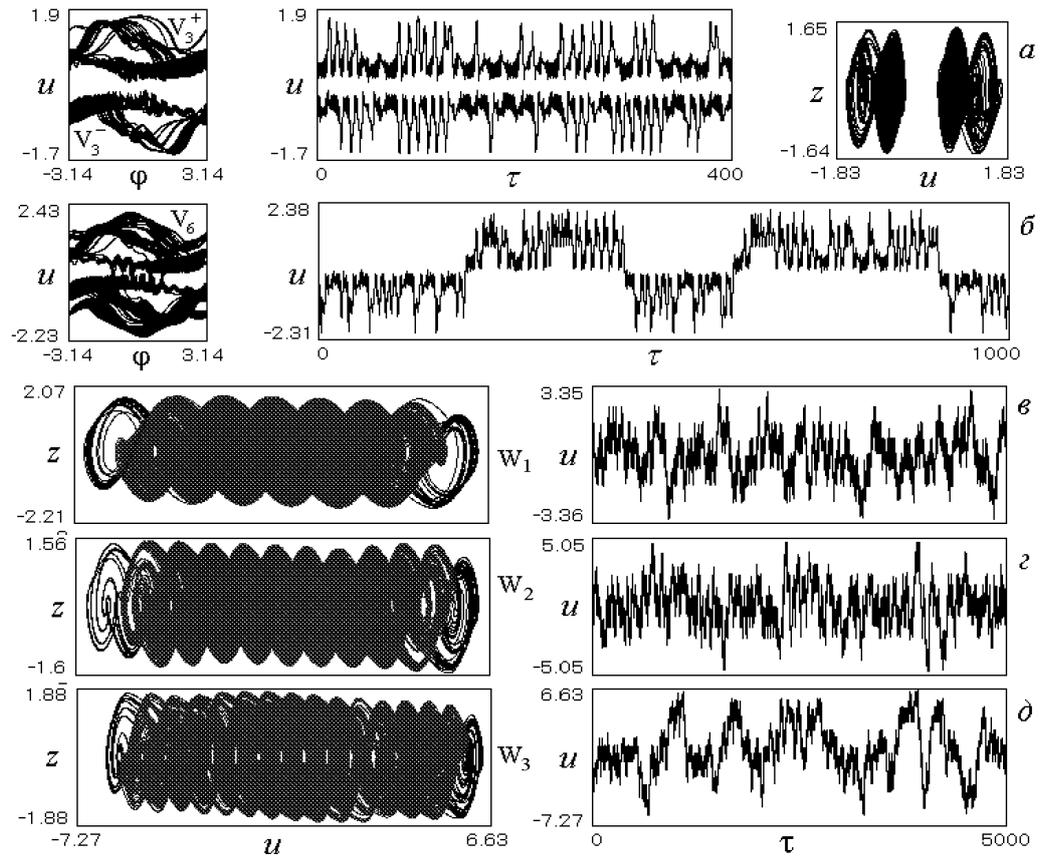


Рис. 10. Сложные хаотические асинхронные режимы, наблюдаемые при значениях параметров $\gamma = 0.1$, $b = 12$, $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 20$, $\beta = 8$, $\mu = 2$, $\mu_1 = 0.83$ (а), 0.92 (б); $\gamma = 0.1$, $\varepsilon_1 = 20$, $\varepsilon_2 = 25$, $\beta = 8$, $b = 20$, $\mu = 2$, $\mu_1 = 2.9$ (в), $b = 25$, $\mu = 5$, $\mu_1 = 4.5$ (г), $b = 30$, $\mu = 5$, $\mu_1 = 4.6$ (д)

имеют значения 0.36 , 0.32 и 0.38 , соответственно. На рис. 10, в, г, д показаны примеры сложных хаотических аттракторов (W_1, W_2 и W_3) с переключениями движений. Эти аттракторы имеют более сложную структуру и больший занимаемый фазовый объем. Максимальный ляпуновский характеристический показатель аттрактора W_1 (см. рис. 10, в) имеет значение 1.1 , то есть более чем в два раза превышает по величине соответствующие показатели аттракторов V_3^+, V_3^- и V_6 , что свидетельствует о значительно большей скорости разбегания близких фазовых траекторий.

Рис. 11 характеризует эволюцию режима вращательного тора T_3 (рис. 11, а, б) при возрастании параметра μ_1 . Тору T_3 в сечении Пуанкаре отвечает замкнутая инвариантная кривая Γ_3 (рис. 11, в). С возрастанием μ_1 наблюдаются бифуркации удвоения периода кривой Γ_3 (рис. 11, г, д, е), адекватные бифуркациям удвоения тора T_3 . В результате этих бифуркаций в фазовом пространстве образуется вращательный хаотический аттрактор V_7 (рис. 11, ж, з). При значении $\mu_1 = 6.62$, которому соответствует рис. 11, з, максимальный ляпуновский характеристический показатель аттрактора V_7 имеет значение 0.2 .

Представленные результаты исследования динамики модели (4) показывают, что в системе ЧФАП с фильтрами первого и третьего порядка в цепях фазового и частотного управления и периодической характеристикой частотного дискриминатора создаются возможности для реализации множества разнообразных периодических и хаотических автомодуляционных колебательных режимов управляемого генератора.

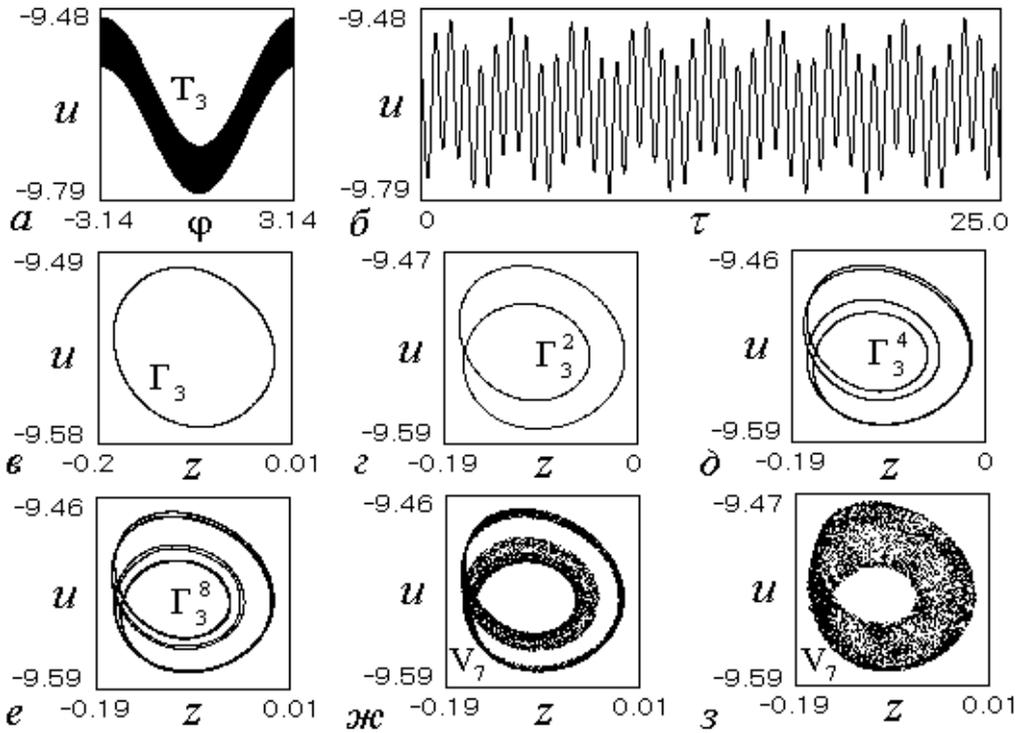


Рис. 11. Переход к хаотическому асинхронному режиму через бифуркации удвоения двумерного тора при изменении параметра μ_1 : $\mu_1 = 4.0$ (а, б, в), 6.2 (г), 6.4 (д), 6.43 (е), 6.5 (ж), 6.62 (з) ($\gamma = 0.1$, $b = 12$, $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 20$, $\beta = 8$, $\mu = 2$)

Заключение

В данной работе представлены результаты исследования режимов динамического поведения и нелинейных явлений в автогенераторной системе с частотно-фазовой автоподстройкой частоты с многочастотным дискриминатором в цепи частотного управления. Исследование проведено на основе математических моделей (2) и (4) системы с одной и двумя с половиной степенями свободы в цилиндрических фазовых пространствах.

Получены условия существования синхронного режима, определяющие границу области его удержания при изменении параметров системы. Выяснено, что поведение системы вне области удержания синхронного режима является достаточно сложным и разнообразным даже при простейших типах фильтров первого порядка в цепях управления, когда динамика системы ЧФАП описывается моделью (2). В этом случае в системе реализуются периодические квазисинхронный и асинхронные режимы, невозможные в отдельных системах с фазовым и частотным управлением. Благодаря периодической характеристике многочастотного дискриминатора, обуславливающей возможность существования множества состояний равновесия в моделях отдельной системы частотной автоподстройки, в частотно-фазовой системе создаются возможности для реализации множества периодических асинхронных режимов. Установлено, что в зависимости от значений параметров для модели (2) характерно существование множества качественно различных типов фазового портрета движений, отличающихся числом и расположением вращательных предельных циклов на фазовом цилиндре.

При усложнении фильтров в цепях управления в системе ЧФАП наряду с синхронным и периодическими несинхронными режимами становятся возможными сложнопериодические, квазипериодические и хаотические квазисинхронные и асинхронные режимы, может существовать множество одновременно существующих асинхронных режимов различного типа. Наблюдаются переходы между квазисинхронными и асинхронными режимами при изменении параметров модели (4), реализуются переходы к хаотическим режимам через бифуркации удвоения периода предельных циклов, через перемежаемость, через разрушение торов и бифуркации удвоения торов. Возникают хаотические асинхронные режимы с нерегулярными переключениями между различными колебательными состояниями, качественно подобные режимам многоспиральных хаотических аттракторов с нерегулярными переходами между различными неустойчивыми состояниями равновесия в многустойчивых динамических системах. Выяснено, что в процессах возникновения и развития несинхронных режимов важную роль играют параметры μ_1 и b , характеризующие степень влияния цепи частотного управления. Примечательно, что явления сложной динамики наблюдаются в системе при относительно небольших величинах параметра инерционности μ_1 .

Для применения рассматриваемой системы ЧФАП в традиционных задачах стабилизации частоты и синхронизации колебаний наибольший интерес представляют полученные в работе результаты о границах областей удержания синхронного режима и захвата в этот режим, о смене режимов поведения при выходе из этих областей. В плане расширения функциональных возможностей системы за счет использования несинхронных режимов в качестве ее рабочих состояний представляют интерес полученные результаты о явлениях сложной динамики модели (4), в частности, результаты о хаотических режимах колебательно-вращательного типа и хаотических режимах с переключениями движений. Данные об этих режимах могут быть полезными при решении задач управления характеристиками генерируемых в системе колебательных процессов и перевода в колебательный режим с желаемыми свойствами.

Библиографический список

1. Капранов М.В. О полосе захвата при частотно-фазовой автоподстройке // Науч. докл. высш. школы. Сер. «Радиотехника и электроника». 1958. Т. 2, № 9. С. 162.
2. Каганов В.И., Терещенко С.В. Помехоустойчивость двухкольцевой системы автоматического управления // Радиотехника и электроника. 2012. Т. 57, № 3. С. 353.
3. Дмитриев А.С., Широков М.Е. Выбор генератора для прямохаотической системы связи // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49, № 7. С. 840.
4. Дмитриев А.С., Клецов А.В., Кузьмин Л.В. Генерация сверхширокополосного хаоса в дециметровом диапазоне // Радиотехника и электроника. 2009. Т. 54, № 7. С. 709.
5. Заулин И.А., Пономаренко В.П. Динамические режимы и бифуркационные явления в нелинейных статических системах синхронизации // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38, № 5. С. 889.
6. Пономаренко В.П., Заулин И.А. Динамика автогенератора, управляемого петлей частотной автоподстройки с инвертированной характеристикой дискриминатора // Радиотехника и электроника. 1997. Т. 42, № 7. С. 828.

7. Пономаренко В.П. Формирование сложных колебаний в автогенераторной системе с нелинейной цепью частотного управления // Радиотехника и электроника. 1999. Т.44, № 5. С. 565.
8. Пономаренко В.П., Матросов В.В. Самоорганизация временных структур в мультиравновесной автогенераторной системе с частотным управлением // Журнал технической физики. 1997. Т. 67, № 3. С. 1.
9. Пономаренко В.П., Матросов В.В. Сложная динамика автогенератора, управляемого петлей частотной автоподстройки с комбинированным дискриминатором // Радиотехника и электроника. 1997. Т. 42, № 9. С. 1125.
10. Матросов В.В., Шалфеев В.Д. Динамический хаос в фазовых системах: Учебное пособие. Издание второе, дополненное. Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2009. 271 с.
11. Пономаренко В.П., Тихонов Е.А. Динамика автогенератора с частотно-фазовым управлением при инверсии характеристики частотного дискриминатора // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2003. Т. 11, № 6. С. 75.
12. Пономаренко В.П., Тихонов Е.А. Хаотическая и регулярная динамика автогенераторной системы с нелинейной петлей частотно-фазового управления // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49, № 2. С. 205.
13. Матросов В.В. Динамические свойства генератора с частотно-фазовым управлением // Известия вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47, № 4. С. 334.
14. Матросов В.В. Моделирование динамики системы частотно-фазовой автоподстройки с фильтрами первого порядка // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Сер. «Математическое моделирование и управление». 2006. Вып. 2(31). С. 17.
15. Пономаренко В.П. Динамические режимы в моделях автогенераторных систем с частотным и частотно-фазовым управлением // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2007. Т. 15, № 3. С. 33.
16. Пономаренко В.П. Динамические режимы и нелинейные эффекты в автогенераторе с частотно-фазовым управлением // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2008. Т. 16, № 6. С. 18.
17. Каганов В.И. Системы автоматического регулирования в радиопередатчиках. М.: Связь, 1969. 232 с.
18. Заулин И.А., Пономаренко В.П. Анализ динамических процессов в статических системах синхронизации // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 33, № 1. С. 106.
19. Заулин И.А., Пономаренко В.П. Синхронные и автоколебательные режимы в многоустойчивых системах с фазовым управлением // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38, № 4. С. 732.
20. Пономаренко В.П., Шалфеев В.Д. Нелинейная система частотно-фазовой автоподстройки частоты с широкой полосой захвата // Известия вузов. Радиофизика. 1968. Т. 11, № 11. С. 1694.
21. Баутин Н.Н., Леонтович Е.А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1984.
22. Баутин Н.Н. Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости. М.: Наука, 1984.
23. Шильников Л.П., Шильников А.Л., Тураев Д.В., Чуа Л. Методы качественной

теории в нелинейной динамике. Часть 2. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2009.

24. *Анищенко В.С.* Сложные колебания в простых системах. М.: Наука, 1990.
25. Динамика нелинейных систем. Программный комплекс для исследования нелинейных динамических систем с непрерывным временем: Учебно-методическая разработка / Сост. В.В. Матросов. Н. Новгород: ННГУ, 2002.
26. *Suykens J.A.K., Vanderwalle J.* Generation of n -double scrolls ($n = 1, 2, 3, 4, \dots$) // IEEE Transaction on circuits and systems-1: Fundamental theory and applications. 1993. Vol. 40, № 11. P. 861.
27. *Radwan A., Soliman A.M., Elwakil A.S.* 1-D digitally-controlled multiscroll chaos generator // International journal of bifurcation and chaos. 2007. Vol. 17, № 1. P. 227.

*НИИ Прикладной математики
и кибернетики, Н. Новгород*

Поступила в редакцию 19.07.2012

NONLINEAR EFFECTS IN AUTOOSCILLATORY SYSTEM WITH FREQUENCY-PHASE CONTROL

V. P. Ponomarenko

Dynamical modes and nonlinear phenomena in the models of oscillatory system with frequency-phase control in the case of periodic nonlinear characteristics of frequency discriminator are investigated. Stability of synchronous mode is analyzed. The existences of a great number various periodic and chaotic nonsynchronous modes are established. Peculiarities of the system dynamics caused by parameters of frequency control loop are considered. The results are presented in the form of one- and two-parameter bifurcation diagrams, phase portraits, Poincare sections and waveforms of attractors.

Keywords: Systems with phase and frequency-phase control, dynamical behavior, synchronous and nonsynchronous modes, stability, bifurcation, attractors, phase portraits, dynamical chaos.



Пономаренко Валерий Павлович – родился в Мурманске (1941), окончил Горьковский университет (1963). С 1968 года работает в Научно-исследовательском институте прикладной математики и кибернетики при Нижегородском университете (НИИ ПМК при ННГУ). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук (1972) и доктора физико-математических наук (1993) в области теории синхронизации, теории колебаний и динамики систем. С 1991 года – заместитель директора НИИ ПМК при ННГУ. Область научных интересов – теория колебаний и волн, применение нелинейной динамики в радиоавтоматике синхронизация автоколебательных систем, математическое моделирование. Один из авторов монографий «Фазовая синхронизация» и «Системы фазовой синхронизации». Опубликовал много научных статей по направлениям, указанным выше.

603005 Н. Новгород, ул. Ульянова, 10
НИИ Прикладной математики и кибернетики
E-mail: povp@uic.nnov.ru